

ЕНЕРГЕТСКИ ТРАНСФОРМАТОРИ (13Е013ЕНТ)

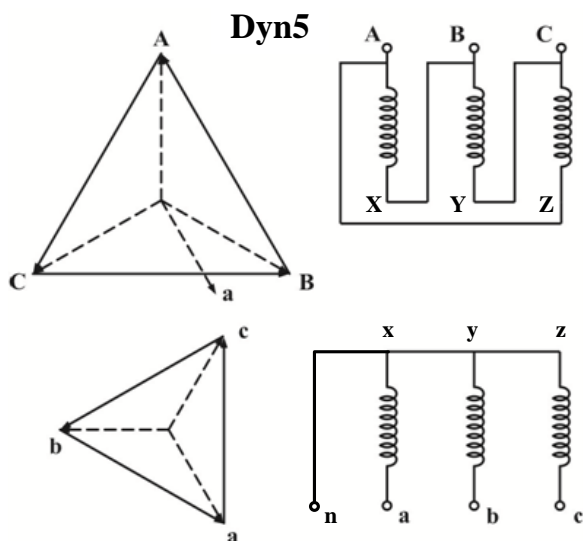
Септембар 2017.

Трофазни уљни дистрибутивни трансформатор има номиналне податке: $S_n = 200 \text{ kVA}$, $U_1 / U_{20} = 10 \pm 2 \times 2\% / 0.4 \text{ kV}$, 50 Hz , спрега Dyn5, $P_{kn} = 3.6 \text{ kW}$, $u_{kn} = 4\%$, $P_{0n} = 400 \text{ W}$, $j_0 = 2.5\%$. Номинални пораст температуре горњег уља износи 55 K . Пораст температуре горњег уља је пропорционалан укупним губицима на степен 0.8 .

- а) Нацртати шеме веза и векторски дијаграм напона представљајући намотаје као калемове. Означити хомологе крајеве и почетке и крајеве намотаја. (4)
б) За колико ће се променити губици у гвожђу ако се временом, услед растресања магнетског кола, повећа магнетни отпор, због чега се струја празног хода повећа на 4% ? (4)
- Израчунати параметре еквивалентне заменске шеме трансформатора са НН стране. Нацртати шему са унетим бројним вредностима параметара и електричним величинама. (10)
- Трансформатор напаја потрошач фактора снаге $\cos \varphi = 0.6$ (кап), при чему пораст температуре горњег уља у стационарном стању достиже вредност од 65 K . Колики је тада напон секундара и степен искоришћења снаге трансформатора? У који положај треба поставити регулатор напона примара да би се на секундару имао напон што приближнији номиналном? (12)
- Написати израз, и објаснити елементе у њему, за одређивање разлике температура најтоплије тачке намотаја и суседног уља. (10)
- Потребно је пројектовати једнофазни трансформатор одређене снаге, при чему су средње дужине навојка примара и секундара међусобно једнаке ($l_1 = l_2 = l$). Струја магнетчења трансформатора се може занемарити, тј. може се сматрати да је $N_1 I_1 = N_2 I_2 = K$.
а) Показати да се укупна запремина намотаја примара и секундара трансформатора може изразити као $V = l \cdot K \cdot (1/J_1 + 1/J_2)$, где су J_1 и J_2 површинске густине струја примара и секундара. (4)
б) Показати да за укупне Џулове губитке у намотајима важи $P_J = \rho_{Cu} \cdot J_1 \cdot J_2 \cdot V$, где је $\rho_{Cu} [\Omega \cdot \text{m}]$ специфична отпорност бакра, а $V [\text{m}^3]$ запремина бакра (намотаја). (4)
в) За дату укупну масу (запремину) намотаја, дату средњу дужину навојка примара и секундара и уз услов да је $K = \text{const}$, користећи изразе изведене под а) и б) одредити однос густина струје примара и секундара при ком Џулови губици имају минималну вредност. (4)
- Да ли се и зашто губици мењају при промени односа ширине и висине проводника, при чему се задржава константан попречни пресек. Филдов сачинилац за намотај који има m проводника у радијалном и n проводника у аксијалном правцу (ширина проводника q и висина проводника p) износи $k_F = 1 + (q\alpha)^4 \cdot m^2/9$, где је $\alpha^2 \approx \pi \mu_0 f / \rho$. (10)
- Колико износи критична вредност струје трополног кратког споја задатог трансформатора ако се квар десио у најнеповољнијем тренутку? Колико је приближно времена потребно да струја постане приближно простопериодична? (10)
- Скицирати расподелу пренапона на намотају са уземљеном неутралном тачком. Која су критична места и зашто? Написати приближан аналитички израз за расподелу напона дуж намотаја у прелазном режиму полазећи од познатих израза за почетну и крајњу расподелу пренапона. (10)
- Примар трансформатора је прикључен на симетричан систем напона номиналне вредности, али су крајеви треће фазе примара погрешно означени (замењени су крајеви С и Z). Одредити фазне и међуфазне напоне секундара у овом случају. Крајеви секундара су отворени, тј. трансформатор ради у празном ходу. Трансформатор је реализован помоћу три монофазне јединице. (10)
- Од једнофазног трансформатора снаге $S_n = 100 \text{ kVA}$, напона $U_1/U_{02} = 400/220 \text{ V}$ превезивањем формирати спрегу аутотрансформатора тако да има што већу пролазну снагу. Колико износе пролазна снага, напони и струје овако формираног аутотрансформатора? (8)

Испит траје 180 минута. Дозвољено је поседовање само једне свеске за рад и концепт. Прецртати оно што није за преглед.

1. a)



б) Неће се променити, јер:

$$U, f = \text{const} \Rightarrow B_m, \Phi = \text{const} \Rightarrow P_{Fe} = \text{const}$$

$$2. \quad I_{2nf} = \frac{S_n}{\sqrt{3} \cdot U_{02f}} = \frac{200 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 400 \cdot 10^3} = 288,7 \text{ A} \quad I_0 = \frac{j_{0n}}{100} \cdot I_{2nf} = \frac{2,5}{100} \cdot 288,7 = 7,217 \text{ A}$$

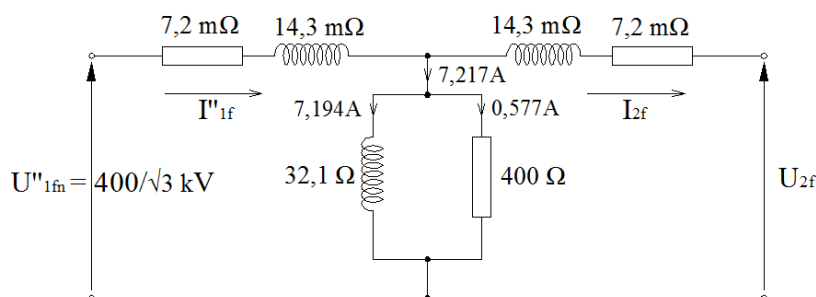
$$I_a = \frac{P_0}{3U_{02f}} = \frac{\sqrt{3} \cdot 400}{3 \cdot 400} = 0,5774 \text{ A} \Rightarrow I_\mu = \sqrt{I_0^2 - I_a^2} = 7,1939 \text{ A}$$

$$R_a = \frac{U_{02f}}{I_a} = \frac{400}{\sqrt{3} \cdot 0,5774} = 400 \Omega, \quad X_\mu = \frac{U_{02f}}{I_\mu} = \frac{400}{\sqrt{3} \cdot 7,1939} = 32,1 \Omega$$

$$R_k = \frac{P_{kn}}{3I_{2nf}^2} = \frac{3,6 \cdot 10^3}{3 \cdot 288,7^2} = 14,4 \text{ m}\Omega \Rightarrow R_1 \approx R_2' = \frac{R_k}{2} = 7,2 \text{ m}\Omega$$

$$Z_k = \frac{u_k}{100} \cdot \frac{U_{1nf}}{I_{1nf}} = \frac{4}{100} \cdot \frac{400}{\sqrt{3} \cdot 288,7} = 32 \text{ m}\Omega$$

$$X_k = \sqrt{Z_k^2 - R_k^2} = \sqrt{32^2 - 14,4^2} = 28,6 \text{ m}\Omega \Rightarrow X_{\sigma 1} \approx X_{\sigma 2}' = \frac{X_k}{2} = 14,3 \text{ m}\Omega$$



3. a) $\cos \varphi = 0,6 \text{ kap} \Rightarrow \sin \varphi = -0,8$

$$\frac{\theta_m}{\theta_{mn}} = \frac{65}{55} = \left(\frac{\beta^2 \cdot 3,6 + 0,4}{3,6 + 0,4} \right)^{0,8} \Rightarrow \beta = 1,122$$

$$u_r = \frac{P_{kn}}{S_n} \cdot 100 = \frac{3,6}{200} \cdot 100 = 1,8\% \Rightarrow u_x = \sqrt{u_k^2 - u_r^2} = 3,57\%$$

$$\left. \begin{aligned} a &= \beta(u_r \cos \phi + u_x \sin \phi) = 1,122 \cdot (1,8 \cdot 0,6 - 3,57 \cdot 0,8) = -1,993\% \\ b &= \beta(u_x \cos \phi - u_r \sin \phi) = 1,122 \cdot (3,57 \cdot 0,6 + 1,8 \cdot 0,8) = 4,019\% \end{aligned} \right\} \Rightarrow \Delta u = a + \frac{b^2}{200} = -1,91\%$$

$$U_2 = 400 \cdot \left(1 + \frac{1,91}{100}\right) = 407,6V$$

$$\eta_{\%} = \frac{\beta S_n \cos \phi}{\beta S_n \cos \phi + \alpha^2 P_{0n} + \beta^2 P_{kn}} \cdot 100 = \frac{1,122 \cdot 200 \cdot 0,6}{1,122 \cdot 200 \cdot 0,6 + 0,4 + 1,122^2 \cdot 3,6} \cdot 100 = 96,47\%$$

$$U_1^* = \frac{10000}{\left(1 + \frac{1,976}{100}\right)} = 9806V \Rightarrow \frac{N_1^*}{N_1} = \frac{U_{1n}}{U_1^*} = \frac{10000}{9806} = 1,0198 \Rightarrow \text{регулатор у положај } +2\%$$

4. Одељак 5.2.3.

5. а) Укупна запремина намотаја је дата изразом:

$$V = l_1 N_1 S_1 + l_2 N_2 S_2 = l(N_1 S_1 + N_2 S_2)$$

На основу услова једнакости магнетопобудних сила примара и секундара има се да је:

$$N_1 I_1 = N_2 I_2 = K \Rightarrow N_1 S_1 J_1 = N_2 S_2 J_2 = K \Rightarrow N_1 S_1 = \frac{K}{J_1}; \quad N_2 S_2 = \frac{K}{J_2}$$

Уврштавањем претходних израза у израз за запремину, добија се тражена релација:

$$V = lK \left(\frac{1}{J_1} + \frac{1}{J_2} \right)$$

б) Треба поћи од израза за укупне губитке у намотајима:

$$P_J = R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2 = \frac{\rho_{Cu} l_1 N_1}{S_1} (J_1 S_1)^2 + \frac{\rho_{Cu} l_2 N_2}{S_2} (J_2 S_2)^2$$

где је $l_1 = l_2 = l$ средња дужина једног навоја примара и секундара, S_1 и S_2 су попречни пресеци проводника примара и секундара, а N_1 и N_2 бројеви навојака примара и секундара. Приметити да су $l_1 N_1$ и $l_2 N_2$ укупне дужине намотаја примара и секундара, тим редоследом. С обзиром на то да губитке треба изразити у функцији укупне запремине намотаја, претходни израз треба преуредити на следећи начин:

$$P_J = \rho_{Cu} l (J_1^2 N_1 S_1 + J_2^2 N_2 S_2) = \rho_{Cu} l \underbrace{(N_1 S_1 + N_2 S_2)}_{\equiv V} \frac{J_1^2 N_1 S_1 + J_2^2 N_2 S_2}{N_1 S_1 + N_2 S_2} = \rho_{Cu} V \frac{J_1^2 N_1 S_1 + J_2^2 N_2 S_2}{N_1 S_1 + N_2 S_2}$$

На основу услова једнакости магнетопобудних сила примара и секундара има се да је:

$$N_1 I_1 = N_2 I_2 \Rightarrow N_1 S_1 J_1 = N_2 S_2 J_2 \Rightarrow \frac{N_1 S_1}{N_2 S_2} = \frac{J_2}{J_1}$$

Уврштавањем претходне једнакости у израз за губитке и дељењем бројиоца и имениоца са $N_1 S_1$ добија се:

$$P_J = \rho_{Cu} V \frac{J_1^2 + J_2^2 \frac{J_1}{J_2}}{1 + \frac{J_1}{J_2}} = \rho_{Cu} V \frac{J_1^2 + J_1 J_2}{1 + \frac{J_1}{J_2}} = \rho_{Cu} V \frac{J_1 J_2 (J_1 + J_2)}{J_1 + J_2} = \rho_{Cu} V J_1 J_2$$

чиме је дато тврђење доказано.

в) С обзиром на то да се тражи однос J_1/J_2 за који су Џулови губици минимални, потребно је израз за Џулове губитке изведен под б) изразити у функцији овог односа. При томе, треба уважити чињеницу да је укупна запремина намотаја константна, тј:

$$V = lK \left(\frac{1}{J_1} + \frac{1}{J_2} \right) = \text{const} \Rightarrow \frac{1}{J_1} + \frac{1}{J_2} = \frac{V}{lK} = K_1 = \text{const}$$

Сада се густина струје секундара може изразити у функцији густине струје примара као:

$$J_2 = \frac{1}{K_1 - 1/J_1}$$

Када се претходна једнакост уврсти у израз за укупне губитке, има се да је:

$$P_J = \rho_{Cu} V \frac{J_1}{K_1 - 1/J_1} = \rho_{Cu} V \frac{J_1^2}{K_1 J_1 - 1}$$

На овај начин, захваљујући ограничењу по укупној запремини намотаја, укупна снага губитака сведена је на функцију једне променљиве – J_1 . Како би се одредила вредност J_1 која обезбеђује минималну вредност губитака, потребно је извод добијене функције по J_1 изједначити са нулом:

$$\frac{dP_J}{dJ_1} = 0 \Rightarrow \rho_{Cu} V \frac{2J_1(K_1 J_1 - 1) - K_1 J_1^2}{(K_1 J_1 - 1)^2} = 0 \Rightarrow J_1 = \frac{2}{K_1}$$

Заменом у релацију која даје везу између J_1 и J_2 , добија се да је:

$$J_2 = \frac{2}{K_1}$$

Дакле, укупни губици у намотајима биће минимални када је испуњен услов $J_1 = J_2$.

НАПОМЕНА: Овај закључак важи само под наведеним околностима, дакле, при константној мпс намотаја, константној укупној маси (запремини) намотаја и међусобно једнаким и константним средњим дужинама навојка примара и секундара.

6. Ако се не мења пресек S , не мењају се ни P_{DC} губици, без обзира на вредност ширине проводника q ($S = p q$). Порастом q расту губици услед вихорних струја, што се види и из формуле за Филдов сачинилац (P_d расту са $(q \alpha)^4 m^2/9$).

7. Израз за временски облик ударне струје кратког споја у једној фази гласи (предавања):

$$i_{k,j}(t) = I_k \sqrt{2} \left[\sin(\omega t + \varphi_0 - \varphi_k) - \sin(\varphi_0 - \varphi_k) e^{-t/T_k} \right],$$

где је j посматрана фаза (А, В или С), φ_0 фазни став напона посматране фазе у тренутку настанка кратког споја, φ_k аргумент импедансе кратког споја, I_k ефективна вредност устаљене струје кратког споја (при номиналном напону) и T_k временска константа кратког споја која је дата изразом:

$$T_k = L_k / R_k = X_k / (\omega R_k),$$

где су X_k и R_k укупна реактанса расипања и отпорност намотаја трансформатора (прорачунате у 2. задатку). Максимална могућа вредност струје кратког споја јавља се када је испуњен услов:

$$\varphi_0 - \varphi_k = -\pi/2$$

у тренутку $\omega t = \pi$ (приближно), и износи:

$$I_{k \max} = I_k \sqrt{2} (1 + e^{-\pi/\omega T_k})$$

Треба имати у виду да се ова максимална вредност струје кратког споја може јавити само у једној фази трансформатора. Максимална вредност линијске струје која се може јавити при ударном трофазном кратком споју је од мањег интереса, с обзиром на то да су фазне струје меродавне за прорачун динамичких напрезања трансформатора која су најизраженија управо при ударном кратком споју. Како би се ова вредност прорачунала, потребно је одредити устаљену вредност струје трофазног к.с. и вредност временске константе:

$$I_k = \frac{U_{1nf}}{Z'_k} = \frac{U_{1n}}{Z'_k} = \frac{U_{1n}}{U_{k1}/I_{1nf}} = \frac{U_{1n}}{\frac{u_{k\%}}{100} U_{1n}/I_{1nf}} = \frac{100 \cdot I_{1nf}}{u_{k\%}} = 166.75 \text{ A}$$

$$T_k = 6.32 \text{ ms}$$

Критична вредност струје трополног кратког споја са стране примара износи:

$$I'_{k \max} \approx 201 \text{ A}$$

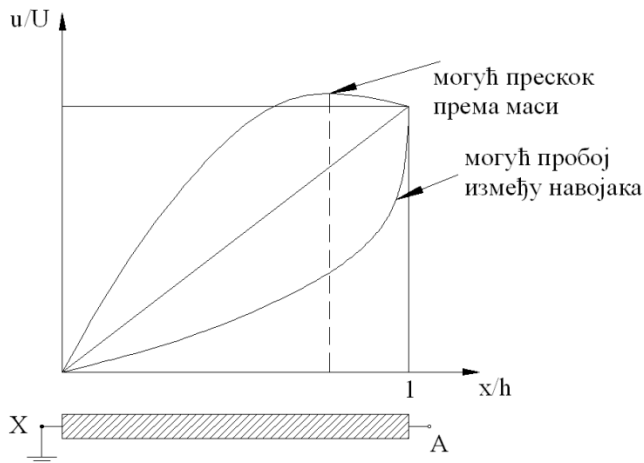
а са стране секундара:

$$I''_{k \max} = n \cdot I'_{k \max} \approx 8703.6 \text{ A}$$

Струја кратког споја ће постати простопериодична после приближно:

$$t_u \approx 4T_k = 25.3 \text{ ms}$$

8. Расподела пренапона дуж намотаја са уземљеним звездиштем у сва три карактеристична интервала приказана је на слици.



Приближан израз за расподелу пренапона у прелазном режиму:

$$u(x) = 2U \frac{x}{h} - U \frac{\sinh \alpha x}{\sinh \alpha h}$$

9. Шема веза векторски дијаграм намотаја приказани су на слици. Као што се може видети са шеме веза и као што је описано у тексту задатка, крајевима С и Z су приликом обележавања замењена места. Намотаји примара су у складу са ознакама везани у троугао и напајање је такође доведено на крајеве у складу са ознакама. Услед тога, напон на намотају фазе с секундара који се налази на истом стубу као и намотај фазе С примара имаће се напон супротног фазног става у односу на онај који би се имао када би намотаји примара били исправно повезани (погледати векторски дијаграм на слици). Стога, фазни напони намотаја секундара једнаки су:

$$\underline{U}_a = -\underline{U}_{AB}/n = 230 \angle -150^\circ \text{ V}$$

$$\underline{U}_b = -\underline{U}_{BC}/n = 230 \angle 90^\circ \text{ V}$$

$$\underline{U}_c = \underline{U}_{CA}/n = 230 \angle 150^\circ \text{ V}$$

Међуфазни напони се сада једноставно добијају:

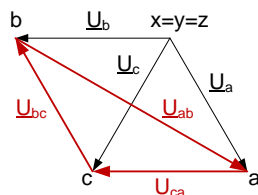
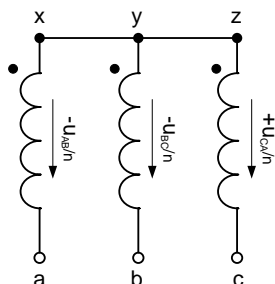
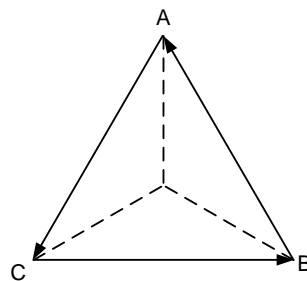
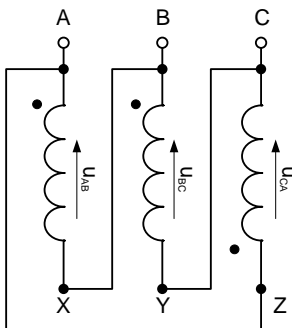
$$\underline{U}_{ab} = \underline{U}_a - \underline{U}_b = 400 \angle -120^\circ \text{ V}$$

$$\underline{U}_{bc} = \underline{U}_b - \underline{U}_c = 230 \angle 30^\circ \text{ V}$$

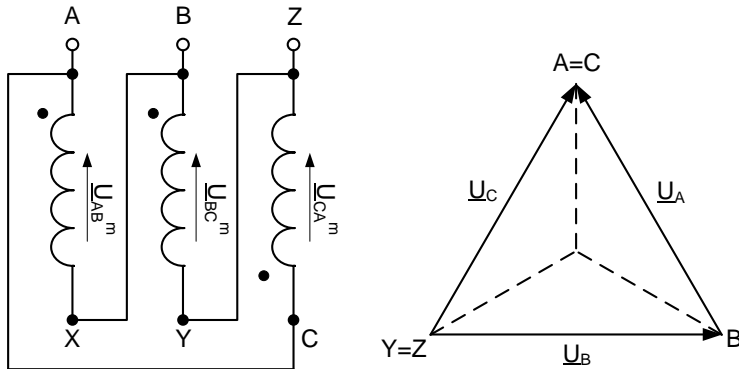
$$\underline{U}_{ca} = \underline{U}_c - \underline{U}_a = 230 \angle 90^\circ \text{ V}$$

Фазни ставови прорачунатих вектора напона добијени су за усвојен вектор напона \underline{U}_A као референтни вектор.

ВАЖНА НАПОМЕНА: При оваквој вези и напајању намотаја примара долази до појаве нулте компоненте флукса. Ово се може уочити



посматрањем фазних напона секундара, чији је векторски збир различит од нуле (флуksеви по стубовима су померени за 90° у односу на одговарајуће фазне напоне секундара). Као што је познато, нулта компонента флуksа се код тростубних трансформатора затвара претежно кроз ваздух, те је одговарајућа реактанса магнетична за нулти редослед величина значајно мања од реактансе магнетична за директни и инверзни редослед. Услед тога, нулта компонента напона примара ће се само делимично „преносити“ на секундар, тако да би се тада морале појединачно третирати директна, инверзна и нулта компонента, уз уважавање смањења реактансе магнетична за нулти редослед. У случају када је језгро трансформатора четворостубно или када је трансформатор реализован помоћу три трофазне јединице, све компоненте флуksа се слободно затварају кроз магнетско коло и индукују у секундару одговарајуће напоне. Због тога се у разматраном случају може радити са укупним фазним напонима, јер се све компоненте напона подједнако преносе са примара на секундар.



Други приступ – применом методе симетричних компоненти:

Да би се применила метода симетричних компоненти, неопходно је најпре крајеве намотаја означити исправно, тј. у складу са позицијом хомологих крајева („тачака“), и напоне фаза изразити у складу са оваквим ознакама, као што је приказано на датој слици. Напони фаза примара у складу са оваквим ознакама једнаки су:

$$\underline{U}_A = \underline{U}_{AB}^m = 10 \angle 30^\circ \text{ kV}$$

$$\underline{U}_B = \underline{U}_{BC}^m = 10 \angle -90^\circ \text{ kV}$$

$$\underline{U}_C = -\underline{U}_{CA}^m = 10 \angle -30^\circ \text{ kV}$$

Експонентом m означени су напони мреже, како би се направила разлика између напона намотаја и напона мреже. Сада се на дате фазне напоне може применити метода симетричних компоненти:

$$\underline{U}_{Ad} = \frac{1}{3}(\underline{U}_A + a\underline{U}_B + a^2\underline{U}_C) = 3.33 \angle 30^\circ \text{ kV}; \quad \underline{U}_{Bd} = a^2\underline{U}_{Ad} = 3.33 \angle -90^\circ \text{ kV}; \quad \underline{U}_{Cd} = a\underline{U}_{Ad} = 3.33 \angle 150^\circ \text{ kV};$$

$$\underline{U}_{Ai} = \frac{1}{3}(\underline{U}_A + a^2\underline{U}_B + a\underline{U}_C) = 6.67 \angle 90^\circ \text{ kV}; \quad \underline{U}_{Bi} = a\underline{U}_{Ai} = 6.67 \angle 210^\circ \text{ kV}; \quad \underline{U}_{Ci} = a^2\underline{U}_{Ai} = 6.67 \angle -30^\circ \text{ kV};$$

$$\underline{U}_{A0} = \underline{U}_{B0} = \underline{U}_{C0} = \underline{U}_0 = \frac{1}{3}(\underline{U}_A + \underline{U}_B + \underline{U}_C) = 6.67 \angle -30^\circ \text{ kV}$$

С обзиром на то да је трансформатор изведен помоћу три монофазне јединице, све три компоненте се преносе на секундар:

$$\underline{U}_{ad} = -\underline{U}_{Ad}/n = 76.67 \angle -150^\circ \text{ V}; \quad \underline{U}_{ai} = -\underline{U}_{Ai}/n = 153.33 \angle -90^\circ \text{ V}; \quad \underline{U}_{a0} = -\underline{U}_0/n = 153.33 \angle 150^\circ \text{ V}$$

$$\underline{U}_{bd} = a^2\underline{U}_{ad} = 76.67 \angle -270^\circ \text{ V}; \quad \underline{U}_{bi} = a\underline{U}_{ai} = 153.33 \angle 30^\circ \text{ V}; \quad \underline{U}_{b0} = \underline{U}_{a0} = 153.33 \angle 150^\circ \text{ V}$$

$$\underline{U}_{cd} = a\underline{U}_{ad} = 76.67 \angle -30^\circ \text{ V}; \quad \underline{U}_{ci} = a^2\underline{U}_{ai} = 153.33 \angle -210^\circ \text{ V}; \quad \underline{U}_{c0} = \underline{U}_{a0} = 153.33 \angle 150^\circ \text{ V}$$

Одавде се могу одредити фазни напони секундара као:

$$\underline{U}_a = \underline{U}_{ad} + \underline{U}_{ai} + \underline{U}_{a0} = 230 \angle -150^\circ \text{ V}$$

$$\underline{U}_b = \underline{U}_{bd} + \underline{U}_{bi} + \underline{U}_{b0} = 230 \angle 90^\circ \text{ V}$$

$$\underline{U}_c = \underline{U}_{cd} + \underline{U}_{ci} + \underline{U}_{c0} = 230 \angle 150^\circ \text{ V}$$

што су исте вредности као и оне добијене када су коришћене фазне величине. У случају да је трансформатор био тростубни, нулта компонента напона секундара би била мања него у овом случају, с обзиром на знатно мању вредност реактансе магнетична за нулти редослед.

Очигледно је да ће међуфазни напони имати исте вредности као и у првом прорачуну, с обзиром на то да су вредности фазних напона исте.

10. Пролазна снага биће максимална при мањој вредности преносног односа од две могуће, тј. када је аутотрансформатор формиран као на датој слици. Напони и струје трансформатора тада износе:

$$U_{1a} = U_1 + U_{02} = 620 \text{ V}$$

$$U_{2a} = U_1 = 400 \text{ V}$$

$$I_{1a} = I_{2n} = \frac{S_n}{U_{02}} = 454.5 \text{ A}$$

$$I_{2a} = I_{1n} + I_{2n} = 704.5 \text{ A}$$

Пролазна снага се сада може одредити као:

$$S_a = U_{1a} I_{1a} = U_{2a} I_{2a} = 281.8 \text{ kVA}$$

