Школска година 2023 / 2024 Припремио: Проф. Зоран Радаковић децембар 2023



прочитати информативно (из тог дела градива неће се постављати питања на испиту)

# 6. Прелазне појаве

У досадашњем делу излагања углавном се говорило о устаљеним стањима током рада трансформатора. Поред њих, постоје и прелазни процеси. У поглављу 5. је било речи о спорим топлотним прелазним процесима, који су били од практичног интереса због могућности оптерећивања трансформатора струјама већим од номиналних. Код трансформатора се јављају и брзи електрични прелазни процеси, које је потребно познавати како би се применила адекватна решења којима се избегава а) оштећење трансформатора и б) искључење трансформатора, уколико не постоји опасност а), због непотребног реаговања заштите трансформатора. У овом поглављу се говори о три таква прелазна електрична процеса:

- укључење трансформатора
- кратак спој
- пренапони

При укључењу трансформатора јављају се струје које су вишеструко (према [1], 3.5 до 40 пута, према [2] 6 до 8 пута; као нека оријентациона вредност може се наћи 10) веће од номиналне  $I_n$ . Оријентационо, струја празног хода  $I_0$  у стационарном стању износи око 3 %  $I_n$  за мање енергетске трансформаторе, односно 0.1 %  $I_n$  за веће трансформаторе, што значи да струја при укључењу трансформатора у празном ходу може да достигне вредности које су више стотина пута веће од устаљене струје празног хода I<sub>0</sub>. Ова појава је **последица реманентног флукса** у магнетном колу и ефекта засићења магнетног кола, до кога долази током прелазног електромагнетног процеса при укључењу. Традиционално, струја укључења се израчунава за случај када је секундар неоптерећен. Струја која би протицала кроз секундар у случају да је он у тренутку укључења оптерећен је много мања од велике струје магнећења која се јавља током укључења, па се занемарује. Тиме се поједностављује анализа, уз занемарљиву грешку коју изазива овакав приступ процени максималне вредности струје укључења. Као што ће се видети у одељку 6.1, одређивање временског тока промене струје при укључењу представља тежак теоријски задатак. Са практичног становишта, најважније је да се примени таква релејна заштита која неће реаговати при укључењу трансформатора. Поред тога, постоје још два техничка аспекта, која су у пракси мање критична: 1) да сам трансформатор не буде механички и термички угрожен услед протицања струје укључења и 2) да полазна струја не направи превелики пад напона на сабирницама у електроенергетској мрежи на које су прикључени и други пријемници, што се карактерише као погоршање квалитета електричне енергије. Ова два техничка аспекта се могу решити адекватном заштитом, која треба да буде подешена тако да искључи трансформатор уколико, због неповољног тренутка укључења, полазна струја има вредности које би угрозиле трансформатор или довеле до превеликих падова напона.

У претходним излагањима је објашњено да при кратком споју на секундару трансформатора кроз трансформатор протичу велике струје ( $1 / u_k$  пута веће од номиналне  $I_n$ ). Током прелазног процеса након настанка кратког споја долази до појаве једносмерне компоненте струје, због чега **вршна вредност струје** (максимална тренутна вредност струје) превазилази вредност максималне

наизменичне струје у устаљеном стању ( $\sqrt{2}$  (1 /  $u_k$ )  $I_n$ ). Познавање максималне тренутне вредности струје је од интереса за проверу механичких сила које се јављају у трансформатору, као и у елементима мреже кроз које ова струја протиче.

Пренапони су последица **атмосферског пражњења** (спољашњи пренапони) или погонских мрежних комутационих процеса (приликом укључења и искључења прекидача у електроенергетској мрежи) или кварова (пре свега земљоспоја или несиметричних кварова у мрежи). Познавање вредности пренапона је од интереса за пројектовање пренапонске заштите и проверу диелектричне издржљивости трансформатора на који наилази пренапон настао услед неког од претходно наведених узрока.

## 6. 1. УКЉУЧЕЊЕ НЕОПТЕРЕЋЕНОГ ТРАНСФОРМАТОРА

Временски ток и максимална вредност струје при укључењу трансформатора у празном ходу (без оптерећења на секундару) зависи од заосталог (реманентног) флукса у магнетном колу и максималне магнетне индукције према којој је пројектовано магнетно коло (на слици 6.1 је приказан реалан положај радне тачке (М и М') који је усвојен при пројектовању трансформатора). Као што ће се видети, магнетно коло током овог прелазног процеса улази у засићење, због чега ће математички модел који описује појаву бити нелинеаран и једначине компликоване за решавање. У наставку текста ће се прикаће два упрошћена поступка, чија је примена довољно једноставна, а тачност прихватљива, чијом се применом долази до таласног облика струје при укључењу трансформатора.



Слика б.1

У објашњењу појаве ће се поћи од еквивалентне шеме трансформатора у празном ходу у којој је занемарена отпорност у грани магнећења (ова отпорност моделује губитке у гвожђу); заменска шема трансформатора се тада своди на редну везу отпорности намотаја примара R и сопствене индуктивности примарног намотаја L (једнаке збиру индуктивности расипања примара  $L_{I\sigma}$  и међусобне индуктивности (она је једнака индуктивности у грани магнећења)  $L_{\mu}$ ). У анализама које следе сматра се да је напон мреже простопериодична функција времена:

$$u = U_m \sin\left(\omega t + \varphi_0\right) \tag{6.1}$$



Слика 6.2

Имајући у виду да ће се током анализираног процеса ући у зону засићења на магнетној карактеристици, једначину напонске равнотеже је погодније писати преко флукса (укупног флукса кроз намотај  $\Psi$ ), а не преко индуктивности (реактансе), која се мења по уласку у зону засићења:

$$u - \frac{d\Psi}{dt} - R \, i = 0 \tag{6.2}$$

Имајући у виду израз (6.1) и  $\Psi = L i$ , једначина (6.2) се може написати као

$$\frac{d\Psi}{dt} + \frac{R}{L(\Psi)}\Psi = U_m \sin\left(\omega t + \varphi_0\right)$$
(6.3)

С обзиром да је индуктивност L много већа од отпорности R, први сабирак на левој страни једначине је много већи од другог сабирка, па се неће учинити велика грешка ако се сматра да L не зависи од  $\Psi$ , већ да је L константно, односно да је претходна једначина линеарна. Ово је кључно упрошћење у првом упрошћеном поступку, после кога се једноставно долази до максималне вредности струје укључења. Партикуларно решење гласи (индекс *s* указује да се ради о симетричној простопериодичној компоненти):

$$\Psi_s(t) = \Psi_m \sin\left(\omega t + \varphi_0 - \varphi\right) \tag{6.4}$$

где је:

$$\Psi_m = \frac{U_m}{\omega} \tag{6.5}$$

$$\varphi = \operatorname{arc} tg \frac{L}{\omega R}, \qquad (6.6)$$

Решење хомогене једначине гласи (индекс *a* указује да се ради о апериодичној компоненти)

$$\Psi_a(t) = C e^{-\frac{R}{L}t}$$
(6.7)

где је *С* интеграциона константа, која се одређује из почетног услова да је вредност флукса у почетном тренутку

$$\Psi(t=0) = \Psi_r \tag{6.8}$$

Дакле,

$$\Psi(t) = \Psi_a(t) + \Psi_s(t) = C e^{-\frac{R}{L}t} + \Psi_m \sin(\omega t + \varphi_0 - \varphi)$$
(6.9)

$$C = \Psi_r - \Psi_m \sin(\varphi_0 - \varphi) \tag{6.10}$$

$$\Psi(t) = (\Psi_r - \Psi_m \sin(\varphi_0 - \varphi)) e^{-\frac{R}{L}t} + \Psi_m \sin(\omega t + \varphi_0 - \varphi)$$
(6.11)

Иако улазак у засићење доводи до смањења *L*, оно и даље остаје велико, односно временска константа T = L/R остаје значајно већа од 50 Hz периоде (20 ms). Временска константа *T* оријентационо, за савремене велике трансформаторе, износи 10 до 20 s, што значи да ће у првих неколико периода након укључења трансформатора члан ( $\Psi_r - \Psi_m \sin(\varphi_0 - \varphi)$ )  $e^{-\frac{R}{L}t}$  имати практично константну вредност. На основу те чињенице и чињенице да амплитуда периодичне компоненте магнетног флукса не зависи од *L*, закључује се да усвајање апроксимације да је *L* константно не утиче битно на вредности магнетног флукса током првих неколико периода након укључења трансформатора.

Максимална вредност флукса се постиже када се трансформатор укључи у тренутку у коме је фазни став напона  $\varphi_0$  такав да је  $\varphi_0 - \varphi = -\pi/2$ , односно једнак  $\varphi_0 = \varphi - \pi/2$ ; тада је  $-\sin(\varphi_0 - \varphi) = 1$ , па је  $(\Psi_r - \Psi_m \sin(\varphi_0 - \varphi)) = (\Psi_r + \Psi_m)$ . Максимална вредност флукса се постиже у тренутку t = 10 ms, када је једносмерна компонента  $\Psi_r + \Psi_m$  (t = 10 ms << T), а наизменична  $\Psi_m \sin(\omega t + \varphi_0 - \varphi) = \Psi_m \sin(\pi + \varphi_0 - \varphi) = \Psi_m \sin\left(\pi - \frac{\pi}{2}\right) = \Psi_m$ :

$$\Psi_{max} = (\Psi_r + \Psi_m) + (\Psi_m) = \Psi_r + 2 \Psi_m \tag{6.12}$$

Према [4], типична вредност реманентног магнетног флукса износи  $\Psi_r = 0.9 \Psi_m$ , што значи да је  $\Psi_{max} = 2.9 \Psi_m$ .

Графички приказ временске промене апериодичне компоненте, симетричне простопериодичне компоненте и укупног флукса, дат је на слици 6.3. Промена струје у времену се може добити пресликавањем промене флука у промену магнетног поља (струје магнећења) на начин сличан пресликавању приказаном на слици 2.15.



Као што је већ речено, према [4], типична вредност реманентног магнетног флукса износи  $\Psi_r = 0.9 \ \Psi_m$ , што значи да је хистерезис релативно узак (приказ на слици 6.1 је квалитативан, док је његов облик приказан на слици 6.4 много реалнији, са  $\Psi_r = 0.9 \ \Psi_m$ ). Имајући у виду реални облик хистерезиса, он се може апроксимирати са две праве линије, као што је приказано на слици 6.5: вертикалним делом,  $\mu_{Fe} \to \infty$  и линијом карактерисаном нагибом  $\mu = \mu_0$  (ово значи да магнетно коло, због засићења, по достизању тачке на колену криве магнећења врло брзо губи феромагнетна својства, односно да је раст магнетне индукције са порастом магнетног поља исти као да је простор магнетног кола испуњен ваздухом). Ово је основа другог упрошћеног поступка којим се долази до временске промене вредности струје укључења и њене максималне вредности. Полазећи од временског тока флукса при укључењу трансформатора приказаног на слици 6.3 и наведене идеализације криве магнећења, конструкцијом приказаном на слици 6.5 може се одредити приближан ток струје укључења трансформатора (прецизнија процена се заснива на изразу (6.14)).



На сликама 6.3 и 6.5 је дата скица (квалитативни приказ) опадања једносмерне компоненте магнетног флукса. Њено стварно опадање је много спорије од скицираног. Као што је већ речено, полупериода промене наизменичне компоненте је 10 ms, што је много мање од временске константе опадања једносмерне компоненте T (она оријентационо износи 10 до 20 s), што значи да се једносмерна компонента практично уопште неће променити током 10 ms, односно у тренутку 10 ms од тренутка укључења ће бити практично једнака вредности у тренутку укључења.

Дељењем укупног магнетног флукса  $\Psi$  са бројем навојака *N*, добија се вредност магнетног флукса кроз један навојак, односно магнетни флукс кроз попречни пресек намотаја:

$$\Phi_{max} = \Phi_r + 2\,\Phi_m \tag{6.13}$$

На попречном пресеку магнетног кола, приказаном на слици 6.6, могу се уочити површина гвожђа  $S_{Fe}$  и површина попречног пресека навојка  $S_n$  (разлика површина  $S_n - S_{Fe}$  представља површину ваздушног простора унутар навојка). Због засићења магнетног кола, његов магнетни отпор расте, односно паралелни пут флукса кроз ваздух није више драстично већи од магнетног отпора гвожђа, па га треба узети у обзир. Флукс из једначине (6.13) се затвара кроз магнетни материјал и ваздух:

$$\Phi_{max} = \Phi_{Fe} + \Phi_{vaz} = B_{Fe} S_{Fe} + \mu_0 H_{max} (S_n - S_{Fe}) = \mu_0 H_{max} S_n + (B_{Fe} - \mu_0 H_{max}) S_{Fe}$$
(6.14)



Са слика 6.4 и 6.5 се види да је веза између магнетне индукције  $(B_{Fe})$  и индукције потпуног засићења магнетног материјала  $(B_z)$ 

$$B_z = B_{Fe} - \mu_0 H_{max} \tag{6.15}$$

(из Амперовог закона, јачина магнетног поља има исту вредност у магнетном материјалу и у ваздуху). Из (6.13) - (6.15) следи

$$2 \Phi_m + \Phi_r = \mu_0 H_{max} S_n + B_z S_{Fe}$$
(6.16)

Примењујући Амперов закон, односно из једнакости вредности циркулације магнетног поља (дужина *l* представља укупну дужину затворене контуре магнетног поља) са бројем обухваћених ампер-навојака, има се

$$2 \Phi_m + \Phi_r = \mu_0 N I_{0 max} \frac{S_n}{l} + B_z S_{Fe}$$
(6.17)

Након изражавања реманентног флукса у магнетном колу  $\Phi_r$  преко производа пресека магнетног кола  $(S_{Fe})$  и реманентне магнетне индукције  $(B_r)$ , долази се до

$$2 \Phi_m + B_r S_{Fe} = \mu_0 N I_{0 max} \frac{S_n}{l} + B_z S_{Fe}$$
(6.18)

Имајући у виду везу између максималне вредности флукса кроз навојак  $\Phi_m$  и максималне вредности простопериодичног напона  $\Phi_m (= \Psi_m / N) = U_m / (\omega N)$ , из једначине (6.18) се долази до вредности максималне струје која се јавља при укључењу

$$I_{0 max} = \frac{S_{Fe}}{S_n} l \frac{2 \frac{U_m}{\omega N S_{Fe}} + B_r - B_z}{\mu_0 N}$$
(6.19)

Ситуација код трофазних трансформатора се донекле разликује јер је вредност напона на сваком од стубова (намотаја фаза) у тренутку укључења различита. Због тога долази до несиметрије магнетног флукса по стубовима, а последично и до вредности струја намотаја. Крајњи ефекат је да је у случају спреге D (троугао), максимална вредност линијске струје мања од  $\sqrt{3}$  (максимална вредност струје у фази у критичном намотају). У случају спреге У (звезда) релативне вредности струја према мрежи (у односу на номиналне) су нешто веће него код спреге D, али мање од оних које би се имале код монофазних трансформатора.

Да би се постигло да у случајевима када је струја укључења толика да не угрожава трансформатор и не изазива неприхватљиве падове напона, потребно је дефинисати алгоритме и поступке подешавања параметара релејне заштите трансформатора тако да она не реагује. Често коришћени принцип је да релејна заштита не реагује иако се детектује струја чија је вредност већа од номиналне ( $I_n$ ), али мања од дефинисаног мултипла номиналне ( $I_{max} = K_{max} I_n$ ), уколико је други хармоник струје, карактеристичан за струју укључења, већи од задате граничне вредности. Поред ове две вредности, контролише се и топлотни импулс  $A = \int_{0}^{t} i^{2}(t) dt$ ; уколико топлотни импулс преће дозвољену вредност, трансформатор се искључује.

При подешавању релејне заштите трансформатор не сме бити угрожен ни механички ни термички. Механичко напрезање зависи од максималне вредности струје ( $I_{max} = K_{max} I_n$ ), односно највеће је при вршној вредности струје, док је за термичко напрезање (максимална дозвољена температура) битан и временски ток струје, односно укупни топлотни импулс  $A_{max} = \int_{0}^{t} i^{2}(t) dt$  који се генерише услед протицања струје укључења.

Силе које делују на намотај при укључењу трансформатора у празном ходу (прикључење на напон ВН стране) нису исте као при кратком споју, чак и у случају да су ефективне вредности струја укључења и кратког споја исте. Разлог је другачија расподела расутог флукса када струја постоји само у једном (ВН) намотају (случај празног хода), и када струја постоји у више (ВН и НН) намотаја (кратак спој). Као што ће се видети у следећем одељку 6.2., силе зависе од расподеле расутог флукса.

Традиционално, сматра се да су напрезања већа при кратком споју и врши се њихова провера, али не треба искључити могућност да се код специфичних конструкција јаве и толико велике струје при укључењу трансформатора које би могле механички или термички да угрозе трансформатор; у таквим случајевима релејну заштиту треба подесити тако да искључи трансформатор ако се деси да је укључење било у тренутку при коме се јављају струје укључења које угрожавају трансформатор ( $I > I_{max} = K_{max} I_n$ ,  $Q > Q_{max} = \int_o^t i^2(t) dt$ ); у том случају је потребно покушати поновно укључење, "са надом" да ће временски тренутак укључења у току мрежне периоде напона бити повољнији са становишта максималне струје укључења.

## 6. 2. УДАРНИ КРАТАК СПОЈ

## 6.2.1. Природа и максимална вредност струје кратког споја

Током прелазног електричног процеса по настанку кратког споја струја достиже вредност која је већа од максималне вредности наизменичне компоненте струје која би се имала у устаљеном простопериодичном режиму за трансформатор у кратком споју.

Анализа ове појаве се заснива на заменској шеми трансформатора у којој је занемарена грана магнећења (слика 6.7); образложење овог занемарења је дато у поглављу 3.4 - струја магнећења је мања него у нормалном раду јер је флукс у магнетном колу мањи - у случају да су реактансе расипања трансформатора на примару и секундару сведене на исти напонски ниво једнаке, напон на импеданси магнећења би био једнак половини номиналног. Приближно, флукс кроз магнетно коло и струја у грани магнећења заменске шеме би били једнаки половини њихових вредности у нормалном радном режиму. Са друге стране, струје кроз примар и секундар при кратком споју су вишеструко веће од њихових номиналних вредности, што представља додатно оправдање да се грана магнећења изостави из заменске шеме. Дакле, заменска шема има облик приказан на слици

6.7., а импеданса која ограничава струју при простопериодичном напону  $Z_k = \sqrt{R_k^2 + X_k^2} =$ 



Слика 6.7

При простопериодичном мрежном напону важи следећа диференцијална једначина

$$L_k \frac{di_k}{dt} + R_k i_k = U_m \sin(\omega t + \varphi_0)$$
(6.20)

где је  $\varphi_0$  почетна фаза напона. Опште решење једначине се одређује као збир решења хомогене једначине — оно представља апериодични члан ( $i_a$ ) и партикуларног решења једначине — оно представља простопериодични симетрични члан ( $i_s$ ):

$$i_{k} = i_{a} + i_{s} = I_{a} e^{-\frac{t}{T_{k}}} + I_{km} \sin(\omega t + \varphi_{0} - \varphi_{k})$$
(6.21)

 $I_{a}$  представља интеграциону константу, чија се вредност одређује из почетног услова, а  $T_{k} = \frac{L_{k}}{R_{k}}$ временску константу опадања апериодичне компоненте.  $I_{km}$  представља максимум простопериодичне симетричне компоненте струје, једнак  $I_{km} = \frac{U_{m}}{\sqrt{R_{k}^{2} + X_{k}^{2}}}$ , а  $\varphi_{k}$  фазни став

простопериодичне струје у односу на фазни став простопериодичног напона  $\varphi_k = arctg(\frac{x_k}{R_k})$ . У случају да трансформатор у тренутку настанка кратког споја није био оптерећен, почетни услов гласи  $i_k$  (*t*=0) = 0, одакле се добија вредност интеграционе константе

$$I_a = -I_{km}\sin(\varphi_0 - \varphi_k) \tag{6.22}$$

Уврштавањем интеграционе константе у израз (6.21) добија се

$$i_k = I_{km} \left( \sin(\omega t + \varphi_0 - \varphi_k) - \sin(\varphi_0 - \varphi_k) e^{-\frac{t}{T_k}} \right)$$
(6.23)

Временска константа промене једносмерне компоненте струје при краком споју износи  $T_k = L_k / R_k$  ( $R_k$  је збир отпорности намотаја примара и отпорности намотаја секундара сведене на примар, а  $L_k$  је збир индуктивности расипања примара и индуктивности расипања секундара сведене на примар) и много је мања од временске константе при укључењу трансформатора, која је приближно одређена отпорношћу примара и индуктивношћу магнећења  $T = L_\mu / R_1 \approx 2 L_\mu / R_k$ . Познато је да је  $X_\mu$  много (за неколико редова величине) веће од  $X_k$ , што значи да је трајање прелазне електричне појаве током кратког споја много краће од прелазне електричне појаве током укључења трансформатора. Временска константа  $T_k$  је толико мала да једносмерна компонента значајно опадне већ у току једне полупериоде (10 ms). Максимална вредност апериодичне компоненте, а самим тим и највећа тренутна вредност струје кратког споја  $i_k$  ће се имати уколико се кратак спој деси у тренутку у коме је почетна фаза напона једнака  $\varphi_0 - \varphi_k = -\pi/2$ . У том случају израз (6.23) постаје

$$i_{k} = I_{km} \left( e^{-\frac{t}{T_{k}}} + \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) \right) = I_{km} \left( e^{-\frac{t}{T_{k}}} - \cos(\omega t) \right)$$
(6.24)



Слика 6.8

Први, највећи, максимум функције  $i_k(t)$  настаје приближно за  $\omega t^* = \pi$ , и он износи

$$I_{k,max} = I_{km} \left( 1 + e^{-\frac{\pi}{\omega T_k}} \right) = k_m I_{km}$$
(6.25)

при чему су типичне вредности за  $k_m$  од 1.7 до 1.8 за велике, односно 1.3 до 1.4 за мање трансформаторе. Знајући да је устаљена струја кратког споја

$$I_k = \frac{I_{km}}{\sqrt{2}} = \frac{U_n}{Z_k} \tag{6.26}$$

односно, у процентуалним вредностима

$$i_k = \frac{100}{z_{k,\%}} = \frac{100}{u_{k,\%}} \tag{6.27}$$

за максималну (ударну) струју током прелазног процеса, изражену у процентима, добија се

$$i_{k,max} = \sqrt{2} \, 100 \, \frac{\kappa_m}{u_{k,\%}} \tag{6.28}$$

Струја кратког споја у прелазном електричном режиму након настанка кратког споја је функција две променљиве – времена, али и фазног става напона у тренутку настанка квара  $\varphi_0$  (битна је разлика овог фазног става и угла фазора импедансе кратког споја:  $\varphi_0 - \varphi_k$ ) Стриктно математички посматрано, максимална вредност струје се може посматрати као проблем тражења максимума функције две променљиве. Као што је речено, максимум се има приближно за  $\varphi_0 - \varphi_k = -\pi/2$  и  $t=\pi/\omega$ .

Струје кратког споја су велике — вредност струје која би се имала у устаљеном простопериодичном режиму је  $1 / u_k$  пута већа од номиналне струје, а највећа тренутна вредност већа за додатних 30 до 80%. Тако велике струје изазивају велике силе на делове трансформатора, као и велика загревања и порасте температуре.

Највећа механичка напрезања, односно највеће силе се јављају при највећој тренутној вредности струје. Као што ће се видети из даљег текста, ове силе зависе од вредности струје кроз проводнике, али и од магнетног поља на позицијама проводника (од поља расипања), које је највеће при највећим вредностима струје.

Утицај једносмерне компоненте струје на загревање није тако значајан јер једносмерна компонента брзо опада, па не ствара значајну топлотну енергију, односно не утиче значајно на пораст температуре намотаја. Релејна заштита детектује кратак спој и брзо искључује трансформатор, тако да укупни топлотни импулс који загрева трансформатор није тако велики. Анализа дужине трајања квара, односно времена реаговања релејне заштите на старење трансформатора које настаје као резултат краткотрајних порасте температуре током кратког споја, може се наћи у [3] (доступно на <u>http://term-procesi.etf.rs/dokumenti/istrazivanja/paper 8.pdf</u>).

Стандардна провера која се врши при пројектовању је да ли је топлотни импулс у току трајања квара  $\int_0^{t^*} i(t)^2 dt (t^*)$  је време трајања квара) мањи од дозвољеног топлотног импулса, који зависи од карактеристика бакра (алуминијума), радне температуре и максималне температуре која се дозвољава за примењену класу изолације. Поступак се базира на претпоставци да се процес загревања током краткотрајног кратког споја може сматрати адијабатским.

## 6.2.2. Правац, смер и интензитет сила

Механичке силе у нормалном раду нису опасне, односно напрезања која оне изазивају не угрожавају трансформатор. О њима се води рачуна, односно њихово израчунавање је од интереса, само при прорачуну буке - звук који се производи услед малих осцилација се суперпонира са звуком услед магнетострикције магнетног кола.

Силе су сразмерне квадрату струје, због чега се значајно повећавају при кратком споју, када је струја за ред величине већа од струје при нормалном раду. Последице су вишеструке: може да дође до пластичних деформација намотаја, као и до померања комплетног намотаја јер сам систем намотаја није крут. Поред тога, због наизменичне природе сила (учестаност 100Hz) постоји опасност од резонансе, и свих њених последица.

Пре навођења општег израза за силу преко струје и магнетног поља на месту проводника, израз (6.30), извршиће се квалитативна анализа узрока настанка сила, њиховог интензитета, правца и смера деловања.

На слици 6.9 су приказана два паралелна проводника кроз које протичу струје у истом смеру. Подужна сила којом се проводници привлаче је једнака

$$F = \frac{\mu_0}{2 \pi d} \, i_1 i_2 \tag{6.29}$$

Проводници се привлаче када су струје истог смера, а одбијају када су струје супротног смера.

Пошто је у кратком споју, исто као и у нормалном раду, струја у секундару супротног смера од струје у примару, намотаји примара и секундара ће се одбијати (слика 6.10). То значи да ће унутрашњи намотај тежити да се скупи, а спољашњи да се рашири: силе су *радијалне*, и означене су на слици 6.10 са  $F_r$ .

Ако се сад посматра сваки намотај за себе, констатоваће се да струје у појединим навојцима имају исте смерове, те долази до *привлачења*: сваки намотај тежи да се скупи, тј. да смањи своје димензије. Те силе се испољавају првенствено у *аксијалном* правцу и оне су на слици 6.10 означене са  $F_a$ .



Слика 6.9



Слика 6.10

Претходни уводни текст је имао за циљ квалитативно разумевање. За тачно проучавање интензитета ових сила треба поћи од основног израза за силу ( $\vec{F}$ ) која делује на проводник са струјом *I* који се налази у магнетном пољу чија је вредност магнетне индукције услед расипања  $\vec{B}$ :

$$\vec{F} = I \vec{L} \times \vec{B}, \tag{6.30}$$

где је  $\vec{L}$  вектор који је дефинисан као дуж проводника која је усмерена у референтном смеру струје, *I* интензитет струје. Уколико је облик проводника "закривљен", као што је случај у намотају, законитост (6.30) се може применити на његов елементарни (бесконачно мали) део, које се може посматрати као праволинијски.

Применом векторског производа (6.30) за приближну расподелу поља приказану на слици 6.11 долази се до смера сила приказаног на слици 6.12. Детаљнија расподела магнетног поља може се видети у одељку 4А.3., слика 4А5 - Ђ. Имајући у виду да је вектор  $\vec{L}$  усмерен дуж проводнике, односно дуж координате *z*, а магнетна индукција има *x* и *y* компоненту, аксијална компонента поља *B<sub>y</sub>* изазива радијалну силу *F<sub>x</sub>* (*F<sub>r</sub>*), док радијална компонента поља *B<sub>x</sub>* изазива аксијалну силу *F<sub>y</sub>* (*F<sub>a</sub>*).



Слика 6.11



Слика 6.13

У даљем тексту се излаже поједностављени приступ, који се заснива на Лагранжовој теореми и укупној магнетној енергији расутог флукса (одељак 4А. 4. 2.). Могло би се рећи да овај приступ прати традиционални поједностављени приступ по коме је одређивана и реактанса расипања. Лагранжова теорема виртуелних помераја гласи: "Сила је једнака првом изводу енергије (у овом случају магнетне) у смеру координате коју она тежи да промени". Вредност силе у аксијалном правцу, по координати висине намотаја (координата у на претходним сликама) *F*<sub>a</sub> има вредност

$$F_a = \frac{\partial W_m}{\partial h},\tag{6.31}$$

где је *W<sub>m</sub>* магнетна енергија:

$$W_m = \frac{1}{2} L \, i^2 \tag{6.32}$$

Одатле се добија

$$F_a = \frac{1}{2} i^2 \frac{\partial L}{\partial h} \tag{6.33}$$

Функционална зависност индуктивности расипања, која је управо и изведена из магнетне енергије расутог флукса, гласи (4А.25):

$$L_{k} = \frac{X_{k}}{\omega} = \mu_{0} N^{2} k_{R} \pi D_{m} \left(\frac{a}{3} + \delta + \frac{b}{3}\right) \frac{1}{h}$$
(6.34)

Уврштавањем израза за коефицијент Роговског (4А.24),  $k_R \approx 1 - \frac{a+\delta+b}{\pi h}$ , у претходни израз, долази се до

$$L_{k} = \mu_{0} N^{2} \pi D_{m} \left(\frac{a}{3} + \delta + \frac{b}{3}\right) \frac{1}{h} \left(1 - \frac{a + \delta + b}{\pi h}\right)$$
(6.35)

Димензија која се виртуелно мења у аксијалном правцу је висина намотаја (*h*). Налажењем парцијалног извода реактансе по координати аксијалног виртуелног помераја и сређивањем израза добија се

$$\frac{\partial L_k}{\partial h} = -\mu_0 N^2 \pi D_m \,\delta' \frac{1}{h^2} (2 \, k_R - 1) \tag{6.36}$$

где је  $\delta' = \frac{a}{3} + \delta + \frac{b}{3}$ .

Аксијална сила, којој су при ударној струји изложени и намотај примара и напон секундара, добија се из израза (6.30) и (6.33)

$$F_a = -\frac{1}{2} \left(\frac{N I_{k,max}}{h}\right)^2 \mu_0 \pi D_m \,\delta'(2 k_R - 1)$$
(6.37)

Негативан знак указује на то да силе делују у смеру скраћења намотаја ( $\Delta h < 0$ ).

Димензија која се виртуелно мења у радијалном правцу је ширина међупростора између унутрашњег и спољашњег намотаја ( $\delta$ ). Иако би математички посматрано као величине виртуелног помераја могле да се узму и ширине намотаја *a* и *b*, узима се  $\delta$  јер је то димензија која може да се промени (између намотаја постоје одстојници од прешпана или сличног материјала. Налажењем парцијалног извода реактансе по координати радијалног виртуелног помераја долази се до

$$\frac{dL_k}{d\delta} = \mu_0 N^2 \pi D_m \frac{1}{h} \left( \left( 1 - \frac{a+\delta+b}{\pi h} \right) + \left( \frac{a}{3} + \delta + \frac{b}{3} \right) \left( -\frac{1}{\pi h} \right) \right)$$
(6.38)

односно до радијалне силе којој су при ударној струји изложени спољашњи намотај (смер ка споља) и унутрашњи намотај (смер ка унутра)

$$F_r = \frac{1}{2} \left( \frac{N I_{k,max}}{h} \right)^2 \mu_0 \pi D_m h \left( \left( 1 - \frac{a + \delta + b}{\pi h} \right) + \left( \frac{a}{3} + \delta + \frac{b}{3} \right) \left( - \frac{1}{\pi h} \right) \right)$$
(6.39)

$$F_r = \frac{1}{2} \left(\frac{N I_{k,max}}{h}\right)^2 \mu_0 \pi D_m h \left(k_R - \frac{\delta'}{\pi h}\right)$$
(6.40)

Из једначине (6.40) и (6.37) добија се однос радијалне и аксијалне силе

$$\frac{F_r}{|F_a|} = \frac{h\left(k_R - \frac{\delta}{\pi h}\right)}{\delta'(2 k_R - 1)}$$
(6.1)

Имајући у виду да је  $k_R \approx 1$  и да је  $\delta' \ll h$ , може се написати израз из кога се може квалитативно сагледати однос радијалне и аксијалне силе

$$\frac{F_r}{|F_a|} \approx \frac{h}{\delta'} \tag{6.42}$$

С обзиром да је  $\delta' \left( = \frac{a}{3} + \delta + \frac{b}{3} \right)$  много мање од висине намотаја (*h*), закључује се да је аксијална сила много мања од радијалне. То не значи неминовно да је напрезање конструкције које ствара аксијална сила много мање од напрезања које ствара радијална сила (основне поставке физике напрезања намотаја и могуће деформације услед дејства сила су дате у следећем одељку 6.2.3.), због чега треба проверити и напрезање које изазива аксијална сила.

### 6.2.3. Типови напрезања која су проузрокована силама

Временска променљивост струје доводи до промене силе у времену. Највеће тренутне вредности струје, као и силе (силе су сразмерне са квадратом струје), јављају се након 10 ms од настанка кратког споја; после сваких наредних 10 ms се јављају локални максимуми струја и сила (слика 6.13). То значи да је фреквенција појаве локалних максимума силе 100 Hz, што може довести до механичке резонансе, о чему треба водити рачуна, односно проверити да ли је периода осцилације силе блиска резонантној учестаности.



Конструкција намотаја је таква да може доћи до угибања унутрашњег намотаја и истезања спољашњег намотаја. Проводник се ослања на одстојнике којима се формирају аксијални канали за хлађење. Напрезање проводника услед *радијалне силе* на деоници између два суседна одстојника је слично напрезању класичне греде (слика 6.14а) на коју делује константна подужна сила<sup>1</sup>. Означимо димензије "опште греде" на коју делује подужна сила f са h (висину греде димензију греде у правцу дејства силе) и t (ширину греде - димензију греде у правцу управном на правац дејства силе). Код трансформатора, подужна вредност силе у радијалном правцу  $f_r$ , једнака је производу струје и аксијалне компоненте магнетног поља. Као резултат подужне силе  $f_r$  на елементарном делу  $\Delta l$  јавља се елементарна сила у радијалном правцу  $\Delta F_r$  (слика 6.14б). За анализу напрезања услед радијалних сила "ширина греде" (t) је једнака висини проводника (H), а "висина греде" (h) ширини проводника (W). Растојање између два одстојника износи L.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> F<sub>1</sub>, F<sub>2</sub>, M<sub>1</sub> и M<sub>2</sub> су силе, тј. моменти, којима одстојник делује на проводник у тачкама ослонца



Слика 6.14 а)

Слика 6.14 б)

Слична је ситуација за *аксијалне силе*, на местима одстојника којима се формирају хоризонтални (радијални) канали за хлађење. У том случају "ширина греде" (*t*) је једнака ширини проводника (*W*), а "висина греде" (*h*) висини проводника (*H*).

Повећањем броја одстојника ( $N_{ods}$ ) којима се формирају радијални / аксијални канали смањује се укупна сила која делује на део проводника ослоњен између два одстојника, као и максималан угиб и напрезање проводника. Напрезање мора да буде такво да не пређе границу еластичности. У [4] је изведен израз за максимално напрезање на савијање које изазива аксијална сила, при чему је  $F_a$  аксијална сила која делује на један навојак пречника  $D_m$ :

$$\sigma_{max \ sav,axial} = \frac{100 \ F_a}{2 \ N_{ods} \ \pi \ D_m \ t} \left(\frac{L}{h}\right)^2 \tag{6.43}$$

где је *L* растојање између два одстојника (ширина одстојника износи *W*<sub>ods</sub>)

$$L = \frac{\pi D_m - N_{ods} W_{ods}}{N_{ods}} = \frac{\pi D_m}{N_{ods}} - W_{ods}$$
(6.44)

Максимално напрезање на савијање ( $\sigma_{max sav, axial}$ ) мора да буде мање од максимално дозвољене вредности за материјал од кога је сачињен проводник ( $\sigma_{max sav, axial} \leq \sigma_{max sav, axial doz}$ ), како не би дошло до пластичне деформације, односно савијања проводника и промене карактеристика трансформатора. Савијање може да доведе до промене изолационих размака, што може да доведе до угрожавања изолационих својстава и напонског пробоја, односно квара и испада трансформатора из погона.

При кратком споју постоји и опасност од кидања намотаја, услед резултантне силе по половини намотаја, која делује управно на пресек проводника и излаже га напрезању на кидање. Подужна вредност (по јединици дужине обима) силе  $f_r$ , која делује радијално (у правцу полупречника) једнака је количнику укупне силе по обиму и обима навојка:

$$f_r = \frac{F_r}{\pi D_m} \tag{6.45}$$

Сила која се јавља у попречном пресеку (на било ком месту дуж обима навојка) и која доводи до напрезања проводника на кидање једнака је

$$F_{y} = \frac{1}{2} \int_{0}^{n} f_{r} \sin(\alpha) \frac{D_{m}}{2} d\alpha$$
 (6.46)

$$F_{y} = \frac{1}{2} \frac{F_{r}}{\pi D_{m}} \frac{D_{m}}{2} \int_{0}^{\pi} \sin(\alpha) \, d\alpha$$
(6.47)

$$F_y = \frac{D_m}{2} \frac{F_r}{\pi D_m} \tag{6.48}$$

$$F_y = \frac{F_r}{2\pi} \tag{6.49}$$

Оштећење трансформатора може да наступи и због тога што се пригњечи изолација на местима где проводник (његова изолација) належе на одстојник (ту су силе веће). Према [4], површински притисак силе на одстојнике треба да буде мањи од 310MPa. У случају одстојника који формирају аксијалне канале, овај површински притисак је једнак количнику радијалне силе по једном навојку и производа броја одстојника, ширине одстојника и висине одстојника (висина одстојника је једнака висини проводника:

$$\sigma_{ods,axial} = \frac{F_r}{N_{ods} W_{ods} H_{ods}}$$
(6.50)

Аналогно важи и за одстојнике којима се формирају радијални канали.

Поред наведеног, може доћи и до "смакнућа из осе" читавог намотаја услед дејства резултантне силе на читав намотај. Конструктивно, овај проблем се решава притезањем намотаја (по вертикали, користећи елементе за притезање намотаја на јарам магнетног кола).

У [4] се могу наћи детаљнија разматрања потенцијалних механичких оштећења намотаја услед дејства великих механичких сила при кратком споју.

# 6. 3. ПРЕНАПОНСКЕ ПОЈАВЕ

У току рада трансформатор често бива подвргнут напону који прелази номиналну вредност.

Овакви пренапони могу имати простопериодичан облик мрежне учестаности, али и таласне облике кратког трајања (трајање се мери у микросекундама), са великим стрминама таласа напона на почетном делу. За таласни облик краткотрајних пренапона се уобичајено користи термин "ударни пренапонски талас".

Максималне вредности ових пренапона зависе од узрока њиховог настанка и спроведених заштитних мера. Проучавање тих појава је тема дела електроенергетске струке која се бави електричним мрежама и заштитним елементима, као што су одводници пренапона. Пренапони мрежне учестаности настају пре свега као **резултат кварова у мрежи**, нарочито несиметричних кварова, а међу њима посебно кварова где постоји и спој са земљом. Краткотрајни пренапони настају као последица **атмосферског пражњења** (спољашњи пренапони) или погонских **комутационих процеса** (приликом укључења и искључења прекидача у електроенергетској мрежи). Максимална вредност краткотрајних пренапона је по правилу далеко већа од максималне вредности простопериодичних пренапона.

Основна мера којом се спречава да пренапон коме је изложен трансформатор пређе критичан ниво је примена одводника пренапона, који се стављају на улаз трансформатора и који реагују (проведу ка земљи) када вредност напона на прикључцима трансформатора пређе задату вредност. На тај начин се смањује вредност пренапона којима је изложен трансформатор у односу на вредност која је настала у мрежи.

Сам трансформатор мора бити тако конструисан и израђен да може да издржи стандардима предвиђене вредности пренапона. Провера издржљивости трансформатора се врши у фабричким испитивањима којима се подвргава трансформатор након производње - огледи су стандардизовани, при чему се врше напоном мрежне учестаности и ударним пренапонским таласом. За простопериодичне напоне у стандардима се даје ефективна вредност напона мрежне учестаности и време у коме је трансформатор изложен том напону (на пример 1 минут). За ударни пренапонски талас специфициран је таласни облик и максимална вредност напона. Испитивања се могу вршити у испитним станицама које су опремљене одговарајућим напонским изворима (за генерисање ударних пренапонских таласа се користе такозвани ударни генератори).

Један од задатака током пројектовања је да се изолациони систем пројектује, а затим и произведе, тако да се испуне задата изолациона својства. Прва, једноставнија, група прорачуна се своди на израчунавање електричног поља мрежне учестаности у изолационим материјалима (чврста изолација и уље). При томе, вредност напона се мало мења по запремини електропроводног дела намотаја, па се при прорачунима сматра да је потецијал по запремини електропроводног дела намотаја константан. Проверава се да ли је електрично поље испод вредности при којој би дошло до пробоја у изолационом систему (у уљу или чврстим изолационим материјалима). При провери се примењује рационалан сигурносни фактор. У овој групи прорачуна се посматра квазистационарно поље, односно посматра се само просторна расподела електричног поља у изолационом систему, не и промена напона у времену. Остваривање потребних изолационих својстава се остварује применом различитих мера: 1) изолацијом самих проводника (произвођач трансформатора купује електрични проводник номиналног пресека електропроводног дела и номиналне дебљине изолације проводника), 2) додавање профилисаних изолационих делова који се стављају на проводник у зонама великих поља (на пример спољашњи горњи угао навојка на врху намотаја), 3) Постављањем изолационих цилиндара између делова трансформатора (на пример између стуба магнетног кола и намотаја или између два намотаја) – ови цилиндри се постављају вертикално и заједно са уљним каналима између њих чине електричну изолацију, 4) Профилисаних изолационих елемената, пре свега између врха / дна намотаја и јарма

трансформатора, 5) Метални (еквипотенцијални) прстенови који служе за обликовање потенцијала – на пример у зони изнад намотаја, како би се умањили ивични ефекти, односно појава великих вредности електричног поља у зони углова. На слици 6.15, преузетој из [2], приказани су неки од поменутих елемената ("Angle rings,, спада у 4., а "SER" у 5.); С означава језгро, LV намотај нижег напона и HV намотај вишег напона.



Слика 6.15 – Илустрација елемената изолационог система у високонапонском уљном трансформатору

Друга врста прорачуна је везана за проверу издржљивости изолације при пренапонском таласу, када је, као што ће се видети у наставку излагања, потребно одредити просторну расподелу напона по висини електропроводног дела намотаја, за коју су меродавни и електрични капацитети.

Стандардизовани пренапонски талас приказан је на слици 6.16. Из таласног облика се види да постоји почетни део брзог пораста напона (чело таласа), док је опадајући део криве (зачеље таласа) значајно спорији. Посматрањем чела и зачеља таласа као делова синусоида, може се приближно проценити "фреквенција" појава: са почетног дела криве (чела таласа) долази се до синусоиде амплитуде  $U_{max} = U_a$ , са четвртином периоде 1.25 µs, чему одговара учестаност

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{4 \cdot 1.25\mu s} = 0.2MHz = 200kHz.$$
(6.51)

У области зачеља таласа

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{4 \cdot 50\mu s} = 5kHz.$$
(6.52)



Слика 6.16

До сада коришћена заменска шема трансформатора (Т заменска шема, или њена Г варијанта) је важила у опсегу учестаности блиских мрежној учестаности (50Hz) и у њима нису фигурисали капацитети. Из досадашњег текста одељка 6.3 јасно је да између делова под напоном постоје диелектрични материјали, па самим тим и електрични капацитети. При брзим електричним појавама, као што је чело пренапонског таласа, учестаност је много виша (200kHz>>50Hz), због чега се импедансе капацитивних елемената смањују и неопходно их је уважити у заменској шеми са расподељеним електричним параметрима које описују расподелу напона и струја по запремини намотаја. Модел треба да садржи капацитете између свих делова између којих постоји напон – на пример и између два суседна вертикална навојка у једном намотају, као и између сваког од навојака и масе (на пример уземљеног језгра).

Заменска шема која описује појаве у комплетном фреквенцијском опсегу чела и зачеља пренапонског таласа приказана је на слици 6.17. Чворови у шеми одговарају појединим вертикалним навојцима намотаја, при чему су чворови повезани паралелним везама RL импеданси и капацитета. У овој представи се поједностављује флуксна слика трансформатора и замишља се да је пад напона на једном навојку одређен импедансом која одговарај отпору простирању струје кроз навојак и напона услед флукса који ствара струја кроз тај навојак. Капацитети који повезују чворове представљају капацитете између два навојка која е налазе један изнад другог. У гранама шеме према маси су приказани само капацитети, јер су вредности електричне проводности према маси мале и могу се занемарити, без да се значајно смањи тачност прорачуна. Вредности елемената шеме се могу одредити полазећи од конструкционих параметара намотаја. Сврха заменске шеме на слици 6.17 је да се дође до просторне расподеле напона по висини намотаја (напони у навојцима намотаја посматрани по висини). Из расподеле напона се одређује електрично поље, на основу које се проверавају диелектрична напрезања. У [2] се разматрају

конструкциона решења којима се могу смањити напонска напрезања, односно максималне вредности електричног поља.





Уместо анализе комплетне шеме са слике 6.17, примениће се упрошћени поступак, посебно за чело таласа (брза појава), посебно за стационарно стање (крајња расподела напона), док ће се средина прелазне појаве анализирати упрошћено, полазећи од резултата који се добијају за просторну расподелу при челу таласа и зачељу таласа.

Расподела потенцијала у стационарном стању (крајња расподела потенцијала) одређује се из шеме на слици 6.17, у којој преостају само отпори и индуктивности. Као што се види на слици, на један крај намотаја доведен је напон (*u*). Посматраће се два случаја: 1) да је други крај намотаја спојен на масу, 2) да је други крај намотаја отворен. У случају 1), потенцијал опада линеарно дуж намотаја, од вредности *u* до нуле, а у случају 2) потенцијал дуж намотаја је константан и једнак *u*.

На слици 6.18 је приказана заменска шема за чело таласа (брза појава). Она је настала из опште шеме на слици 6.17, из које су изостављене гране са отпорима и индуктивностима, полазећи од претпоставке да је импеданса те гране много већа од импедансе редног кондензатора. Крајеви намотаја су означени са A и X.  $c_s$  (редни кондензатор) представља вредност капацитета између суседних вертикалних навојака намотаја, који се налазе на растојању  $\Delta x$ , а  $c_s$  (паралелни кондензатор) представља вредност капацитета од навојка према маси (земљи). Вредности капацитета зависе од конструкције намотаја (растојања, димензија и карактеристика изолационих материјала итд.), и могу бити променљиви дуж висине намотаја (управо због напонских напрезања, пројектом трансформатора може бити предвиђена појачана (дебља) изолација на врху намотаја, па ће у том случају редна капацитивност бити мања у том делу намотаја). Између краја намотаја A и масе се прикључује напон  $U_0$ , који се посматра као простопериодични напон високе учестаности.



За мали део намотаја који се налази на позицији *x* од дна намотаја (слика (6.19)) се, према првом Кирхофовом закону, може написати

$$I(x) - I(x + \Delta x) = I_g(x)$$
 (6.53)

Слика 6.18

а затим, из израза за струју кроз кондензатор долази до

$$\omega c_s (V(x - \Delta x) - V(x)) - \omega c_s (V(x) - V(x + \Delta x)) = \omega c_g V(x)$$
(6.54)

$$\omega \Big( c_s \big( V(x + \Delta x) - 2 V(x) + V(x - \Delta x) \big) - c_g V(x) \Big) = 0$$
(6.55)



Слика 6.19

Дељењем претходне једначине са квадратом висине малог дела намотаја  $\Delta x$ , који се налази на позицији x од дна намотаја, долази се до

$$\frac{V(x + \Delta x) - 2V(x) + V(x - \Delta x)}{(\Delta x)^2} = \frac{c_g}{c_s (\Delta x)^2} V(x)$$
(6.56)

У случају да се редни и паралелни кондензатор не мењају по висини, уз увођење ознака N - број елемената (навојака),  $C_s$  - укупан серијски капацитет намотаја ( $C_s = c_s / N$ , капацитети везани на ред),  $C_g$  - укупан паралелни капацитет намотаја ( $C_g = N c_g$ , капацитети везани паралелно), h - висина намотаја, може се написати:

$$c_s = C_s N = C_s \frac{h}{\Delta x} \tag{6.57}$$

$$c_g = \frac{C_g}{N} = C_g \frac{\Delta x}{h} \tag{6.58}$$

Из диференцие једначине (6.56) долази се до диференцијалне једначине

$$\frac{d^2 V(x)}{dx^2} = \frac{C_g}{C_s h^2} V(x) = \alpha^2 V(x)$$
(6.59)

где је

$$\alpha = \frac{1}{h} \sqrt{\frac{C_g}{C_s}} \tag{6.60}$$

Опште решење хомогене диференцијалне једначине (6.60) гласи

$$V(x) = A_1 e^{\alpha x} + A_2 e^{-\alpha x}$$
(6.61)

 $A_1$  и  $A_2$  су интеграционе константе које се добијају из граничних услова.

Посматраће се два случаја:

- 1) Када је крај Х уземљен и
- 2) Када је крај Х отворен.

Случај 1: Гранични услови гласе: u(x = 0) = 0, u(x = h) = U. Заменом у (6.61) долази се до

 $A_1 + A_2 = 0 (6.62)$ 

$$A_1 e^{\alpha h} + A_2 e^{-\alpha h} = U$$
(6.63)

Решавањем (6.62) и (6.63) добија се

$$A_1 = -A_2 = \frac{U}{e^{\alpha h} - e^{-\alpha h}}$$
(6.64)

После уврштавања вредности за интеграционе константе у (6.61) добија се коначни израз за расподелу напона по висини намотаја, при чему *x* координата расте одоздо на горе (*x* = 0 је на дну намотаја):

$$V(x) = \frac{sh(\alpha x)}{sh(\alpha h)}$$
(6.66)

За *а*=0, решење једначине (6.59), за наведене граничне услове, гласи

$$V(x) = U\frac{x}{h} \tag{6.66}$$

У овом случају расподела напона је линеарно растућа од дна ка врху намотаја.

Реална вредност  $\alpha$  код савремених трансформатора износи 10 – 15, због чега реална расподела потенцијала дуж намотаја одступа од линеарно растуће.

Угроженост од пробоја електричне изолације између два суседна вертикална навојка је квантификована вредношћу електричног поља, које је сразмерно просторном изводу напона:

$$\frac{dV(x)}{dx} = U \alpha \frac{ch(\alpha x)}{sh(\alpha h)}$$
(6.67)

С обзиром да функција ch( $\alpha x$ )=(e<sup> $\alpha x$ </sup> + e<sup>- $\alpha x$ </sup>)/2 расте са порастом *x*, она ће достићи максималну вредност за *x*=*h* (на врху намотаја). Због тога се највећа опасност од пробоја електричне изолације јавља између два суседна вертикална навојка на врху намотаја. Вредност извода (d*u* / d*x*) на координати *x* = *h* износи

$$\left(\frac{dV(x)}{dx}\right)_{x=h} = U \alpha \frac{ch(\alpha h)}{sh(\alpha h)} = U \alpha cth(\alpha h)$$
(6.68)

Расподела напона зависи од  $\alpha$ . Функција cth $(\alpha h) = (e^{\alpha h} + e^{-\alpha h})/(e^{\alpha h} - e^{-\alpha h})$  опада са порастом x и постаје приближно једнака 1 за  $\alpha h \ge 3$ , односно, за  $\alpha h \ge 3$  извод (6.68) практично се своди на

$$\left(\frac{dV(x)}{dx}\right)_{x=h} = U \alpha \tag{6.69}$$

Параметри трансформатора су по правилу такви да је  $\alpha h \ge 3$ , па се може закључити да је стрмина напона у тачки x = h сразмерна са  $\alpha$ , односно да су напонска напрезања критичнија при већим вредностима  $\alpha$ . Приближан облик функција V(x) је приказан на слици 6.20.



Слика 6.20

Случај 2:

Пошто крај X није уземљен, на координати x = 0 неће протицати никаква струја, што значи да је просторни извод напона на тој координати једнак нули: за du/dt(x = 0) = 0. Други гранични услов остаје u(x = h) = U, исти као за случај 1. Заменом у (6.61) долази се до

$$\alpha A_1 - \alpha A_2 = 0 \tag{6.70}$$

$$A_1 e^{\alpha h} + A_2 e^{-\alpha h} = U$$
(6.71)

Решавањем (6.70) и (6.71) добија се

$$A_1 = A_2 = \frac{U}{e^{\alpha \, h} + e^{-\,\alpha \, h}} \tag{6.72}$$

После уврштавања вредности за интеграционе константе у (6.61) добија се коначни израз за расподелу напона по висини намотаја:

$$V(x) = \frac{e^{\alpha x} + e^{-\alpha x}}{e^{\alpha h} + e^{-\alpha h}} = \frac{\cosh(\alpha x)}{\cosh(\alpha h)}$$
(6.73)

За  $\alpha=0$ , решење једначине (6.59), за наведене граничне услове, гласи

$$V(x) = U \tag{6.74}$$

За разлику од случаја 1, где је потенцијал растао линеарно по висини намотаја, у случају 2 потенцијал има монстантну вредност.

Ситуација у вези са највећим напонским напрезањем између навојака је слична као у случају 1. Применом аналогног поступка примењеног за случај 1, закљује се да је оно највеће на врху намотаја. Критична вредност поља се јавља при изводу напона на врху намотаја, које изнјоси

$$\left(\frac{dV(x)}{dx}\right)_{x=h} = U \alpha \frac{sh(\alpha h)}{ch(\alpha h)} = U \alpha th(\alpha x) \approx U \alpha$$
(6.75)

Изглед кривих u(x/h) је дат на слици 6.21. Највећа разлика у односу на случај (1) је облик хоризонталне праве за  $\alpha = 0$ .



Слика 6.21

Расподела потенцијала у стационарном стању (крајња расподела потенцијала) се одређује из шеме на слици 6.17, у којој преостају само отпори и индуктивности. Уколико је конструкција дуж намотаја иста, елементи шеме који одговарају сваком од вертикалних навојака намотаја су исти.

У случају 1., када је крај X уземљен, потенцијал линеарно расте од u(x = 0) = 0 до u(x = h) = U.

У случају 2., када крај X није уземљен, потенцијал има константну вредност u(x) = U.

У претходном делу текста утврђена је почетна и коначна расподела потенцијала по висини намотаја. Вредност током прелазног процеса би се могла добити решавањем шеме приказане на слици 6.17, при чему би вредност напона у почетном тренутку на сваком од кондензатора била једнака нули. Овде ће се објаснити приближан поступак, који се користи у пракси, а на основу кога се може извршити квалитативна процена промене напона по висини намотаја током читавог прелазног режима.

Приступ код овог приближног поступка је да се посматрају криве: иницијалне промене напона по висини и коначне промене напона по висини. Сматраће се да током прелазног процеса долази до електричних осцилација у колу, таквих да ће најмања вредност напона у свакој тачки бити једнака иницијално одређеној, а највећа једнака збиру ове минималне и двоструке разлике коначне и

иницијалне разлике напона. При спровођењу поступка ће се, на страну сигурности, сматрати да је вредност долазног пренапона иста као на почетку (дакле, не узима се њено опадање – за случај приказан на слици 6.16, оно би износило око 50 %).

#### Пример за случај 1:

Пратећи логику поједностављеног приступа, на примеру једне локације (оријентационо 60% висине намотаја) на слици 6.22 приказана је почетна тачка (S), тачка коначног потенцијала (S') и тачка максималног потенцијала (S'') на тој локацији. Пример је дат за вредност  $\alpha$ =5. У првој периоди осцилације, потенцијал мења вредност од S до S', а затим наставља да расте до S'', при чему је SS' = S'S''. У наставку прелазног процеса, осцилације око тачке S' су све мање и напон на крају процеса постаје једнак устаљеној вредности S'.



Слика 6.22

Види се да се максимални напон (у тачки  $S_M$ ) постиже на локацији при врху намотаја. Његова вредност прелази вредност напона пренапонског таласа који наилази на трансформатор, и представља критичну вредност за електричну изолацију између намотаја и масе.

#### Пример за случај 2:

На слици 6.23 приказана је почетна тачка (S), тачка коначног потенцијала (S') и тачка максималног потенцијала (S'') на локацији мало изнад половине висине. Пример је дат за вредност  $\alpha$ =5. У првој периоди осцилације, потенцијал мења вредност од S до S', а затим наставља да расте до S'', при чему је SS' = S'S''. У наставку прелазног процеса, осцилације око тачке S' су све мање и напон на крају процеса постаје једнак устаљеној вредности S'. Максимални напон (у тачки S<sub>M</sub>) се постиже у неуземљеном крају намотаја (X) и мало је мањи од двоструке вредности напона пренапонског таласа који наилази на трансформатор. У овом случају неуземљеног краја намотаја X има се критичнија ситуација у погледу максималног напона на намотају него у случају да је крај намотаја X уземљен.

У оба случаја максимални напон који се јавља на критичној локацији у намотају током прелазног електричног процеса расте са порастом  $\alpha$ . Стога се при конструисању треба тежити да  $\alpha$  буде што мање. На основу израза (6.60) закључује се да се  $\alpha$  може смањити:

- смањењем паралелног капацитета *C<sub>g</sub>*
- повећањем подужног капацитета *C*<sub>s</sub>



Изолациони систем је угрожен тамо где се јављају велике вредности електричног поља: на местима великог градијента напона по висини (угрожена је изолација између вертикалних навојака) и на местима где је вредност напона највећа (угрожена је изолација између навојака и масе).

Спречавање диелектричног пробоја изолације се постиже применом тва типа мера: 1) дејством у мрежи ван самог трансформатора (на пример коришћењем одводника пренапона или смањењем отпора уземљења), или 2) конструкцијом трансформатотра на тај начин се, на пример, може смањити коефицијент  $\alpha$ .

Једна од мера за смањење пренапона при ударном таласу је примена електростатичког екрана чији је један крај спојен са почетком намотаја A (слика 6.24). Редни капацитет  $C_s$  је у даљем тексту означен као  $k/\Delta x$ , а попречни капацитет  $C_g$  као  $c \Delta x$ .  $\Delta C_e$  означава капацитете између навојака и електростатичког екрана. Попречни кондензатори  $c \Delta x$  у почетку се пуне углавном преко капацитета  $\Delta C_e$ , а не преко  $k/\Delta x$ , тако да је почетни напон међу првим навојцима (односно градијент напона  $du/dx=U \sqrt{(c/k)}$ ) значајно смањен: разлог је што је ефективно повећан капацитет  $k/\Delta x$  јер је паралелно са њим везан капацитет  $\Delta C_e$ . Повећање равномерности расподеле потенцијала се постиже остваривањем  $\Delta C_e' > \Delta C_e'' > \Delta C_e'''$  ..., што је на слици приказано као све већи размак између навојака и екрана. На овај начин се врши напонско растерећење навојака на врху намотаја.



Слика 6.24

Примена електростатичких екрана који су се простирали дуж целе висине намотаја у прошлости је представљало класично решење за смањење осцилација при појави пренапонских таласа. Повећањем напонских нивоа за које се израђују трансформатори појавили су се практични проблеми, пре свега повећање потребног простора и материјала потребног за израду екрана. Временом, ово решење је напуштено и за смањење осцилација се прешло на примену само еквипотенцијалних прстенова, пре свега изнад и испод намотаја. Поред тога, примењују се и посебне технике мотања намотаја како би се постигли електрични параметри при којима су осцилације, односно максимални напони који се појављују током осцилација изазваних наиласком пренапонског таласа, ограничени [2]. За прорачуне осцилација, односно прорачуне максималних напона, постоје програмски пакети који на основу конструкције намотаја израчунавају параметре еквивалентног кола, затим решавају једначине еквивалентног кола и одређују максималне напоне који се јављају између суседних навојака и између навојака и масе.

Литература

<sup>[1]</sup> James H. Harlow (Editor): "Electric Power Transformer Engineering", CRC Press, Third Edition, 2012.

<sup>[2]</sup> S.V. Kulkarni, S.A. Khaparde: "Transformer Engineering: Design and Practice ", CRC Press, 2004.

<sup>[3]</sup> Hayder, T., Radakovic, Z., Schiel, L., Feser, K. (2003): Einfluss der Kurzschlussdauer auf die Alterung eines Transformators. Elektrie, Vol. 57, No. 1 - 4, 46 - 51.

<sup>[4]</sup> Robert M. Del Vecchio, Bertrand Poulin, Pierre T. Feghali, Dilipkumar M. Shah, Rajendra Ahuja: "Transformer Design Principles, Third Edition", CRC Press, Taylor & Francis Group, Third Edition, 2018., ISBN-13: 978-1498787536, ISBN-10: 1498787533