

Испит спремат по овом тексту.

Делове текста између маркера

и

прочитати информативно (из тог дела градива неће се постављати питања на испиту)

4. Остваривање уговорене вредности реактансе расипања и губитака услед протицања струје у фази пројектовања

4. 1. Реактанса расипања и губици услед протицања струје у фази пројектовања

Реактанса расипања утиче на експлоатационе карактеристике трансформатора, као што је пад напона и струја кратког споја. Због тога ова вредност представља параметар који је предмет спецификације при куповини трансформатора. Провера вредности реактансе расипања се врши стандардним огледом кратког споја, како је то објашњено у претходном поглављу.

Слична је ситуација и са губицима услед протицања струје (они се састоје од губитака у самим намотајима и конструкционим деловима трансформатора).

Обе вредности (реактанса расипања и губици услед протицања струје) јако зависе од расподеле расутог флукса. Због тога се у фази пројектовања примењују поступци одређивања расподеле расутог флукса.

4. 2. Технички аспекти за које је битна реактанса расипања

4.2.1. Пад напона

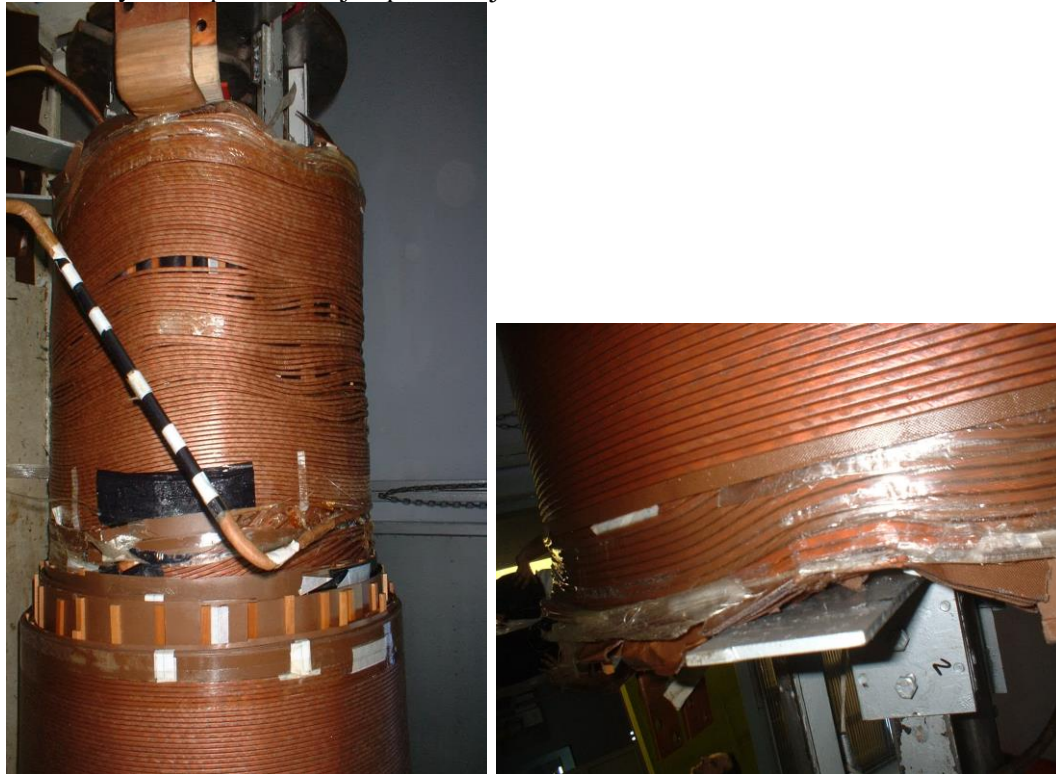
Пад напона је битан због стабилности напонских прилика у мрежи, јер је један од основних захтева да се напони у мрежи одржавају у границама дозвољених толеранција. Вредност реактансе расипања зависи од укупног расутог флукса.

4.2.2. Напрезања при кратком споју

При квару (кратком споју делова који су у нормалном раду под напоном) долази до појаве великих струја кроз намотаје трансформатора (струја кратког споја је $1 / i_k$ пута већа од номиналне струје; на пример, за $i_k = 5 \% = 0.05$, струја кратког споја је 20 пута већа од номиналне). Вредност струје кратког споја директно зависи од реактансе расипања. Услед струје кратког споја долази до великих механичких и термичких напрезања трансформатора, који мора да издржи ова напрезања. Поред трансформатора, и остале компоненте електричне мреже су изложене великим напрезањима при кратком споју, због чега се при пројектовању врши провера издржљивости опреме при појави кратких спојева. Напрезања зависе и од подешења релејне заштите.

Електромагнетне силе које се јављају у намотајима при кратком споју зависе од струје кратког споја, али и од расподеле расутог магнетног поља.

При кратком споју струје, резултантни расути флуks и последичне силе имају велике вредности и могу да доведу до деформације намотаја, односно оштећења трансформатора, уколико механичка конструкција трансформатора није одговарајућа (пример механичког разарања трансформатора насталог услед кратког споја приказан је на слици 4.1.



Слика 4.1

4.2.3. Бука

Бука коју ствара трансформатор током нормалног рада настаје као резултанта звука који настаје у магнетном језгру као резултат магнетострикције и звука који настаје услед механичких осцилација у намотају, који је последица сила које делују на проводнике намотаја.

Електромагнетне силе које се јављају у намотајима при кратком споју зависе од радне струје, али и од расподеле расутог магнетног поља коју ствара радна струја.

Две наведене компоненте генерисаног звука се простиру кроз унутрашњост трансформатора, а затим преноси преко суда и детектује као бука која се јавља у околини, ван суда трансформатора).

4.2.4. Губици у намотајима

Проводници се налазе у простору у коме постоји расути електрични флуks, који настаје као резултанта дејства свих проводника намотаја. Услед тога долази до ситуације да струја по попречном пресеку није униформна и једнака количнику струје која протиче према мрежи и попречног пресека проводника (J_l). Последично, губици (P_{uk}) постају већи од вредности која би се имала да је густина струје равномерна и да износи J_l , када би губици били P_J . Последица овог повећања губитака је додатно загревање, односно повећање температуре намотаја.

4.2.5. Губици у конструкционим металним деловима

Расути флукс се делимично затвара кроз конструкционе металне делове трансформатора (суд на пример), што доводи до генерисања вртложних струја, губитака у њима (P_{konstr}), повећања укупних губитака у трансформатору и додатног загревања.

Потенцијално велики губици могу се јавити у суду или шинама за причвршћење магнетног кола, на пример. У прошлости, доминантни приступ је био да се ови губици процењују на основу емпиријских формула, формираних на основу разлике: губици измерени у стандардном серијском тесту мерења губитака трансформатора у кратком споју минус губици у намотајима одређени прорачуном.

У савременој инжењерској пракси губици у конструкционим деловима услед индукованих струја могу се одредити прорачуном коришћењем софтвера заснованих на **ФЕМ методи**. Коришћењем оваквих прорачуна могу се испитати варијантна решења којима се могу смањити ови губици, као што је постављање магнетних екрана - мањих пакета лимова или електропроводних (обично алуминијумских) шина на унутрашњу страну суда, паралелно намотајима, у зони где су намотаји близу суда). Поред може се испитати утицај дебљине металних делова у конструкцији трансформатора (на пример шине за притезање магнетног кола) и оптимизовати дебљину имајући у виду губитке и потребне механичке карактеристике.

4А. ПРОСТОРНА РАСПОДЕЛА МАГНЕТНОГ ПОЉА ВАН МАГНЕТНОГ ЈЕЗГРА И ЊЕН УТИЦАЈ НА РЕАКТАНСУ РАСИПАЊА И РАСПОДЕЛУ ГУБИТАКА У НАМОТАЈУ

4А. 1. Приступи одређивању расподеле расутог магнетног поља

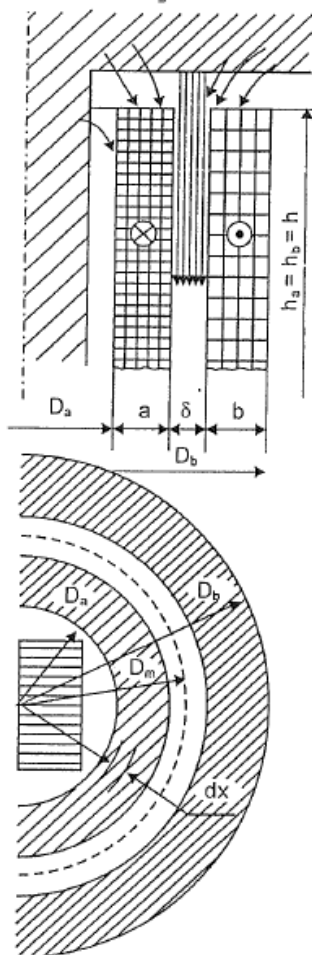
За почетак, посматраће се концентрични цилиндрични (цевасте) намотаји једнаких висина (слика 4А.1). Ради поступног излагања, посматрајмо идеализовани случај да је вредност магнетне индукције B (тима и магнетног поља H) константна по вертикалним путањама (слика 4А.2).

Основна законитост о циркулацији вектора H гласи:

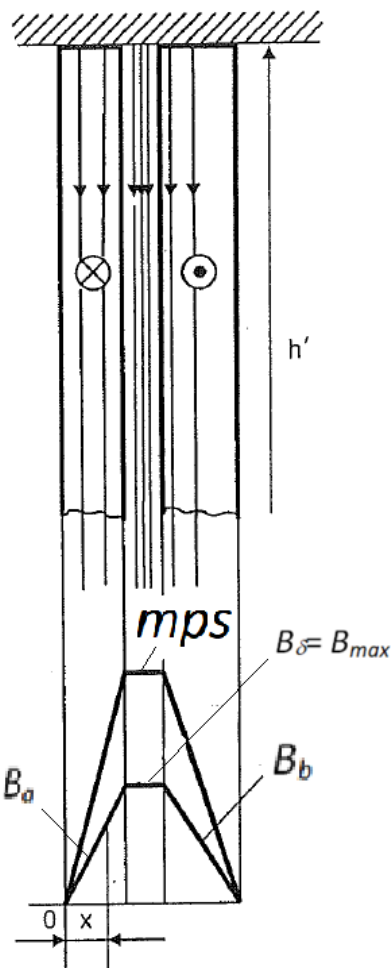
$$\oint \vec{H} d\vec{l} = \sum N i \quad (4A.1)$$

За примењену идеализацију да је вредност H константна по вертикалним путањама, интеграл циркулације вектора H се своди на део између два јарма – на делу путање кроз магнетно коло вредност H је μ_r пута мања од B (μ_r представља релативну магнетску пермеабилност језгра; $H = B / (\mu_0 \mu_r)$), те се може сматрати да је магнетно поље H занемарљиво мало. $N i$ представља производ броја навојака који су обухваћени контуром вектора H и струје кроз један навојак.

Са повећањем растојања x од унутрашње површи унутрашњег намотаја (пречник D_a) контуром магнетног поља се обухвата све већи број навојака, односно расте производ $N i$. Магнетопобудна сила (МПС) $N i$ унутар намотаја „а“ почиње од нуле и линеарно расте по координати x . Највећа вредност МПС унутар намотаја „а“ се има на његовом крају ка ваздушном процепу ($x=a$), где износи $N_a I_a$. Ова вредност МПС се задржава дуж читавог ваздушног процепа ширине δ (слика 4А.3): $x \in [a, a + \delta]$.



Слика 4А.1



Слика 4А.2

Магнетна индукција у овом ваздушном простору, у коме је магнетска пермеабилност једнака магнетској пермеабилности ваздуха μ_0 , једнака је $B = \mu_0 H$.

Поље расипања магнетног флукса представља поље које у зони ван магнетног кола стварају магнетопобудне силе чији је збир једнак нули ($N_1 i_1' = N_2 i_2$ у кратком споју; $N_1 (i_1 - i_0) = N_2 i_2$ код оптерећеног трансформатора; 1 - примар, 2 - секундар, 0 - струја празног хода, која је потребна за магнећење магнетног кола (флукс је једнак количнику магнетопобудне силе и магнетног отпора магнетног кола) и за покривање губитака у њему). Уобичајени упрошћени модел наведених појава је да се сматра да се расути флукс одређује као да кроз намотаје протичу струје $(i_1 - i_0)$ и i_2 , чије су вредности, сведене на исти напонски ниво, једнаке.

С обзиром да је $N_a I_a = N_b I_b$, магнетопобудна сила (*mps*) унутар намотаја "b" опада линеарно у области од $x = a + \delta$ (где има вредност $N_a I_a$) до $x = a + \delta + b$, где има вредност нула. Имајући у виду израз (4А.1) и текст после њега, закључује се да се магнетно поље H мења сразмерно *mps*: $H = mps / h$, где је h висина прозора магнетног кола (растојање између доњег и горњег јарма). Из овога следи резултат приказан на слици 4А.4, односно, за $x \leq a$:

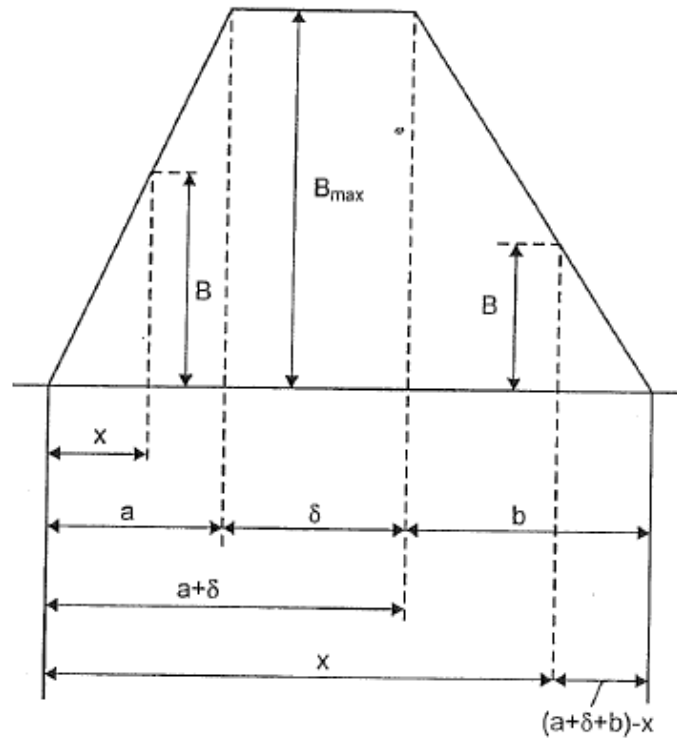
$$\frac{B}{x} = \frac{B_{max}}{a} \Rightarrow B = \frac{B_{max}}{a} x \quad (4A.2)$$

за $a \leq x \leq a + \delta$

$$B = B_{max} \quad (4A.3)$$

за $a + \delta \leq x \leq a + \delta + b$

$$\frac{B}{a + \delta + b - x} = \frac{B_{max}}{b} \Rightarrow B = \frac{B_{max}}{b} (a + \delta + b - x) \quad (4A.4)$$



Слика 4А.4

На слици 4А.2 може се уочити да постоји закривљење линија магнетног поља на врху намотаја (испод горњег јарма). Исто се дешава на дну намотаја (изнад доњег јарма). Због тога је путања магнетног поља (h') нешто дужа од висине прозора магнетног кола, из чега следи:

$$H_{max} h' = N I_{max} \quad (4A.5)$$

$$H_{max} = \frac{B_{max}}{\mu_0} \quad (4A.6)$$

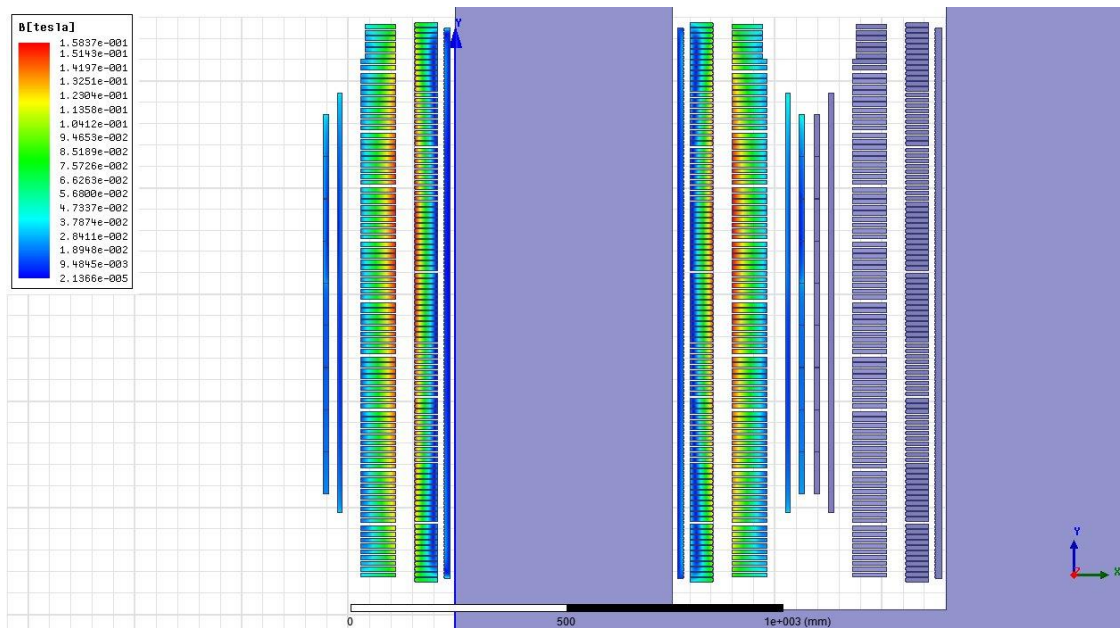
$$B_{max} = \mu_0 \frac{N I_{max}}{h'} \quad (4A.7)$$

Претходно описани метод за одређивање расподеле расутог магнетног поља је упрошћен и служио је превасходно да би се појаве разумеле квантитативно. Описани модел је једноставан за примену и не захтева компликована израчунавања, због чега је имао значајно место у инжењерској пракси у доба пре појаве значајних рачунарских ресурса. Касније су се развили и у пракси ушли прорачунски поступци којима су третиране и комплексније. Реалне конструкције намотаја садрже и канале за хлађење, због чега се јављају аксијална и радијална растојања између проводника. Поред тога, на расподелу поља утиче и магнетно коло, при чему су значајна и растојања врха и дна намотаја и јарма магнетног кола. У литератури и у софтверским алатима који се користе за пројектовање примењују се модели који омогућавају прорачун аксијалне и радијалне компоненте поља и уважавају поједине од горе наведених релевантних параметара: а) метод ликова, који се заснива на Био-Саваровом закону који утицај језгра уважава коришћењем ликова проводника у односу на језгро, б) *Roth*-ов метод, в) *Rabin*-ов метод.

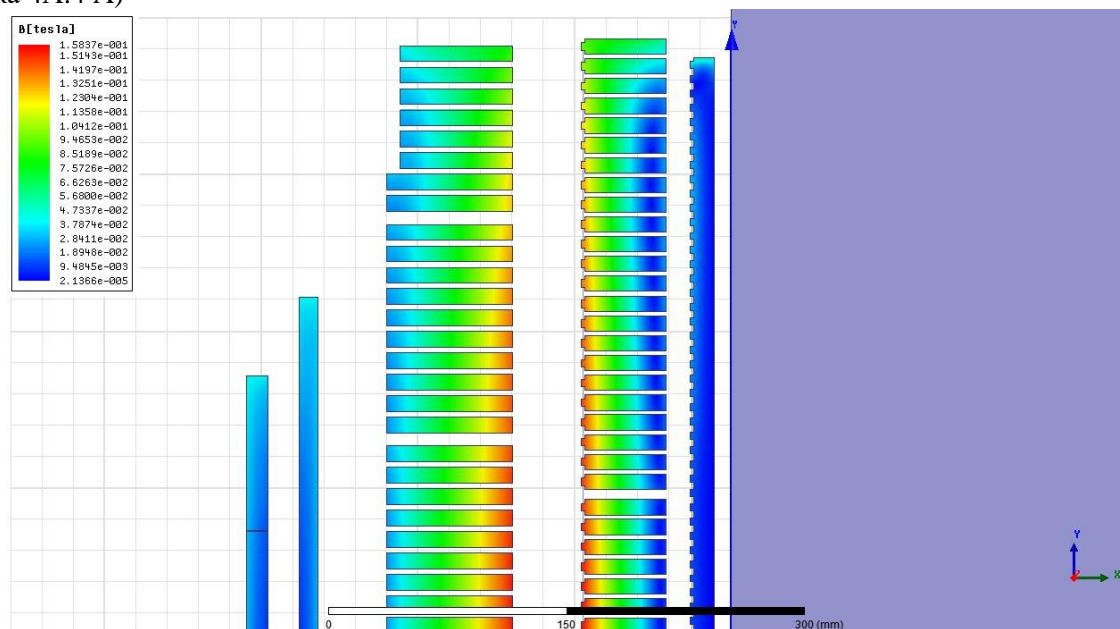
Примена софтвера базираних на методи коначних елемената (Finite element method FEM), која је захтевна у погледу меморијских и рачунских ресурса, обухвата све наведене утицаје и доводи до веома тачне расподеле магнетног поља.

У [1] се наводе кораци у спровођењу методе коначних елемената: а) дефинисање геометрије трансформатора, б) задавање мреже елемената (на које се врши подела геометрије како би се дискретизовао систем Максвелових једначина на начин који омогућава његово решавање), в) карактеристике материјала (на пример, магнетна карактеристика гвожђа), г) дефинисање струје у сваком од проводника (при томе се одржава равнотежа магнетопобудних сила примара и секундара, односно не узима се у обзир струја магнећења), д) задавање граничних услова на границама домена у оквиру којих се врши израчунавање поља, ђ) извршење прорачуна (одређивање расподеле поља; у овом случају магнетног) и е) процесирање (накнадна обрада) резултата прорачуна из кораку ђ) – израчунавање релевантних величина на основу вредности магнетног поља.

Пример расподеле магнетног поља добијен применом једног савременог FEM програма дат је на слици 4А.4 за трансформатор са намотајима, гледано од магнетног кола: терцијерни (ТН) намотај, нисконапонски (НН) намотај и високонапонски (ВН) намотај; ВН се састоји из три дела: главног дела, дела за грубу регулацију напона и дела за фину регулацију напона (слика Б приказује детаљ са слике А). Резултат приказан на слици је добијен за случај да су оптерећени (кроз њих протиче струја) нисконапонски (НН) и високонапонски (ВН) намотај.



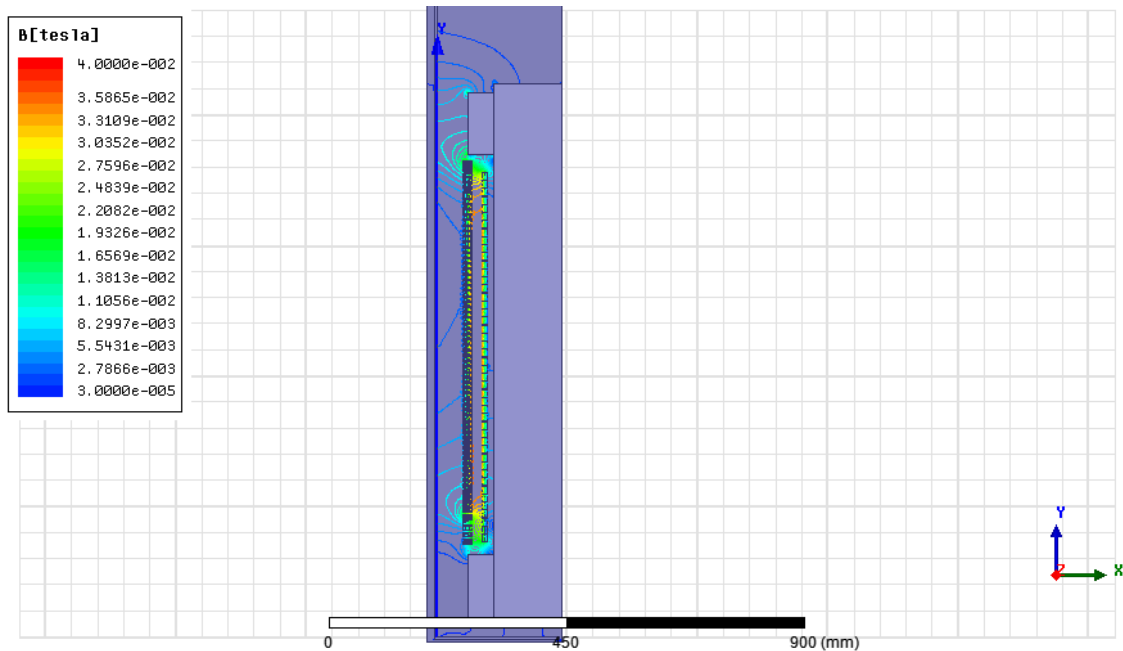
Слика 4А.4 А)



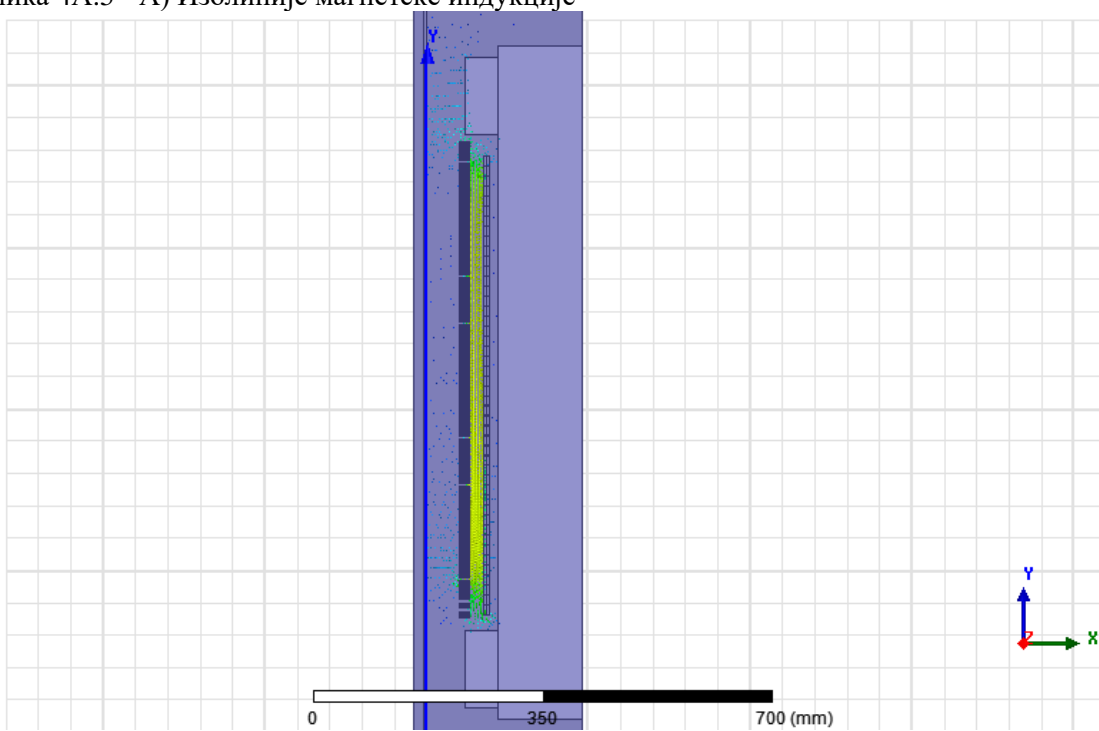
Слика 4А.4 - Б)

Слика 4А.4 - Пример расподеле магнетног поља у равни магнетног кола, добијен применом програма базираног на FEM (трансформатор са ТН, НН и ВН намотајем из три дела)

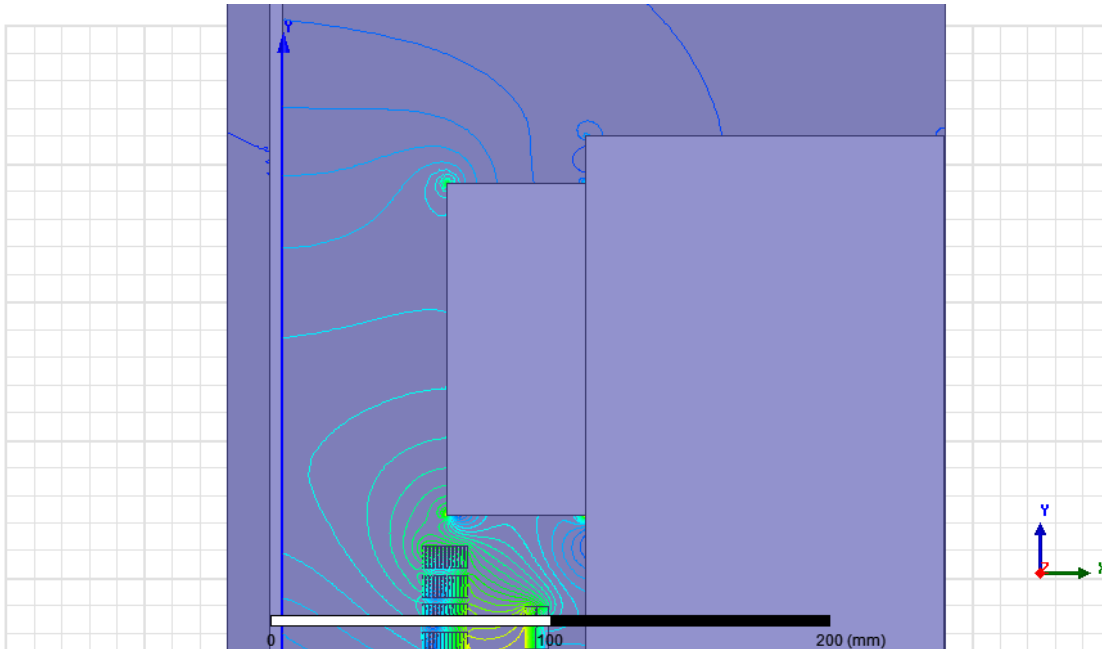
На слици 4А.5 је приказана расподела поља у трансформатору са нисконапонским (НН) намотајем и високонапонским (ВН) намотајем, у равни управној на раван магнетног кола. На слици се види пресек кроз магнетно коло и намотај, као и шина за притезање јарма магнетног кола (делови који се види непосредно изнад и испод намотаја).



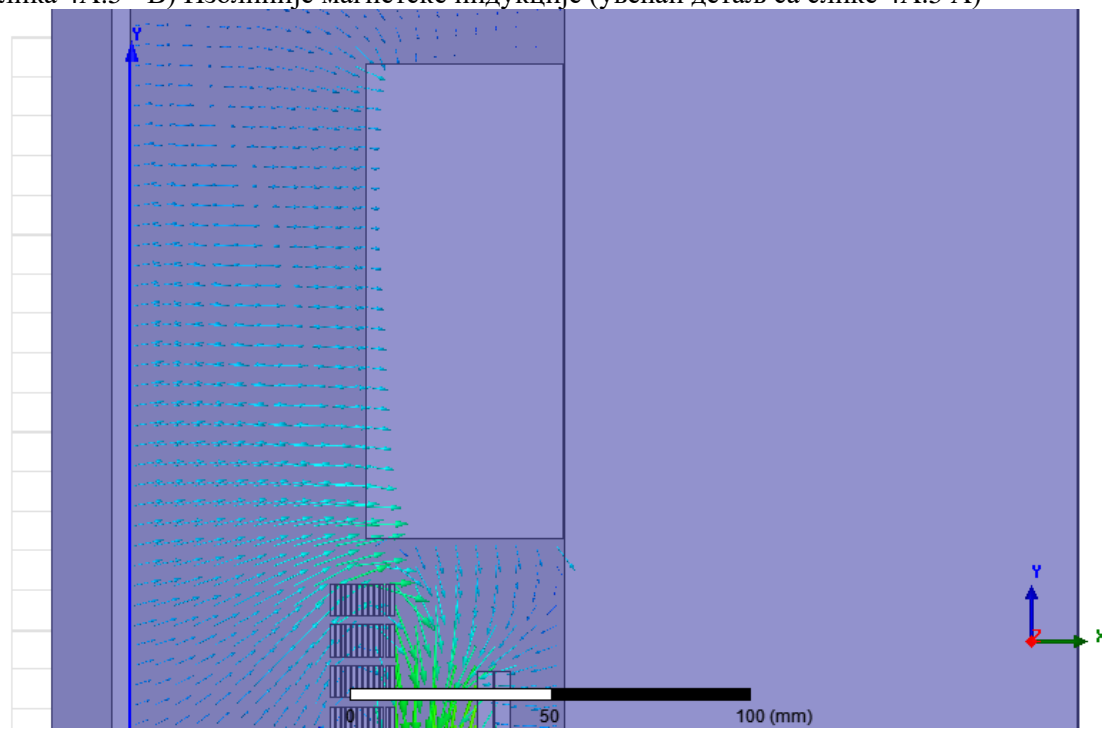
Слика 4А.5 - А) Изолиније магнетске индукције



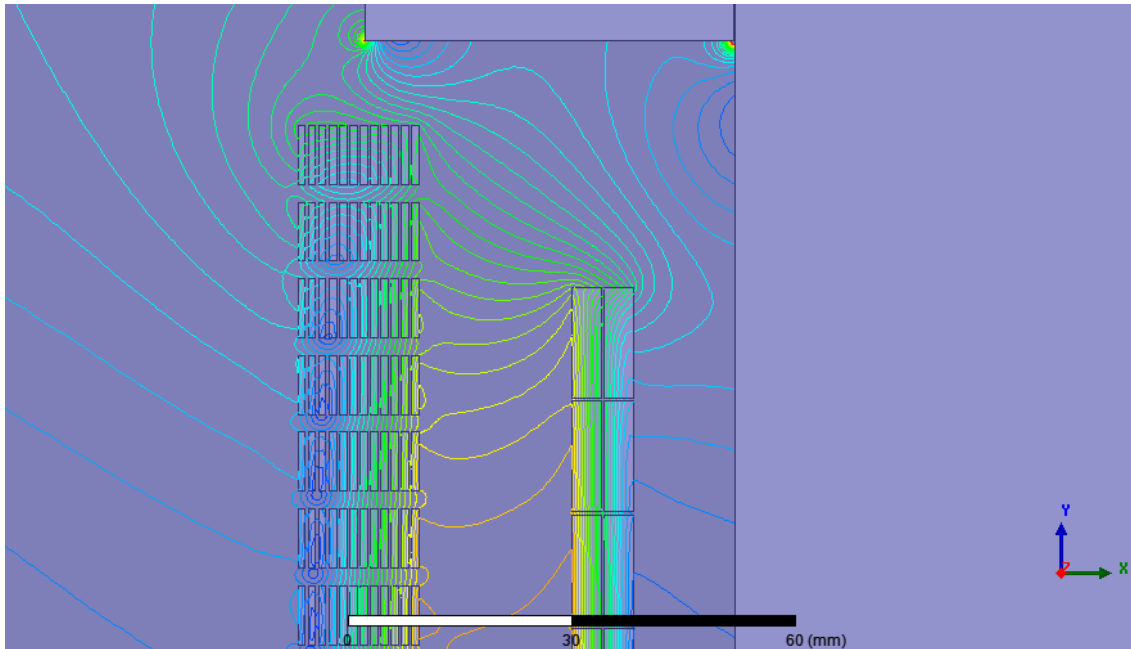
Слика 4А.5 - Б) Линије вектора магнетске индукције



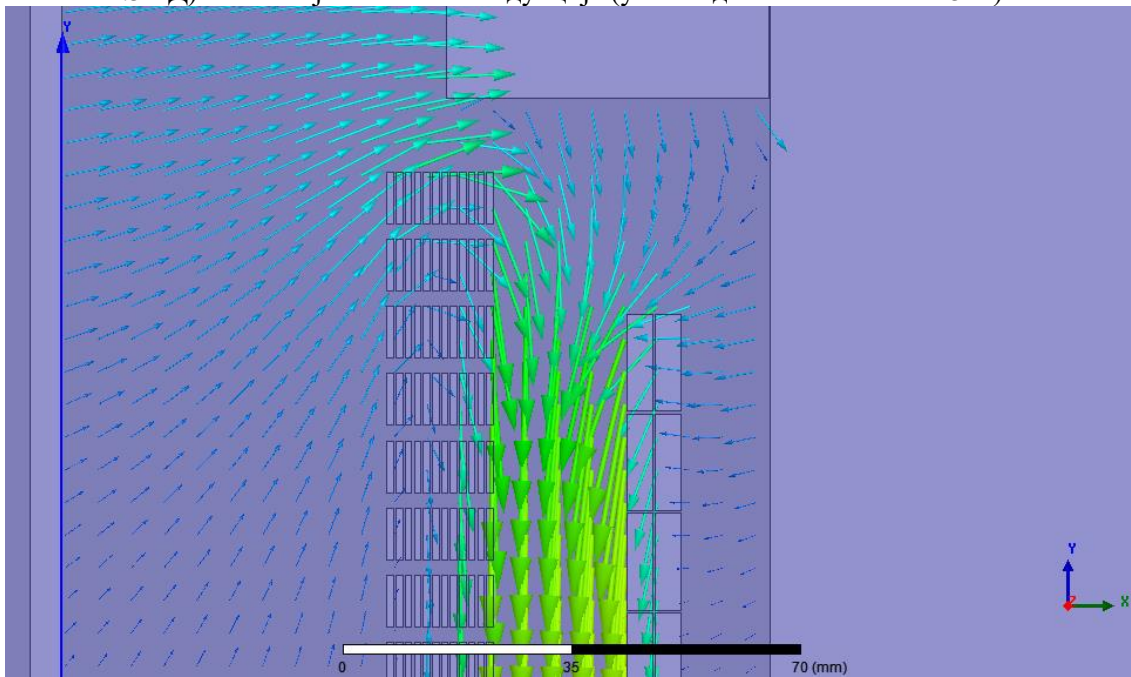
Слика 4А.5 - В) Изолиније магнетске индукције (увећан детаљ са слике 4А.5 А)



Слика 4А.5 - Г) Линије вектора магнетске индукције (увећан детаљ са слике 4А.5Б)



Слика 4А.5 - Д) Изолиније магнетске индукције (увећан детаљ са слике 4А.5 А)



Слика 4А.5 - Б) Линије вектора магнетске индукције (увећан детаљ са слике 4А.5 Б)

Слика 4А.5 - Пример расподеле магнетног поља добијен применом програма базираног на FEM (трансформатор са НН и ВН намотајем; раван управна на раван магнетног кола)

4A. 2. Израчунавање реактансе расипања

4A. 2. 1. Дефинисање реактансе расипања

У литератури се могу срести различите дефиниције расутог флукса и реактансе расипања. У претходним излагањима, која су се односила на еквивалентну шему трансформатора, праћен је концепт који је најближи основама теорије електротехнике – концепт спрегнутих магнетних кола: расути флуks (сваког од намотаја) је дефинисан као флуks који потиче од струје намотаја и затвара се само кроз тај намотај (видети слике 3.6 и 3.7).

Широко је прихваћена теорија Роговског (*Rogowsky*), која се укупне енергије у пољу расипања флуksа W . Реактанса расипања се одређује из израза $X_k = \omega W_m / I^2$, где је ω кружна учестаност, W_m максимална енергија магнетног поља (у тренутку када наизменична струја достиже свој максимум) и I ефективна вредност струје на напонској страни на коју је сведена реактанса расипања. У [1] је показано да се исти резултат постиже и преко укупног магнетног флуksа овог поља ψ ($X_k = \omega \psi_m / I_m$), који је обухваћен навојцима намотаја. I_m представља максималну вредност струје на напонској страни на коју је сведена реактанса расипања, а ψ_m максималну вредност магнетног флуksа.

4A. 2. 2. Извођење израза за реактансу расипања за цевасте намотаје

У тексту који следи извешће се израз за магнетну енергију (W) садржану у запремини коју обухватају намотаји примара и секундара и зазора између њих, односно у зони ван магнетног кола. Из ове енергије ће се одредити укупна индуктивност расипања (L_k), односно реактанса расипања (X_k), сведена на једну напонску страну (примара или секундара):

$$X_k = \omega L_k = \omega (L_{\sigma 1} + L_{\sigma 2}) \quad (4A.8)$$

Веза између L_k и W :

$$W = \frac{1}{2} L_k i^2 \quad (4A.9)$$

У простопериодичном режиму рада максимална вредност магнетне енергије износи

$$W_m = \frac{1}{2} L_k I_m^2, \quad (4A.10)$$

односно

$$W_m = \frac{1}{2} \frac{X_k}{\omega} I_m^2. \quad (4A.11)$$

С обзиром да је однос максималне и ефективне вредности струје $I_m = \sqrt{2} I$, може се написати

$$W_m = \frac{X_k}{\omega} I^2 \quad (4A.12)$$

одакле је

$$X_k = \frac{\omega W_m}{I^2} \quad (4A.13)$$

Магнетна енергија се одређује интеграцијом запреминске густине енергије по простору

$$W_m = \frac{1}{2} \int_V B_m H_m dV = \frac{1}{2 \mu_0} \int_V B_m^2 dV \quad (4A.14)$$

Магнетна индукције у зонама $x \leq a$, $a \leq x \leq a + \delta$ и $a + \delta \leq x \leq a + \delta + b$ одређена је изразима (4A.2), (4A.3) и (4A.4), респективно, где је B_m дато изразом (4A.7).

Магнетна енергија се одређује као збир три интеграла, по свакој од ове три зоне. Елементарна запремина у свакој од зона ће се одредити приближно према висини која је изједначена са дужином путање магнетног поља (h'), која је нешто већа од висине прозора магнетног кола.

У зони примарног намотаја ($x \leq a$), за елемент запремине $dV = \pi (D_a + 2x) h' dx$, вредност интеграла је

$$W_{m,a} = \frac{1}{2 \mu_0} \int_0^a \left(\mu_0 \frac{N I_{max}}{h'} \right)^2 \frac{x^2}{a^2} \pi (D_a + 2x) h' dx \quad (4A.15)$$

$$W_{m,a} = \frac{\mu_0 \pi}{a^2 h'} (N I)^2 \left(D_a \frac{x^3}{3} + 2 \frac{x^4}{4} \right)_0^a = \frac{\mu_0 \pi}{h'} (N I)^2 a \left(\frac{D_a}{3} + \frac{a}{2} \right) \quad (4A.16)$$

Ако се усвоји апроксимација да су димензије a , δ и b мале у односу на средњи пречник D_m (то значи и да су D_a , D_m и D_b приближно исти), може се написати $D_a/3 + a/2 = 1/3(D_a + 3a/2) \approx D_a/3 \approx D_m/3$. Увођењем ове апроксимације, претходни израз за $W_{m,a}$ постаје

$$W_{m,a} = \frac{\mu_0}{h'} (N I)^2 \pi \frac{D_m a}{3} \quad (4A.17)$$

У ваздушном простору између намотаја примара и секундара, у зони $a \leq x \leq a + \delta$ и магнетна индукција је константна, дата изразом (4A.3), тако да је магнетна енергија у овом простору приближне запремине $V = \pi D_m \delta h'$,

$$W_{m,\delta} = \frac{1}{2 \mu_0} \mu_0^2 \left(\frac{N I_m}{h'} \right)^2 \pi D_m \delta h' \quad (4A.18)$$

$$W_{m,\delta} = \frac{\mu_0}{h'} (N I)^2 \pi D_m \delta \quad (4A.19)$$

Применом сличног поступка онеме који је примењен за зону намотаја примара долази се до вредности енергије у зони секундарног намотаја, где је $a + \delta \leq x \leq a + \delta + b$:

$$W_{m,b} = \frac{\mu_0}{h'} (N I)^2 \pi \frac{D_m b}{3} \quad (4A.20)$$

Укупна магнетна енергија добија се сабирањем магнетне енергије у зони намотаја примара (4A.17), у зони ваздушног зазора између намотаја примара и намотаја секундара (4A.19) и у зони намотаја секундара (4A.20):

$$W_m = W_{m,a} + W_{m,\delta} + W_{m,b} \quad (4A.21)$$

$$W_m = \mu_0 \pi N^2 \frac{D_m}{h'} \left(\frac{a}{3} + \delta + \frac{b}{3} \right) I^2 \quad (4A.22)$$

Као што је већ речено, због закривљења линија магнетног поља на врху и дну намотаја (у близини горњег и доњег јарма), h' се разликује од висине прозора магнетног кола. У литератури се може наћи приближан израз, да је однос висине h' и висине намотаја (за случај да су висине намотаја примара и секундара једнаке, $h_a = h_b = h$, и занемариве мање од висине прозора магнетног кола):

$$h' \approx \frac{h}{k_R} \quad (4A.23)$$

где је $h' > h$; у складу са тим, коефицијент k_R , који се назива коефицијент Роговског, мањи је од 1; израз за коефицијент Роговског, преузет из литературе без доказа гласи

$$k_R \approx 1 - \frac{a + \delta + b}{\pi h} \quad (4A.24)$$

Из (4A.13) и (4A.22), имајући у виду (4A.23) и (4A.24) долази се до

$$X_k = \frac{\omega W_m}{I^2} = \omega \mu_0 \pi \frac{D_m k_R}{h} \left(\frac{a}{3} + \delta + \frac{b}{3} \right) N^2 \quad (4A.25)$$

Увођењем вредности еквивалентни или сведени размак, $\delta' = \left(\frac{a}{3} + \delta + \frac{b}{3} \right)$, претходни израз се може написати у форми

$$X_k = \omega \mu_0 \pi \frac{D_m k_R}{h} \delta' N^2 \quad (4A.26)$$

Вредност константног дела у претходној једначини, за учестаност $f = 50\text{Hz}$, износи

$$\omega \mu_0 \pi = 100 \pi 4 \pi 10^{-7} \pi = 1.24 \cdot 10^{-3} \quad (4A.27)$$

тако да израз за X_k постаје

$$X_k = 1.24 \cdot 10^{-3} \frac{D_m k_R}{h} \delta' N^2 \quad (4A.28)$$

Напомена: у [1], за коефицијент Роговског се даје нешто тачнији израз:

$$k_R = 1 - \frac{1 - e^{-\pi h/(a+\delta+b)}}{\pi h/(a+\delta+b)} \quad (4A.29)$$

Као што је речено, према [1], исти резултат за реактансу расипања се добија и преко укупног магнетног флуksа расутог поља ψ ($X_k = \omega \psi_m / I_m$), који је обухваћен навојцима примарног и секундарног намотаја.

Поступак интеграције је сличан оном који је спроведен за магнетну енергију.

Елементарни флуks, кроз прстен пречника D и ширине dx , на коме вредност магнетне индукције износи B_x , једнак је $B_x \pi D dx$. Овај елементарни флуks је обухваћен свим навојцима чији је пречник већи или једнак D . Овај број навојака се одређује по изразу који „не препознаје“ стварне границе проводника, и по коме број проводника може бити и нецелобројна величина. У складу са тим, број навојака примара који обухвата флуks $B_x D dx$ износи:

$$N(x) = N_a \left(1 - \frac{x}{a}\right) \quad (4A.30)$$

У зони примарног намотаја ($x \leq a$), вредност магнетне индукције B_x је одређена изразом (4A.2) (B_{max} изразом (4A.7)), елемент површи је $dS = \pi (D_a + 2x) dx$, тако укупан флуks обухваћен навојцима примарног намотаја износи

$$\Psi_{ap} = \int_0^a \left[\left(\mu_0 \frac{N_a I_a}{h'} \right) \frac{x}{a} \right] \left[N_a \left(1 - \frac{x}{a}\right) \right] [\pi (D_a + 2x)] dx \quad (4A.32)$$

Ово магнетно поље ствара флуks кроз све навојке намотаја секундара, тако да је обухват овог флуksа навојцима секундара

$$\Psi_{as} = \int_0^a \left[\left(\mu_0 \frac{N_a I_a}{h'} \right) \frac{x}{a} \right] N_b [\pi (D_a + 2x)] dx \quad (4A.31)$$

У зони зазора између намотаја магнетни флуks кроз навојке намотаја секундара износи

$$\Psi_{\delta} = N_b \left(\mu_0 \frac{N_a I_a}{h'} \right) \pi D_m \delta \quad (4A.33)$$

Имајући у виду да је $N_a I_a = N_b I_b$, интеграл по коме се добија флуks обухваћен навојцима секундарног намотаја се може написати као

$$\Psi_b = \int_0^b \left[\mu_0 \frac{N_a I_a}{h'} \left(1 - \frac{x - (D_a + 2a + 2\delta)}{b} \right) \right] N_b \left(1 - \frac{x - (D_a + 2a + 2\delta)}{b} \right) [\pi (D_a + 2a + 2\delta + 2x)] dx \quad (4A.34)$$

Укупна реактанса расипања одређена преко укупног флуksа износи

$$L = \frac{\Psi_{ap} + \Psi_{as} + \Psi_{\delta} + \Psi_b}{I_a}, \quad (4A.35)$$

Након решавања интеграла (4A.31) - (4A.34) и замене у израз (4A.35) добија се идентичан израз изразу који се добија преко укупне магнетне енергије магнетног поља.

Посматрајмо сада проблем расутог флуksа **на другачији начин**, праћењем флуksних обухвата кроз сваки од намотаја. Линије магнетног поља у зони ван магнетног језгра (слике 4A.1 и 4A.2) стварају флуks супротног смера од флуksа у магнетном колу. Уместо представе расутог флуksа приказаног на сликама 3.5 и 3.6, користи се представа приказана на слици 4A.4. По моделу који одговара слици 4A.4, магнетно поље не постоји у зони између спољне површи магнетног кола и унутрашње површи унутрашњег намотаја ширине a . Укупни флуks, према коме је одређена контраелектромоторна сила у намотајима примара износи $N_a \Psi_m - \Psi_{ap}$, где је Ψ_m магнетни флуks кроз магнетно језгро. Индукована електромоторна сила на секундару одређена је флуksом $N_b \Psi_m - \Psi_{as} - \Psi_{\delta} - \Psi_b$. Постављени модел одговара Г заменској шеми, приказаној на слици на слици 3.10. Укупна индуктивност расипања у шеми са слике 3.10

$$L_{\sigma} = \frac{X_{1\sigma} + X_{2\sigma}'}{\omega} \quad (4A.36)$$

једнака је импеданси датј изразом (4A.35):

$$L_{\sigma} = L = \frac{\Psi_{ap} + \Psi_{as} + \Psi_{\delta} + \Psi_b}{I_a} \quad (4A.37)$$

4A. 2. 3. FEM метода

Процесирањем вредности магнетног поља добијених применом методе коначних елемената може се добити реактанса расипања. У [1] се препоручује да се реактанса расипања израчуна преко магнетне енергије (одређене решавањем запреминског интеграла густине магнетне енергије)

$$X_k = \omega \frac{2 W_m}{I^2} = \frac{2 \omega}{I^2} \frac{1}{2} \iiint B H dV \quad (4A.38)$$

Приступ преко магнетне енергије урачунава и утицај радијалне компоненте магнетног поља, која не ствара магнетни флуks кроз кружну контуру навојака, па тиме и не генерише електромоторну силу по обиму навојака. Радијално поље проузрокује флуks кроз вертикалну површ проводника, електромоторну силу и последичне циркулационе струје у проводнику, тиме и додатне губитке, али не и електромоторну силу која уравнотежава напон доведен на примар, као ни електромоторну силу која изазива напон на секундару. Због тога приступ преко енергије магнетног поља (4A.13) не делује као физички оправдан поступак и уводи одређену грешку у прорачун укупне реактансе

расипања X_k . У том смислу, одређивање реактансе расипања преко укупног магнетног флуksа кроз сваку од кружних контура навојака примара и секундара (по принципу по коме су постављени изрази (4А.31) – (4А.37)) представља приступ заснован на бољој физичкој основи. Уколико се примене FEM прорачуни, укупни магнетски флуks се добија сабирањем флуksева одређених кроз сваки навојак по једном попречном пресеку, на пример у попречном пресеку по средини висине навојка (h). Опционо, као прецизнији поступак, флуks би се могао одредити као производ средњег обима (O) и ширине (d) проводника, помножен са еквивалентном вредношћу аксијалне компоненте магнетне индукције ($B_{aks\ ekv}$), израчунате из израза постављеног на основу (4А.14):

$$\frac{B_{aks\ ekv}^2}{2\mu_0} O d h = \frac{1}{2\mu_0} \int_{V=0}^{dH} B_{aks}^2 dV \quad (4А.39)$$

У дискусији у [1] као алтернатива претходном изразу за одређивање реактансе расипања наводи се да би се она могла одредити користећи дефиниционе изразе да је реактанса примара X_1 (односно реактанса секундара X_2), једнака збиру реактансе расипања примара $X_{1\sigma}$ (односно реактансе секундара $X_{2\sigma}$) и међусобне реактансе са стране примара (X_m): $X_1 = X_{1\sigma} + X_m$, $X_2' = X_{2\sigma}' + X_m$ (' означава вредност импедансе сведене на примар). После добијања расподеле магнетног поља применом FEM прорачуна, одређују се флуksни обухвати. Примера ради, за случај да се струја инјектира у намотај примара (I_1), одређује се укупан флуksни обухват кроз намотај примара (ϕ_1) и укупан флуksни обухват кроз намотај секундара (ϕ_{21}). Флуksни обухвати се добијају интеграцијом аксијалне компоненте магнетне индукције (B_{aks}) у сваком од навојака.

Из израчунатих флуksних обухвата добијају се $X_1 = \phi_1 / I_1$ и $X_m = \phi_{21} / I_1$. На аналоган начин, за ситуацију да се струја инјектира у намотај секундара (I_2), одређује се X_2' , свођењем реактансе $X_2 = \phi_2 / I_2$ на примар.

Код примене овог приступа мора се водити рачуна и о појави и утицају засићења магнетног кола (пре свега локалних, која могу утицати на промену расподеле магнетне индукције у простору ван магнетног кола). Због тога струја која се инјектира само у примар, односно само у секундар, треба да буде мала (оријентационо, њена вредност треба да буде око струје магнећења). Вредности укупне и међусобне реактансе су блиске, односно реактанса расипања је мала у односу на укупну и међусобну реактансу. Због тога мала прорачунска грешка у доминантном међусобном флуksу (који због нелинеарности магнетног кола може и да се разликује у случају инјектирања струје у примар или у секундар) може довести до велике грешке при одређивању реактансе расипања као разлике две велике блиске вредности.

Укупна реактанса расипања сведена на примар (X_k), чија се вредност може одредити из резултата огледа кратког споја, износи $X_k = X_{1\sigma} + X_{2\sigma}' = X_1 + X_2' - 2 X_m$.

4А. 3. Утицај расутог флукса на повећање активног отпора и губитака у намотајима

4А. 3. 1. Узрочници неравномерности струје

Магнетска индукција расутог флукса индукује у проводницима електромоторне силе (емс) које изазивају локалне струје:

1. У самим масивним проводницима.
2. У паралелним гранама ако се проводник намотаја израђује од више међусобно изолованих паралелних проводника – на пример два проводника која су везана паралелно и намотавају се један поред другог у радијалном правцу (ови проводници деле укупну струју која протиче кроз трансформатор). Практична мера за спречавање неравномерности расподеле струје између паралелних проводника је транспоноване паралелно везаних проводника.

У тексту који следи разматра се проблем локалних струја у самим проводницима које су последица магнетске индукције расутог флукса и које се суперпонирају на главну струју (ове струје имају вихорну природу, односно струје у равни управној на правац проводника).

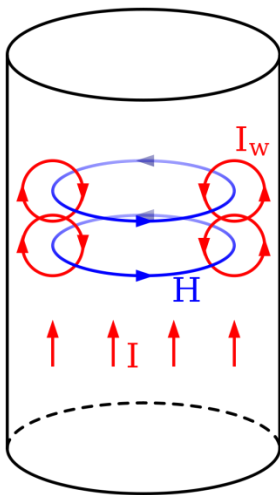
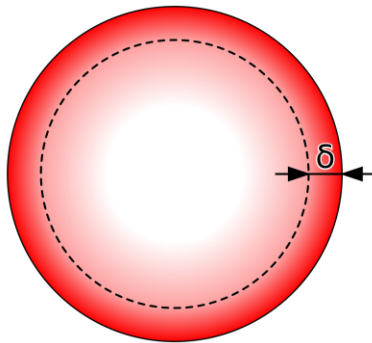
Смањење вихорних струја је један од разлога због којих се проводник често израђује у облику снопа тањих проводника. Уколико се не би вршила транспозиција проводника (промена позиције танких проводника у снопу дуж проводника) у сваком од тањих проводника, који су међусобно спојени на почетку и крају намотаја, разликовао би се активни отпор и индукована емс. Последично, појавиле би се струје кроз паралелно повезане танке проводнике. Ово је разлог због чега се позиција танких проводника у снопу мења дуж проводника – то се чини фабрички, током производње самог проводника.

4А. 3. 2. Опште о *skin* и *proximity* ефектима

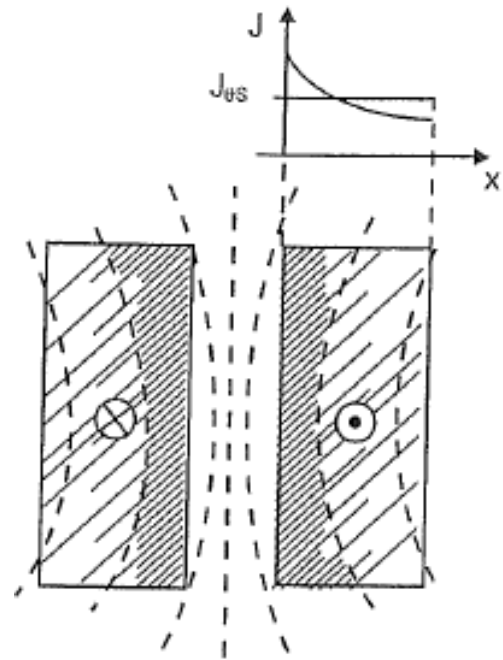
Из теорије електромагнетике позната је појава неравномерне расподеле наизменичне струје по пресеку електричног проводника, која је резултат магнетног поља које ствара струја самог тог проводника (сопственог магнетног поља) или магнетног поља насталог услед неког другог узрочника.

Примера ради, услед сопственог магнетног поља, у случају да је учестаност струје висока, долази до потискивања струје у мали део уз површ проводника, односно струја се расподељује тако да има велику површинску густину уз саму површ проводника, док кроз највећи део површи попречног пресека проводника струја практично и не протиче. На слици 4А.6 приказана је неравномерност струје за проводник кружног попречног пресека. Ефекат потискивања струје као резултат магнетног поља које потиче од самог проводника познат је као површински ефекат (*skin effect*).

На слици 4А.7 илустровано је потискивање струје који настаје у проводнику као последица магнетног поља коју ствара проводник који се налази у близини посматраног проводника и кроз који протиче струја супротног смера. Овај ефекат се назива ефекат близине (*proximity effect*).



Слика 4А.6



Слика 4А.7

До расподеле струја за случајеве приказане на сликама 4А.6 и 4А.7 се може доћи решавањем Максвелових диференцијалних једначина, коришћењем граничног услова вредности магнетног поља на површи проводника.

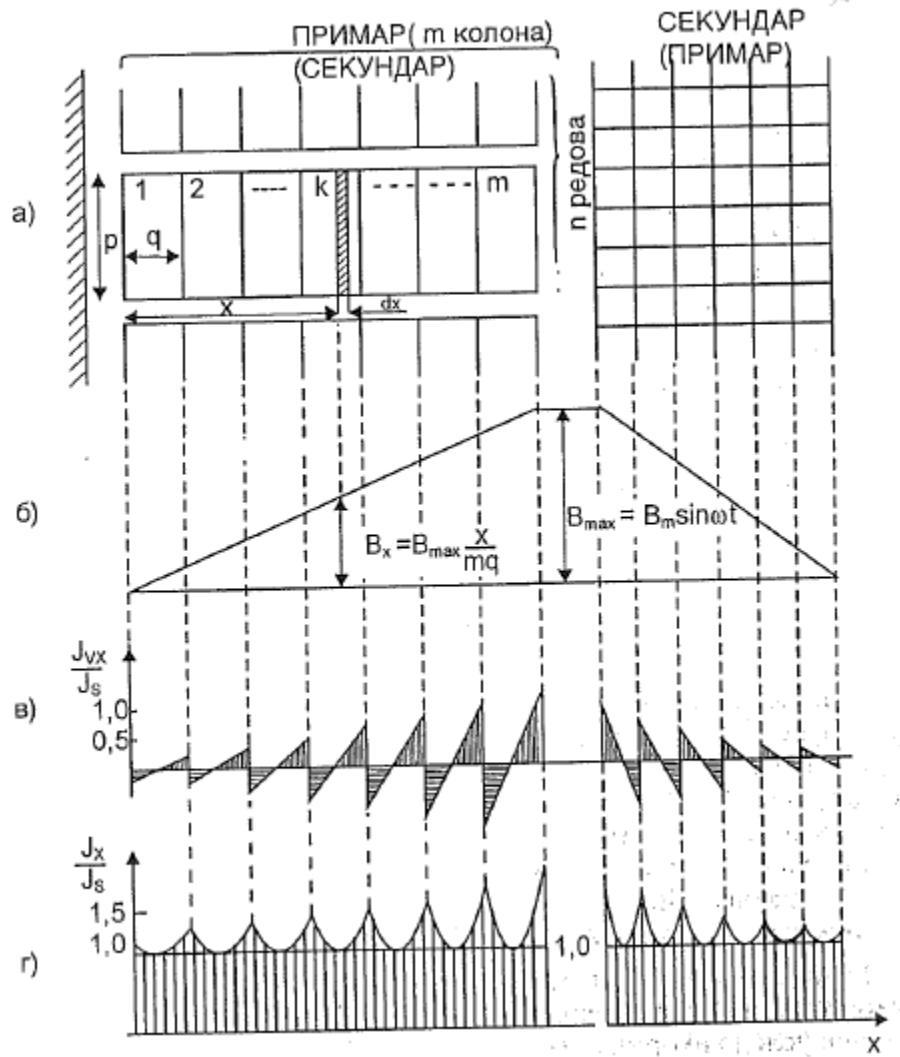
4А. 3. 3. Одређивање расподеле циркулационих струја полазећи од упрошћене расподеле расутог магнетног поља и постављања и решавања контура циркулационих струја

Појединачни проводници намотаја трансформатора налазе се у јаком електромагнетном пољу које стварају сви остали проводници. Због тога долази до интензивне неравномерности густине струје по површи попречног пресека проводника. Потребно је одредити расподелу ове струје како би се дошло до вредности губитака у сваком од навојака свих намотаја трансформатора.

У тексту који следи приказаће се поступак одређивања расподеле густине струје по попречном пресеку проводника полази се од модела чијом применом је добијена расподела магнетног поља приказана на слици 4А.4.

Посматрајмо намотаје примара (унутрашњи намотај) и секундара (спољашњи намотај), који садрже исти број ампер-навојака (као код разматрања реактансе расипања). Димензије пресека

намотаја примара су $p \times q$ (пресек $S = p \times q$). Намотај примара има m колона и n врста, као што је приказано на слици 4А.8 а).



Слика 4А.8

Може се сматрати да расподела расутог поља не зависи значајно од расподеле струје по пресеку проводника; средња вредност густине струје оптерећења у примарном намотају (кроз који протиче струја $I_s = I_l - I_u$) износи $J_s = I_s / S$. Претпостављајући синусну расподелу струје примара ($i_s = \sqrt{2} I_s \sin(\omega t)$), из израза (4А.7) долази се до

$$\begin{aligned}
 B_{max} &= B_m \sin(\omega t) = \mu_0 \frac{N I_{smax}}{h'} \sin(\omega t) = \mu_0 \frac{m n \sqrt{2} I_s}{h'} \sin(\omega t) & (4A.40) \\
 &= \frac{\sqrt{2}}{h'} \mu_0 m n p q J_s \sin(\omega t)
 \end{aligned}$$

У делу првог намотаја индукција расте линеарно, од нулте вредности (за $x^* = 0$) до B_m (за $x^* = m q$), као што је објашњено у одељку 3.5.4. (ширина намотаја a , коришћена у одељку 4А. 1. једнака је $a = m q$); максимална тренутна вредност индукције расипања на координати x је једнака

$$B(x) = B_m \frac{x}{m q} \quad (4A.41)$$

Флуks индукције расипања (његова максимална тренутна вредност) кроз диск пречника $D_u + 2 x^*$ (D_u представља пречник унутрашње површи унутрашњег намотаја, $x \leq m q$) може се одредити интеграцијом:

$$\varphi_m(x^*) = \int_0^{x^*} B(x) \pi (D_u + 2 x) dx \quad (4A.42)$$

Ако се претпостави да је ширина намотаја ($m q$) много мања од унутрашњег пречника намотаја (D_u), може се сматрати да се вредност ($D_u + 2 x$) мало мења са променом координате x , односно да се може узети да је једнака средњем пречнику круга ($(D_u + D_u + 2 m q) / 2 = (D_u + m q)$). У том случају ($l_{sr} = \pi (D_u + m q)$) претходни интеграл постаје

$$\begin{aligned} \varphi_m(x^*) &= \int_0^{x^*} B(x) \pi (D_u + m q) dx = \pi (D_u + m q) \int_0^{x^*} B(x) dx \quad (4A.43) \\ &= \pi (D_u + m q) \int_0^{x^*} B_m \frac{x}{m q} dx \end{aligned}$$

$$\varphi_m(x^*) = \frac{\pi (D_u + m q) B_m}{m q} \int_0^{x^*} x dx = \frac{l_{sr} B_m x^{*2}}{m q \cdot 2} = \frac{1}{2} B_m \frac{x^{*2}}{m q} l_{sr} \quad (4A.44)$$

Временска промена флуksа (он је у фази са струјом која га изазива - i_s) кроз диск пречника $D_u + 2 x^*$ износи

$$\varphi(x^*) = \frac{1}{2} B_m \frac{x^{*2}}{m q} l_{sr} \sin(\omega t) \quad (4A.45)$$

Промена флуksа у времену доводи до генерисања електромоторне силе (e_x) вредности

$$e_x = - \frac{d\varphi(x^*)}{dt} = - \frac{1}{2} \omega B_m \frac{x^{*2}}{m q} l_{sr} \cos(\omega t) \quad (4A.46)$$

Из претходног израза се уочава да \underline{E}_x фазно касни у односу на флуks $\underline{\Phi}(x)$ за $\pi / 2$.

Из претходног израза је јасно да је вредност електромоторне силе, генерисане по обиму i -тог проводника унутрашњег пречника x^* , који се мења у опсегу $x^* \in [(i-1)q, iq]$, променљива. Расподела струје по пресеку проводника се може одредити посматрањем паралелних веза електромоторних сила на ред везаних са електричном отпорношћу електричног проводника пресека $p dx$ и дужине l_{sr} , чија отпорност износи $dr = \rho l_{sr} / (p dx)$. С обзиром да се електромоторне силе разликују, појавиће се струје у проводницима инфинитезимално мале дебљине dx : (површинска густина ових струја di_x износи $j_{vx} = di_x / (p dx)$). Смер струје у делу проводника са координатом x^* ближој $(i-1)q$, има супротан смер од смера струје у делу проводника са координатом x^* ближој iq . Збир свих струја, у области $[(i-1)q, iq]$, једнак је нули, јер се ове

струје затварају у навојку (идући по радијалној димензији проводника постоје паралелне гране које садрже електромоторну силу и са њом на ред везан електрични отпор):

$$\int_{x=(i-1)q}^{x=iq} di_x = 0 \quad (4A.47)$$

Поред електромоторне силе e_m (e_x) у овој контури делује и e_m услед промене флукса кроз магнетно коло, која у сваком од навојака на примару и у сваком од навојака на секундару индукује e_m (e).

e_m (e_x) фазно касни у односу на флукс у зони намотаја. Овај флукс је у фази са струјом кроз намотај (i_s). Струја di_x , односно густина струје j_{vx} је у фази са e_m e_x , што значи да струја di_x касни за струјом која улази и излази из намотаја (i_s) за $\pi / 2$.

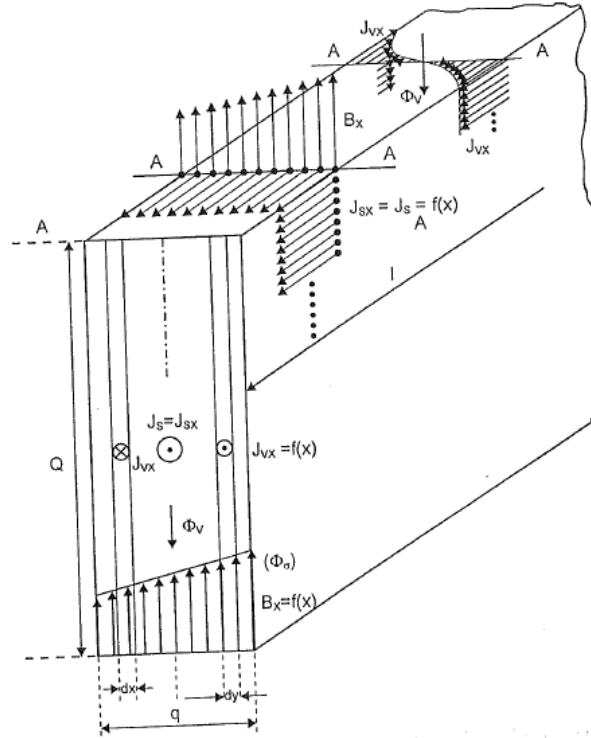
У напонској равнотежи учествује и напон доведен на прикључке примарног намотаја (u_{prim}). Овај напон је расподељен на све навојке. Означимо са u , за сада непознати, део напона примара који учествује у напонској равнотежи за проводнике инфинитезимално мале дебљине dx који припадају једном навојку. Примена другог Кирхофовог закона на прстен ширине dx даје

$$u = e + e_x + di_x dr \quad (4A.48)$$

$$u = e + e_x + j_x p dx \rho \frac{l_{sr}}{p dx} \quad (4A.49)$$

Укупна густина струје j_x кроз прстен пресека $p dx$ може да се прикаже као збир компоненте која представља део спољашње струје (j_s) и густине вихорне струје која се затвара у самом проводнику (j_{vx}) (слика 4A.10):

$$j_x = j_s + j_{vx} \quad (4A.50)$$



Слика 4А.10

Пратећи приступ да губитке у проводнику ствара наизменична компонента која улази у намотај и излази из њега (спољна струја), а која је равномерно распоређена по пресеку проводника, и циркулациона струја, узима се да да је густина струје која потиче од спољне струје (j_s) равномерна по пресеку, и да је једнака количнику i_s и попречног пресека проводника $p q$ ($j_s = i_s / (p q)$).

С обзиром да се вредности e и u не мењају са променом координате x , а да се e_x мења са променом координате x , j_x , односно њена просторно променљива компонента j_{vx} , представља функцију координате x . Вихорне струје се затварају у самом проводнику, односно не излазе ван намотаја, због чега интеграл вихорне струје по површи попречног пресека сваког од $m \times n$ проводника (по пресеку $p \times q$) мора да буде једнак нули:

$$\iint j_{vx} dS = 0 \quad (4A.51)$$

односно, под претпоставком да се густина струје не мења по висини проводника,

$$\int_{x=(i-1)q}^{x=iq} j_{vx} p dx = 0 \quad (4A.52)$$

$$\int_{x=(i-1)q}^{x=iq} j_{vx} dx = 0 \quad (4A.53)$$

Полазећи од израза (4А.49) и (4А.50) може се написати

$$u = e + e_x + (j_s + j_{vx}) \rho l_{sr} \quad (4A.54)$$

односно

$$j_{vx} = \frac{u - e}{\rho l_{sr}} - \frac{e_x}{\rho l_{sr}} - j_s \quad (4A.55)$$

Интеграцијом j_{vx} , у границама од $(i - 1)q$ до $i q$ (израз (4A.53)), долази се до

$$\left(\frac{u - e}{\rho l_{sr}} - j_s \right) (iq - (i - 1)q) - \frac{1}{\rho l_{sr}} \int_{x=(i-1)q}^{x=iq} e_x dx = 0 \quad (4A.56)$$

Из (4A.55) проистиче

$$\frac{u - e}{\rho l_{sr}} - j_s = \frac{e_x}{\rho l_{sr}} + j_{vx} \quad (4A.57)$$

Заменом (4A.57) у (4A.56) добија се

$$\left(\frac{e_x}{\rho l_{sr}} + j_{vx} \right) q - \frac{1}{\rho l_{sr}} \int_{x=(i-1)q}^{x=iq} e_x dx = 0 \quad (4A.58)$$

$$j_{vx} = \frac{1}{\rho l_{sr}} \left(-e_x + \frac{1}{q} \int_{x=(i-1)q}^{x=iq} e_x dx \right) \quad (4A.59)$$

Заменом вредности за e_x из (4A.46) у (4A.59) долази се до

$$j_{vx} = \frac{1}{\rho l_{sr}} \left(\left(\frac{1}{2} \omega B_m \frac{x^2}{m q} l_{sr} \cos(\omega t) \right) + \frac{1}{q} \int_{x=(i-1)q}^{x=iq} \left(-\frac{1}{2} \omega B_m \frac{x^2}{m q} l_{sr} \cos(\omega t) \right) dx \right) \quad (4A.60)$$

$$j_{vx} = \frac{1}{\rho l_{sr}} \frac{\omega}{2} B_m \frac{l_{sr}}{m q} \cos(\omega t) \left(x^2 - \frac{1}{q} \frac{(iq)^3 - ((i-1)q)^3}{3} \right) \quad (4A.61)$$

Уврштавањем вредности за

$$B_m = \frac{\sqrt{2}}{h'} \mu_0 m n p q J_s \quad (4A.62)$$

у израз (4A.61), користећи везу $\cos(\omega t) = -\sin(\omega t - \pi/2)$, долази се до

$$j_{vx} = -\frac{1}{\rho} \frac{\omega}{2} \frac{1}{h'} \mu_0 n p J_s \sqrt{2} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) \left(x^2 - q^2 \frac{i^3 - (i-1)^3}{3} \right), \quad (4A.63)$$

односно

$$j_{vx} = -\alpha^2 J_s \sqrt{2} \left(x^2 - q^2 \frac{i^3 - (i-1)^3}{3} \right) \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) \quad (4A.64)$$

где је

$$\alpha^2 = \frac{\omega}{2} \mu_0 \frac{p n}{\rho h'} = \frac{\pi \mu_0 f}{\rho} \frac{p}{h'} n \quad (4A.65)$$

Фазор густине струје \underline{J}_{vx} је функција координате x ; његова ефективна вредност износи

$$J_{vx} = \alpha^2 J_s \left(x^2 - q^2 \frac{i^3 - (i-1)^3}{3} \right) \quad (4A.66)$$

$$J_{vx} = \alpha^2 J_s \left(x^2 - q^2 \frac{(i - (i-1))(i^2 + i(i-1) + (i-1)^2)}{3} \right) \quad (4A.67)$$

$$J_{vx} = \alpha^2 J_s \left(x^2 - q^2 \frac{(i^2 + i^2 - i + i^2 - 2i + 1)}{3} \right) \quad (4A.68)$$

$$J_{vx} = \alpha^2 J_s \left(x^2 - q^2 \left(i^2 - i + \frac{1}{3} \right) \right) \quad (4A.69)$$

$$J_{vx} = \alpha^2 J_s \left(x^2 - q^2 i(i-1) - \frac{q^2}{3} \right) \quad (4A.70)$$

и он је фазно померен за $\pi/2$ у односу на фазор густине струје \underline{J}_s . На слици 4A.8 в) приказана је промена J_{vx}/J_s . Ефективна вредност резултантне густине струје, која је релевантна за губитке, због фазног помераја између фазора \underline{J}_{vx} и \underline{J}_s од $\pi/2$, износи

$$J_x = \sqrt{J_s^2 + J_{vx}^2} \quad (4A.71)$$

На слици 4A.8 г) приказана је промена J_x/J_s .

Укупни губици у сваком од проводника у i -тој колони ($i = 1, \dots, m$) су једнаки

$$P_{Cu} = \iint di_x^2 dr = \iint (J_x dS)^2 \rho \frac{l_{sr}}{dS} = \iint J_x^2 \rho l_{sr} dS = \int_{(i-1)q}^{iq} J_x^2 \rho l_{sr} p dx \quad (4A.72)$$

$$P_{Cu} = \int_{(i-1)q}^{iq} (J_s^2 + J_{vx}^2) \rho l_{sr} p dx \quad (4A.73)$$

$$P_{Cu} = J_s^2 p q \rho l_{sr} + \int_{(i-1)q}^{iq} J_{vx}^2 \rho l_{sr} p dx \quad (4A.74)$$

$$P_{Cu} = J_s^2 p q \rho l_{sr} + \int_{(i-1)q}^{iq} \left(\alpha^2 J_s \left(x^2 - q^2 i(i-1) - \frac{q^2}{3} \right) \right)^2 \rho l_{sr} p dx \quad (4A.75)$$

$$P_{Cu} = J_s^2 p q \rho l_{sr} + \alpha^4 J_s^2 \rho l_{sr} p \int_{(i-1)q}^{iq} \left(x^2 - q^2 i(i-1) - \frac{q^2}{3} \right)^2 dx \quad (4A.76)$$

Губици у сваком од проводника у i -тој колони могу се изразити као збир Џулових губитака и допунских губитака услед вихорних струја, који су одређени првим и другим сабирком у претходном изразу, респективно:

$$P_{Cu} = P_J + P_{Cu\ dop} \quad (4A.77)$$

Однос укупних према Џуловим губицима у сваком од проводника у i -тој колони износи

$$\frac{P_{Cu}}{P_J} = 1 + \frac{P_{Cu\ dop}}{P_J} = 1 + \frac{\alpha^4}{q} \int_{(i-1)q}^{iq} \left(x^2 - q^2 i(i-1) - \frac{q^2}{3} \right)^2 dx \quad (4A.78)$$

Средња вредност повећања губитака услед вихорних струја добија се као средња вредност односа P_{Cu} / P_J у свих m колона - тај однос се назива средњи сачинилац повећања губитака (Филдов фактор):

$$k_f = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \frac{P_{Cu\ i}}{P_J} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \left(1 + \frac{\alpha^4}{q} \int_{(i-1)q}^{iq} \left(x^2 - q^2 i(i-1) - \frac{q^2}{3} \right)^2 dx \right) \quad (4A.79)$$

Решавањем интеграла, а затим сумирањем насталих редова, долази се до вредности средњег сачиниоца повећања губитака (Филдовог фактора).

Филдов фактор представља однос укупних губитака у намотају и укупних Џулових губитака (Џулови губици се израчунавају као производ отпора намотаја једносмерној струји и квадрата ефективне вредности струје која кроз намотај протиче ка мрежи на коју је он повезан). Претходна извођења, као и текст који следи, односе се на случај да је вредност J_s иста у свим навојцима, односно да је пресек свих проводника у намотају исти. Израз за вредност средњег сачиниоца повећања губитака (Филдов фактор), добијен решавањем сумирањем реда у једначини (4A.79), гласи

$$k_f = 1 + (q \alpha)^4 \frac{m^2 - 0.2}{9} \quad (4A.80)$$

где је α дато изразом (4A.65),

$$\alpha^2 = \frac{\omega}{2} \mu_0 \frac{p n}{\rho h'} = \frac{\pi \mu_0 f}{\rho} \frac{p}{h'} n$$

После увођења ознаке

$$\xi^2 = (q \alpha)^2 = q^2 \frac{\pi \mu_0 f}{\rho} \frac{p}{h'} n \quad (4A.81)$$

и занемаривања сабирка 0.2, долази се до

$$k_f = 1 + \xi^4 \frac{m^2}{9} \quad (4A.82)$$

Уместо $n\rho$, у претходни израз ће се увести ознака $h' \approx n\rho$. Релативно повећање губитака, које представља однос губитака услед вихорних струја и Џулових губитака, износи

$$\Delta k_f = \xi^4 \frac{m^2}{9} = \left(\frac{\pi \mu_0 f}{\rho} q^2 \right)^2 \frac{m^2}{9} = \left(\frac{\pi \mu_0 f}{\rho} \right)^2 \frac{m^2 q^4}{9} \quad (4A.83)$$

Из претходног израза може се закључити следеће:

- Повећање губитака расте са четвртим степеном ширине проводника q
- Повећање губитака расте са квадратом фреквенције f
- Повећање губитака је обрнуто сразмерно квадрату специфичног електричног отпора ρ

Из последњег закључка проистиче:

(1) Губици услед вихорних струја, у односу на Џулове губитке, већи су за бакар него за алуминијум јер је специфична електрична отпорност бакра мања од специфичне електричне отпорности алуминијума.

(2) Насупрот Џуловим губицима, који линеарно расту са порастом температуре (услед линеарног пораста специфичне електричне отпорности са порастом температуре), **допунски губици (губици услед вихорних струја) обрнуто су сразмерни порасту температуре.**

Имајући у виду да повећање додатних губитака у односу на Џулове губитке расте са четвртим степеном ширине проводника q , може се догодити да повећање ширине проводника доведе до већег повећања додатних губитака него што се Џулови губитка смањују као резултат повећања пресека и смањења густине струје. Ширина проводника код које се ово дешава назива се критична ширина проводника. Она се једноставно може наћи изједначавањем извода укупних губитака по ширини проводника q са нулом. При критичној ширини проводника удео губитака услед вихорних струја износи 33%.

Филдов фактор за проводник кружног попречног пресека израчунава се по изразу

$$k_{f(o)} = 1 + \xi_o^4 \frac{m^2}{19.4} \quad (4A.84)$$

где је

$$\xi^2 = \frac{\pi d^2}{4} \frac{4 d n \mu_0 f}{\rho h'} = \frac{\pi \mu_0 f d^3}{\rho h'} n \quad (4A.85)$$

Из (4A.78) се једноставно закључује да се **максимална густина вихорних струја**, највећи губици и највећа генерисана топлота у навојку јављају у **слоју до зазора између примарног и секундарног намотаја** (m -та колона).

Читаво извођење у поглављу 4А. 3. 3. односи се на намотај примара. Слична разматрања могу се спровести за намотај секундара, код кога магнетна индукција расутог поља опада од максималне вредности до нуле како се иде од унутрашњег ка спољашњем пречнику намотаја.



4A.3.4. Одређивање расподеле струје по пресеку проводника применом FEM софтвера

Први корак је одређивање расподеле магнетног поља, полазећи од равномерне расподеле струје по попречном пресеку проводника. Струја која протиче кроз проводник је једнака струји која протиче ка мрежи. Расподела магнетног поља се одређује применом FEM софтвера.

Други корак је одређивање снаге додатних губитака у проводнику полазећи од вредности магнетног поља на спољашњој површи проводника. Разлика у односу на приступ преко вихорних струја, који је детаљно елабориран у одељку 4A.3.4., је што се уместо дефинисања елементарних прстенова бесконачно мале ширине и флукса који је обухваћен овим контурама, користе изрази добијени решавањем Максвелових једначина. Простор у коме се решавају Максвелове једначине је запремина проводника, са граничним условима да је вредност поља на граничној површи проводника једнак вредностима поља одређеним у првом делу поступка. Примера ради, за проводник ширине $2q$, специфичне електричне проводности σ , при дубини продирања електромагнетног таласа δ

$$\delta = \frac{1}{\sqrt{\pi f \mu_0 \sigma}} \quad (4A.86)$$

снага губитака настала као резултат дејства аксијалног магнетног поља H_z (под претпоставком да је једнака на обе вертикалне граничне површи проводника, што приближно и јесте случај) износи

$$P = \frac{H_z^2 (\sinh(2kq) - \sin(2kq))}{\sigma \delta (\cosh(2kq) + \cos(2kq))} \quad (4A.87)$$

где је $k = 1 / \delta$. У случају да је $2q \ll \delta$, важи

$$P = \frac{H_z^2 (2kq)^3}{6 \sigma \delta} \quad (4A.88)$$

Постојање радијалне компоненте поља H_r (иста вредност на доњој и горњој хоризонталној површи проводника, што приближно и јесте случај) доводи до снаге додатних губитака

$$P = \frac{H_r^2 (\sinh(2kp) - \sin(2kp))}{\sigma \delta (\cosh(2kp) + \cos(2kp))} \quad (4A.89)$$

у случају да је $2p \ll \delta$,

$$P = \frac{H_r^2 (2kp)^3}{6 \sigma \delta} \quad (4A.90)$$

У случају да постоје и аксијална (H_z) и радијална (H_r) компонента магнетног поља, губици се приближно могу одредити сабирањем снага одређених према изразима (4A.87) и (4A.89).

У вези са првим делом поступка, одређивањем расподеле магнетног поља, треба рећи да не постоји магнетна симетрија по угаоној координати, односно да се расподела расутог магнетног поља разликује по угаоној координати. Највећа разлика постоји у делу намотаја који се налази испод горњег и доњег јарма (раван 1 – равна симетрије намотаја у средишњој равни магнетног кола) и у делу намотаја у равни симетрије намотаја управној на равни магнетног кола (раван 2). Слична расподела оној у равни 2 се има и у равни магнетног кола, али у простору ван магнетног кола (између стуба крајње фазе магнетног кола и суда).

Могуће је вршити 3D прорачуне расутог магнетног поља, али је то повезано са низом практичних ограничења, због чега се из практичних разлога врше два 2D прорачуна поља (у наведеним

равнима 1 и 2), а затим врши пондерисано усредњавање (за трофазни трансформатор 4 пута раван 1 и 8 пута раван 2) добијених вредности и тако долази до средње вредности губитака у сваком од навојака у намотају.

Коначно, опција за одређивање губитака је да се они добију директно из FEM софтвера (дакле, без примене претходно наведеног другог дела поступка).

Литература

[1] S.V. Kulkarni, S.A. Khaparde: "Transformer Engineering: Design and Practice ", CRC Press, 2004.

[2] S.A. Khaparde, S.V. Kulkarni : "Transformer Engineering : Design, Technology, and Diagnostics", 2nd Edition, ISBN: 1439853770 / 9781439853771, CRC Press, 2012.