

Испит спремати по овом тексту.

Делове текста између маркера

и

прочитати информативно (из тог дела градива се неће постављати питања на испиту)

4. ГУБИЦИ СНАГЕ, СТЕПЕН ИСКОРИШЋЕЊА И ПРОМЕНА НАПОНА

4. 1. ГУБИЦИ У ГВОЖЉУ

О губицима у гвожђу је било речи у одељку 2.1 (одељак о магнетским материјалима) и у одељку 3.4 (одељак о празном ходу).

Губици снаге у гвожђу се одређују на основу индукције у гвожђу, што је величина коју одређује пројектант трансформатора. Трансформатор се пројектује и производи тако да се остваре потребне карактеристике трансформатора (номинална снага, напон и струја и остали специфицирани параметри), специфициране у оквиру уговора о наручивању трансформатора. На основу индукције у гвожђу и карактеристике магнетних лимова (која се добија од произвођача лимова) одређује се вредност специфичних губитака (W / m^3), а затим и укупних губитака, множењем специфичних губитака са масом језгра. Због одступања реалне расподеле магнетног флуksа од уобичајено претпостављене идеализоване равномерне расподеле магнетне индукције по пресеку магнетног кола, стварни губици у гвожђу одступају од прорачунске вредности. Уобичајени поступак у пракси је да се прорачунска вредност одређена на основу усвојене идеализације коригује за износ који се дефинише из искуства са претходно израђеним сличним конструкцијама трансформатора. Произвођачи трансформатора дефинишу ове корекције на основу емпиријских података - о израчунатим вредностима губитака у гвожђу и губитака измереним у огледу празног хода. Треба напоменути да за мерење снаге у огледу празног хода треба користити "специјалне" ватметре за мали фактор снаге ($\cos \varphi = 0.1$).

Подсетимо да флуks у магнетном колу може да се мења током експлоатације трансформатора, у зависности од напона на примару, струјног оптерећења (оно утиче на пад напона на отпорности и реактанси расипања примара) и, у случају да он постоји, од положаја регулатора напона. Промена флуksа у магнетном колу, као и последична промена губитака, може се узети у обзир при анализи различитих радних режима трансформатора, али се у највећем броју случајева, при одређивању губитака, степена искоришћења и загревања трансформатора приближно сматра да су губици у магнетном колу једнаки њиховој номиналној вредности.

4. 2. ГУБИЦИ УСЛЕД СТРУЈЕ ОПТЕРЕЋЕЊА

Губици који су последица протицања струје кроз намотаје (губици због оптерећења) се јављају у самим намотајима и у конструкционим деловима трансформатора. Ово поглавље се доминантно и релативно детаљно бави одређивањем губитака у самим намотајима.

Што се тиче губитака у конструкционим деловима трансформатора, они су последица индукованих струја у металним конструкционим деловима због расутог флуksа. У прошлости,

доминантни приступ је био да се ови губици процењују на основу емпиријских формула, формираних на основу разлике губитака измерених у стандардном серијском тесту мерења губитака трансформатора у кратком споју и прорачунски одређених губитака у намотајима.

У савременој инжењерској пракси допунски губици у конструкционим деловима услед индукованих струја се могу одредити коришћењем софтвера заснованих на FEM методи, који омогућавају и да се оптимизује конструкција трансформатора у смислу смањења губитака и загревања (пример: постављање и димензионисање магнетних екрана - мањих пакета лимова или шина - обично алуминијумских, на унутрашњу страну суда, паралелно намотајима, у зони где су намотаји близу суда). Применом ових мера смањују се губици и загревање суда услед расутог флуksа. Још општије, може се рећи да се конструкционим решењем, применом екрана од добро електрично проводних материјала или екрана од добро магнетно проводних материјала, може извршити каналисање флуksа и спречавање појаве индукованих струја на било ком месту унутар трансформатора где би индуковане струје довеле до великих губитака. Потенцијално велики губици се могу јавити на местима где се расути флуks затвара кроз масивне металне делове, пре свега челичне; поред већ поменутог суда, примера ради, такви делови су и шине за причвршћење магнетног кола.

Губици који се због протицања струје јављају у самим намотајима уобичајено се представљају као збир две компоненте:

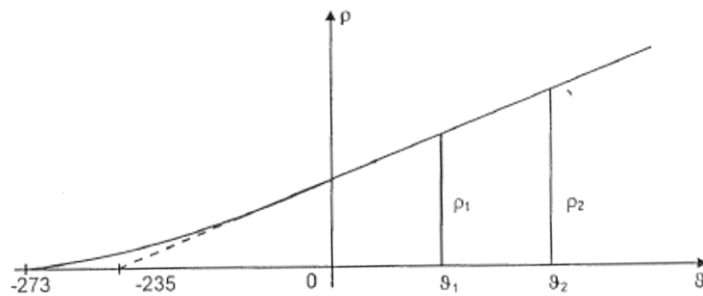
- 1) Џулови губици – они се рачунају полазећи од претпоставке да се струја равномерно расподељује по попречном пресеку проводника и да је површинска густина струје једнака количнику струје која протиче кроз намотај ка мрежи и попречног пресека проводника,
- 2) Губици који настају као последица одступања стварног профила струје по попречном пресеку проводника од равномерног који је наведен у тачки 1). Неравномерност струје се јавља услед два ефекта. Први је резултат расутог флуksа и последичне појаве вихорних струја унутар проводника (што се разматра у поглављу 4.3) или услед неравномерне расподеле струје између паралелно везаних проводника (уколико је конструкција трансформатора таква да постоје паралелно везани проводници и уколико постоји разлика у отпорности и флуksних обухвата паралелних проводника). Практична мера за спречавање неравномерности расподеле струје између паралелних проводника је транспоновање паралелно везаних проводника.

Прва компонента (Џулови губици) се одређује на једноставан начин, множењем отпорности која би се имала при протицању једносмерне струје и квадрата ефективне вредности струје кроз намотај:

$$P_{g,J} = \sum (R I^2) = \sum \left(\rho \frac{l}{s} I^2 \right)$$

Губици зависе од струје директно ($\sim I^2$), али и индиректно, преко специфичне електричне отпорности ρ , која је температурно зависна (температура намотаја зависи од струје и последичних губитака, као и од температуре амбијента).

На температури апсолутне нуле ($\vartheta = -273^\circ\text{C}$) може се узети да је вредност специфичне електричне отпорности ρ за све метале приближно једнака нули. На слици 4.1 је приказана промена ρ у функцији температуре за бакар, као и линеаризована функција ове зависности (испрекидана линија). За алуминијум се има слична промена, с тим да се пресек са ординатом, уместо при -235°C остварује при -225°C .



Слика 4.1

Из сличности троуглова, за бакар се може написати следећа функционална зависност промене ρ са температуром (веза између вредности ρ при температури ϑ_1 (ρ_1) и при температури ϑ_2 (ρ_2)):

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{235 + \vartheta_2}{235 + \vartheta_1}$$

Промена отпорности услед промене температуре има значајну вредност: примера ради, при температури од 75 °C (ова вредност одговара уобичајеном номиналном режиму рада, па се често усваја као референтна) је већа од вредности отпорности при 25 °C

$$\frac{R_{75}}{R_{25}} = \frac{235 + 75}{235 + 25} = 1.192$$

пута, односно скоро 20 %.

Дакле, однос губитака у радном режиму са струјом I_1 и температуром намотаја ϑ_1 и у радном режиму са струјом I_2 и температуром намотаја ϑ_2 износи

$$\frac{P_{J1}}{P_{J2}} = \frac{235 + \vartheta_1}{235 + \vartheta_2} \left(\frac{I_1}{I_2} \right)^2 \quad (4.1)$$

Температуре намотаја ϑ_1 и ϑ_2 зависе од снаге губитака, и одређују се применом алгоритама за термичке прорачуне трансформатора, тако да се при прорачунима високе тачности мора применити итеративна метода.

4. 3. УТИЦАЈ РАСУТОГ ФЛУКСА НА ПОВЕЋАЊЕ АКТИВНОГ ОТПОРА И ГУБИТАКА У БАКРУ

Магнетска индукција расутог флуksа индукује у проводницима емс која изазива локалне струје

- у самим масивним проводницима (то је један од разлога због кога се проводник намотаја израђује од снопа тањих проводника)
- у паралелним гранама ако се проводник намотаја израђује од снопа тањих проводника; уколико се не би вршила транспозиција проводника (промена позиције танких проводника у снопу); како је

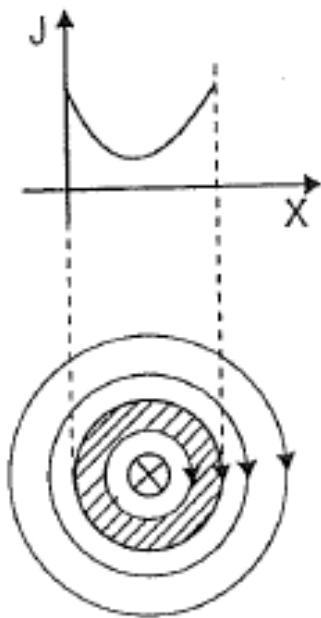
разлика потенцијала сваког од танких проводника на почетку и крају крајева овог проводника којим се формира намотај иста, у сваком од тањих проводника би се разликовао активни отпор и индукована емс, па би се струје кроз паралелно повезане танке проводнике у снопу разликовале. Овај тип локалних струја изједначења је поменут и у поглављу 4.2.

Дакле, транспозицијом се решава проблем поништавања локалних струја услед несиметрије. У тексту који следи се разматра проблем локалних струја које настају као последица магнетске индукције расутог флукса. Ове струје не излазе ван граница намотаја, односно не појављују се у спољашњем магнетном колу, због чега се зову "вихорне струје".

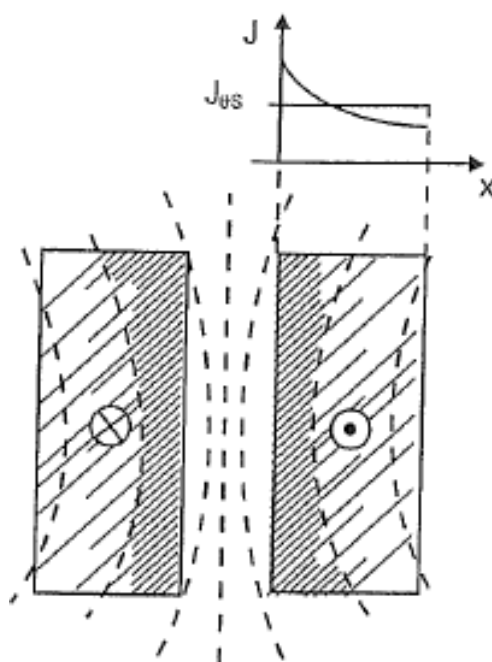
Из опште теорије електромагнетике познати су ефекти појаве неравномерне расподеле наизменичне струје по пресеку електричног проводника, који су последица магнетног поља које ствара струја посматраног проводника (сопственог магнетног поља) или које је резултат протицања струје кроз неки други проводник у околини посматраног проводника.

Примера ради, услед сопственог магнетног поља, у случају да је учестаност струје висока, долази до потискивања струје у мали део уз површ проводника, односно струја се расподељује тако да има велику површинску густину уз саму површ проводника, док кроз највећи део површи попречног пресека проводника практично не протиче струја. На слици 4.2 је илустрована појава неравномерности струје за један проводник кружног попречног пресека. Ефекат потискивања струје као резултат магнетног поља које потиче од самог проводника је познат као површински ефекат (*skin effect*).

На слици 4.3 је илустрован ефекат потискивања струје који настаје у посматраном проводнику као последица магнетног поља проводника који се налази у околини посматраног проводника. Овај ефекат се назива ефекат близине (*proximity effect*).



Слика 4.2

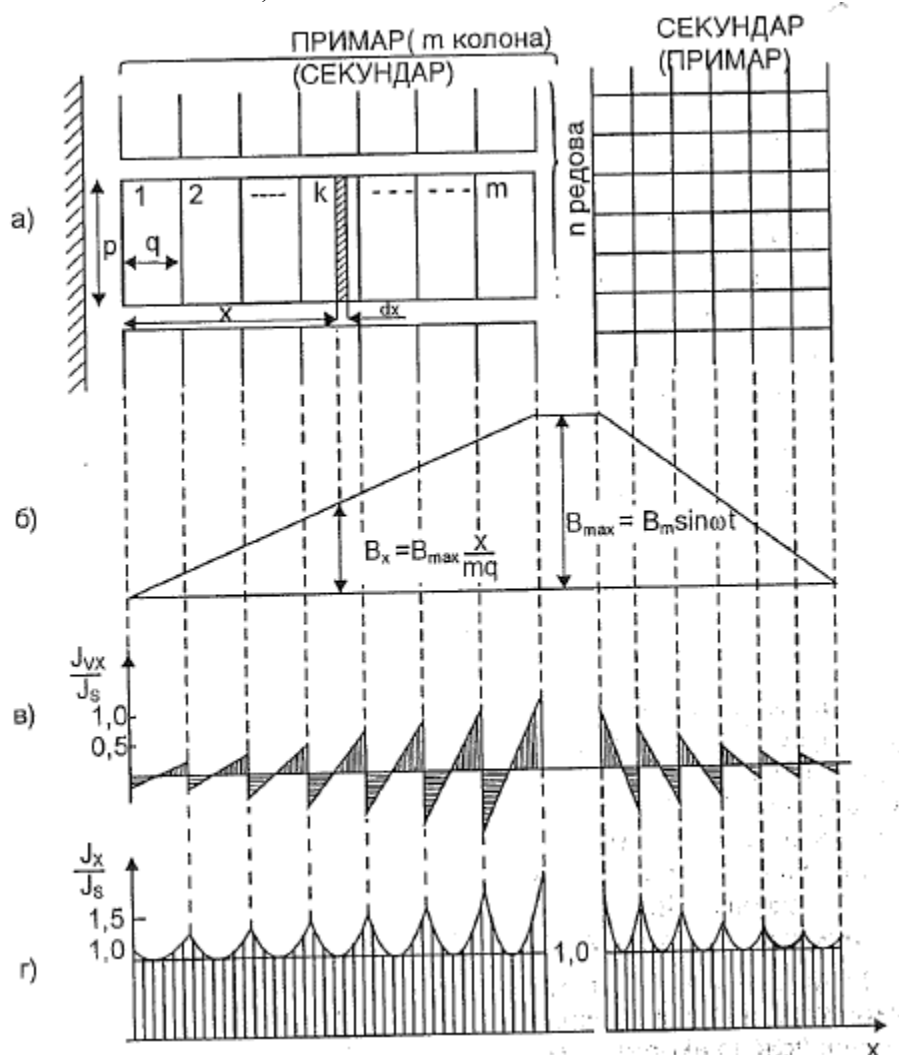


Слика 4.3

Појединачни проводници намотаја трансформатора се налазе у јаком електромагнетном пољу које стварају сви остали проводници. Због тога долази до интензивне неравномерности густине струје по површи попречног пресека проводника. Ова појава се мора изучити како би се дошло до поступка за одређивање губитака у сваком од навојака свих намотаја трансформатора.

У тексту који следи приказаће се поступак одређивања расподеле густине струје по попречном пресеку проводника, за сваки од навојака примарног намотаја и секундарног намотаја, користећи модел чија је суштина приказана на сликама 3.18 и 3.19.

Посматрајмо намотаје примара (унутрашњи намотај) и секундара (спољашњи намотај), кроз који теку исте вредности сведене струје (као код разматрања реактансе расипања). Нека су димензије пресека намотаја примара $p \times q$ (пресек $S = p \times q$) и нека намотај примара има m колона и n врста, као што је приказано на слици 4.4 а).



Слика 4.4

Може се сматрати да расподела расутог флукса не зависи значајно од расподеле струје по пресеку проводника; средња вредност густине струје оптерећења у примарном намотају (кроз који протиче струја $I_s = I_1 - I_2$) износи $J_s = I_s / S$. Претпостављајући синусну расподелу струје примара ($i_s = \sqrt{2} I_s \sin(\omega t)$), из израза (3.39) долазио се до

$$\begin{aligned} B_{max} &= B_m \sin(\omega t) = \mu_0 \frac{N I_{smax}}{h'} \sin(\omega t) = \mu_0 \frac{m n \sqrt{2} I_s}{h'} \sin(\omega t) \\ &= \frac{\sqrt{2}}{h'} \mu_0 m n p q J_s \sin(\omega t) \end{aligned} \quad (4.2)$$

У делу првог намотаја индукција расипања расте линеарно, од нулте вредности (за $x^* = 0$) до B_m (за $x^* = m q$), као што је објашњено у одељку 3.5.4. (ширина намотаја a , коришћена у одељку 3.5.4. једнака је $a = m q$); максимална тренутна вредност индукције расипања на координати x је једнака

$$B(x) = B_m \frac{x}{m q} \quad (4.3)$$

Флукс индукције расипања (његова максимална тренутна вредност) кроз диск пречника $D_u + 2 x^*$ (D_u представља пречник унутрашње стране унутрашњег намотаја, $x \leq m q$) може се одредити интеграцијом (у кругу пречника D_u не постоји флукс расипања, односно вредност магнетне индукције у тој зони једнака је нули):

$$\varphi_m(x^*) = \int_0^{x^*} B(x) \pi (D_u + 2 x) dx \quad (4.4)$$

Ако се претпостави да је ширина намотаја ($m q$) много мања од унутрашњег пречника намотаја (D_u), може се сматрати да се вредност $(D_u + 2 x) dx$ мало мења са променом координате x , односно да се може узети да је једнак средњем пречнику круга $(\pi (D_u + D_u + 2 m q) / 2) dx = l_{sr} dx$; дакле, $l_{sr} = \pi (D_u + m q)$. У том случају претходни интеграл постаје

$$\begin{aligned} \varphi_m(x^*) &= \int_0^{x^*} B(x) \pi (D_u + m q) dx = \pi (D_u + m q) \int_0^{x^*} B(x) dx \\ &= \pi (D_u + m q) \int_0^{x^*} B_m \frac{x}{m q} dx \end{aligned} \quad (4.5)$$

$$\varphi_m(x^*) = \frac{\pi (D_u + m q) B_m}{m q} \int_0^{x^*} x dx = \frac{l_{sr} B_m x^{*2}}{m q \cdot 2} = \frac{1}{2} B_m \frac{x^{*2}}{m q} l_{sr} \quad (4.6)$$

Временска промена флукса (он је у фази са струјом која га изазива - i_s) кроз диск пречника $D_u + 2 x^*$ износи

$$\varphi(x^*) = \frac{1}{2} B_m \frac{x^{*2}}{m q} l_{sr} \sin(\omega t) \quad (4.7)$$

Промена флукса у времену доводи до генерисања електромоторне силе (e_x) вредности

$$e_x = - \frac{d\varphi(x^*)}{dt} = - \frac{1}{2} \omega B_m \frac{x^{*2}}{m q} l_{sr} \cos(\omega t) \quad (4.8)$$

Из претходног израза се уочава да $\underline{E}_x$ фазно касни у односу на флукс $\underline{\Phi}(x)$ за $\pi / 2$.

Из претходног израза је јасно да је вредност електромоторне силе, генерисане у проводницима инфинитезимално мале дебљине dx , а чији се унутрашњи пречник мења са повећањем димензије x^* у опсегу $[(m-1)q, mq]$, променљива. Ситуација се може моделовати као паралелна веза ових електромоторних силе са редно везаном електричном отпорношћу електричног проводника пресека $p dx$ и дужине l_{sr} , чија отпорност износи $dr = \rho l_{sr} / (p dx)$. С обзиром да се електромоторне силе разликују, појавиће се струје у проводницима инфинитезимално мале дебљине dx : (површинска густина ових струја di_x износи $j_{vx} = di_x / p dx$). Смер струје у делу проводника са координатом x^* ближој $(m-1)q$, је има супротан смер од смера струја у делу проводника са координатом x^* ближој mq . Збир свих струја, у области $[(m-1)q, mq]$, једнак је нули, јер се ове струје затварају у навојку (идући по радијалној димензији проводника постоје паралелне гране које садрже електромоторну силу и са њом на ред везан електрични отпор):

$$\int_{x=0}^{x=q} di_x = 0 \quad (4.9)$$

Поред електромоторне силе $e_m(e_x)$ у овој контури делује и e_m услед промене флукса кроз магнетно коло, која у сваком од навојака на примару и у сваком од навојака на секундару индукује $e_m(e)$.

$e_m e$ је предњачи у односу на струју магнећења за $\pi/2$, струја магнећења приближно касни за $\pi/2$ у односу на напон на примару, тако да је $e_m e$ приближно у фази са $e_m e$. $e_m(e_x)$ фазно предњачи у односу на флукс у зони намотаја. Овај флукс је у фази са струјом кроз намотај. Струја di_x , односно густина струје j_{vx} је у фази са $e_m e_x$, што значи да струја di_x касни за струјом која улази и излази из намотаја (i_s) $\pi/2$.

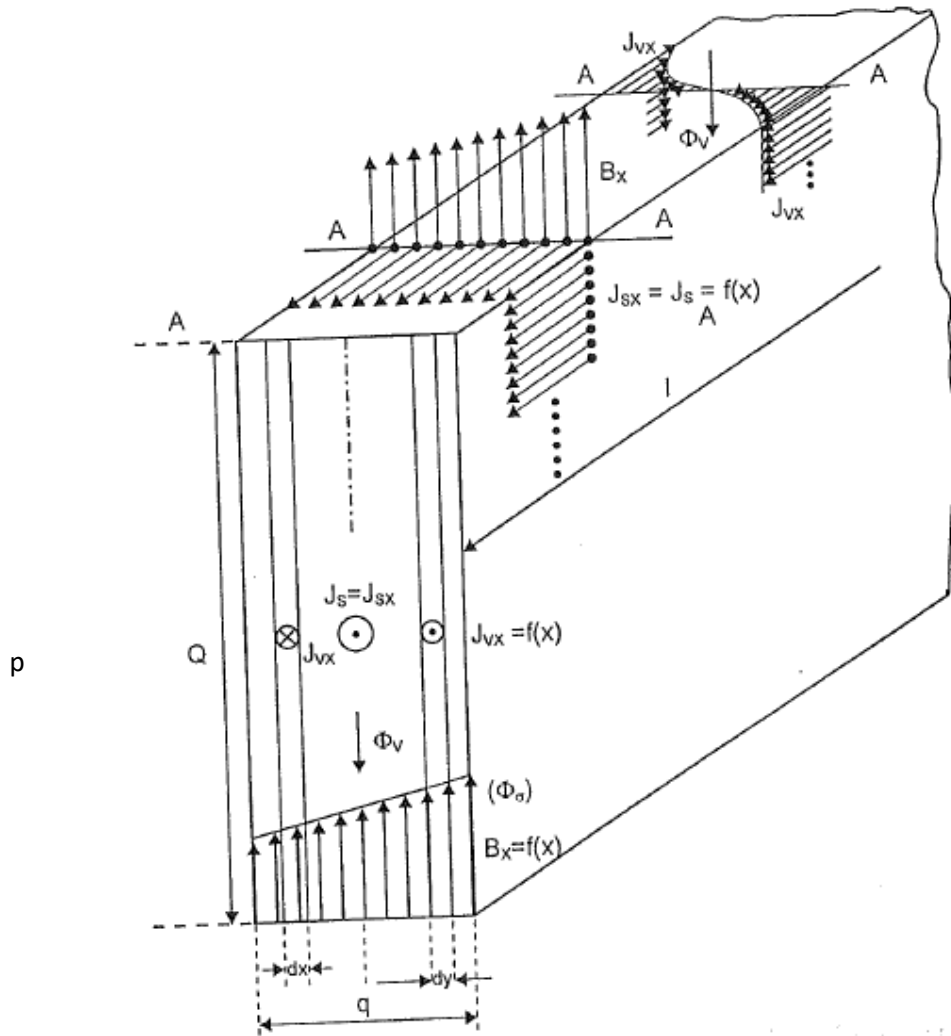
У напонској равнотежи учествује и напон доведен на прикључке примарног намотаја (u_{prim}). Овај напон је расподељен на све навојке. Означимо са u , за сада непознати, део напона примара који учествује у напонској равнотежи за проводника инфинитезимално мале дебљине dx који припадају једном навојку. Примена другог Кирхофовог закона на прстен ширине dx даје

$$u = e + e_x + di_x dr \quad (4.10)$$

$$u = e + e_x + j_{vx} \rho l_{sr} \quad (4.11)$$

Укупна густина струје кроз прстен j_x може да се прикаже као збир фиксне (константне по пресеку) компоненте (j_s), која је једнака количнику спољашње струје i_s и попречног пресека проводника $p q$ ($j_s = i_s / (p q)$) и густине вихорне струје која се затвара у самом проводнику (j_{vx}):

$$j_x = j_s + j_{vx} \quad (4.12)$$



Слика 4.5

У литератури је уобичајен приступ да се компонента густине струје која потиче од спољне струје (j_s) равномерно расподељује по пресеку. Наведена претпоставка значајно поједностављује поступак, који постаје и аналитички решив. Усвајање овог упрошћења се врши на основу чињенице да је индукована емс e_x фазно померена у односу на струју j_s за $\pi/2$.

Опционо, одређивање расподеле струје, односно расподеле ефективне вредности густине струје у свакој тачки и запреминске расподеле губитака у проводнику може се вршити преко решавања система Максвелових једначина, применом нумеричких метода (FEM, на пример) и софтвера.

С обзиром да се вредности u и e не мењају са променом координате x , а да се e_x мења са променом координате x , j_x , односно њена просторно променљива компонента j_{vx} , мора бити променљива (мења се са променом координате x). Вихорне струје се затварају у самом проводнику, односно не излазе ван намотаја, због чега њен интеграл по површи попречног пресека сваког од $m \times n$ проводника (по пресеку $p \times q$) мора да буде једнак нули:

$$\iint j_{vx} dS = 0 \quad (4.13)$$

односно, под претпоставком да се густина струје не мења по висини проводника,

$$\int_{x=(k-1)q}^{x=kq} j_{vx} p dx = 0 \quad (4.14)$$

$$\int_{x=(k-1)q}^{x=kq} j_{vx} dx = 0 \quad (4.15)$$

Полазећи од израза (4.11) и (4.12) може се написати

$$u = e + e_x + (j_s + j_{vx}) \rho l_{sr} \quad (4.16)$$

односно

$$j_{vx} = \frac{u - e}{\rho l_{sr}} - \frac{e_x}{\rho l_{sr}} - j_s \quad (4.17)$$

Интеграцијом j_{vx} , у границама од $(k - 1) q$ до $k q$, долази се до

$$\left(\frac{u - e}{\rho l_{sr}} - j_s \right) (kq - (k - 1) q) - \frac{1}{\rho l_{sr}} \int_{x=(k-1)q}^{x=kq} e_x dx = 0 \quad (4.18)$$

Из (4.11) и (4.12) проистиче

$$\frac{u - e}{\rho l_{sr}} - j_s = \frac{e_x}{\rho l_{sr}} + j_{vx} \quad (4.19)$$

Заменом (4.19) у (4.18) добија се

$$\left(\frac{e_x}{\rho l_{sr}} + j_{vx} \right) q - \frac{1}{\rho l_{sr}} \int_{x=(k-1)q}^{x=kq} e_x dx = 0 \quad (4.20)$$

$$j_{vx} = \frac{1}{\rho l_{sr}} \left(-e_x + \frac{1}{q} \int_{x=(k-1)q}^{x=kq} e_x dx \right) \quad (4.21)$$

Заменом вредности за e_x из (4.8) у (4.21) долази се до

$$j_{vx} = \frac{1}{\rho l_{sr}} \left(\left(\frac{1}{2} \omega B_m \frac{x^2}{m q} l_{sr} \cos(\omega t) \right) + \frac{1}{q} \int_{x=(k-1)q}^{x=kq} \left(-\frac{1}{2} \omega B_m \frac{x^2}{m q} l_{sr} \cos(\omega t) \right) dx \right) \quad (4.22)$$

$$j_{vx} = \frac{1}{\rho l_{sr}} \frac{\omega}{2} B_m \frac{l_{sr}}{m q} \cos(\omega t) \left(x^2 - \frac{1}{q} \frac{(kq)^3 - ((k-1)q)^3}{3} \right) \quad (4.23)$$

Уврштавањем вредности за

$$B_m = \frac{\sqrt{2}}{h'} \mu_0 m n p q J_s \quad (4.24)$$

у израз (4.23), користећи везу $\cos(\omega t) = -\sin(\omega t - \pi/2)$, долази се до

$$j_{vx} = -\frac{1}{\rho} \frac{\omega}{2} \frac{1}{h'} \mu_0 n p J_s \sqrt{2} \sin(\omega t - \frac{\pi}{2}) \left(x^2 - q^2 \frac{k^3 - (k-1)^3}{3} \right) \quad (4.25)$$

Односно

$$j_{vx} = -\alpha^2 J_s \sqrt{2} \left(x^2 - q^2 \frac{k^3 - (k-1)^3}{3} \right) \sin(\omega t - \frac{\pi}{2}) \quad (4.26)$$

где је

$$\alpha^2 = \frac{\omega}{2} \mu_0 \frac{p n}{\rho h'} = \frac{\pi \mu_0 f}{\rho} \frac{p}{h'} n \quad (4.27)$$

Фазор густине струје $\underline{J}_{vx}$ је функција координате x ; његова ефективна вредност износи

$$J_{vx} = \alpha^2 J_s \left(x^2 - q^2 \frac{k^3 - (k-1)^3}{3} \right) \quad (4.28)$$

$$J_{vx} = \alpha^2 J_s \left(x^2 - q^2 \frac{(k - (k-1))(k^2 + k(k-1) + (k-1)^2)}{3} \right) \quad (4.29)$$

$$J_{vx} = \alpha^2 J_s \left(x^2 - q^2 \frac{(k^2 + k^2 - k + k^2 - 2k + 1)}{3} \right) \quad (4.30)$$

$$J_{vx} = \alpha^2 J_s \left(x^2 - q^2 \left(k^2 - k + \frac{1}{3} \right) \right) \quad (4.31)$$

$$J_{vx} = \alpha^2 J_s \left(x^2 - q^2 k(k-1) - \frac{q^2}{3} \right) \quad (4.32)$$

и он је фазно померен за $\pi/2$ у односу на фазор густине струје $\underline{J}_s$. На слици 4.5 в) је приказана промена промена J_{vx}/J_s ; прецизније, није приказана ефективна вредност J_{vx} , већ је уважена и промена знака услед промене знака чиниоца $\left(x^2 - q^2 \frac{k^3 - (k-1)^3}{3} \right)$. Ефективна вредност резултантне густине струје, која је релевантна за губитке, због фазног помераја између фазора $\underline{J}_{vx}$ и $\underline{J}_s$ од $\pi/2$, износи

$$J_x = \sqrt{J_s^2 + J_{vx}^2} \quad (4.33)$$

На слици 4.5 г) је приказана промена промена J_x / J_s .

Укупни губици у сваком од проводника у k -тој колони ($k = 1, \dots, m$) су једнаки

$$P_{Cu} = \iint di_x^2 dr = \iint (J_x dS)^2 \rho \frac{l_{sr}}{dS} = \iint J_x^2 \rho l_{sr} dS = \int_{(k-1)q}^{kq} J_x^2 \rho l_{sr} p dx \quad (4.34)$$

$$P_{Cu} = \int_{(k-1)q}^{kq} (J_s^2 + J_{vx}^2) \rho l_{sr} p dx \quad (4.35)$$

$$P_{Cu} = J_s^2 p q \rho l_{sr} + \int_{(k-1)q}^{kq} J_{vx}^2 \rho l_{sr} p dx \quad (4.36)$$

$$P_{Cu} = J_s^2 p q \rho l_{sr} + \int_{(k-1)q}^{kq} \left(\alpha^2 J_s \left(x^2 - q^2 k(k-1) - \frac{q^2}{3} \right) \right)^2 \rho l_{sr} p dx \quad (4.37)$$

$$P_{Cu} = J_s^2 p q \rho l_{sr} + \alpha^4 J_s^2 \rho l_{sr} p \int_{(k-1)q}^{kq} \left(x^2 - q^2 k(k-1) - \frac{q^2}{3} \right)^2 dx \quad (4.38)$$

Губици у сваком од проводника у k -тој колони се могу изразити као збир Џулових губитака и допунских губитака услед вихорних струја, који су одређени првим и другим сабирком у претходном изразу, респективно:

$$P_{Cu} = P_J + P_{Cu dop} \quad (4.39)$$

Однос укупних према Џуловим губицима у сваком од проводника у k -тој колони износи

$$\frac{P_{Cu}}{P_J} = 1 + \frac{P_{Cu dop}}{P_J} = 1 + \frac{\alpha^4}{q} \int_{(k-1)q}^{kq} \left(x^2 - q^2 k(k-1) - \frac{q^2}{3} \right)^2 dx \quad (4.40)$$

Средња вредност повећања губитака услед вихорних струја се добија као средња вредност односа P_{Cu} / P_J у свих m колона - тај однос се назива средњи сачинилац повећања губитака (Филдов фактор):

$$k_f = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m \frac{P_{Cu k}}{P_J} = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m \left(1 + \frac{\alpha^4}{q} \int_{(k-1)q}^{kq} \left(x^2 - q^2 k(k-1) - \frac{q^2}{3} \right)^2 dx \right) \quad (4.41)$$

Решавањем интеграла, а затим сумирањем насталих редова, долази се до вредности средњег сачиниоца повећања губитака (Филдовог фактора).

Израз за вредност средњег сачиниоца повећања губитака (Филдов фактор), који представља однос укупних губитака у намотају и укупних Џулових губитака (Џулови губици се израчунавају као производ отпора намотаја једносмерној струји и квадрата ефективне вредности струје која протиче кроз намотај и мрежу на коју је он повезан) гласи

$$k_f = 1 + (q \alpha)^4 \frac{m^2 - 0.2}{9} \quad (4.42)$$

где је α дато изразом (4.27),

$$\alpha^2 = \frac{\omega}{2} \mu_0 \frac{p n}{\rho h'} = \frac{\pi \mu_0 f}{\rho} \frac{p}{h'} n$$

После увођења ознаке

$$\xi^2 = (q \alpha)^2 = q^2 \frac{\pi \mu_0 f}{\rho} \frac{p}{h'} n \quad (4.43)$$

и занемарења сабирка 0.2 (занемарење је мало за $m \geq 4$), долази се до

$$k_f = 1 + \xi^4 \frac{m^2}{9} \quad (4.44)$$

Уместо $n p$, у претходни израз ће се увести ознака $h' \approx n p$. Релативно повећање губитака, које представља однос губитака услед вихорних струја и Џулових губитака

$$\Delta k_f = \left(\frac{\pi \mu_0 f}{\rho} \right)^2 \frac{m^2 q^4}{9} \quad (4.45)$$

Из претходног израза се може закључити следеће:

- Повећање губитака јако расте (са четвртим степеном) са порастом ширине проводника q
- Повећање губитака расте са квадратом фреквенције f
- Повећање губитака је обрнуто сразмерно квадрату специфичног електричног отпора ρ

Из последњег закључка проистиче:

- (1) Губици услед вихорних струја, у односу на Џулове губитке, већи су за бакар него за алуминијум
- (2) Насупрот Џулових губитака, који расту са порастом температуре (услед пораста специфичне електричне отпорности са порастом температуре), допунски губици (губици услед вихорних струја) опадају са порастом температуре.

Имајући у виду да повећање додатних губитака у односу на Џулове губитке расте са четвртим степеном ширине проводника q , може се догодити да повећање ширине проводника доведе до већег повећања додатних губитака него што је смањење Џулових губитака. Ширина проводника код које се ово дешава се назива критична ширина проводника. Она се једноставно може наћи изједначавањем извода укупних губитака по ширини проводника q са нулом. При критичној ширини проводника удео губитака услед вихорних струја износи 33%.

Филдов фактор за проводник кружног попречног пресека се израчунава по изразу

$$k_{f(o)} = 1 + \xi_o^4 \frac{m^2}{19.4} \quad (4.46)$$

где је

$$\xi^2 = \frac{\pi d^2}{4} \frac{4 d n \mu_0 f}{\rho h'} = \frac{\pi \mu_0 f}{\rho} \frac{d^3}{h'} n \quad (4.47)$$

Из израза (4.8) и (4.17) може се закључити да се максималне густине вихорних струја јављају до зазора између примарног и секундарног намотаја, па се ту јављају и највећи губици и највећа генерисана топлота која доводи до загревања проводника.

Читаво извођење у поглављу 4.3. се односи на намотај примара. Слична разматрања се могу спровести за намотај секундара, код кога магнетна индукција расутог поља опада од максималне вредности до нуле како се иде од унутрашњег до спољашњег пречника намотаја.



За одређивање неравномерности струја по пресеку проводника и одређивање последичних додатних губитака, може се користити и други приступ, преко решавања Максвелових једначина. У том приступу, поступак садржи два дела.

Први део је одређивање расподеле магнетног поља, полазећи од равномерне расподеле струје по попречном пресеку проводника (равномерно се расподељује спољна струја, односно струја која протиче ка мрежи), користећи FEM софтвер.

Други део је одређивање снаге додатних губитака у проводнику полазећи од вредности магнетног поља на спољашњој површи проводника. Разлика у односу на приступ преко вихорних струја, који је детаљно елабориран у претходном тексту, је што се уместо дефинисања елементарних прстенова бесконачно мале ширине и флукса који се обухватају овим контурама, користе изрази добијени решавањем Максвелових једначина унутар проводника за дефинисане вредности магнетног поља на спољашњој (граничној) површи проводника (ово представља гранични услов потребан за решење Максвелових једначина). Примера ради, за проводник ширине $2q$, специфичне електричне проводности σ , при дубини продирања електромагнетног таласа δ

$$\delta = \frac{1}{\sqrt{\pi f \mu_0 \sigma}} \quad (4.48)$$

снага губитака настала као резултат дејства аксијалног магнетног поља H_z (под претпоставком да је једнака на обе вертикалне граничне површи проводника) износи

$$P = \frac{H_z^2 (\sinh(2kq) - \sin(2kq))}{\sigma \delta (\cosh(2kq) + \cos(2kq))}. \quad (4.49)$$

где је $k = 1 / \delta$. У случају да је $2q \ll \delta$, важи

$$P = \frac{H_z^2 (2kq)^3}{6 \sigma \delta}. \quad (4.50)$$

Постојање радијалне компоненте поља H_r (иста вредност на доњој и горњој хоризонталној површи проводника) доводи до снаге додатних губитака

$$P = \frac{H_r^2 (\sinh(2kp) - \sin(2kp))}{\sigma \delta (\cosh(2kp) + \cos(2kp))}. \quad (4.51)$$

у случају да је $2p \ll \delta$,

$$P = \frac{H_r^2 (2 k p)^3}{6 \sigma \delta}. \quad (4.52)$$

У вези са првим делом поступка, одређивања расподеле магнетног поља, треба рећи да не постоји магнетна симетрија по угаоној координати, односно да се расподела расутог магнетног поља разликује по угаоној координати. Највећа разлика постоји у делу намотаја који се налази испод горњег и доњег јарма (раван 1 – равна симетрије намотаја у средишњој равни магнетног кола) и у делу намотаја у равни симетрије намотаја управној на равна магнетног кола (раван 2). Слична расподела расподела у наведеној равни управној на равна магнетног кола важи и у равни магнетног кола, али у простору ван магнетног кола (између стуба крајње фазе магнетног кола и суда).

Могуће је вршити 3D прорачуне расутог магнетног поља, али је то повезано са низом практичних ограничења, због чега се из практичних разлога врше два 2D прорачуна поља (у две наведене равни), а затим врши пондерисано усредњавање (за трофазни трансформатор 4 пута равна 1 и 8 пута равна 2) добијених вредности којим се добија средња вредност губитака у сваком од навојака у намотају.

Коначно, опција за одређивање губитака је да се они добију директно из FEM софтвера (дакле, без примене претходно наведеног другог дела поступка).

4. 4. СТЕПЕН ИСКОРИШЋЕЊА СНАГЕ

Степен искоришћења представља однос корисне (излазне) P_2 и утрошене (улазне) P_1 снаге. Разлика улазне и излазне снаге претвара снагу генерисања топлотне енергије ΣP_g .

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_2}{P_2 + \Sigma P_g} = \frac{P_1 - \Sigma P_g}{P_1} \quad (4.53)$$

Као номинална снага трансформатора дефинише се његова привидна снага. С обзиром да трансформатор по правилу ради при номиналном напону или вредности напона блиској номиналној, номинални режим рада се може дефинисати и као рад са струјом једнаком номиналној. Из наведених разлога и степен оптерећења трансформатора (β) се може исказати као однос струје секундара и номиналне струје секундара, или као однос привидне снаге секундара и номиналне привидне снаге секундара:

$$\beta = \frac{I_2}{I_{2n}} = \frac{U_{2n} I_2}{U_{2n} I_{2n}} = \frac{S}{S_n} \quad (4.54)$$

Корисна (активна) снага је једнака производу привидне снаге и фактора снаге ($\cos \varphi$) оптерећења (на секундарној страни трансформатора), тако да је степен искоришћења снаге једнак

$$\eta = \frac{\beta S_n \cos \varphi}{\beta S_n \cos \varphi + P_{Cu} + P_{Fe}} \quad (4.55)$$

Приближно се може сматрати да су губици у гвожђу (P_{Fe}) једнаки губицима у празном ходу (P_0); ово није сасвим тачно јер губици у гвожђу зависе од магнетне индукције B_m , која зависи од E , која опада са порастом оптерећења.

За губитке у баку се приближно узима да су једнаки губицима одређеним у огледу кратког споја изведеном при температури ϑ_1 ($P_k(\vartheta_1)$), прерачунатим на средњу температуру намотаја од 75°C ($P_k(75^\circ\text{C})$), помноженим са квадратом степена оптерећења трансформатора (β). На овај начин се

занемарује чињеница да ће при раду трансформатора температура зависити од степена оптерећења трансформатора β .

$$\eta = \frac{\beta U_{2n} I_{2n} \cos \varphi}{\beta U_{2n} I_{2n} \cos \varphi + \beta^2 P_{k75} + P_0} \quad (4.56)$$

Прерачунавање губитака измерених у огледу кратког споја на средњу температуру намотаја од 75 °C се врши на следећи начин. Нека се оглед кратког споја изводи на температури ϑ_1 . Уколико се губици у суду и конструкционим деловима трансформатора посматрали као део додатних губитака, за трофазни трансформатор се може написати

$$P_k(\vartheta_1) = P_{DC}(\vartheta_1) + P_d(\vartheta_1) = 3(R_1(\vartheta_1) + R_2'(\vartheta_1))I_1^2 + P_{dI}(\vartheta_1) \quad (4.57)$$

R_1 и R_2' представљају отпор примара и отпор секундара сведен на примар. Ове вредности се одређују коришћењем UI методе, као однос једносмерног мерног напона и једносмерне мерне струје, при температури ϑ_1 . Из измерене вредности губитака у огледу кратког споја при температури ϑ_1 ($P_k(\vartheta_1)$) и израчунате вредности

$$P_{DC}(\vartheta_1) = 3(R_1(\vartheta_1) + R_2'(\vartheta_1))I_1^2, \quad (4.58)$$

добива се

$$P_{DC}(\vartheta_1) = P_k(\vartheta_1) - P_{dI}(\vartheta_1), \quad (4.59)$$

а из њих вредности компоненти DC и додатних губитака на температури 75 °C:

$$P_{DC75} = \frac{235 + 75}{235 + \vartheta_1} P_{DC \vartheta_1} \quad (4.60)$$

$$P_{d75} = \frac{235 + \vartheta_1}{235 + 75} P_{d \vartheta_1} \quad (4.61)$$

па је:

$$P_{Cu75} = P_{DC75} + P_{d75} \quad (4.62)$$

Као што је већ речено у тексту испод једначине (4.45) речено, коефицијент температурне корекције губитака услед вихорних струја једнак је реципрочној вредности коефицијента за компоненту губитака који би се имали при протицању једносмерне струје (у претходном тексту користио се термин DC губици, као и термин Цулови губици) једнаке стварној наизменичној струји.

$$P_{Cu75} = P_{DC75} + P_{d75} \quad (4.63)$$

Приметимо да је коефицијент температурне корекције губитака услед вихорних струја једнак реципрочној вредности коефицијента за компоненту губитака који би се имали при протицању једносмерне струје једнаке стварној наизменичној струји.

Напомена: Прецизније описивање промене губитка у суду и конструкционим деловима трансформатора са температуром је могуће, али није уобичајено у пракси. Као што је описано у

тексту испод табеле 3.1; ови губици се могу одредити из огледа кратког споја при температури ϑ_1 тако што се из измерених губитака у огледу кратког споја одузму израчунати додатни губици (преко Филдовог фактора или на неки прецизнији начин). Поред опције која је коришћена у тексту, да се ови губици мењају са температуром на исти начин као додатни губици у намотају, друга приближна могућност је да се ови губици посматрају као температурно независни, тако да зависе само од квадрата струје оптерећења – флуks који се затвара кроз конструкционе делове је сразмеран струји оптерећења, а губици услед индукованих струја, изазвани овим флуksом сразмерни су са квадратом флуksа.

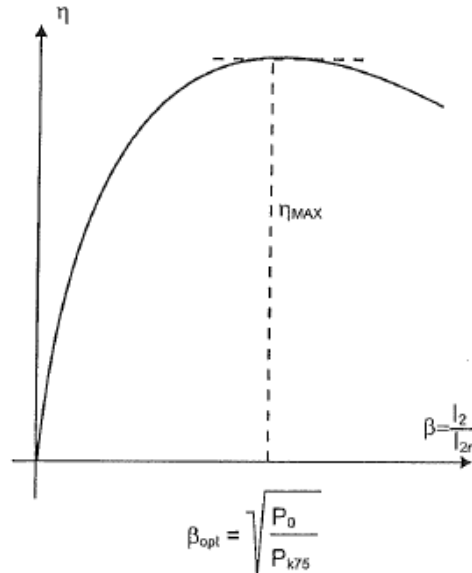
Максимум степена искоришћења снаге, као функције степена оптерећења трансформатора (β) се налази изједначавањем извода степена искоришћења (израз (4.56)) по β са нулом,

$$\frac{d\eta}{d\beta} = 0: \quad (4.64)$$

$$\beta U_{2n} I_{2n} \cos \varphi + \beta^2 P_{k75} + P_0 - \beta (U_{2n} I_{2n} \cos \varphi + 2 \beta P_{k75}) = 0 \quad (4.65)$$

Решавањем претходног израза по β долази се до вредности птерећења при коме се има максимални степен искоришћења (β^*):

$$\beta^* = \sqrt{\frac{P_0}{P_{Cu}}} \quad (4.66)$$



Слика 4.6

Теоријски посматрано, када би трансформатор радио са константним оптерећењем (β), конструктор би могао да димензионише трансформатор тако да губици у празном ходу и губици услед оптерећења приближно испуњавају услов дат изразом (4.62). Опет теоријски посматрано, за произведени трансформатор, који има губитке P_0 и P_{Cu} , могуће је одредити оптерећење при коме би се имао максималну степен искоришћења. Реалније је размишљање да ће трансформатор у

неком периоду експлоатације бити оптерећен номиналном снагом (природно је да се електроенергетске опрема димензионише према једновременно-максималној снази). У случају да је дијаграм оптерећења константан (снага којом је трансформатор оптерећен се не мења у току времена, а снага једнака је номиналној, P_0 и P_{Cu} треба одабрати тако да је $\sqrt{\frac{P_0}{P_{Cu}}} = 1$. У случају да је дијаграм оптерећења променљив, као што је случај код трансформатора у градским електродистрибутивним мрежама, где је трансформатор оптерећен номиналним оптерећењем само неколико часова у току дана, средње релативно оптерећење у току дана је мање од 1, па P_0 и P_{Cu} треба одабрати тако да је $\sqrt{\frac{P_0}{P_{Cu}}} < 1$.

Оптерећење при коме се достиже максимум степена искоришћења при задатом фактору снаге оптерећења ($\cos \varphi$) не зависи фактора снаге. Са друге стране, вредност максималног степена искоришћења зависи од фактора снаге (видети израз (4.12)) и његов апсолутни максимум се достиже за фактор снаге $\cos \varphi = 1$ и за оптерећење $\beta_{opt} = \sqrt[3]{(P_0 / P_{k75})}$.

У дужем временском периоду, на пример у типичном циклусу од годину дана (t_g) неравномерног оптерећења трансформатора збирни степен искоришћења, исказан преко енергије, једнак је

$$\eta_g = \frac{\int_0^{t_g} P(t) dt}{\int_0^{t_g} P(t) dt + \int_0^{t_g} P_g(t) dt} \quad (4.67)$$

Овај степен искоришћења ће бити већи ако максимум степена искоришћења снаге (η_{max}) не наступи при номиналном, већ при неком мањем оптерећењу. Дакле, треба да буде $\beta_{max} < 1$, а искуство показује да практична доња граница до које се спушта β_{max} износи 0.4. Смањивање вредности β_{max} значи смањивање односа номиналних губитака у гвожђу и губитака у бакру при номиналној снази. За типске карактеристике електродистрибутивних трансформатора овај однос је око 0.2, што одговара вредности β_{max} од ≈ 0.45 .

4. 5. Мере за повећање енергетске ефикасности

С обзиром на општи тренд повећања енергетске ефикасности, који подразумева пре свега смањење губитака енергије као паразитног ефекта при конверзији енергије или обављања неког технолошког процеса, потребно је продискутовати које могућности постоје код трансформатора. Једна од "вечитих идеја" је остварити суперпроводност намотаја, односно применити такве материјале и охладити их на толико ниске температуре да им отпор падне на тако малу вредност да губици у намотајима постану занемарљиви. Ово је изводљиво, али стање технологије, цена оваквог постројења и његова комплексност, па самим тим и тешко одржавање, нису довели до њихове значајније примене у пракси. Не треба заборавити и утрошак енергије постројења за добијање течног хелијума или азота као расхладног средства (њихова температура се мора одржавати на веома ниским вредностима; развојем савремених материјала повећава се температура при којој се постижу суперпроводна својства, али је она и даље веома ниска). Поред температуре, услов за постизање суперпроводних својстава је да је јачина магнетног поља у коме се налази проводник испод граничне вредности за тип примењеног материјала. Због наведених разлога, суперпроводни намотаји су још увек на нивоу истраживачких пројеката и пилот постројења, и не налазе у значајнијој практичној употреби.

Следећа могућност је оптимизација броја трансформатора у паралелном раду. Укључивањем већег броја трансформатора значи да се смањују губици у намотајима (они су сразмерни квадрату

струје), а повећавају губици у магнетном колу. Пример: ако је оптерећење једног трансформатора β , губици износе

$$P_{g1} = \beta^2 P_{k75} + P_0 \quad (4.68)$$

По укључењу другог трансформатора, односно при паралелном раду два трансформатора, губици би износили

$$P_{g1} = 2 \left(\frac{\beta}{2} \right)^2 P_{k75} + 2P_0 = \beta^2 \frac{P_{k75}}{2} + 2P_0 \quad (4.69)$$

Смањење губитака енергије, односно повећање степена искоришћења при претварању напонског нивоа електричне енергија помоћу трансформатора, може се постићи повећањем димензија трансформатора (повећање пресека магнетног кола, чиме се смањује магнетно поље и губици у језгру, или повећање пресека намотаја, чиме се смањује густина струје и губици у намотају). Цена овог смањења губитака енергије је повећање количине утрошеног материјала, а тиме и цене трансформатора. Актуелизацијом трошкова, тако што се на раније трошкове (најранији су трошкови трансформатора) примењује каматна стопа, може се проценити да ли се исплати иницијално улагање у већи трансформатор, који има мање губитке, јер се његовом применом смањују каснији експлоатациони губици и остварује материјална уштеда.

Једна од могућности да се повећа енергетска ефикасност, односно смањи изгубљена енергија, је да се топлота која се одводи са хладњака искористи за загревање просторија или загревање топле воде.

Ова могућност не захтева компликоване техничке системе које би требало додати на стандардне елементе за хлађење трансформатора - посебно ако се користе стандардни хладњаци уље - вода. При томе је битно да се осигура да проток воде кроз хладњак уље - вода и температура воде на уласку у хладњак остану у опсегу који гарантује снагу хлађења за коју је хладњак предвиђен. Поред тога, хладњаци морају бити одржавани, односно чишћени, јер током рада долази до таложења материја из уља, а посебно воде, на цеви у хладњаку, што доводи до смањења расхладне снаге хладњака, а тиме и до повећања температуре уља.

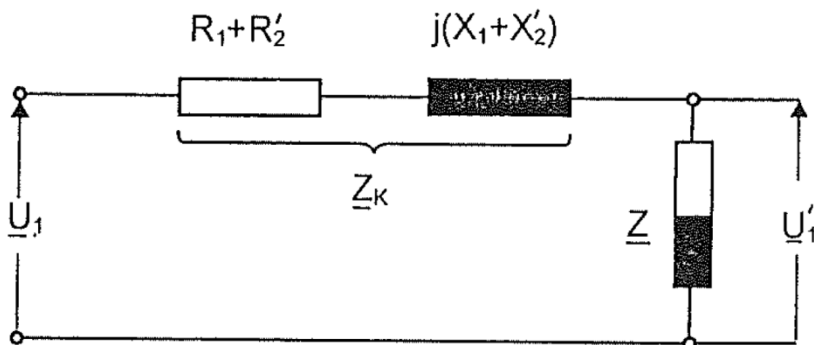
Ово се мора остварити у свим радним режимима система у који из хладњака дотиче вода загрејана у хладњаку уље - вода. Примера ради, у зимском периоду, вода се може загревати у хладњаку уље - вода, загрејана вода цевима довести до размењивача топлоте вода - ваздух, а ваздух загрејан у том размењивачу топлоте користити за загревање просторија у згради електроенергетског постројења; вода охлађена у размењивачу топлоте вода - ваздух се цевима враћа на улаз хладњака уље - вода.

4. 6. Израчунавање промене напона

За понашање трансформатора као дела електроенергетске мреже битна је промена напона који се на њему јавља као резултат протицања струје. Најчешћи случај је да струја на секундару трансформатора има индуктивни карактер и тада на трансформатору долази до пада напона (напон на секундару сведен на примар је мањи од напона примара). Уколико струја има капацитивни карактер, сведена вредност напона секундара може да буде већа од напона примара.

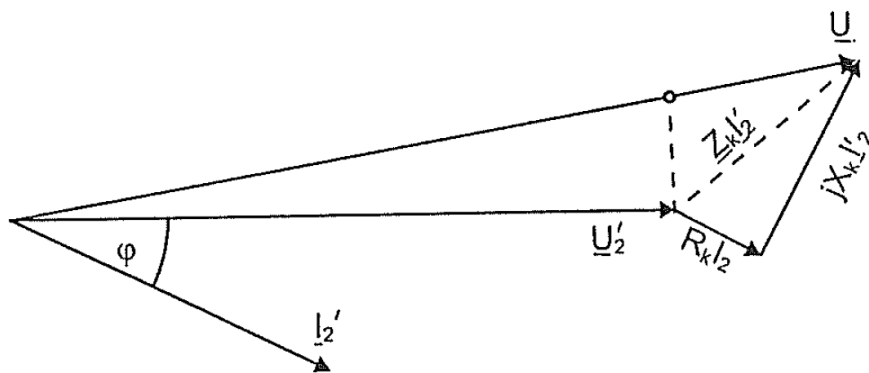
Прорачун пада напона се може извршити коришћењем комплетне Т заменске шеме. Струја у попречној грани у односу на струју оптерећења трансформатора је по правилу толико мала да практично не утиче на пад напона на трансформатору. Стриктно говорећи, наведено не важи за мале струје оптерећења, али је тада пад напона мали, па његово израчунавање и нема нарочит практичан значај; у случајевима малих, поготову доминантно активних, оптерећења, треба уважити и струју кроз попречну грану заменске шеме уколико се жели тачније одређивање

вредности пада напона. У случајевима нормалних оптерећења, могуће је занемарити попречну грану у заменској шеми, без губитка тачности прорачуна. Еквивалентна шема после тога добија изгледа на слици 4.7: на ред са импедансом оптерећења $\underline{Z}$ везује се само импеданса кратког споја трансформатора $\underline{Z}_k$.



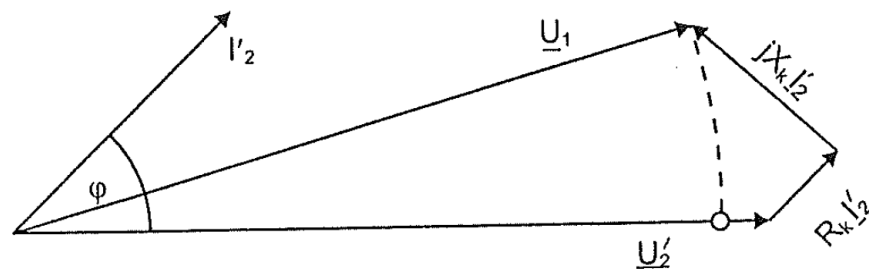
Слика 4.7

На слици 4.8 је приказан фазорски дијаграм, за случај да оптерећење на секундару има индуктивни карактер. Као референтни фазор је усвојен фазор напона на секундару сведена на примар ($\underline{U}_2'$). За разматрани случај индуктивног оптерећења струја на секундару касни за напонам на секундару. Напон на примару се одређује као збир напона $\underline{U}_2'$ и пада напона који струја $\underline{I}_2' (= \underline{I}_1)$ $\underline{Z}_k (= R_k + jX_k)$. Фазор промене напона износи $\Delta U = \underline{Z}_k \underline{I}_1$.



Слика 4.8

На слици 4.9 је приказан фазорски дијаграм за случај капацитивног оптерећења на секундару. У приказаном случају напон секундару сведен на примар има већу вредност од напона примара: $|\underline{U}_2'| > |\underline{U}_1|$.



Слика 4.9

Увођењем ознака

$$U_r = R_k I_2' \quad (4.70)$$

$$U_x = X_k I_2' \quad (4.71)$$

а затем и

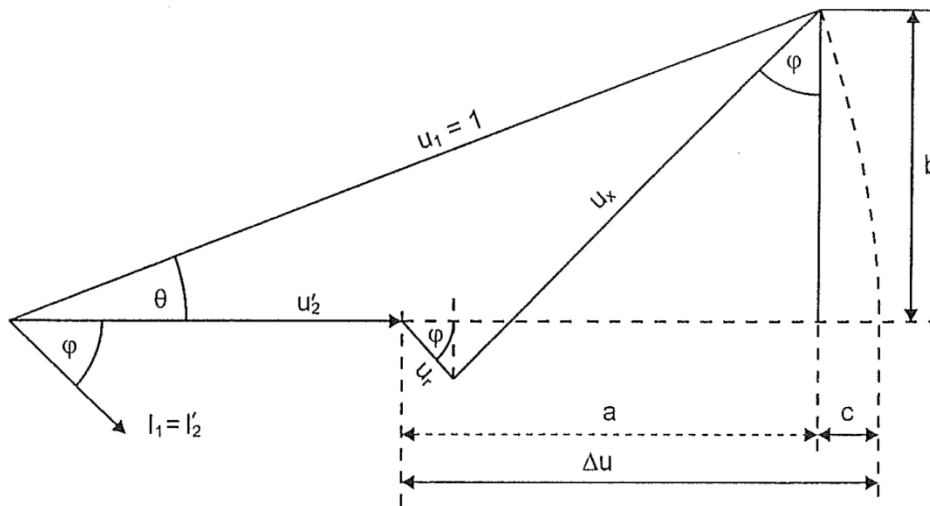
$$a = U_r \cos \varphi + U_x \sin \varphi \quad (4.72)$$

$$b = U_x \cos \varphi - U_r \sin \varphi \quad (4.73)$$

МОЖЕ СЕ НАПИСАТИ

$$U_2' + a = U_1 \cos \theta \quad (4.74)$$

На слици 4.10, за случај индуктивног оптерећења, доцртане су још неке карактеристичне величине, преко којих ће се успоставити приближан израз за израчунавање пада напона.



Слика 4.10

На основу слике, на којој су вредности приказане као релативне, у односу на номинални напон, може се написати једначина за ефективне вредности:

$$U_1 - \Delta U + a = U_1 \cos \theta \quad (4.75)$$

$$U_1 - \Delta U + a = U_1 \sqrt{1 - \sin^2 \theta} \quad (4.76)$$

Пошто су вредности u_r и u_x релативно мале (у односу на вредност U_2'), и вредност угла θ је мала, мала је и вредност $\sin \theta$, па се може извршити следећи развој у ред

$$\sqrt{1 - \sin^2 \theta} = 1 - \frac{\sin^2 \theta}{2} \quad (4.77)$$

Након увођења апроксимације (4.77) у израз (4.76), као и смене

$$\sin \theta = \frac{b}{U_1} \quad (4.78)$$

долази се до

$$\Delta U = U_1 + a - U_1 \sqrt{1 - \sin^2 \theta} \quad (4.79)$$

$$\Delta U = U_1 + a - U_1 \left(1 - \frac{\sin^2 \theta}{2} \right) \quad (4.80)$$

$$\Delta U = U_1 + a - U_1 \left(1 - \frac{1}{2} \left(\frac{b}{U_1} \right)^2 \right) \quad (4.81)$$

$$\Delta U = a + \frac{1}{2} \frac{b^2}{U_1} \quad (4.82)$$

Имајући у виду однос величина, пре свега да је a много мање од U_1 , да је b много мање од U_1 , други сабирак у изразу (4.81) је много мањи од првог, па се може занемарити без значајног губитка тачности прорачуна. Тада се израз (4.81) своди на

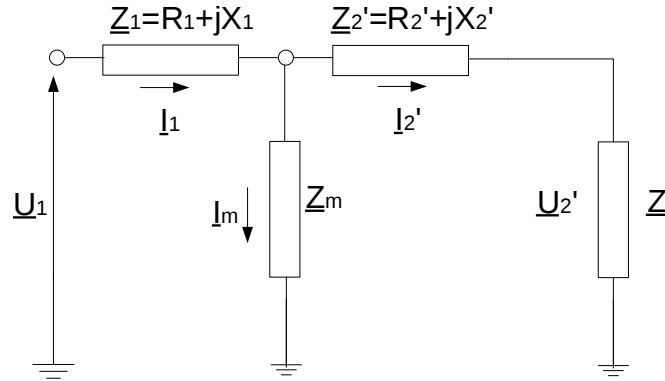
$$\Delta U \approx a = U_r \cos \varphi + U_x \sin \varphi \quad (4.83)$$

Изрази (4.81) и (4.82) се могу написати и у процентуалним вредностима, тако што се поделе са номиналном вредношћу напона и помноже са 100. Израз (4.81) исказан у процентуалним вредностима (и то за случај да је вредност напона на примару једнак номиналном, $u_1 = u_{1n}$) гласи

$$\Delta u_{\%} = a_{\%} + \frac{b_{\%}^2}{200} \quad (4.84)$$

Испитно питање:

Написати изразе, укључујући и једначине по првом и другом Кирхофовом закону, чијим се решавањем може доћи до вредности пада напона на трансформатору без да се врши било какво занемарење у заменској шеми трансформатора. Импеданса оптерећења секундарара је позната – њена сведена вредност на примар износи $\underline{Z}'$.



Слика 4.14

Систем три комплексне једначине са три непознате ($\underline{I}_1$, $\underline{I}_2'$ и $\underline{I}_m$):

$$\underline{U}_1 = \underline{Z}_1 \underline{I}_1 + \underline{Z}_m \underline{I}_m \quad (4.85)$$

$$\underline{U}_1 = \underline{Z}_1 \underline{I}_1 + \underline{Z}_2' \underline{I}_2' + \underline{Z}' \underline{I}_2' \quad (4.86)$$

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_m + \underline{I}_2' \quad (4.87)$$

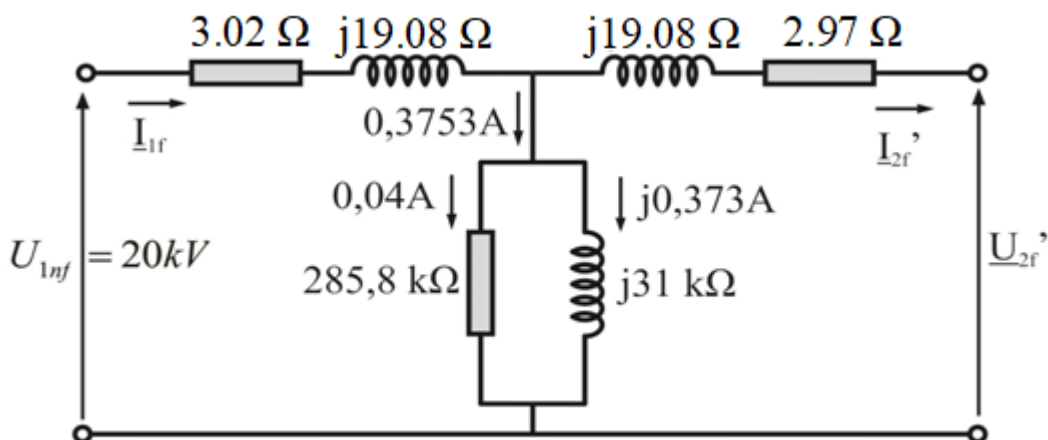
Овај систем једначина једноставно се решава у Mathcad-у.

Вредност напона на секундару:

$$\underline{U}_2' = \underline{Z}' \underline{I}_2' \quad (4.88)$$

Пад напона:

$$\Delta u_{\%} = 100 \frac{U_1 - U_2'}{U_1} = \frac{|\underline{U}_1| - |\underline{U}_2'|}{|\underline{U}_1|} \quad (4.89)$$



$$i := \sqrt{-1}$$

Ulazni podaci:

$$rK_I := 3.02 \quad xK_I := 19.08 \quad rK_II := 2.97 \quad xK_II := 19.08$$

$$X\mu := 31 \cdot 10^3 \quad Ra := 285.8 \cdot 10^3 \quad U1nf := 20 \cdot 10^3 \quad Sn := 1000 \cdot 10^3$$

$$Zopt := \frac{U1nf^2}{Sn} \quad Z1 := rK_I + i \cdot xK_I \quad Z2 := rK_II + i \cdot xK_II \quad Zm := \frac{Ra \cdot i \cdot X\mu}{Ra + i \cdot X\mu}$$

$$U1 := U1nf$$

Pocetna iteracija $\underline{I1} := 30 \quad I2 := 30 \quad \underline{Im} := 1$

Given

$$U1 = Z1 \cdot I1 + Zm \cdot Im$$

$$U1 = Z1 \cdot I1 + Z2 \cdot I2 + Zopt \cdot I2$$

$$I1 = Im + I2$$

$$\text{Resenje} := \text{Find}(I1, I2, Im)$$

$$\underline{I1} := \text{Resenje}_0 = 48.841 - 5.224i \quad \underline{I2} := \text{Resenje}_1 = 48.801 - 4.584i \quad \underline{Im} := \text{Resenje}_2 = 0.04 - 0.64i$$

$$U2 := U1 - Z1 \cdot I1 - Z2 \cdot I2 = 1.952 \times 10^4 - 1.834i \times 10^3$$

$$\text{delta}U := 100 \cdot \frac{|U1| - |U2|}{|U1|} = 1.968$$