

Испит спремати по овом тексту.

Делове текста између маркера

и

прочитати информативно (из тог дела градива се неће постављати питања на испиту)

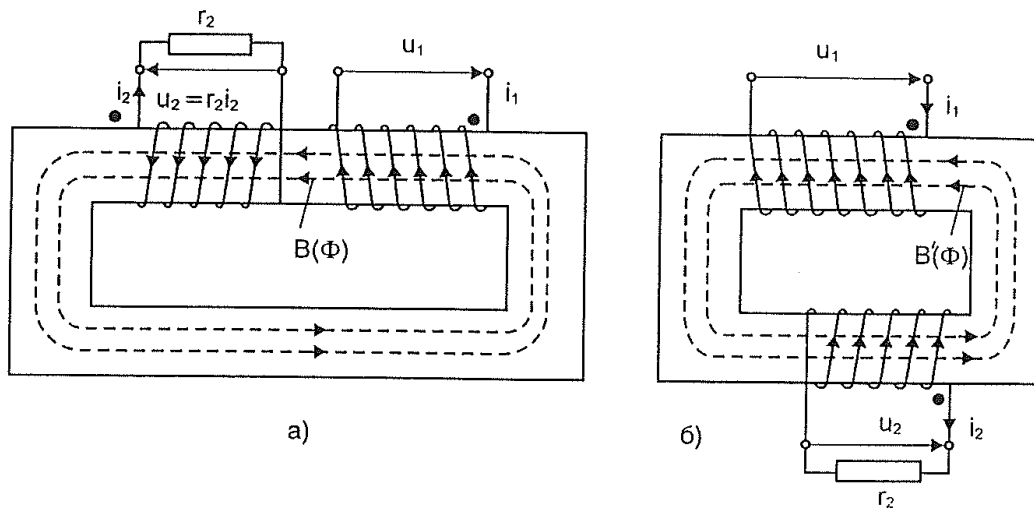
3. ТРАНСФОРМАТОР ПОД ОПТЕРЕЋЕЊЕМ И У КРАТКОМ СПОЈУ

3.1. Идеални оптерећени трансформатор

При објашњавању принципа рада трансформатора погодно је, у циљу лакшег разумевања, усвојити извесна занемарења. Појам *идеалног трансформатора* подразумева следеће идеализације:

- 1) Активни отпор намотаја примара (R_1) и секундара (R_2) су једнаки нули
- 2) Комплетан магнетни флуks пролази кроз све навојке примара и кроз све намотаје секундара
- 3) Магнетни отпор магнетног кола је једнак нули, односно може се занемарити струја и магнетопобудна сила потребна за стварање магнетног флуksа у језгру.
- 4) Нема губитака у гвожђу

У циљу сагледавања фазних ставова напона на примару и секундару трансформатора погодно је увести појам хомологни крајева. За трансформатор чији је примар прикључен на напон напајања, а на секундар прикључено оптерећење (импеданса), хомологни крајеви се дефинишу на следећи начин: хомологни крај за примар је крај намотаја у који струја улази у намотај примара, а хомологни крај за секундар је крај намотаја из кога струја излази из намотаја секундара. Овако дефинисани хомологни крајеви су приказани тачкама на слици 3.1 (u_1 представља напон напајања, а r_2 оптерећење).



Слика 3.1

Слика 3.1 се може протумачити и на следећи начин. Прикључење напона на намотај примара ће довести до појаве струје кроз намотај у смеру од тачке која се налази на вишем потенцијалу (ка коме је усмерена стрелица). Ова струја кроз примар ће довести до појаве магнетног флукса, чији је смер повезан са смером струје кроз примар по правилу десне завојнице (или десне руке). Промена овог флукса у времену доводи до индуковања напона на намотају секундар трансформатора, при чему крај намотаја секундар који је на вишем потенцијалу зависи од смера мотања намотаја секундар. Струја кроз оптерећење ће протицати од краја намотаја секундар који је на вишем потенцијалу (овај крај је означен тачком) ка оптерећењу. Смер струје секундар је увек такав да ствара флукс који тежи да поништи флукс који ствара струја примара.

За идеализовани трансформатор, дефинисан на почетку поглавља, могу се написати следеће једначине напонске равнотеже:

- За примар

$$u_1 - e_1 = 0, \quad (3.1)$$

где је

$$e_1 = \frac{d\Psi_1}{dt} = N_1 \frac{d\varphi}{dt} \quad (3.2)$$

$$u_1 = e_1 = N_1 \frac{d\varphi}{dt} \quad (3.3)$$

- За секундар

$$u_2 = e_2 = N_2 \frac{d\varphi}{dt} = r_2 i_2 \quad (3.4)$$

Дељењем једначина (3.3) и (3.4) добија се већ познати израз за однос трансформације, односно преносни однос:

$$\frac{u_1}{u_2} = \frac{N_1}{N_2} = n, \quad (3.5)$$

односно познати закон да трансформатор врши промену напона тако да је однос напона на примару и секундару једнак односу броја навојака на примару и броја навојака на секундару.

Имајући у виду претпоставке 3) и 4) које су уведене при дефиницији идеалног трансформатора, укупна магнетопобудна сила је једнака нули, из чега следи

$$N_1 i_1 - N_2 i_2 = 0, \quad (3.6)$$

одакле се добија већ познати израз

(3.7)

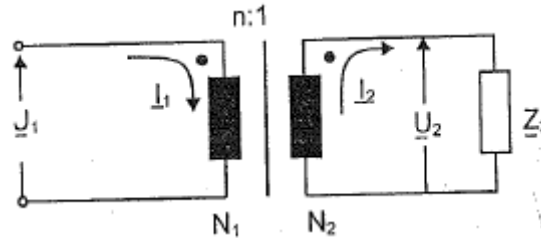
$$\frac{i_1}{i_2} = \frac{N_2}{N_1} = \frac{1}{n}$$

Израз (3.7) се може добити и преко Закона о одржању енергије ($u_1 i_1 = u_2 i_2$) и израза (3.5). Сви претходни изрази су општег карактера, односно важе за произвољни временски облик напона.

3. 2. Случај синусоидалног напона и свођење импеданси

Разматрања у овом одељку ће се вршити полазећи од претпоставке да су напони и струје прстопериодични, те да се може применити комплексни рачун. На овај начин се поједностављују (скраћују) анализе, а не губи се на општости добијених резултата.

Шема са слике 3.1 се може приказати у комплексном домену приказати као на слици 3.2.



Слика 3.2

У складу са једначинама (3.5) и (3.7), може се написати

$$\underline{U}_1 = \frac{N_1}{N_2} \underline{U}_2 \quad (3.8)$$

$$\underline{I}_1 = \frac{N_2}{N_1} \underline{I}_2 \quad (3.9)$$

Дељењем израза (3.8) и (3.9) добија се

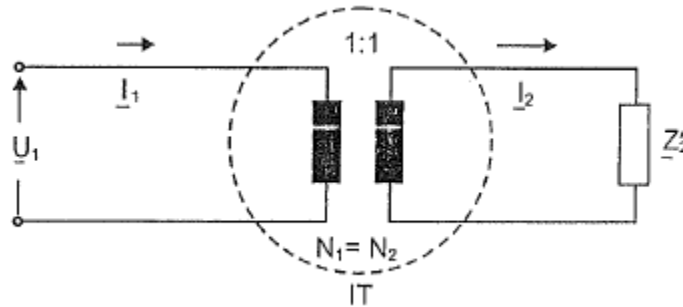
$$\frac{\underline{U}_1}{\underline{I}_1} = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 \frac{\underline{U}_2}{\underline{I}_2} \quad (3.10)$$

Однос напона и струје на секундару трансформатора је једнак импеданси прикљученог оптерећења ($\underline{U}_2 / \underline{I}_2 = \underline{Z}_2$). Импеданса која се “види” са примара (са мреже), $\underline{U}_1 / \underline{I}_1 = \underline{Z}_1$ је једнака

$$\underline{Z}_1 = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 \underline{Z}_2 = n^2 \underline{Z}_2 = \underline{Z}'_2 \quad (3.11)$$

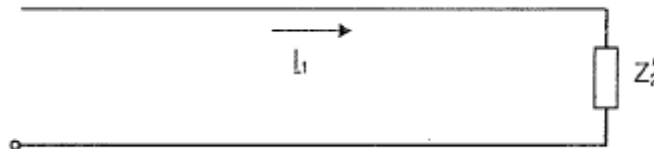
Термин који се уобичајено користи за импедансу која се види са примара је *импеданса секундара сведена на примар*. Свођење импедансе секундара на примар се врши њеним множењем са квадратом односа броја навојака n .

Ако се посматрају појаве само на страни примара, идеални трансформатор се може представити и на начин приказан на слици 3.3, као идеални трансформатор преносног односа 1: 1, на који је прикључена импеданса сведена на примар.



Слика 3.3

Пошто су струје у примару и секундару идеалног трансформатора преносног односа 1: 1 исте, идеални трансформатор преносног односа се може сасвим изоставити, након чега се добија шема на слици 3.4.



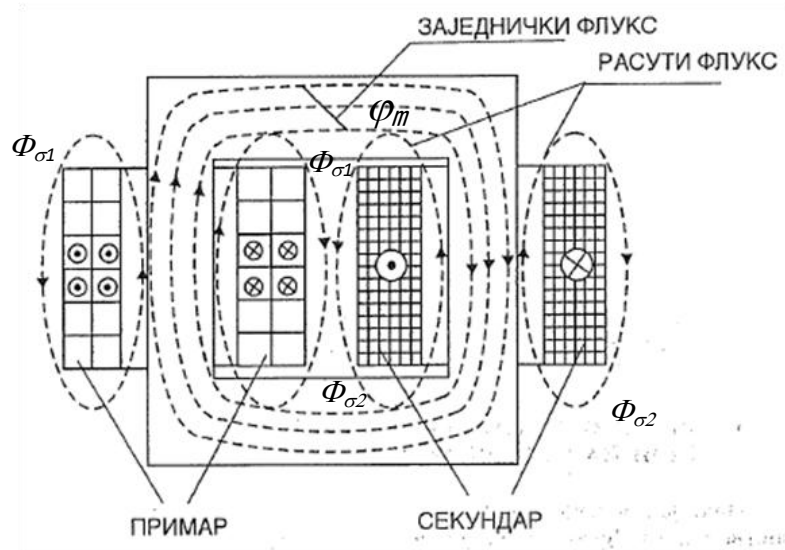
Слика 3.4

3. 3. Реални трансформатор и његове еквивалентне шеме

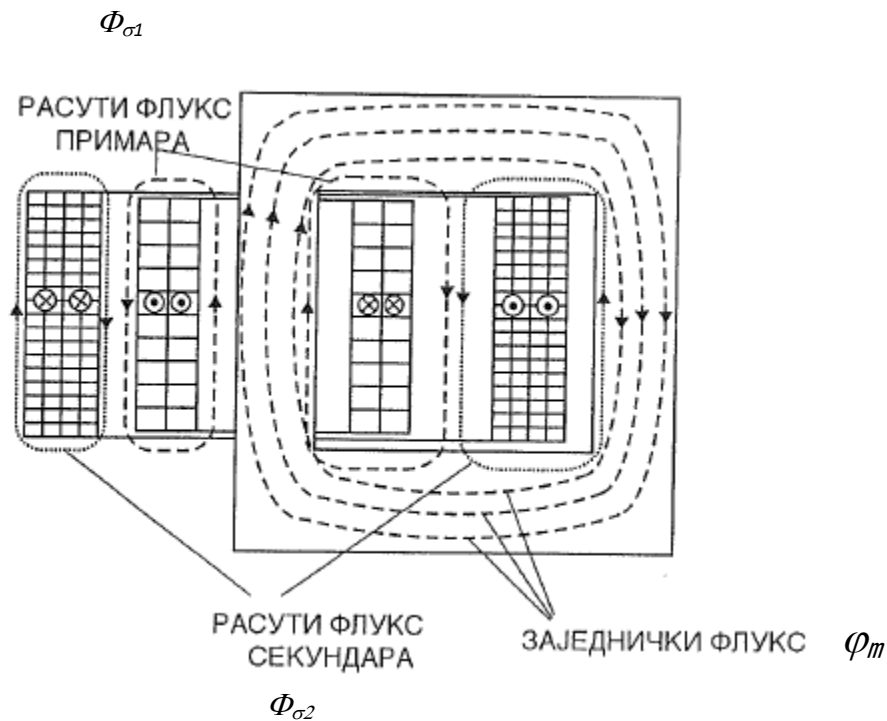
Еквивалентна шема реалног трансформатора се може поставити полазећи од напонских једначина за индукционо спрегнуте намотаје примара и секундара.

Главна компонента магнетног флуksа се затвара кроз све навојке намотаје примара и кроз навојке намотаја секундара – за овај део магнетног флуksа ће се користити термин заједнички флуks (ϕ_m). За овај флуks важе разматрања из одељка о празном ходу, са једином разликом што се уместо струје празног хода I_0 кроз грану магнетнења (слика 2.22) сада користи разлика струје примара (I_1) и струје секундара сведена на примар ($I_2' = (N_2 / N_1) I_2$): $I_1 - I_2'$.

Део магнетног флуksа $\phi_{\sigma 1}$ се затвара само кроз намотаје примара (не и кроз намотаје секундара), а део магнетног флуksа $\phi_{\sigma 2}$ ће се затварати само кроз намотаје секундара (не и кроз намотаје примара). За овај део магнетног флуksа ће се користити термин расути флуks, тачније расути флуks примара и расути флуks секундара. Упрошћени приказ, за случај да се намотај примара налази на једном стубу, а секундар на другом стубу, дат је на слици 3.5. Упрошћени приказ за случај да су намотаји примара и секундара на истом стубу је дат на слици 3.6.



Слика 3.5



Слика 3.6

Компоненте расутог магнетног флука у намотају примара су сразмерне са струјом примара, односно у намотају секундара са струјом секундара ($\Phi_{\sigma 1} = L_{\sigma 1} i_1$, $\Phi_{\sigma 2} = L_{\sigma 2} i_2$; $L_{\sigma 1}$ и $L_{\sigma 2}$ представљају индуктивности расипања примара, односно секундара. Одређивање вредности реактанси расипања $L_{\sigma 1}$ и $L_{\sigma 2}$ ће се размотрити у каснијем делу поглавља 3.

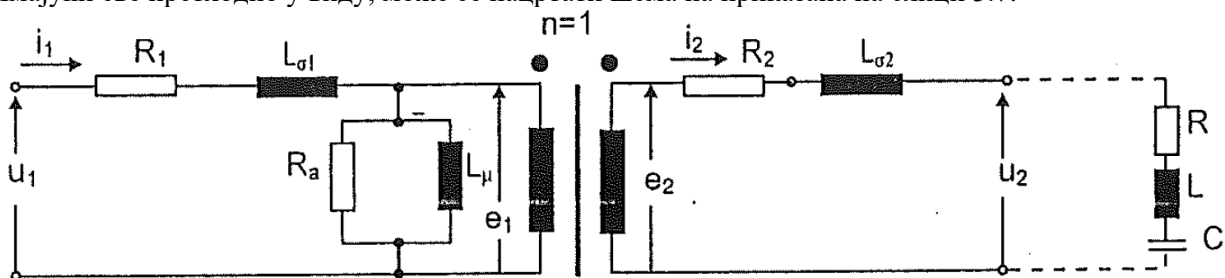
Компоненте флука које се затварају само кроз намотаје примара (секундара) изазивају падове напона који су за $\pi/2$ фазно померени у односу на струју ($d\Phi/dt$). Поред ових падова напона, постоји и пад напона на активним отпорностима намотаја примара (R_1) и секундара (R_2).

У складу са претходним, може се написати

$$u_1 - R_1 i_1 - L_{\sigma 1} \frac{di_1}{dt} - e_1 = 0 \quad (3.12)$$

$$e_2 - R_2 i_2 - L_{\sigma 2} \frac{di_2}{dt} - u_2 = 0 \quad (3.13)$$

Имајући све претходно у виду, може се нацртати шема на приказана на слици 3.7.



Слика 3.7

где e_1 представља контраелектромоторну силу услед заједничког флукса (φ_m) која „се противи“ напону примара, а e_2 електромоторну силу индуовану на секундару као резултат заједничког флукса. Однос e_1 / e_2 је једнак односу броја навојака N_1 / N_2 .

Отпорности примара (R_1) и секундара (R_2) су веће од вредности отпорности једносмерној струји ($R_{DC} = \rho l/S$), и зависе од учестаности струје, као што ће бити детаљније разматрано у поглављу 4. Ове отпорности су једнаке односу укупних губитака у проводницима посматраног намотаја и квадрата струје (посебно у намотају примара, а посебно у намотају секундара). У поглављу 4. је објашњена природа додатних губитака и презентован је начин израчунавања разлике укупних губитака и губитака који би се имали при протицању једносмерне струје чија је вредност једнака ефективној вредности стварне наизменичне струје.

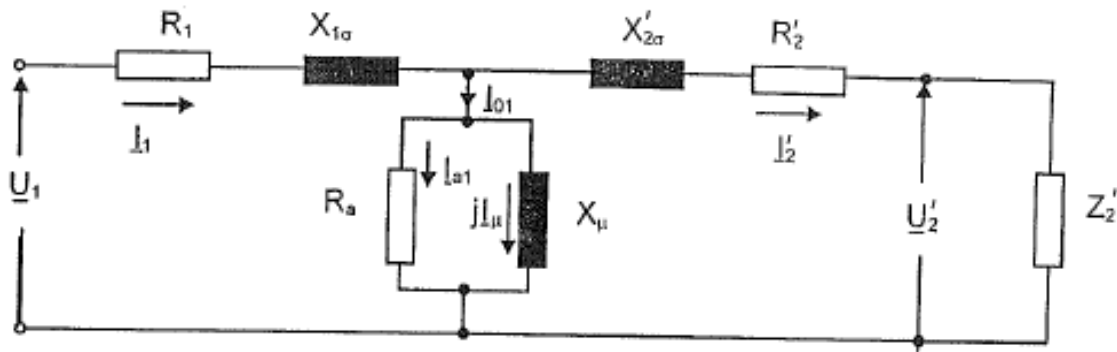
На слици 3.7 је приказана потпуна (комплетна) заменска шема трансформатора, којом се може анализирати велики број радних режима, како оних у раду на мрежи, тако и оних који се срећу током огледа испитивања на трансформатору (кратак спој / празан ход). За неке радне режиме, пре свега за оне током огледа испитивања, могуће је упростити шему без практичног губитка тачности.

Задржавајући претпоставку о линеарности магнетске карактеристике, дискутовану у претходном поглављу, за простопериодични напон на примару, може се прећи у комплексни домен. Облик шеме са слике 3.7 остаје исти, при чему се уместо малих слова уводе комплексне величине:

$$u \rightarrow \underline{U}, i \rightarrow \underline{I}, e \rightarrow \underline{E}$$

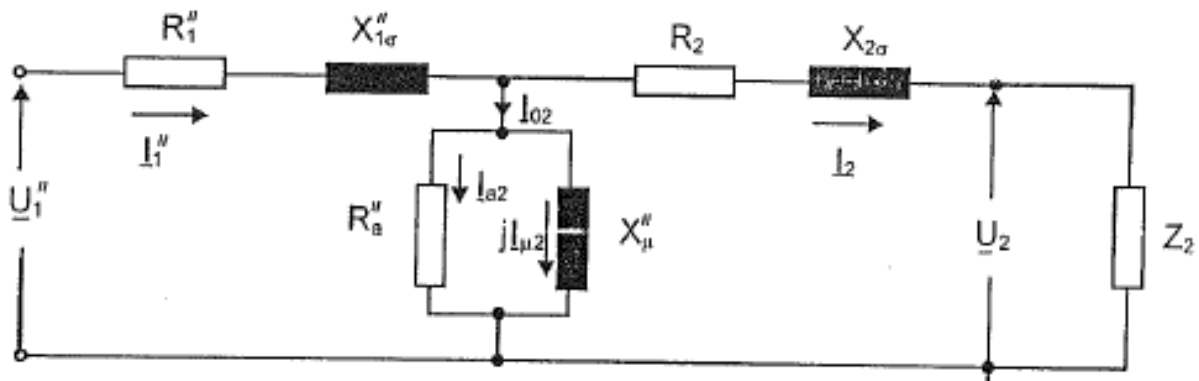
Уместо вредности L и C се уводе реактансе $X_L = \omega L$, $X_C = 1 / (\omega C)$; $\omega = 2 \pi f$, где је f учестаност простопериодичног напона. Сведена вредност комплексне редне R , L и C импедансе секундара сведене на примар ће се означити са \underline{Z}_2' ($\underline{Z}_2' = n^2 \underline{Z}_2 = (N_1/N_2)^2 \underline{Z}_2$), после чега се добија шема приказана на слици 3.8 (у овом кораку је потпуно изостављен идеални трансформатор, преносног

односа n , а импедансе које су на слици 3.7 биле везане на његов секундар су сведене на примар множењем фактором n^2). Напони на секундару се свде на примар множењем са n , а вредности струја на секундару се свде на примар дељењем са n .



Слика 3.8

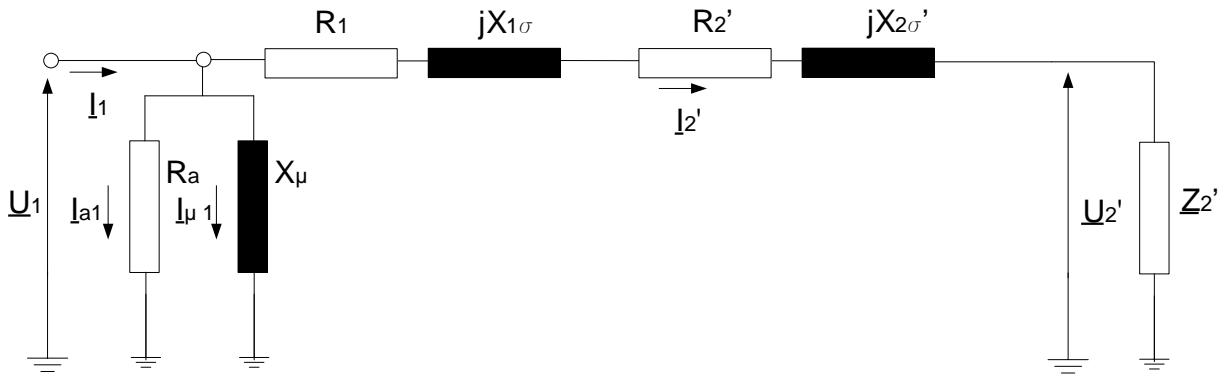
За потребе одређивање вредности на секундарној страни трансформатора, погодно је вредности напона, струје и импеданси свести на секундар (слика 3.9). Импедансе које су на слици 3.7 биле везане на примарну страну су сведене на секундар дељењем са n^2 , напони на примару се свде на секундар дељењем са n , а вредности струја на примару се свде на секундар множењем са n .



Слика 3.9

Шеме на сликама 3.8 и 3.9 се називају Т шеме трансформатора. Оне се користе и дају доста тачне резултате за струје и напоне у области радних учестаности трансформатора као елемената у електроенергетским мрежама (50Hz или 60Hz, на пример). При томе, треба подсетити да вредност параметара шеме зависи од радног стања трансформатора, при чему се приближно може узети да се параметри шеме не мењају много када радно стање не одступа много од номиналног (ту се пре свега мисли на напон на примару и на учестаност). У општем случају, X_{μ} и R_a зависе од напона на примару, а R_1 , R_2 и R_a од учестаности.

Поред Т шеме трансформатора у пракси се примењују и Γ шема трансформатора – на слици 3.10 је приказана Γ шема трансформатора за случај за који је на слици 3.8 приказана Т шема трансформатора.



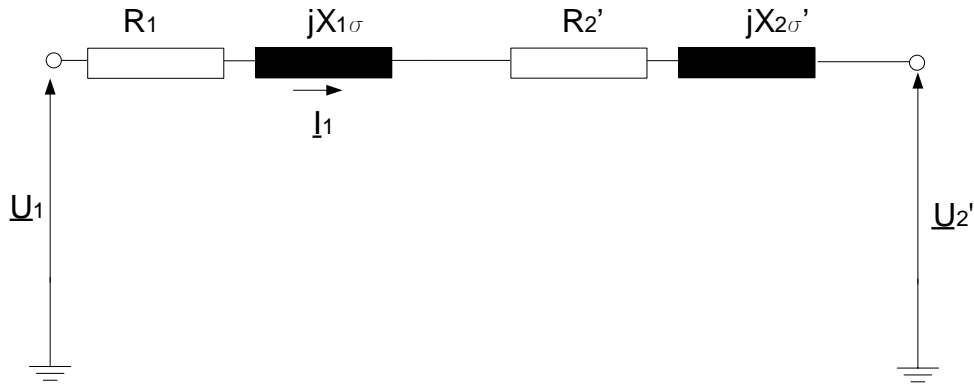
Слика 3.10

У свим до сада приказаним разматрањима имплицитно је подразумевано да се на примар доводи мрежни напон, а да је на секундар везано оптерећење. У већини ситуација, пре свега у електродистрибутивним трансформаторима (типично, средњенапонска страна, напонског нивоа 10kV, прикључена је на електродистрибутивну мрежу, а на нисконапонску страну 0.4kV је прикључена кабловска мрежа са које се напајају нисконапонски потрошачи електричне енергије (импеданса Z_2')), има се управо оваква ситуација.

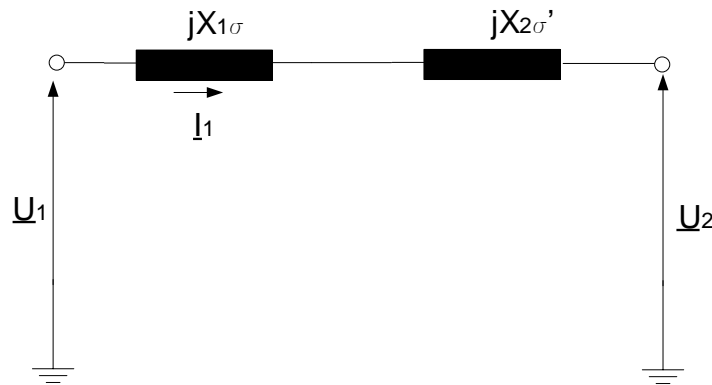
Постоје трансформатори који повезују и две активне мреже. У том случају, и на секундар се доводи напон; примера ради, на слици 3.10 у том случају не би постојала импеданса Z_2' . Један од могућих приступа за случај да трансформатор повезује две активне мреже је да се свака од мрежа представе преко њихових еквивалентних Тевененових генератора.

Као трећи случај се може навести блок трансформатор у електрани, на чији се примар (оријентационог номиналног напона 20kV) прикључује генератор, а на секундар (оријентационог номиналног напона 220kV) прикључује високонапонске мрежа.

Претходно анализирана *Т шема трансформатора* се може упростити тако што се потпуно уклони попречна грана. Тако добијена шема се у пракси користи за анализу кратких спојева (кратко спојени крајеви секундара) и за одређивање промене напона (најчешће је случај да се напон смањује, а не повећава, тако да се уместо „промене напона“ каже „пада напона“). У ове две примене уклањање попречне гране не доводи до значајне грешке у прорачунима. Главни разлог је што су струја магнећења и струја за покривање губитака у гвожђу значајно мање од сведене струје секундара. Ово посебно важи у кратком споју, када је и напон на грани магнећења мали (око половине напона напајања примара), јер тада расту и вредности L_μ и R_a , па се, иначе мале, додатно смањују i_μ и i_a . Шеме које настају након уклањање попречне гране су приказане на слици 3.11, као и на слици 3.12, која настаје након што се изоставе и отпорности намотаја – овакво занемарење је оправдано код великих трансформатора, код којих је реактанса магнећења много већа од отпорности и реактансе расипања, и по правилу се користи при израчунавању струје кратког споја.



Слика 3.11



Слика 3.12

3. 4. Огледи кратког споја и празног хода

Помоћу ова два огледа проверавају се гарантоване вредности губитака услед протицања струје кроз намотаје (у огледу кратког споја) и губитака у магнетном колу (у огледу празног хода). Поред тога, на основу резултата ових огледа могу се одредити параметри заменске шеме трансформатора.

По правилу, оглед кратког споја се изводи у испитној станици фабрике, и то тако да се кратко споји ниженапонска страна, на вишенапонску страну доведе напон, и то такав да се струја кроз трансформатор подеси на вредност што ближу номиналној струји. Вредност напона при којој се остварује номинална струја при кратко спојеној другој страни трансформатора је мала, оријентационо 2% до 10% номиналног напона напајане стране трансформатора.

Празан ход се по правилу изводи тако што се прикључци на вишенапонској страни оставе отворени, а напон напајања, што ближи номиналном, доведе на ниженапонску страну.

Уколико се огледи изведу на горе наведени начин, приближно иста опрема се може користити у оба огледа – огледу кратког споја и огледу празног хода.

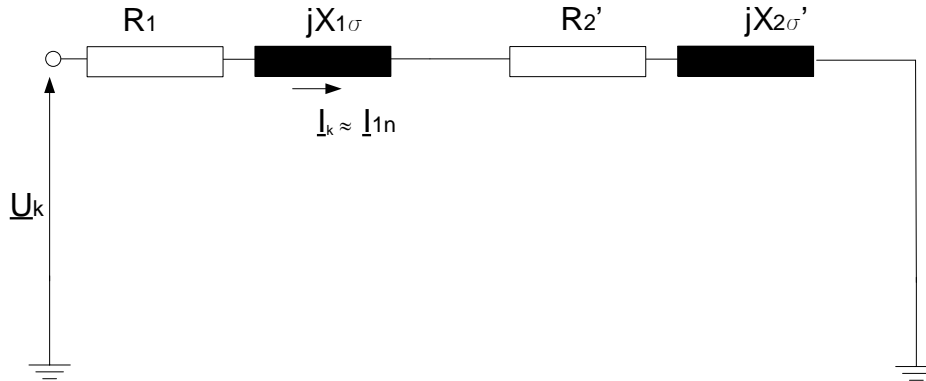
Оглед кратког споја

Током огледа кратког споја (намотаји секундара се кратко споје, а на примар се доводи напон) се мере следеће величине:

- Напон напајања (примара), за који се користи термин „напон кратког споја“ (U_k)

- Струја (примара) I_k , чија се вредност, подешавањем напона U_k , подешава на вредности што ближеј номиналној струји примара (I_{1n})
- Снага која се преузима из мреже P_k – снага кратког споја мреже

Струја кроз грану магнећења, како њена реактивна компонента i_μ , тако и њена активна компонента i_a , услед малог напона и малог магнетног флукса кроз магнетног кола, су мале. Због тога се струја I_0 , односно њене компоненте i_μ и i_a могу занемарити у односу на струју која протиче кроз трансформатор (она је приближно једнака номиналној). Ово практично значи да се у општој заменској шеми на слици 3.10 може изоставити грану магнећења, после чега се шема своди на облик приказан на слици 3.13.



Слика 3.13

Из измерених вредности се одређују:

- Импеданса кратког споја

$$Z_k = \frac{U_k}{I_k} \left(= \frac{U_{kn}}{I_{1n}} \right) \quad (3.14)$$

- Активна отпорност кратког споја

$$R_k = \frac{P_k}{I_k^2} \left(= \frac{P_{kn}}{I_{1n}^2} \right) \quad (3.15)$$

- Реактанса кратког споја

$$X_k = \sqrt{Z_k^2 - R_k^2} \quad (3.16)$$

На основу заменске шеме може се написати

$$R_k = R_1 + R_2' \quad (3.17)$$

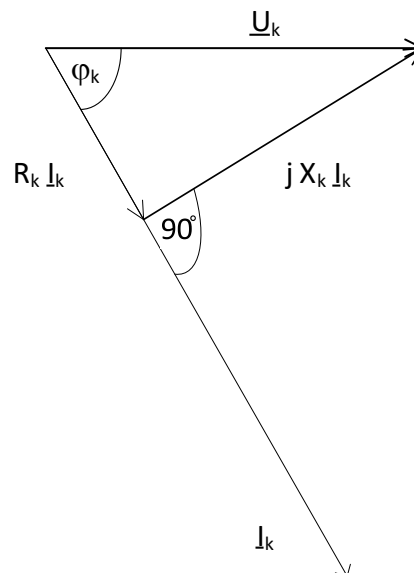
$$X_k = X_{1\sigma} + X_{2\sigma}' \quad (3.18)$$

Уколико нису познате прорачунске вредности, из којих би се одредио однос R_1/R_2' , односно $X_{1\sigma}/X_{2\sigma}'$, може се приближно претпоставити да је $R_1 \approx R_2'$, односно $X_{1\sigma} \approx X_{2\sigma}'$, после чега се добија $R_1 \approx R_2' = R_k/2$, односно $X_{1\sigma} \approx X_{2\sigma}' = X_k/2$. У вези са овим, треба напоменути да се резултати прорачуна коришћењем опште заменске шеме са слике 3.8, односно слике 3.9 неће много променити у зависности од односа R_1/R_2' , односно $X_{1\sigma}/X_{2\sigma}'$. Разлог за ово је релативно мала струја у грани магнетноћа. Грешка у прорачуну проузрокована разликом стврдних вредности односа R_1/R_2' , односно $X_{1\sigma}/X_{2\sigma}'$, у односу на усвојене приближне вредности $R_1 \approx R_2' = R_k/2$, односно $X_{1\sigma} \approx X_{2\sigma}' = X_k/2$, већа је при радним струјама трансформатора које су мале у односу на номиналну струју. Подсетимо да се у пракси, као прихватљиво тачна, чак користи и Γ шема трансформатора (слика 3.10), која се заснива на претпоставци $R_1=0$, $R_2'=R_k$, односно $X_{1\sigma}=0$, $X_{2\sigma}'=X_k$.

Фазорски дијаграм струја и напона кратког споја, за које, према заменској шеми приказаној на слици 3.13 постоји веза

$$\underline{U}_k = (R_k + j X_k) \underline{I}_k, \quad (3.19)$$

дат на слици 3.14.



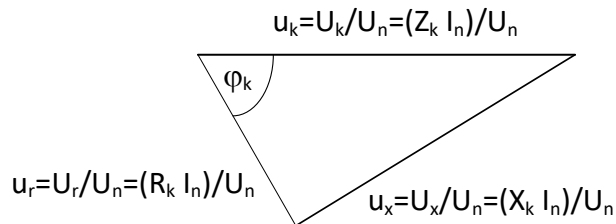
Слика 3.14

Троугао кратког споја се често представља у релативним јединицама, или у процентима. При томе, посматра се случај да је струја кратког споја једнака номиналној струји трансформатора ($I_k = I_n$); номинална снага трансформатора износи $S_n = U_n I_n$. Полазећи од шеме на слици 3.14, за $I_k = I_n$ може се написати:

$$u_k = \frac{U_k}{U_n} = \frac{Z_k I_n}{U_n} \quad (3.20)$$

$$u_r = \frac{U_r}{U_n} = \frac{R_k I_n}{U_n} = \frac{P_k}{S_n} \quad (3.21)$$

$$u_x = \frac{U_x}{U_n} = \frac{X_k I_n}{U_n} = \sqrt{u_k^2 - u_r^2} \quad (3.22)$$



Слика 3.15

Троугао кратког споја за у релативним јединицама (једначине (3.20) – (3.22)) приказан је на слици 3.17.

Процентуалне вредности се добијају из релативних, множењем са 100:

$$u_k (\%) = 100 u_k = 100 \frac{U_k}{U_n} \quad (3.23)$$

Приметимо да је ефективна вредност напона кратког споја у процентима једнака ефективној вредности импедансе кратког споја (номинална, базна, импеданса, једнака је односу номиналног напона и номиналне струје – $Z_n = U_n / I_n$):

$$u_k (\%) = 100 \frac{U_k}{U_n} = 100 \frac{Z_k I_n}{U_n} = 100 \frac{Z_k}{Z_n} \quad (3.24)$$

Дакле,

$$u_k (\%) = z_k (\%) \quad (3.25)$$

У табели 3.1 дате су типичне вредности за u_k и $\cos \varphi_k$ за трансформаторе различитих номиналних снага.

Табела 3.1

S_n, kVA	1	10	100	1000	10000	100 000
$u_k (\%)$	2.6	3	4	5	8.4	17.5
$\cos \varphi_k$	0.77	0.66	0.30	0.14	0.06	0.013

Поред одређивања вредности елемената заменске шеме трансформатора, оглед кратког споја служи и за одређивање губитака који су последица протицања струје кроз намотаје. Снага измерена ватметром (P_k), поред компоненте губитака у самим намотајима

$$P_{Cu} = P_{Cu1} + P_{Cu2} \quad (3.26)$$

односно

$$P_{Cu} = R_1 I_1^2 + R_2' I_2'^2 \quad (3.27)$$

садржи и компоненту снаге губитака у конструкционим деловима трансформатора и суду (P_s) услед расутог флукса који се затвара кроз ове делове.

Потребно је навести још један детаљ, да се оглед кратког споја по правилу врши у хладном стању (температура трансформатора једнака температури амбијента) и да кратко траје, због чега намотаји не достижу номиналну температуру. Имајући то у виду, губици измерени у огледу кратког споја изведеног на хладном трансформатору, имају мању вредност од губитака при истој (номиналној) струји и радној температури намотаја (доминантни део губитака, једнак отпору намотаја једносмерној струји и квадрата струје (P_J), услед пораста отпора намотаја, расте са порастом температуре). О компонентама губитака у намотајима и њиховој температурној зависности биће више речи у следећем поглављу (поглавље 4). Генерално, може се рећи да P_J расту са температуром, док додатни губици у намотају P_d опадају са температуром, док се за P_s обично сматра да се не мењају са температуром конструкционих елемената / суда. Вредности P_J и P_d се могу добити прорачуном (P_J се израчунавају сасвим једноставно) при специфицираној температури, тако да се из огледа кратког споја одузимањем P_J и P_d од вредности губитака измерених у огледу кратког споја P_k могу добити P_s :

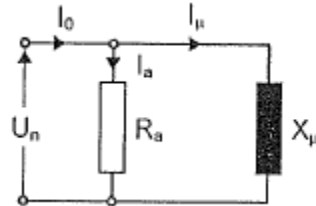
$$P_s = P_k - P_{Cu} = P_k - P_J - P_d \quad (3.28)$$

Оглед празног хода

Током огледа празног хода, који се по правилу изводи тако што се прикључци на вишенпонског страни оставе отворени, а напон напајања, што ближи номиналном, доведе на ниженапонску страну, мере се:

- Напон напајања U_0 , који је тачно једнак или приближан U_n
- Струја напајане (ниженапонске) стране I_0
- Снага узета из мреже P_0 .

Имајући у виду да је импеданса у грани магнећења много већа од импедансе коју сачињавају отпорност и индуктивност намотаја, понашање трансформатора у празном ходу се може описати паралелном везом реактансе магнећења (X_μ) и отпорности (R_a) којом се описују губици у магнетном колу (слика 3.16). Другим речима, струја празног хода је мала у односу на струју оптерећења трансформатора, због чега је веома мали пад напона који струја празног хода прави на отпору и реактанси расипања напајаног ниженапонског намотаја, па се импеданса гране магнећења може директно прикључити на мрежни напон.



Слика 3.16

Из измерених вредности се одређују:

- Адмитанса или импеданса празног хода

$$Y_0 = \frac{1}{Z_0} = \frac{I_0}{U_0} \quad (3.29)$$

- Кондуктанса или активна отпорност којом се описују губици у магнетном колу

$$G_a = \frac{1}{R_a} = \frac{P_0}{U_0^2} \quad (3.30)$$

- Суцептанса или импеданса магнећења

$$B_\mu = \frac{1}{X_\mu} = \sqrt{Y_0^2 - G_a^2} \quad (3.31)$$

Поред одређивања вредности елемената заменске шеме трансформатора, оглед празног хода служи и за одређивање губитака у гвожђу ($P_0 = P_{Fe}$), који представљају једну од вредности које мора да гарантује произвођач (и која је предмет купопродајног уговора трансформатора). Електромоторна сила E_l која се има у заменској шемѝ на грани магнећења разликује се од напона на који је прикључен примар U_l (у најчешћем случају, оптерећење трансформатора је индуктивног карактера и у том случају је $E_l < U_l$). Да би се одредила вредност губитака у гвожђу која се има у нормалном раду, потребно је на примар трансформатора у празном ходу довести напон који је једнак електромоторној сили E_l која се има при номиналном раду оптерећеног трансформатора на мрежи. Како E_l зависи од оптерећења (како од вредности струје, тако и од њеног фазног става), што ће се показати у наставку курса, у пракси се користи приступ да се оглед празног хода изведе за више вредности напона, на пример у опсегу -10% , $+10\%$ у односу на номинални.

- Ако се употребе довољно тачни инструменти, из измерених вредности напона напајања (ниженaponsка страна U_{20}) и напона на отвореним крајевима (вишенaponsка страна U_{10}), добија се и вредност преносног односа:

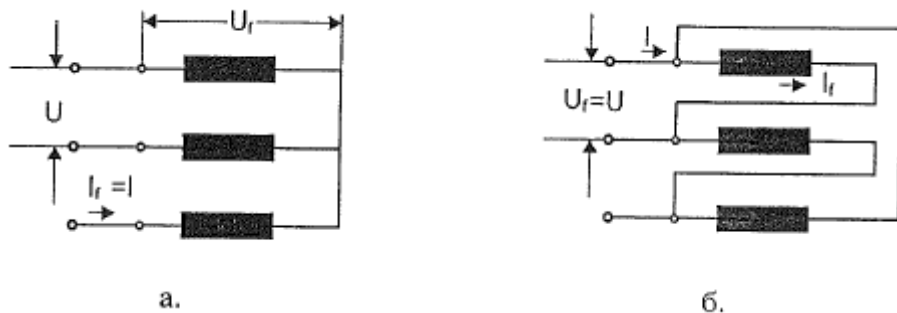
$$n = \frac{U_{10}}{U_{20}} \quad (3.32)$$

Преносни однос n такође представља једну од гарантованих вредности трансформатора, и вредност добијена мерењем мора да буде у дозвољеним границама толеранције у односу на вредност декларисану за трансформатор.

Трофазни трансформатор

Уколико је трофазни систем уравнотежен, све што је до сада речено важи и даље, при чему се односи на једну фазу. Прецизније речено, у уравнотеженом трофазном систему напони и струје на сваком од намотаја примара, односно на сваком од намотаја секундара, у свакој од три фазе имају исте вредности (померене у времену за $2/3$ периоде).

Код трофазних трансформатора је уобичајено да се као номиналне вредности дају укупна номинална снага (S_n), једнака трострукој вредности снаге на једном стубу (S_{n1}): $S_n = 3 S_{n1}$; номинална снага на стубу се добија као вредност напона и струје на (физичком) намотају фазе (ове вредности ће садржати индекс f), примара или секундара, на стубу $S_{n1} = U_f I_f$. Као номиналне вредности струје и напона се обично дају њихове вредности у линијским проводницима (ове вредности ће се означавати без индекса), односно вредности које се виде са стране мреже. У случају спреге звезда на примару (слика 3.17а), веза између линијског мрежног напона (номинални напон) и фазног напона на намотају износи $U = U_n = \sqrt{3} U_f$. У случају спреге троугао на примару (слика 3.17б), веза између линијске мрежне струје (номинална струја) и струја кроз намотај износи $I = I_n = \sqrt{3} I_f$.



Слика 3.17

У уравнотеженом трофазном систему ефективне вредности напона на сваком од намотаја примара су исте, а фазни ставови различити за $2\pi/3$. Исто важи и за напоне на секундарним намотајима.

Заменска шема за намотаје примара и секундара који се налазе на истом стубу је идентична заменској шеми која је коришћена за монофазни трансформатор (слика 3.8). Дакле, има се четворокрајник – два краја представљају крајеве намотаја примара, а два краја крајеве намотаја секундара.

Повезивање крајева намотаја примара на сваком од стубова са крајевима намотаја примара на друга два стуба врши се на начин дефинисан спрегом трансформатора на примарној страни. Исто важи за крајеве секундара на сваком од стубова.

Дакле, иста је логика за повезивање крајева примара са мрежом и намотаја секундара са оптерећењем; потенцијално, код интерконективних трансформатора, који повезују две мреже, тако да енергија може да тече у различитим смеровима, када и један и други крај могу да буду примар / секундар, важи исти принцип за повезивање крајева једне и друге напонске стране трансформатора са једним и другом мрежом.

3. 5. ИЗРАЧУНАВАЊЕ РЕАКТАНСИ РАСИПАЊА

3. 5. 1. Потреба за израчунавањем расутог флукса и реактансе расипања

У претходним излагањима је објашњена еквивалентна шема трансформатора и начин одређивања њених параметара користећи мерења на израђеном трансформатору. Како параметри еквивалентне шеме трансформатора значајно утичу на карактеристике трансформатора, односно дефинишу техничке карактеристике трансформатора које су предмет спецификације (уговора), неопходно је њихово одређивање у фази пројектовања трансформатора. Све реактансе и отпорности у редној грани еквивалентне шеме зависе од расподеле магнетног поља у зони ван магнетног језгра. Одређивање расподеле расутог магнетног поља представља комплексан задатак.

3. 5. 2. Техничке карактеристике на које утиче поље расипања

Од поља расипања, како од укупног флукса расипног поља, тако и од расподеле расутог поља, зависи низ, за праксу значајних, карактеристика трансформатора:

1) Вредност реактансе расипања, која доминантно утиче на вредност струје кратког споја и пад напона у нормалном раду.

Струја кратког споја је од интереса за сам трансформатор, који мора да издржи механичка и термичка напрезања при великим струјама кратког споја (струја кратког споја је $1 / u_k$ пута већа од номиналне струје; на пример, за $u_k = 5 \% = 0.05$, струја кратког споја је 20 пута већа од номиналне), али и за електричну мрежу – вредности струја кратког споја су одређене управо импедансама елемената мреже – трансформатора, електричних водова, генератора итд.

2) Електромагнетне силе на намотаје, како при кратком споју, тако и у нормалном раду. Електромагнетне силе у намотајима зависе од струје (кратког споја / номиналне) и расподеле расутог магнетног поља.

При кратком споју струје, резултујући расути флукс и последичне силе су велики и могу да доведу до деформације намотаја, односно оштећења трансформатора, уколико његова механичка конструкција није одговарајућа.

При радним струјама силе су од интереса како би се одредила бука коју ствара трансформатор. Ове силе доводе до малих осцилација и генерисања звука (овај звук се суперпонира на звук који се генерише у магнетном језгру, као резултат магнетостриктије; ова сума представља укупну буку која се простире кроз унутрашњост трансформатора, а затим преноси преко суда и детектује у околини, ван суда трансформатора).

3) Повећање губитака у намотајима услед одступања расподеле струје по попречном пресеку од равномерне, чија би густина била једнака количнику струје која протиче према мрежи и попречног пресека проводника. Последица овог повећања губитака је додатно загревање, односно повећање температуре намотаја.

4) Индуковање струје у конструкционим металним деловима трансформатора (суду на пример), што доводи до њиховог загревања и повећања укупних губитака у трансформатору.

3. 5. 3. Приступи одређивању расутог флукса и реактансе расипања

У литератури се могу срести различити начини дефинисања расутог флукса. У претходним излагањима, која су се односила на еквивалентну шему трансформатора, праћен је концепт који је најближи основама теорије електротехнике – концепт спрегнутих магнетних кола: расути флукс (сваког од намотаја) је дефинисан као флукс који потиче од струје намотаја, а затвара се само кроз тај намотај (видети слике 3.6 и 3.7).

Широко је прихваћена теорија Роговског (*Rogowsky*), која се заснива на дефиницији укупног поља расипања, које представља поље које стварају магнетопобудне силе чији је збир једнак нули ($N_1 I_1' = N_2 I_2$; $N_1 (I_1 - I_0) = N_2 I_2$; 1 - примар, 2 - секундар, 0 - струја празног хода, која је потребна за магнећење магнетног кола и за покривање губитака у њему). Следећи корак по овој теорији је да се одреди укупна магнетна енергија овог поља W . Реактанса расипања се одређује из израза $X_k = \omega W_m / I^2$, где је ω кружна учестаност, W_m максимална енергија магнетног поља (у тренутку када наизменична струја достиже свој максимум) и I ефективна вредност струје на напонској страни на коју је сведена реактанса расипања. У [1] је показано да се исти резултат постиже и преко укупног магнетног флукса овог поља ψ ($X_k = \omega \psi_m / I_m$), који је обухваћен навојцима намотаја.

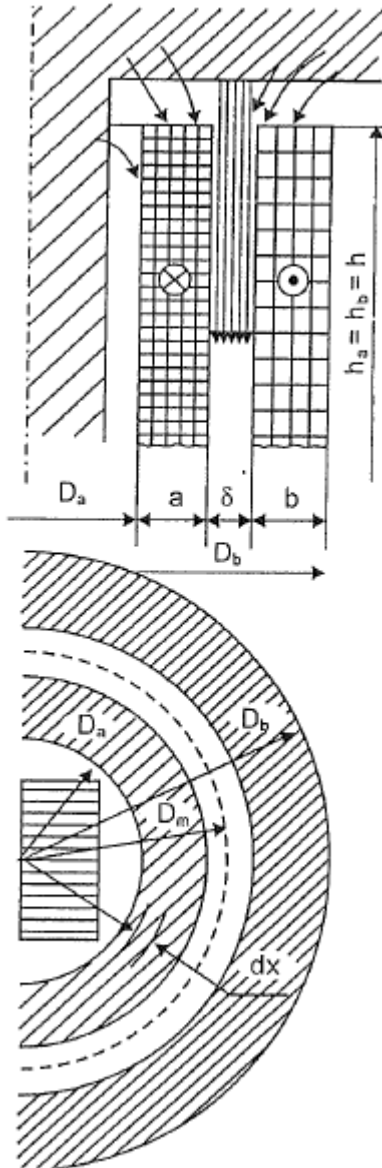
Овакав поступак се може објаснити на следећи начин. Струја празног хода I_0 се одређује из огледа празног хода трансформатора (у огледу празног хода расути магнетни флукс, кроз оба намотаја, може се занемарити у односу на заједнички магнетни флукс, тако да магнетопобудна струја I_0 ствара само флукс кроз магнетно коло). Може се сматрати да разлика струја примара и секундара, сведених на исти напонски ниво, када се трансформатор оптерети, остаје једнака I_0 . То значи да су додатни флуксни обухвати, који представљају расути флукс, одређени струјама $(I_1 - I_0)$ и I_2 , чије су вредности сведене на исти напонски ниво, једнаке.

Следећа важна поставка у овој теорији је да се не прати дефиниција расутог флукса (однос флукса који се затвара кроз сваки од намотаја подељен са струјом тог намотаја), већ се одређује преко укупне магнетне енергије (W_m) или укупног магнетног флукса (ψ_m); поновимо, у [1] је показано да је резултат исти. Овакав приступ нити прати дефиницију расутог флукса према сликама 3.6 и 3.7, као ни напонску равнотежу на основу које су постављене еквивалентне шеме трансформатора. Овим поступком се не раздвајају расути флуксеве намотаја примара и намотаја секундара, већ се одређује некаква кумулативна реактанса расипања, базирана на физичкој величини енергије садржане у магнетном пољу у зони где долази до формирања магнетног поља у ваздуху и последичних различитих флуксева кроз различите навојке намотаја примара, као и различите навојке намотаја секундара.

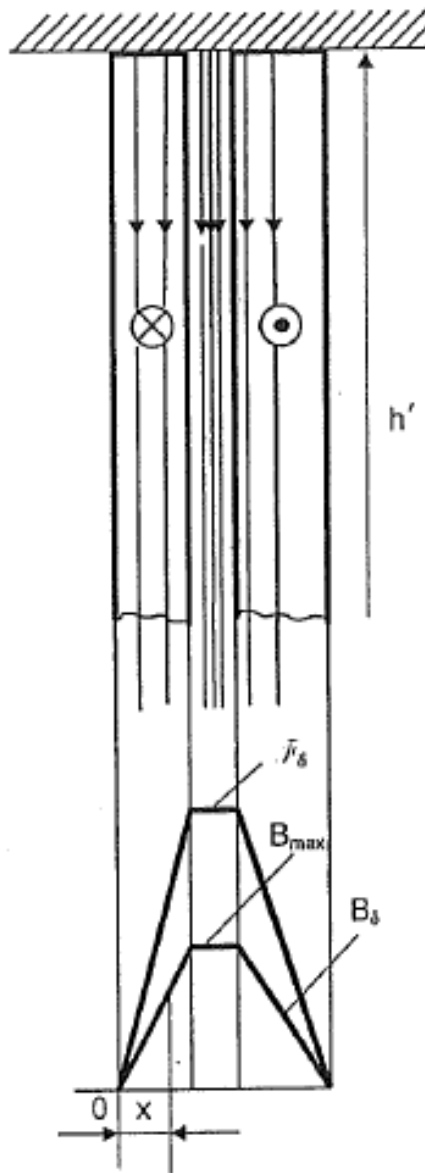
У наставку текста ће се кроз детаљно аналитичко решење изложити ова теорија, и то преко одређивања индуктивности расипања преко магнетне енергије. После приказа ове „класичне теорије“, као уобичајеног садржаја уџбеничке литературе из трансформатора, изложиће се један други приступ, који боље прати полазну дефиницију реактанси расипања (слике 3.6 и 3.7) и омогућава раздвајање реактанси расипања примара и секундара.

3. 5. 4. Извођење израза за реактансу расипања за цевасте намотаје

Горе наведени приступ ће се применити на најједноставнији случај – концентричне цилиндричне (цевасте) намотаје једнаких висина (слике 3.18 и 3.19).



Слика 3.18



Слика 3.19

Основна законитост о циркулацији вектора H :

$$\oint \vec{H} d\vec{l} = \sum N i \quad (3.33)$$

Вредност H је константна по вертикалним путањама. Интеграл циркулације вектора H се своди на део између два јарма – у остатку путање вредност H је мања μ_r пута мања (μ_r представља релативну магнетску пермеабилност језгра). Са повећањем растојања x од унутрашње површи унутрашњег намотаја (пречник D_a) контуром се обухвата све већи број навојака, односно расте производ $N i$. Магнетопобудна сила (МПС) унутар намотаја „а“ почиње од нуле и линеарно расте по координати x . Највећа вредност МПС унутар намотаја „а“ се има на његовом крају ка

ваздушном процепу δ , где износи $N_a I_a$. Ова вредност МПС се задржава дуж читавог ваздушног процепа δ (слика 3.19).

С обзиром да је $N_a I_a = N_b I_b$, магнетопобудна сила унутар намотаја "b" опада линеарно у области од $x = a + \delta$ (где има вредност $N_a I_a$) до $x = a + \delta + b$, где има вредност нула. Имајући у виду израз (3.33) и текст после њега, закључује се да се магнетно поље H као и магнетопобудна сила (mps): $H = mps / h$, где је h висина прозора магнетног кола (растојање између доњег и горњег јарма). Магнетна индукција у овом ваздушном простору је једнака (магнетска пермеабилност је једнака магнетског пермеабилности ваздуха μ_0) $B = \mu_0 H$. Из овога следи резултат приказан на слици 3.20, односно, за $x \leq a$:

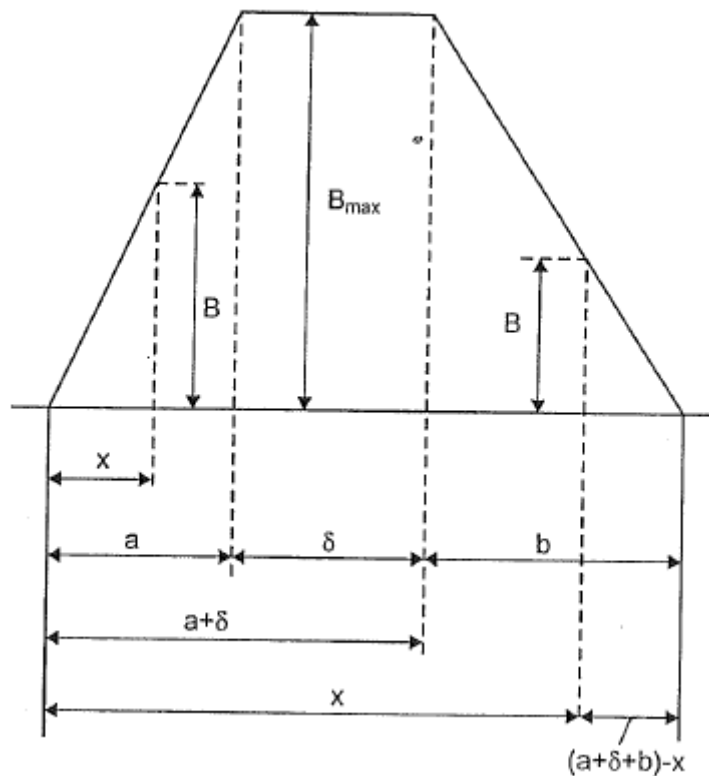
$$\frac{B}{x} = \frac{B_{max}}{a} \Rightarrow B = \frac{B_{max}}{a} x \quad (3.34)$$

за $a \leq x \leq a + \delta$

$$B = B_{max} \quad (3.35)$$

за $a + \delta \leq x \leq a + \delta + b$

$$\frac{B}{a + \delta + b - x} = \frac{B_{max}}{b} \Rightarrow B = \frac{B_{max}}{a} (a + \delta + b - x) \quad (3.36)$$



Слика 3.20

Са слике 3.18 се уочава да постоји закривљење линија магнетног поља на врху намотаја (у близини дна горњег јарма). Исто се дешава на дну намотаја (при врху доњег јарма). Због тога је путања магнетног поља нешто виша од висине прозора магнетног кола, па се за одређивање вредности дужине путање користи нешто већа висина h' . На основу претходног, може се написати:

$$H_{max} h' = N I_{max} \quad (3.37)$$

$$H_{max} = \frac{B_{max}}{\mu_0} \quad (3.38)$$

$$B_{max} = \mu_0 \frac{N I_{max}}{h'} \quad (3.39)$$

У тексту који следи извешће се израз за магнетну енергију (w) садржану у запремини коју обухватају намотаји примара и секундара, односно у зони ван магнетног кола. Из ове енергије ће се одредити укупна индуктивност расипања (L_k), односно, у комплексном домену индуктивност расипања (X_k), сведена на једну напонску страну (примара или секундара):

$$X_k = \omega L_k = \omega (L_{\sigma 1} + L_{\sigma 2}) \quad (3.40)$$

Веза између L_k и w :

$$w = \frac{1}{2} L_k i^2 \quad (3.41)$$

Напоменимо још једном да начин на који се сада приступа реактанси расипања није исти изворној дефиницији (слике 3.6 и 3.7). Физичка величина која се задржава је магнетна енергија. Уколико се занемари магнетно поље у зони између стуба магнетног кола и унутрашњег пречника намотаја, као и поље у зони ван спољашњег пречника спољашњег намотаја, магнетна енергија у простору од унутрашњег пречника унутрашњег намотаја до спољашњег пречника спољашњег намотаја би била тачна. У тексту који следи извршиће се аналитичко одређивање вредности магнетне енергије, а затим ће се продискутовати могући приступ одређивања индуктивности расипања примара и секундара који прате изворну дефиницију (слике 3.6 и 3.7).

У престо периодичном режиму рада максимална вредности магнетне енергије износи

$$W_m = \frac{1}{2} L_k I_m^2, \quad (3.42)$$

односно

$$W_m = \frac{1}{2} \frac{X_k}{\omega} I_m^2. \quad (3.43)$$

С обзиром да је однос максималне и ефективне вредности струје $I_m = \sqrt{2} I$, може се написати

$$W_m = \frac{X_k}{\omega} I^2 \quad (3.44)$$

одакле је

$$X_k = \frac{\omega W_m}{I^2} \quad (3.45)$$

Магнетна енергија се одређује интеграцијом запреминске густине енергије по простору

$$W_m = \frac{1}{2} \int_V B_m H_m dV = \frac{1}{2 \mu_0} \int_V B_m^2 dV \quad (3.46)$$

Магнетна индукције у зонама $x \leq a$, $a \leq x \leq a + \delta$ и $a + \delta \leq x \leq a + \delta + b$ је одређена изразима (3.45), (3.46) и (3.47), респективно, где је B_m дато изразом (3.39).

Магнетна енергија се одређује као збир три интеграла, по свакој од ове три зоне. У зони примарног намотаја ($x \leq a$), за елемент запремине $dV = \pi (D_a + 2x) h' dx$, вредност интеграла је

$$W_{m,a} = \frac{1}{2 \mu_0} \int_0^a \left(\mu_0 \frac{N I_{max}}{h'} \right)^2 \frac{x^2}{a^2} \pi (D_a + 2x) h' dx \quad (3.47)$$

$$W_{m,a} = \frac{\mu_0 \pi}{a^2 h'} (N I)^2 \left(D_a \frac{x^3}{3} + 2 \frac{x^4}{4} \right)_0^a = \frac{\mu_0 \pi}{h'} (N I)^2 a \left(\frac{D_a}{3} + \frac{a}{2} \right) \quad (3.48)$$

Ако се усвоји апроксимација да су димензије a , δ и b мале у односу на пречник D_m (то значи и да су D_a , D_m и D_b приближно исти), може се написати $D_a/3 + a/2 = 1/3(D_a + 3a/2) \approx D_a/3 \approx D_m/3$. Увођењем ове апроксимације, претходни израз за $W_{m,a}$ постаје

$$W_{m,a} = \frac{\mu_0}{h'} (N I)^2 \pi \frac{D_m a}{3} \quad (3.49)$$

У ваздушном простору између намотаја примара и секундара, у зони $a \leq x \leq a + \delta$ и магнетна индукција је константна, дата изразом (3.39), тако да је магнетна енергија у овом простору приближне запремине $V = \pi D_m \delta h'$,

$$W_{m,\delta} = \frac{1}{2 \mu_0} \mu_0^2 \left(\frac{N I_m}{h'} \right)^2 \pi D_m \delta \quad (3.50)$$

$$W_{m,\delta} = \frac{\mu_0}{h'} (N I)^2 \pi D_m \delta \quad (3.51)$$

Енергија у зони секундарног намотаја, у зони $a + \delta \leq x \leq a + \delta + b$ се добија коришћењем сличног поступка онеме које је примењен за зону намотаја примара. После спровођења математичког поступка, долази се до

$$W_{m,b} = \frac{\mu_0}{h'} (N I)^2 \pi \frac{D_m b}{3} \quad (3.52)$$

Укупна магнетна енергија се добија сабирањем магнетне енергије у зони намотаја примара (3.49), у зони ваздушног зазора између намотаја примара и намотаја секундара (3.51) и у зони намотаја секундара (3.52):

$$W_m = W_{m,a} + W_{m,\delta} + W_{m,b} \quad (3.53)$$

$$W_m = \mu_0 \pi N^2 \frac{D_m}{h'} \left(\frac{a}{3} + \delta + \frac{b}{3} \right) I^2 \quad (3.54)$$

Као што је већ речено, због закривљења линија магнетног поља на врху и дну намотаја (у близини горњег и доњег јарма), h' се разликује од висине прозора магнетног кола. У литератури се може наћи приближан израз, који се цитира без доказа, да је однос висине h' и висине намотаја (за случај да су висине намотаја примара и секундара једнаке, $h_a = h_b = h$ и мање од висине прозора магнетног кола):

$$h' \approx \frac{h}{k_R} \quad (3.55)$$

где је $h' > h$; у складу са тим, коефицијент k_R , који се назива коефицијент Роговског, мањи је од 1; израз за коефицијент Роговског, преузет из литературе без доказа гласи

$$k_R \approx 1 - \frac{a + \delta + b}{\pi h} \quad (3.56)$$

Из (3.45) и (3.54), имајући у виду (3.55) и (3.56) долази се до

$$X_k = \frac{\omega W_m}{I^2} = \omega \mu_0 \pi \frac{D_m k_R}{h} \left(\frac{a}{3} + \delta + \frac{b}{3} \right) N^2 \quad (3.57)$$

Увођењем вредности еквивалентни или сведени размак, $\delta' = a/3 + \delta + b/3$, претходни израз се може написати у форми

$$X_k = \omega \mu_0 \pi \frac{D_m k_R}{h} \delta' N^2 \quad (3.58)$$

Вредност константног дела у претходној једначини, за учестаност $f = 50\text{Hz}$, износи

$$\omega \mu_0 \pi = 100 \pi 4 \pi 10^{-7} = 1.239 \cdot 10^{-3} \quad (3.59)$$

тако да израз за X_k постаје

$$X_k = 1.239 \cdot 10^{-3} \frac{D_m k_R}{h} \delta' N^2 \quad (3.60)$$

Напомена: у [1], за коефицијент Роговског се даје нешто тачнији израз:

$$k_R = 1 - \frac{1 - e^{-\pi h/(a+\delta+b)}}{\pi h/(a+\delta+b)} \quad (3.61)$$

Као што је речено, према [1], исти резултат за реактансу расипања се добија и преко укупног магнетног флукса расутог поља $\psi (X_k = \omega \psi_m / I_m)$, који је обухваћен навојцима примарног и секундарног намотаја.

Поступак интеграције је сличан оном који је спроведен за магнетну енергију.

Елементарни флукс, кроз прстен пречника D и ширине dx , на коме вредност магнетне индукције износи B_x једнак је $B_x D dx$. Овај елементарни флукс је обухваћен свим навојцима чији је пречник већи или једнак D . Овај број навојака се одређује по изразу који „не препознаје“ стварне границе проводника, и по коме број проводника може бити и нецелобројна величина:

$$\frac{N(x)}{x} = \frac{N_a}{a} \Rightarrow N(x) = N_a \frac{x}{a} \quad (3.62)$$

У зони примарног намотаја ($x \leq a$), елемент површи $dS = \pi (D_a + 2x) dx$, а интеграл по коме се одређује укупан флукс обухваћен навојцима примарног намотаја гласи ($x=0$ координата је нула на унутрашњој ивици примара)

$$\Psi_{m,a}^{prim} = \frac{1}{2 \mu_0} \int_0^a \left(1 - \frac{x}{a}\right) N_a \left(\mu_0 \frac{N_a I_{m,a}}{h'}\right) \frac{x}{a} \pi (D_a + 2x) dx \quad (3.63)$$

Интеграл по коме се у овој зони одређује укупан флукс обухваћен навојцима секундарног намотаја гласи

$$\Psi_{m,a}^{sek} = \frac{1}{2 \mu_0} \int_0^a N_b \left(\mu_0 \frac{N_a I_{m,a}}{h'}\right) \frac{x}{a} \pi (D_a + 2x) dx \quad (3.64)$$

У зони зазора између намотаја укупан флукс, који је обухваћен свим навојцима секундара и ни једним навојком примара, износи

$$\Psi_{m,\delta} = \frac{1}{2\mu_0} N_b \left(\mu_0 \frac{N_a I_{m,a}}{h'} \right) \pi \delta \quad (3.65)$$

У зони секундарног намотаја, интеграл по коме се добија флуks обухваћен навојцима секундарног намотаја износи

$$\Psi_{m,b} = \frac{1}{2\mu_0} \int_0^b \left(1 - \frac{x}{b}\right) N_b \mu_0 \frac{N_b I_{m,b}}{h'} \left(1 - \frac{x}{b}\right) \pi (D_a + 2a + 2\delta + 2x) dx \quad (3.66)$$

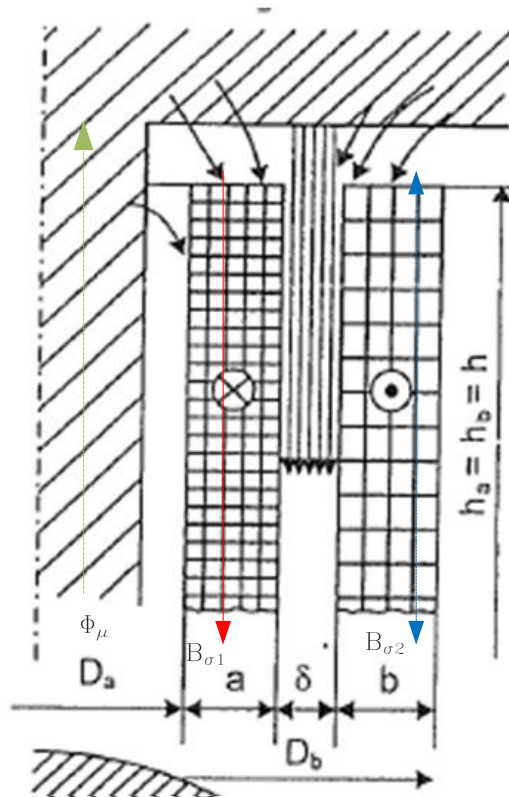
Укупан флуksни обухват намотаја примара у зони ван магнетног кола, који је супротног смера од флуksа кроз магнетно коло, износи

$$\Psi_{m,a} = \Psi_{m,a}^{prim}. \quad (3.67)$$

Укупан флуksни обухват намотаја секундара у зони ван магнетног кола, који је супротног смера од флуksа кроз магнетно коло, износи

$$\Psi_{m,b} = \Psi_{m,a}^{sek} + \Psi_{m,\delta} + \Psi_{m,b} \quad (3.68)$$

Алтернативни приступ проблему расутог флуksа је да са, полазећи од слике магнетног флуksа и магнетне индукције приказане на слици 3.18 посматра флуks кроз сваки од навојака примара и секундара. Посматрајмо слику 3.21. Магнетни флуks који пролази кроз магнетно коло (Φ_{μ}) је обухваћен свим навојцима намотаја примара и свим навојцима намотаја секундара. Линија магнетне индукције нацртана у намотају примара (пуна линија усмерена на доле $B_{\sigma 1}$) учествује у смањењу магнетног флуksа обухваћеног сваким од навојака примара почев од трећег радијалног навојка, као и кроз све навојке секундра. Линије магнетне индукције нацртана у ваздушном зазору између намотаја примара и секундара учествује у смањењу магнетног флуksа обухваћеног сваким од навојака секундра. Линија магнетне индукције нацртана у намотају секундара (испрекидана линија усмерена на горе $B_{\sigma 2}$) учествује у смањењу магнетног флуksа обухваћеног сваким од навојака секундара почев од трећег радијалног навојка (у овом случају, кроз четврти радијални навојак).



Слика 3. 21

Уколико се занемари утицај активног отпора намотаја, доведени напон на примар се уравниожава са временским изводом магнетног флуksа обухваћеног навојцима намотаја примара. Као што је објашњено, овај флуks је мањи од флуksа који ствара магнетна индукција у магнетном колу. Полазећи од израза (3.12) може се показати да разлика ових флуksева потпуно одговара вредности која је представљена са $\Phi_{\sigma 1} = L_{\sigma 1} i_1$. Израз (3.12) се, уз занемарење $R_l = 0$, може написати као

$$u_1 = \frac{d\Phi_{\sigma 1}}{dt} + N_1 \frac{d\Phi_{\mu}}{dt} = N_1 \frac{d\left(\Phi_{\mu} + \frac{\Phi_{\sigma 1}}{N_1}\right)}{dt} \quad (3.69)$$

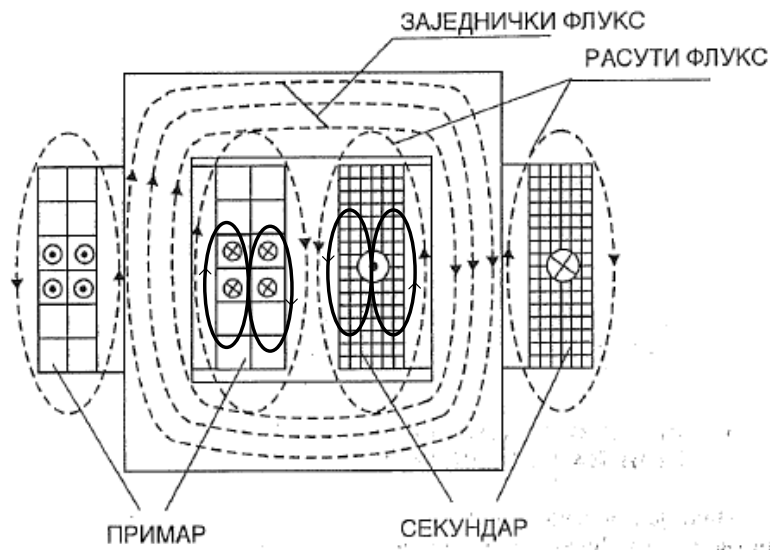
где је Φ_{μ} магнетни флуks кроз магнетно коло. Слично, полазећи од (3.13) за намотај секундарра може се написати

$$u_2 = \frac{d\Phi_{\sigma 2}}{dt} + N_2 \frac{d\Phi_{\mu}}{dt} = N_2 \frac{d\left(\Phi_{\mu} + \frac{\Phi_{\sigma 2}}{N_2}\right)}{dt} \quad (3.70)$$

Ако се слика 3.6 прошири и са линијама магнетног кола које се затварају кроз део навојака примара (секундарра), као што је приказано пуном линијом на слици 3.22, постаје јасно да су у иницијалној слици расподеле магнетног поља линије расутог магнетног поља оријентисане тако да се флуks кроз навојке који потиче од њих сабира са флуksом кроз магнетно коло. Ако се ово узме у обзир, смерове магнетног флуksа $\Phi_{\sigma 1}$ и $\Phi_{\sigma 2}$ у изразима (3.62) и (3.63) треба променити, како би се приступ илустрован на слици 3.22 ускладио са приступом илустрованим на слици 3.21:

$$u_1 = N_1 \frac{d\left(\Phi_\mu - \frac{\Phi_{\sigma 1}}{N_1}\right)}{dt} \quad (3.71)$$

$$u_2 = N_2 \frac{d\left(\Phi_\mu - \frac{\Phi_{\sigma 2}}{N_2}\right)}{dt} \quad (3.72)$$



Слика 3.22

Применом приступа илустрованог на слици 3.21 и извођења у претходном делу текста, може се написати

$$u_1 = N_1 \frac{d\left(\Phi_\mu - \frac{\Phi_{m,a}}{N_1}\right)}{dt} \quad (3.73)$$

$$u_2 = N_2 \frac{d\left(\Phi_\mu - \frac{\Phi_{m,b}}{N_2}\right)}{dt} \quad (3.74)$$

где су $\Phi_{m,a}$ и $\Phi_{m,b}$ флуksни обухвати намотаја примара и намотаја секундара - видети изразе (3.62) – (3.68) у претходном тексту.

3. 5. 5. Превазилажење упрошћења примењених у одељку 3.5.4.

Метод из прошлог поглавља присуство језгра третира на упрошћен начин. Примера ради, део линија магнетног кола могу да буду сличне линијама поља приказаним пуном линијом на слици 3.22, али тако да се затварају кроз стуб магнетног кола уместо линија које су приказане на слици 3.22 које се затварају кроз ваздух. Такође, нема могућности да се третирају аксијална растојања између проводника у намотају, као ни растојање према доњем и горњем јарму. Метод не омогућава ни уважавање несиметрије по висини намотаја. Изложени "класични" модел је најједноставнији модел, а поред њега је развијено и у пракси, у доба пре појаве моћних рачунарских ресурса, примењивано више других модела, који су омогућавали нешто тачније прорачуне, као и прорачуне комплекснијих геометрија од наведених. У литератури и у практичној примени се могу срести следећи модели који омогућавају прорачун аксијалне и радијалне компоненте поља и уважавање положаја намотаја у односу на језгро (магнетно коло): а) метод ликова, који се заснива на Био-Саваровом закону који утицај језгра уважава коришћењем ликова проводника у односу на језгро, б) *Roth*-ов метод, в) *Rabin*-ов метод. Свака од ових метода решава одређен проблем, односно превазилази неко од упрошћења која су усвојена у "класичном" моделу, изложеном у претходном тексту.

3. 5. 6. FEM метода

Примена софтвера базираних на FEM методи, која је захтевна у погледу меморијских и рачунских ресурса, превазилази сва претходно наведена ограничења и доводи до веома тачне расподеле магнетног поља.

У [1] се наводе кораци у спровођењу методе коначних елемената за прорачун реактансе расипања: а) дефинисање геометрије трансформатора, б) задавање мреже елемената (на које се врши подела геометрије како би се дискретизовао и решио систем Максвелових једначина), в) карактеристике материјала (на пример, магнетска пермеабилност гвожђа), г) дефинисање струје у сваком од проводника (при томе се одржава равнотежа магнетопобудних сила примара и секундара, односно не узима се у обзир струја магнетнења), д) задавање граничних услова, њ) извршење прорачуна (одређивање расподеле поља) и е) процесирање (накнадна обрада) резултата прорачуна – израчунавање реактансе расипања. У [1] се препоручује да се реактанса расипања израчуна преко магнетне енергије (запремински интеграл густине магнетне енергије)

$$X_k = \omega \frac{2 W_m}{I^2} = \frac{2 \omega}{I^2} \frac{1}{2} \iiint B H dV \quad (3.75)$$

Приступ преко магнетне енергије, дат претходним изразом, даје само укупну вредност реактанса расипања, исто као што је то урађено у претходном тексту (изрази (3.45) и (3.54)). Овакав приступ у магнетну енергију урачунава и утицај радијалне компоненте магнетног поља, која не ствара магнетни флуks кроз кружну контуру навојака, па тиме и не генерише електромоторну силу по обиму навојка. Радијално поље проузрокује флуks кроз вертикалну површ проводника, електромоторну силу и последичне циркулационе струје у проводнику, тиме и додатне губитке, али не и електромоторну силу која уравнотежава напон доведен на примар, односно која изазива

напон на секундару. Због тога приступ преко енергије магнетног поља (3.75) не делује као физички оправдан поступак и уводи одређену грешку у прорачун укупне реактансе расипања X_k .

У дискусији у [1] као алтернатива претходном изразу за одређивању реактансе расипања наводи се да би се она у принципу могла одредити користећи дефиниционе изразе да је реактанса примара X_l (односно сведена реактанса секундара X_2'), једнака збиру реактансе расипања примара $X_{l\sigma}$ (односно сведене реактансе секундара $X_{2\sigma}'$) и међусобне реактансе на напонском нивоу примара (X_m): $X_2' = X_{2\sigma}' + X_m'$, $X_l = X_{l\sigma} + X_m$. После добијања расподеле магнетног поља применом FEM прорачуна, одређују се флуksни обухвати. Примера ради, за случај да се струја инјектира у намотај примара (I_1), одређује се укупан флуksни обухват кроз намотај примара (Φ_1) и укупан флуksни обухват кроз намотај секундара (Φ_{21}). Флуksни обухвати се добијају интеграцијом аксијалне компоненте магнетне индукције (B_{aks}) у сваком од навојака. Њена интеграција се врши по једном попречном пресеку, на пример у попречном пресеку по средини висине навојка (h). Опционо, као прецизнији поступак, флуks би се могао одредити као производ средњег обима (O) и ширине (d) проводника, помножен са еквивалентном вредношћу аксијалне компоненте магнетне индукције ($B_{aks\ ekv}$), израчунате из израза постављеног на основу (3.46):

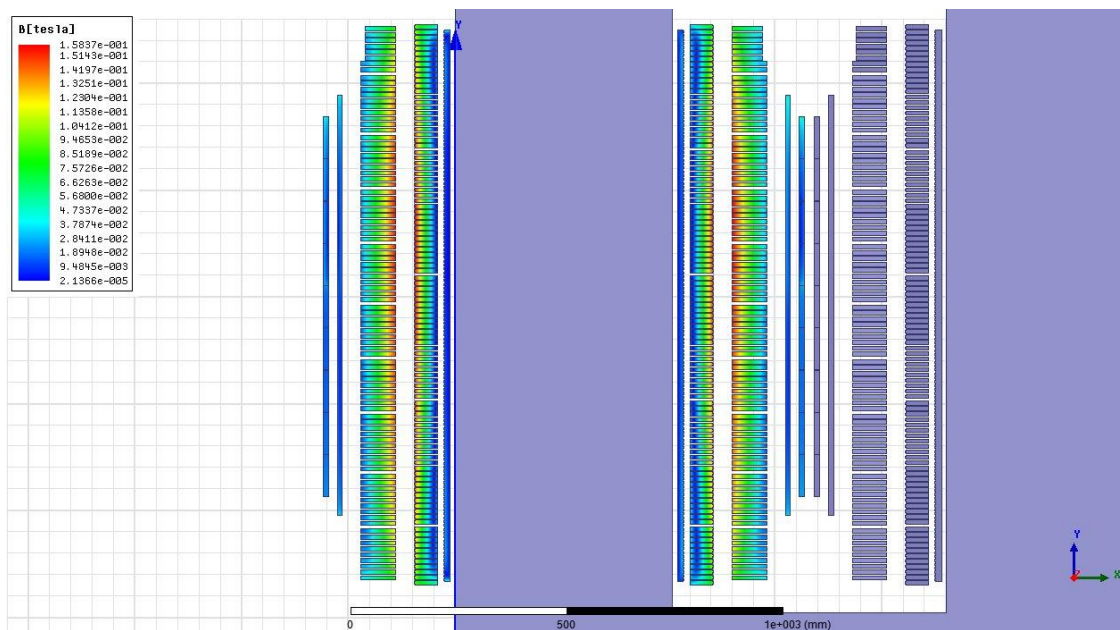
$$\frac{B_{aks\ ekv} m^2}{2 \mu_0} O d h = \frac{1}{2 \mu_0} \int_{V=0}^{d H} B_{aks} m^2 dV \quad (3.76)$$

Из израчунатих флуksних обухвата се добијају $X_l = \Phi_1 / I_1$ и $X_m = \Phi_{21} / I_1$. На аналоган начин, за ситуацију да се струја инјектира у намотај секундара (I_2), одређује се X_2' , свођењем реактансе $X_2 = \Phi_2 / I_2$ на примар.

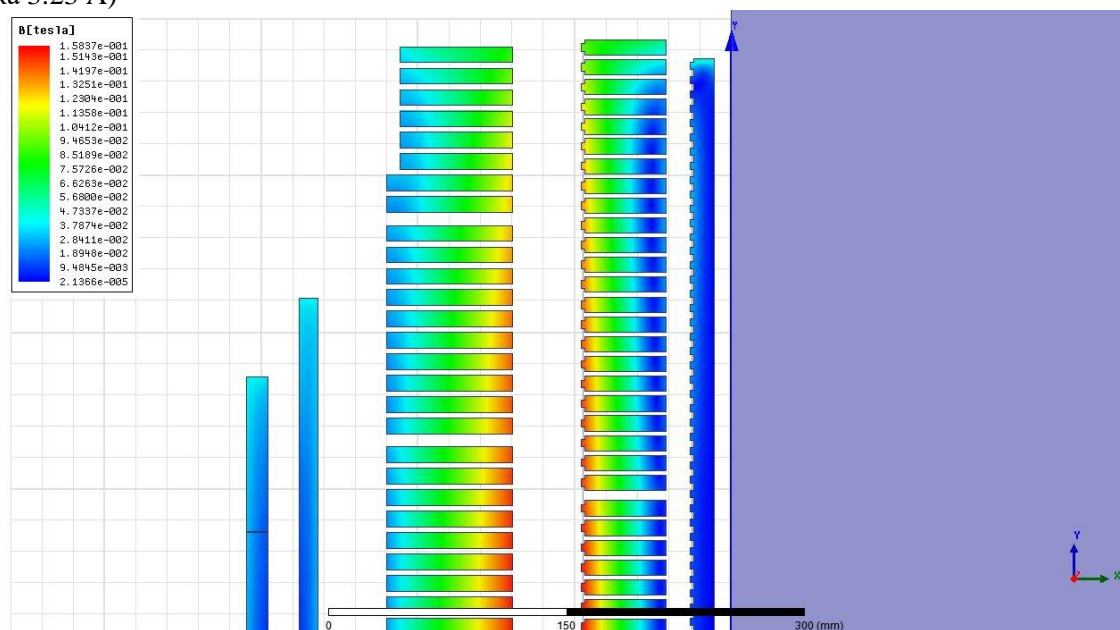
Укупна реактанса расипања сведена на примар (X_k) се може одредити полазећи од X_l , X_2' и X_m : $X_k = X_{l\sigma} + X_{2\sigma}' = X_l + X_2' - 2 X_m$. Проблем код овог приступа је у томе што ће у случају инјектирања струје само у примар, односно само у секундар, у односу на ситуацију при стварном оптерећењу трансформатора, делови магнетног кола у којима долази до локалних засићења и последичних разлика у расподели магнетног поља бити различити*. Ови ефекти нису велики, али су вредности укупне и међусобне реактансе блиске, односно реактанса расипања је мала у односу на укупне и међусобне реактансе, па се може учинити велика грешка при одређивању реактансе расипања као разлике две велике блиске вредности; у њиховом израчунавању на бази FEM методе расподеле флуksа када постоји само струја на примару (за X_l), односно само струја на секундару (за X_2'), свакако постоји извесна грешка због већ поменутог ефекта засићења.

* - Приступ који изазива најмању грешку у погледу засићења, је да струје примара / секундара за које се врши прорачун буду једнаке струји магнетног поља.

Пример расподеле магнетног поља добијен применом једног савременог програма базираног на методи коначних елемената (FEM) дат је на слици 3.23 за трансформатор са намотајима, гледано од магнетног кола: терцијерни (ТН) намотај, нисконапонски (НН) намотај и високонапонски (ВН) намотај; ВН се састоји из три дела: главног дела, дела за грубу регулацију напона и дела за фину регулацију напона (слика Б приказује детаљ са слике А). На слици 3.23 Б) је приказана расподела поља у равни управној на раван магнетног кола за случај да су оптерећени (кроз њих протиче струја) ниско-напонски (НН) и високо-напонски (ВН) намотај. На слици 3.24 је приказана расподела поља у трансформатору са нисконапонским (НН) намотајем и високонапонским (ВН) намотајем, у равни управној на раван магнетног кола.

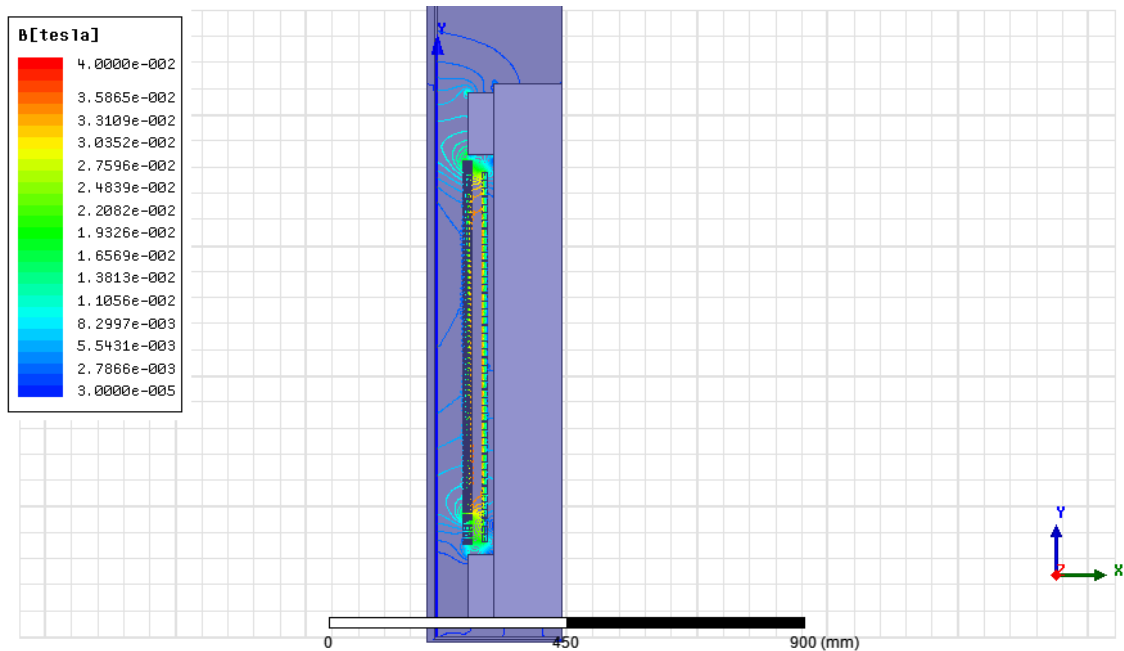


Слика 3.23 А)

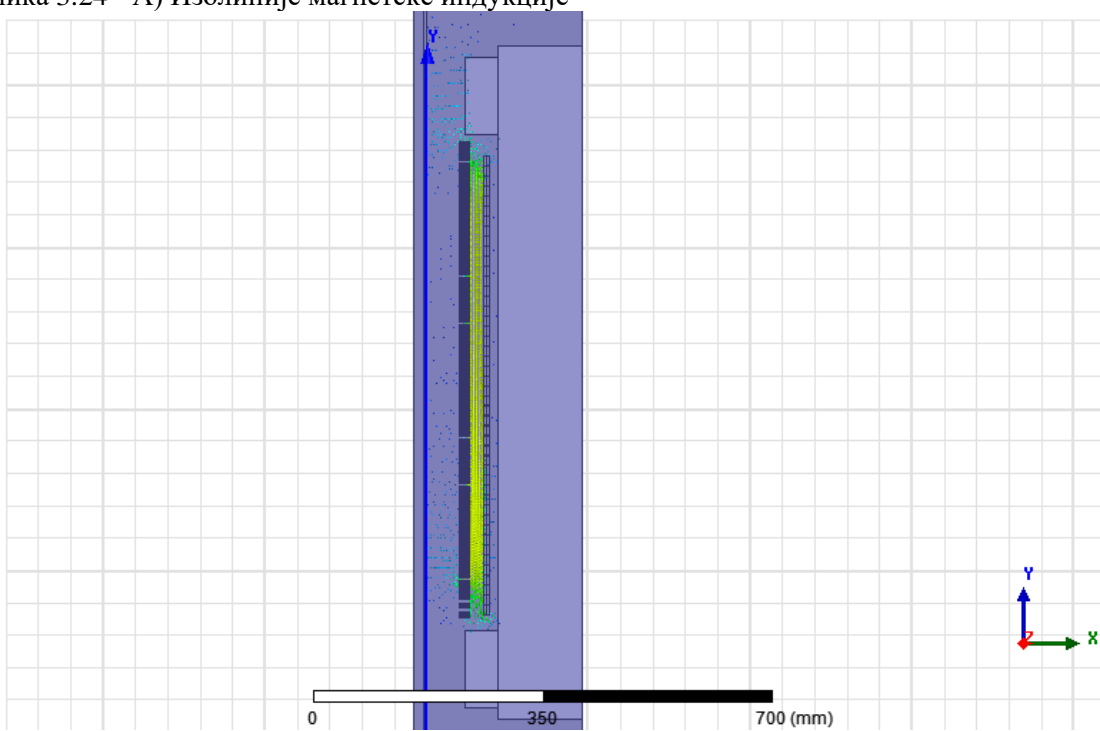


Слика 3.23 - Б)

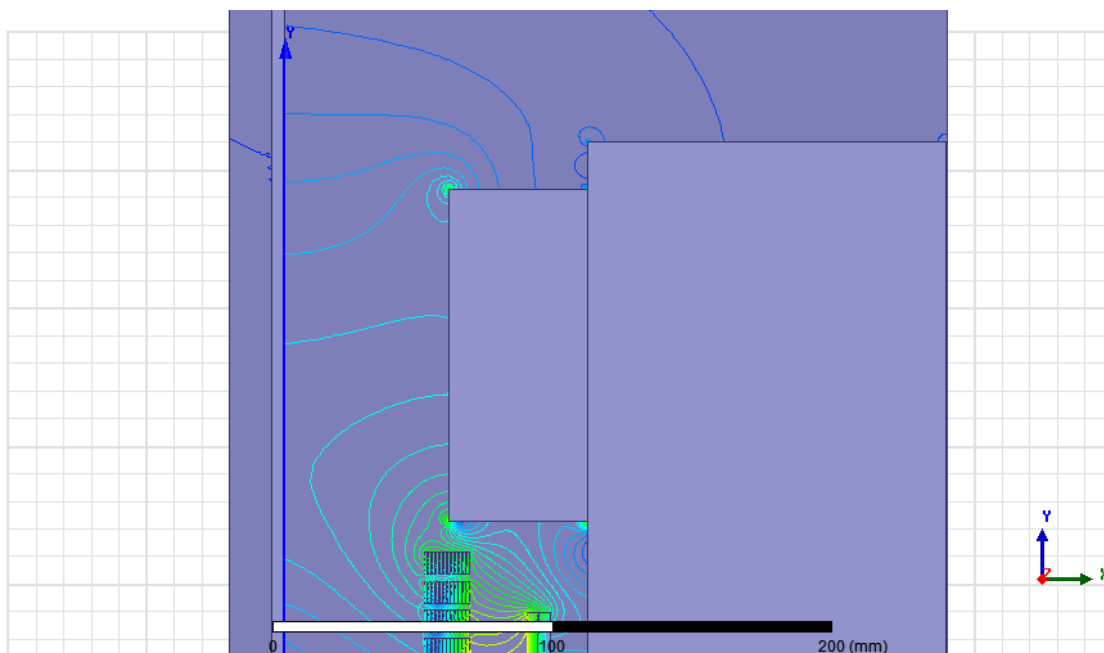
Слика 3.23 - Пример расподеле магнетног поља добијен применом програма базираног на FEM (трансформатор са ТН, НН и ВН намотајем који се састоји из три дела)



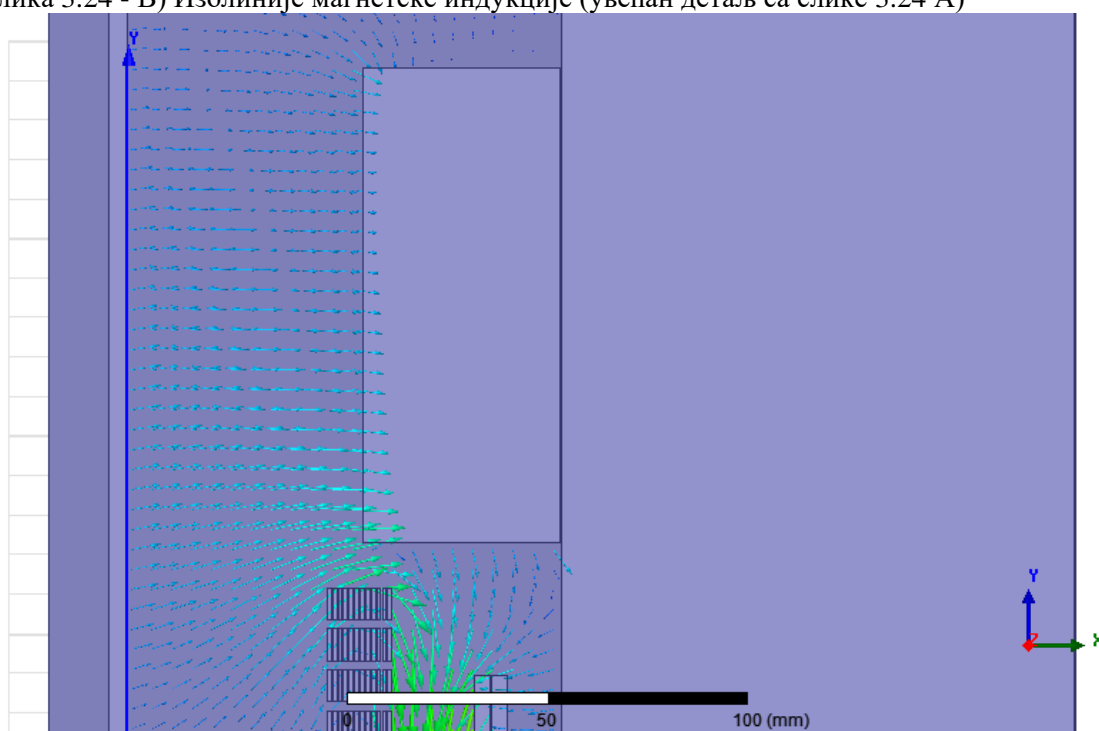
Слика 3.24 - А) Изолиније магнетске индукције



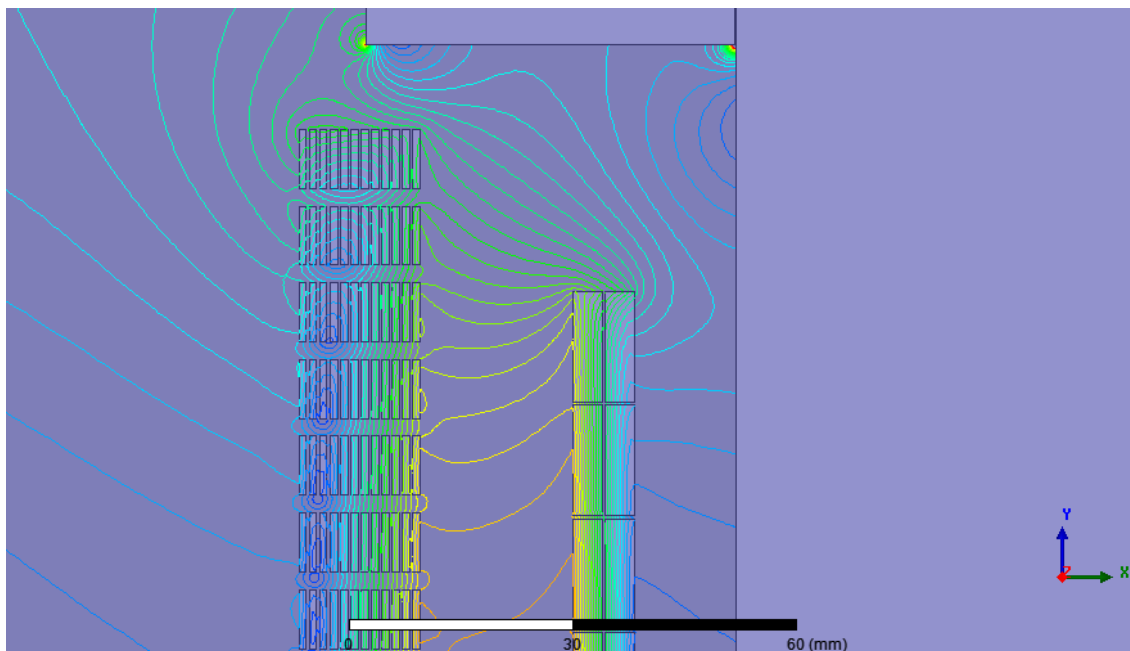
Слика 3.24 - Б) Линије вектора магнетске индукције



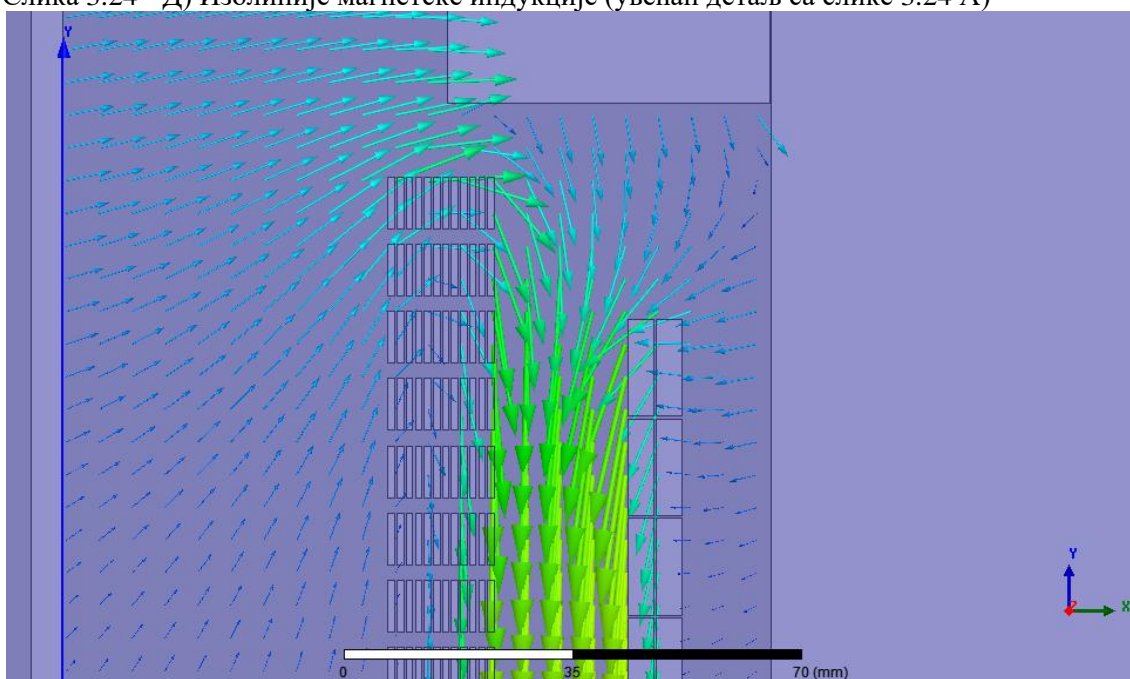
Слика 3.24 - В) Изолиније магнетске индукције (увећан детаљ са слике 3.24 А)



Слика 3.24 - Г) Линије вектора магнетске индукције (увећан детаљ са слике 3.24 Б)



Слика 3.24 - Д) Изолиније магнетске индукције (увећан детаљ са слике 3.24 А)



Слика 3.24 - Ђ) Линије вектора магнетске индукције (увећан детаљ са слике 3.24 Б)

Слика 3.24 - Пример расподеле магнетног поља добијен применом програма базираног на FEM (трансформатор са НН и ВН намотајем; раван управна на раван магнетног кола)

Литература

- [1] S.V. Kulkarni, S.A. Khaparde: "Transformer Engineering: Design and Practice ", CRC Press, 2004.
- [2] S.A. Khaparde, S.V. Kulkarni : "Transformer Engineering : Design, Technology, and Diagnostics", 2nd Edition, ISBN: 1439853770 / 9781439853771, CRC Press, 2012.