

Школска година 2019 / 2020

Припремио: Проф. Зоран Радаковић

октобар 2019., материјал за део градива из поглавља 2. из књиге

Ђ. Калић, Р. Радосављевић: Трансформатори,

Завод за уџбенике и наставна средства, друго издање, Београд, 2001.

**Испит спремати по овом тексту.**

Делове текста између маркера

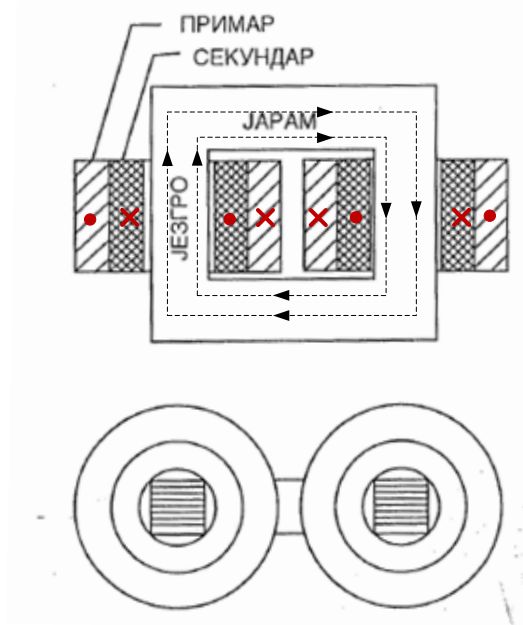
и

прочитати информативно (из тог дела градива се неће постављати питања на испиту)

## 2. ОСНОВЕ КОНСТРУКЦИЈЕ И ПРАЗАН ХОД ТРАНСФОРМАТОРА

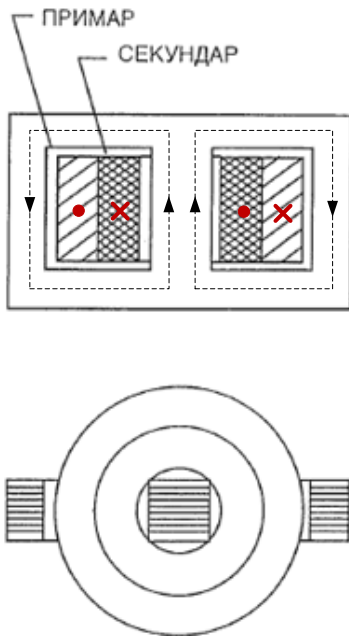
### 2. 1. Основе конструкције језгра и намотаја

Конструкција трансформатора може да буде таква да се има константан магнетски флуks по запремини магнетског кола, или да се он раздељује – у том случају је различита вредност магнетног флуksа у појединим деловима магнетног кола. Чешћи је случај да је магнетни флуks константан. Пример магнетног кола са константним магнетним флуksом, код монофазног трансформатора, приказан је на слици 2.1. Магнетни флуks је константан, док је смер магнетног поља у левом и десном стубу магнетног кола супротан. У приказаном примеру, намотаји примара и секундара су подељени на два дела, при чему је смер мотања намотаја такав да се електромоторна сила сваког од намотаја сабира. На слици су приказани смерови струја у намотајима примара и секундара, а испрекиданим линијама приказане су линије флуksа у магнетном колу. За тип језгра приказан на слици 2.1 у нашој литератури се може срести термин "магнетско коло са језгрима".



Слика 2.1

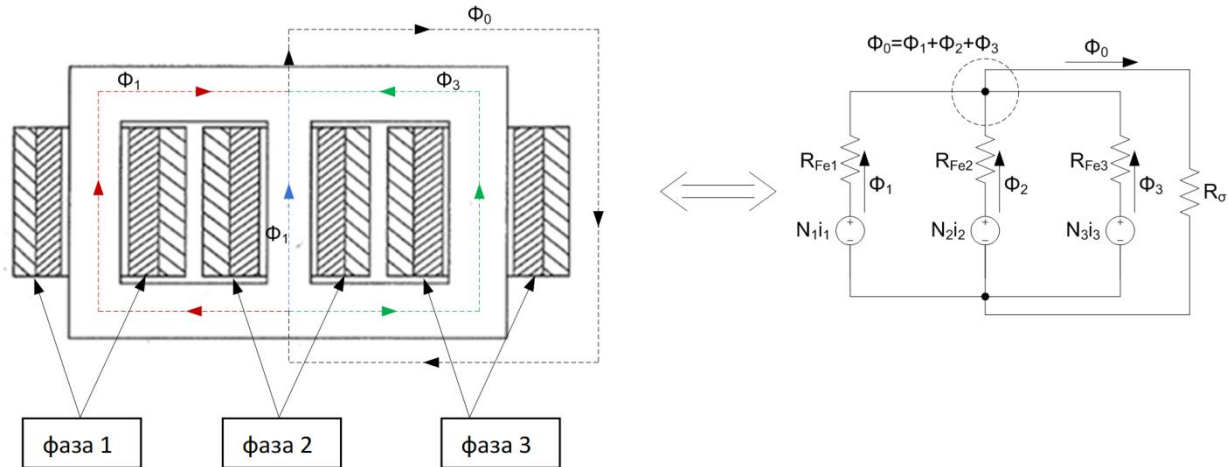
Пример типа језгра за који се у нашој литератури може срести термин "магнетско коло у облику оклопа", код кога се, у приказаном случају монофазног трансформатора флуks дели на два дела, приказан је на слици 2.2. Ознаке на слици 2.2 имају исто значење као и на слици 2.1.



Слика 2.2

На сликама 2.1 и 2.2 су дати примери монофазних трансформатора, код којих се један напон прикључује на примар, а на секундару се јавља напон сличног фазног става напону примара и ефективне вредности одређене напонем примара и односом трансформације (односом броја навојака) примарног и секундарног намотаја. Конструкција код које се намотај примара поставља на једно језгро (стуб), а намотај секундара на друго језгро (стуб) се по правилу не примењује у пракси, јер би се тада повећао расути флуks, о коме ће се говорити у наставку курса.

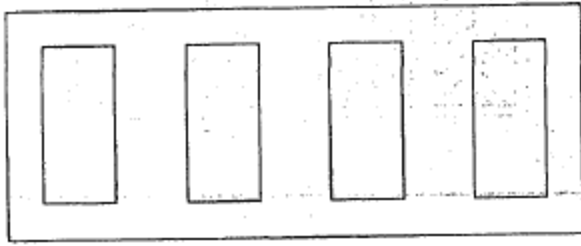
Доминантни тип трансформатора, поготову у електроенергетском систему, је трофазни трансформатор, код кога се на примар прикључује трофазни, у највећем броју случајева, симетричан систем напона, а на секундару се јавља симетричан систем напона чија је ефективна вредност напона одређена преносним односом намотаја примара и секундара. Трофазни трансформатори имају по један намотај по свакој од фаза. У већини случајева, магнетно коло се састоји од три стуба, како је то приказано на слици 2.3.



Слика 2.3

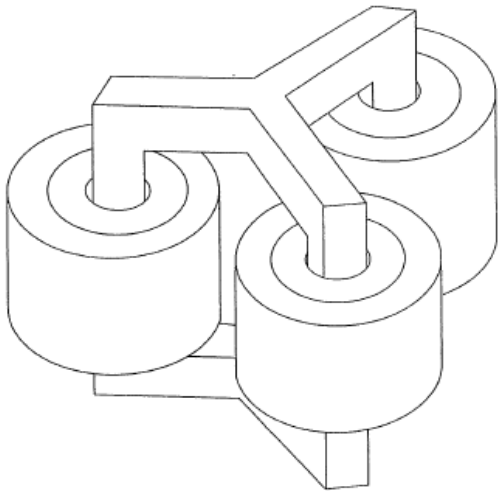
Читава "физика" генерисања магнетног поља и електромоторне силе описана у уводном делу се примењује на један стуб, односно намотај примара и намотај секундара који су мотани на тај стуб. У уравнотеженим (симетричним) трофазним системима фазни напони су померени за трећину периоде – угао  $2\pi/3$  rad и збир њихових тренутних вредности је једнак нули. Флукс у свакој од фаза касни за напоном у тој фази за четвртину периоде – угао  $\pi/2$  rad). Због тога је збир магнетних флуксева, који стварају електромоторну силу којом се уравнотежавају напони доведени на примар, једнак нули. У случају приказаном на слици 2.3 то значи да се у тачки спајања магнетних кола сваке од фаза (средишња тачка изнад средњег стуба), где се флуксеви сабирају, флукс поништава, односно "нестаје". Дакле, путања на којој резултујућа магнетопобудна сила ствара флукс обухвата: а) за крајње фазе стуб и доњи и горњи јарам, б) за средњу фазу само средњи стуб.

До "поништавања флукса" изнад средњег стуба долази само у случају симетричног рада (симетрични напони доведени на примар и симетрично трофазно оптерећење или симетрични (трополни) кратак спој). У осталим случајевима, који јесу од интереса у пракси, збир флуксева не мора бити једнак нули и такав би се резултујући флукс, у случају тростубног трофазног трансформатора (слика 2.3), затварао кроз ваздух. Магнетни отпор дела путање флукса кроз ваздух, чија је магнетна пермеабилност мала, је велики. На слици 2.3 су квалитативно приказане путање магнетног флукса појединачних фаза, као и путања резултантног флукса који постоји у случају несиметрије. На слици је приказана еквивалента шема магнетног кола, у коме су резултантне магнетопобудне силе резултат струја кроз примар и секундар, а флуксеви настају као резултат дејства резултантне магнетопобудне силе у колу са магнетним отпорима. Са  $R_{Fe1,2,3}$  означени су магнетни отпори одговарајућих делова магнетног кола, док  $R_{\sigma}$  означава магнетни отпор на путу резултантног флукса  $\Phi_0$  (доминантно ваздух). О несиметричним режимима рада трансформатора ће бити говора при крају курса. Спречавање нежељених последица проузрокованих великим магнетним отпором на путу резултујућег флукса при несиметричном раду кроз ваздух, решава се постављањем два додатна стуба - слика 2.4 (за разлику од стубова са намотајима, за које је уобичајени термин "главни стуб", за та 2 додатна стуба се користи термин "повратни стуб", асоцирајући тако на повратни пут флукса услед несиметрије. У два повратна стуба нема флукса када трансформатор ради у симетричном режиму.



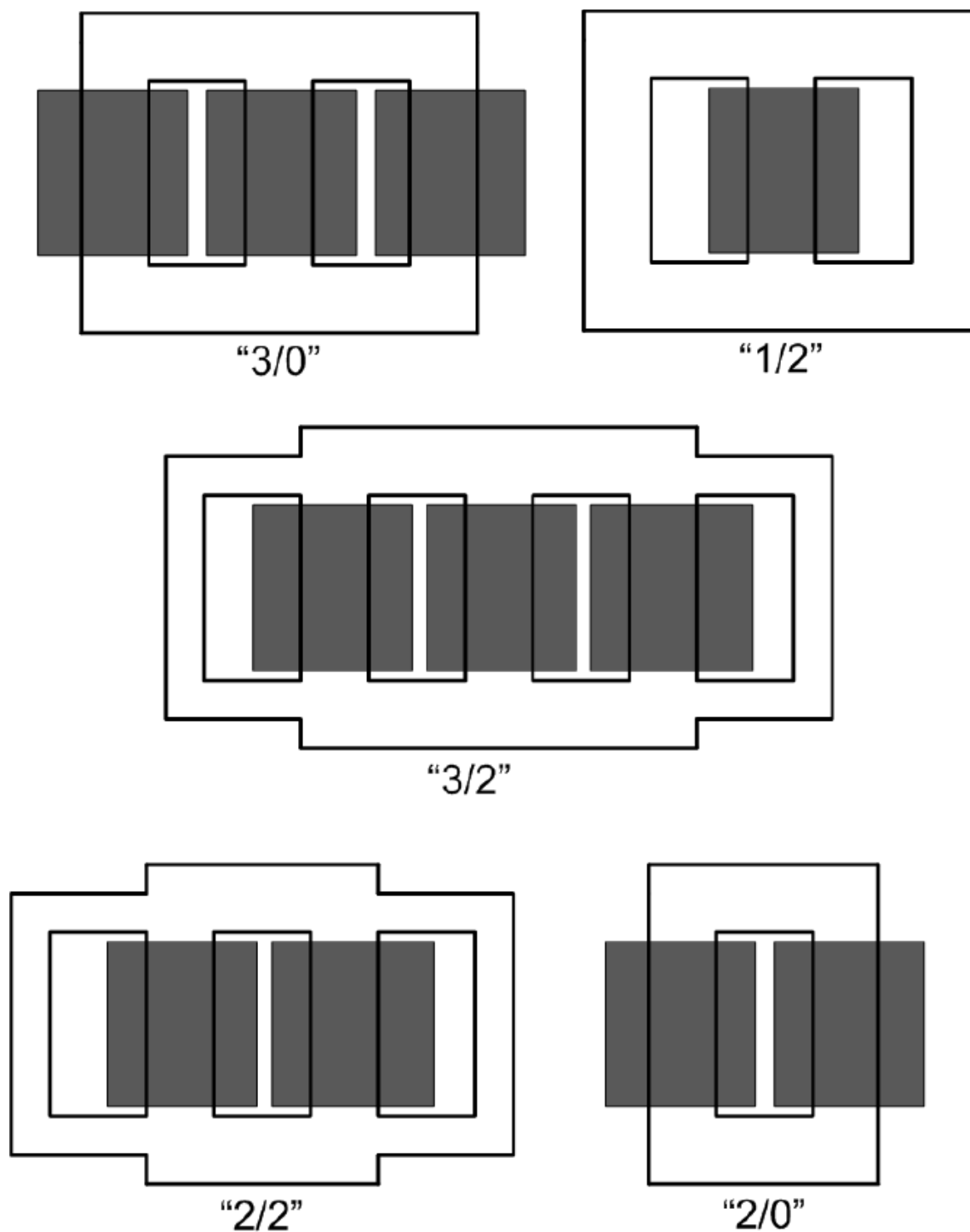
Слика 2.4

Варијанта потпуно симетричног магнетног кола трофазног трансформатора (делови магнетских кола који припадају појединим фазама су међусобно идентични) је приказана на слици 2.5. Из геометрије се лако може одредити укупна дужина јарма и њена вредност упоредити са дужином јарма за изведбу трансформатора приказану на слици 2.3: уместо приближно 2 пречника намотаја (слика 2.3), дужина је једнака 3 пута  $2/3$  тежишне дужи једнакостраничног троугла станице једнаке пречнику намотаја, тј.  $\sqrt{3}$  пута пречник намотаја (слика 2.5).



Слика 2.5

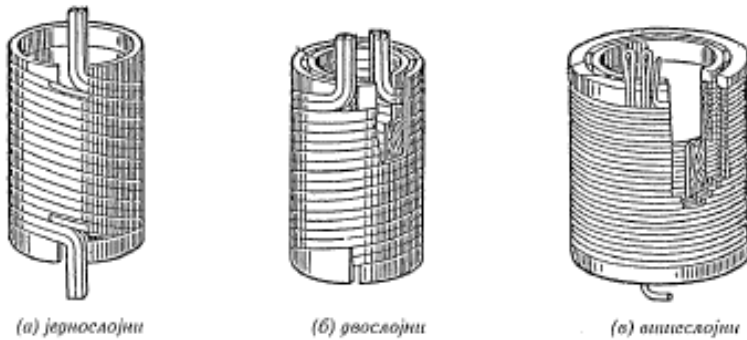
На слици 2.6 су приказани типични облици језгра. Први број испод цртежа означава број главних стубова (са намотајима), док други број означава број повратних стубова.



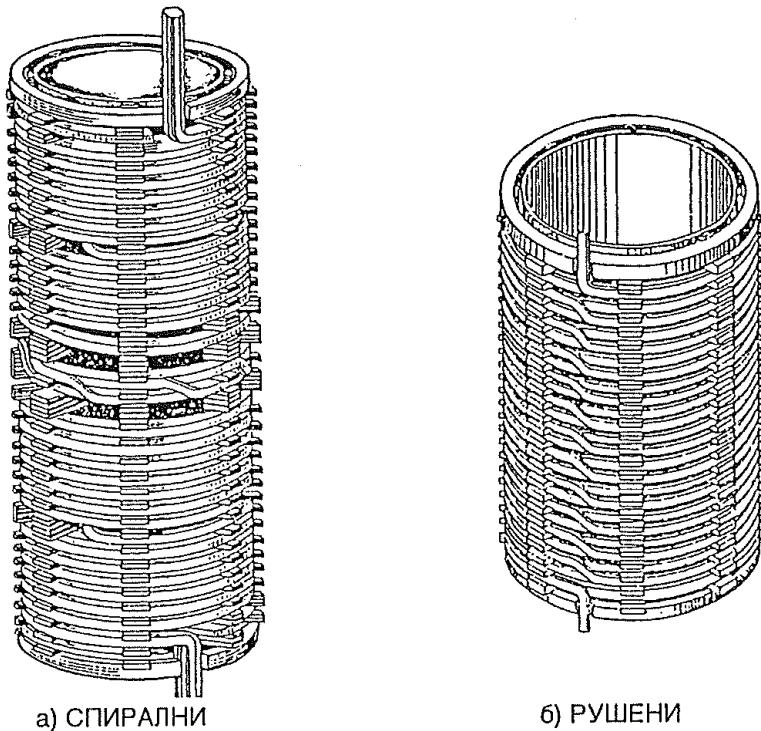
Слика 2.6

Основна "подела" намотаја је на слојне (цилиндричне) и диск (колутне) намотаје. Код оба типа намотаја мотање се врши тако да се индуковане електромоторне силе у навојцима сабирају. Суштинска разлика између ова два типа намотаја је у диелектричним напрезањима, односно вредностима напона према којима је изложена електрична изолација и према којој се она димензионише. Слојни намотаји (слика 2.7) се мотају по целој висини простора између доњег и горњег јарма. У случају вишеслојних намотаја, напонско напрезање између проводника суседних

слојева на врху или дну намотаја је једнако електромоторној сили по навојку помножену са бројем навојака у два суседна слоја. Диск намотаји (слика 2.8) се формирају тако да се проводници намотавају у радијалном смеру; по завршетку једног диска, прелази се на следећи аксијални ниво, односно формира се следећи диск сачињен од проводника мотаних у радијалном смеру. Конструкциона решења која се срећу у пракси се разликују по детаљима израде, који зависе од могућности израде (примера ради, разликују се практично изводљиви начини мотања за мање и веће пресеке). Код диск намотаја број навојака на коме се сабирају електромоторне силе и чији збир карактерише напонско напрезање између проводника је мањи него код вишеслојних намотаја. При формирању слоја или диска је могуће намотавати више радијално или аксијално паралелисаних проводника, како би се имала прихватљива вредност густине струје кроз проводник, од које зависе губици и пораст температуре. Један од битних фактора је да се обезбеди симетрија, како би се спречила појава циркулационих струја унутар намотаја; ово се постиже систематским транспонованем проводника паралелних проводника - на пример, ако се мотају два паралелна проводника у радијалном смеру, сваки од проводника треба приближно подједнако да се налази на унутрашњој, односно спољашњој позицији.

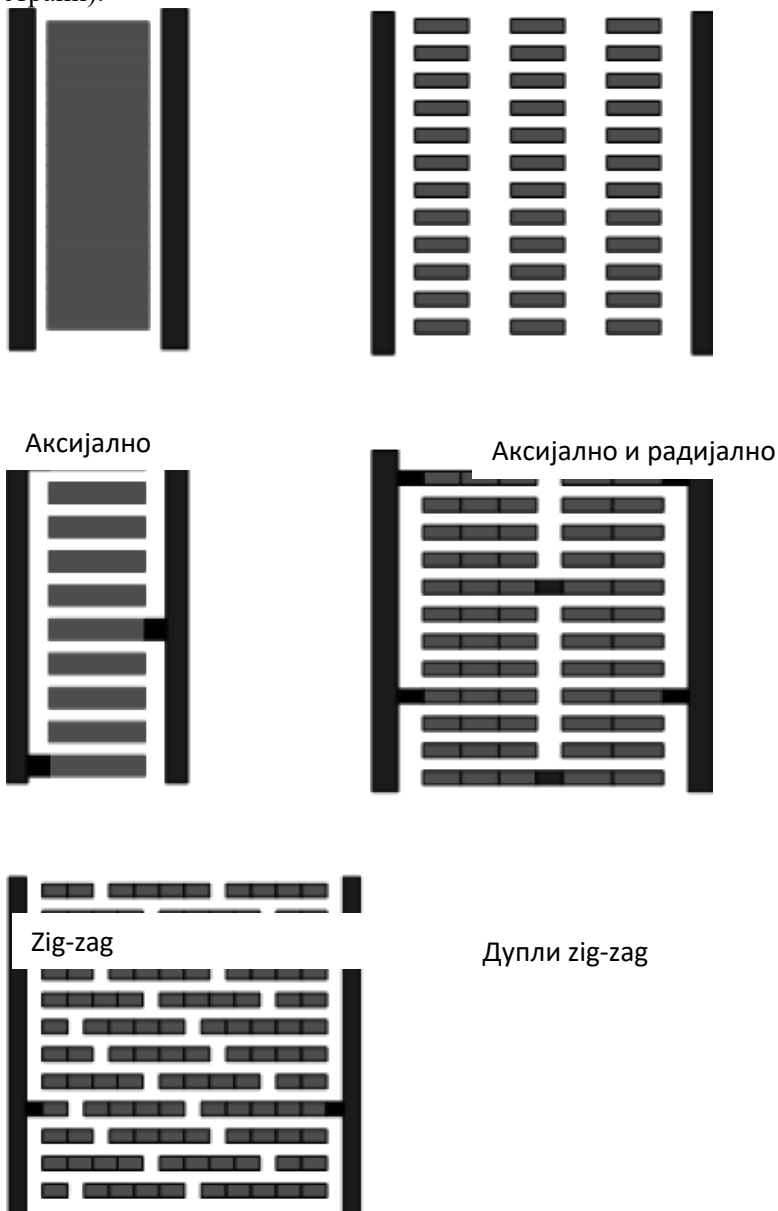


Слика 2.7



Слика 2.8

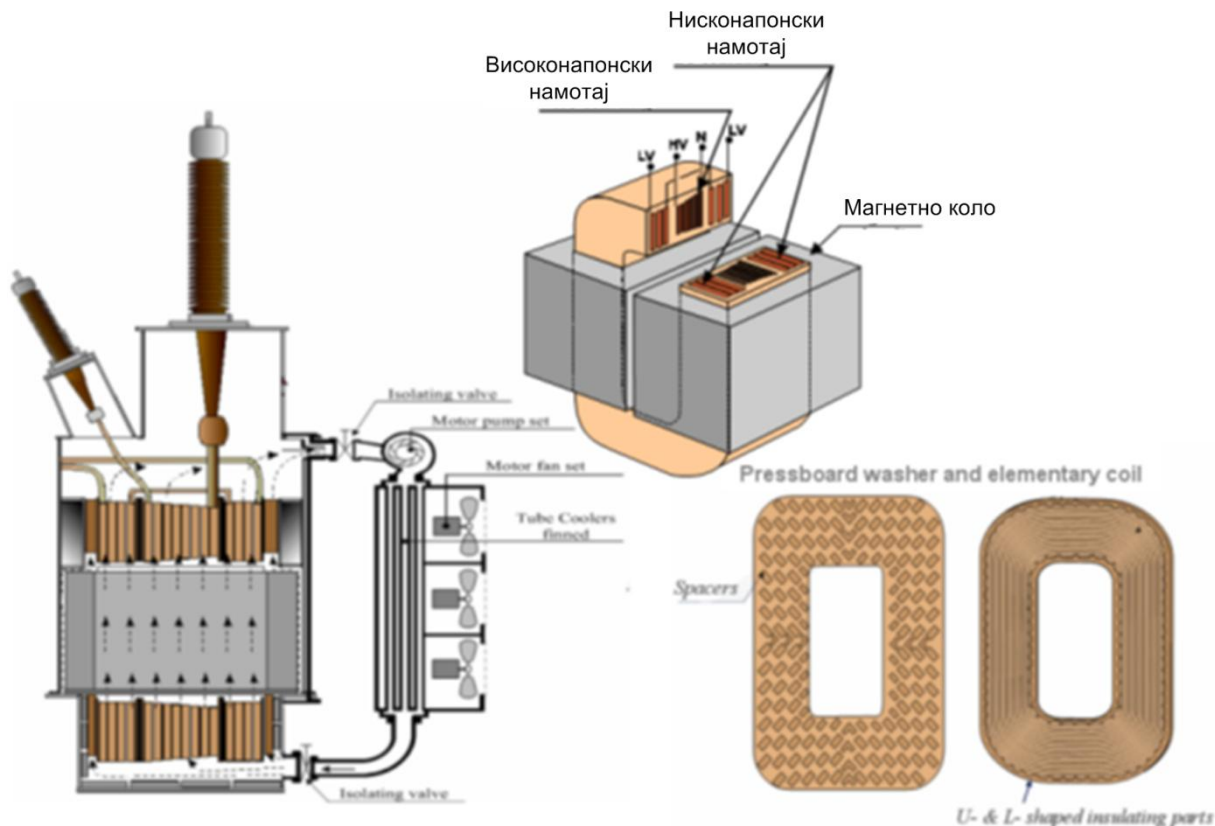
Већ је поменуто да се потребне изолационе карактеристике постижу уљно-папирном изолацијом (чврстом изолацијом проводника и уљем, које такође представља изолациони материјал). Када се говори о типовима намотаја, они се могу карактерисати и са становишта додира између проводника и уља, као медијума за хлађење – топлота се са проводника, прво провођењем кроз слој чврсте изолације, а затим струјањем са спољашње површ изолације на уље, преноси ка уљу. На слици 2.9 су шематски приказане варијанте распореда канала за хлађење који се срећу у пракси (на слици је дат попречни пресек једног намотаја у вертикалној равни, при чему сиви део приказује проводнике, а бела боја одговара простору који је испуњен уљем). Аксијално, аксијално и радијално и zig-zag хлађење се примењују и код слојних и код диск намотаја, док се дупло zig-zag и лавиринт хлађење користе код диск намотаја. Код аксијалног хлађења, у општем случају, постоје и канали унутар намотаја (на слици су приказани само канали на унутрашњој и спољашњој страни).



Слика 2.9

Лавиринт

До сада је било речи о "core type" трансформаторима, код којих се прво израде доњи јарам и стубови магнетног кола, затим се израђени намотаји постављају на стуб, а потом магнетно коло комплетира слагањем лимова горњег јарма. На слици 2.10 је приказан "shell type" трансформатор, код кога се око формираних намотаја, сачињених од појединачних дискова, слаже магнетно коло.



Слика 2.10

## 2. 2. Празан ход трансформатора

Празан ход трансформатора означава стање у коме на секундар није прикључено оптерећење, односно кроз секундарни намотај не протиче струја. Са примарне стране трансформатор се „види“ као гвоздена пригушница. Кроз примарне намотаје тада тече струја која ствара магнетопобудну силу која доводи до магнетног флукса који генерише електромоторну силу приближно једнаку напону доведеном на примар. Компонента струје празног хода која ствара ову магнетопобудну силу је реактивна и касни за напонем за четвртину периоде. Поред реактивне компоненте струје празног хода, постоји и њена активна компонента, чији је производ са напонем једнак снази губитака у језгру. Уколико би се радна тачка на кривој магнећења успоставила на линеарном делу карактеристике, и струја магнећења и губици у гвозђу би били мали. Да би трансформатор био израђен економично, радна тачка се поставља близу колена карактеристике магнећења, што доводи до нелинеарног повећања струје магнећења (флукс и електромоторна сила у околини радне тачке нису линеарно сразмерни са реактивном компонентом струје магнећења) и повећања површине хистерезисне петље, а самим тим и повећања губитака у језгру. Повећања струје



магнећења и снаге губитака су нежељене појаве, због чега је потребан компромис између потребе за повећањем магнетне индукције и смањењем струје магнећења и губитака у језгру.

### 2. 2.1 Струја магнећења и губици у магнетном колу

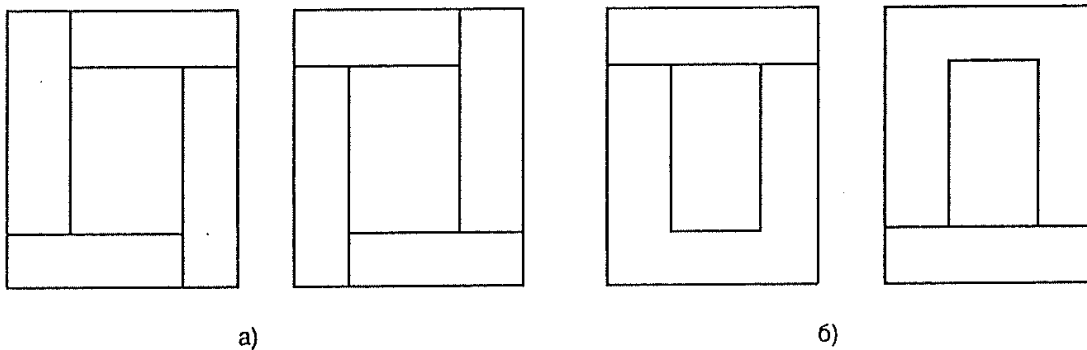
Магнетно коло се формира слагањем магнетних лимова. Последица овог начина формирања магнетног кола је да магнетни флуks у појединим зонама прелази са лима на лим, који не належу идеално један на други, због чега између њих постоје мали ваздушни зазори. Због тога је укупни магнетни отпор магнетног кола једнак збиру магнетног отпора кроз гвожђе и кроз ваздух:

$$R = \frac{1}{\mu_{Fe}} \frac{l_{Fe}}{S_{Fe}} + \frac{1}{\mu_0} \frac{l_0}{S_0} \quad (2.1)$$

Да би потребна магнетопобудна сила и струја магнећења били што мањи, што је пожељно са практичног становишта, пре свега због смањења реактивне снаге, отпор магнетног кола треба да буде што мањи. То се постиже повећањем квалитета лима (веће  $\mu_{Fe}$ , односно, прецизније речено, већи однос магнетне индукције и магнетног поља у радној тачки на колону карактеристике магнећења) и таквом конструкцијом (слагањем лимова) код које је број и дужина ваздушних процепа што мања, а њихов попречни пресек што већи.

Смањење губитака у магнетном колу се постиже применом квалитетнијих лимова (губици по јединици запремине услед магнетног хистерезиса треба да буду што мањи; поред тога, коришћењем легура у које је додат материјал попут силицијума се смањује проводност, а тиме и губици услед вихорних струја). Друга мера којом се смањују губици у језгру је примена танких, међусобно изолованих, лимова (стандардно 0.35mm и 0.30mm; за више фреквенције и до 0.1mm), чиме се смањују губици услед вихорних струја. У наставку текста ће се дати детаљи за сваки од наведених елемената.

Лимови се слажу на разне начине, при чему се тежи наведеном смањењу магнетног отпора простирању флуksа кроз ваздух. То се остварује наизменичним слагањем лимова (два могућа начина су приказана на сликама 2.11 а) и б)).

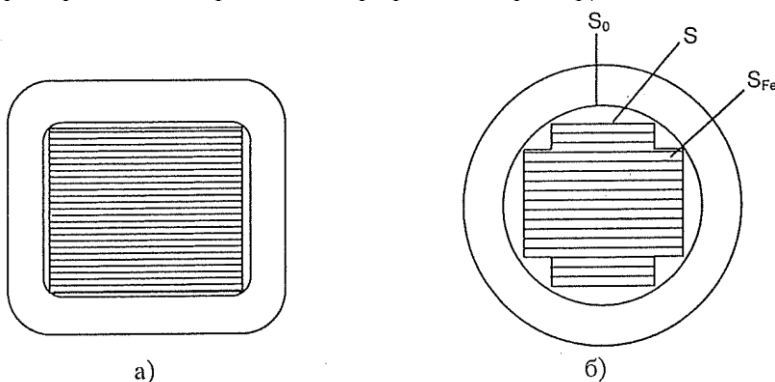


Слика 2.11

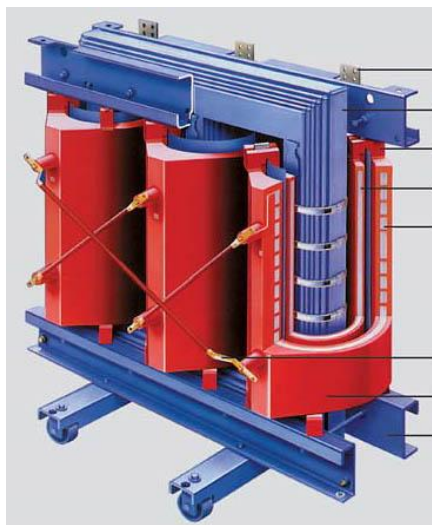
Један од важних практичних аспеката је испуна простора унутар намотаја. Повећање испуне овог простора активним магнетним материјалом (гвожђем) резултују смањењем количине материјала и смањењем цене. Полазни податак при пројектовању је флуks кроз магнетно коло. Следећа вредност која се усваја за одабрани материјал магнетског кола је вредност максималне магнетске индукције, од које зависи струја магнећења и губици. Делењем флуksа и максималне магнетске индукције добија се потребан пресек гвожђа магнетног кола. Са повећањем степена испуне простора унутар намотаја смањује се потребни унутрашњи пречник намотаја, а тиме и обим

навојака намотаја, што као директну практичну последицу има смањење количина материјала (бабра или алуминијума) за израду намотаја.

На слици 2.12 је приказан принцип испуне простора. Због непогодности савијања жице под малим углом, решење са правоугаоним попречним пресеком (слика а)) се среће само код веома малих трансформатора. Намотаји се по правилу изводе као кружни, односно цилиндрични (слика б)). Због поменуте потребе за уштедом простора унутар кружног намотаја, језгро се израђује од пакета лимова различите ширине – на слици б) је приказан случај три пакета лимова, са две различите ширине. Повећањем броја пакета лимова различитих ширина (вишеструки крстасти пресек), повећава се искоришћење простора (постиге се "боља испуна"). Произвођачи трансформатора имају стандардна решења ширине лимова и броја пакета у зависности од пречника круга описаног око пресека магнетног кола, која представљају емпиријски добијен оптимум између максималне испуне простора и практичне реализације сечења и слагања лимова. Као ни код намотаја, ни за језгро се неће улазити у конструкторне детаље, попут оних како се врши причвршћивање магнетног кола. Као илустрација, на слици 2.13 је приказан пресек сувог трансформатора. Један од битних елемената који се тичу конструкције је да она буде таква да се не дозволи формирање циркулационих струја кроз металне делове (на пример профиле за причвршћивање језгра и притезне шрафове), а до којих може да дође услед постојања флуksног обухвата кроз затворене металне контуре. Другим речима, треба применити електрично слабо проводне елементе при конструкцији или користити изолационе елементе у циљу изоловања металних елемената (шина за причвршћивање и притезних шрафова, на пример).



Слика 2.12



Слика 2.13

Материјал за израду лимова је челик легиран силицијумом, који побољшава магнетске особине челика, како у погледу губитака, тако и у погледу магнетског отпора. Обично је то хладно ваљани материјал (3% Si) са оријентисаном кристалном структуром, који има колена на карактеристици магнећења на приближно 1,7 Т. Лимови се постављају тако да линије магнетског флукса иду у правцу ваљања (овакав лим је пример анизотропног материјала). Раније се искључиво употребљавао, а и данас је то понекад случај, топло ваљани лим (са 4% Si), који има веће губитке и мању индукцију засићења (колена на карактеристици магнећења приближно 1,4 Т).

Лимови се израђују у виду дугих трака које се секу поступком који најмање ремети њихову структуру.

Како би се постигла међусобна електрична изолованост лимова (ради смањења вихорних струја), материјал се термички обрађује (једном или више пута), тако да му се на површини створи слој оксида који делује као изолатор.

Значајан технолошки напредак је постигнут крајем прошлог века применом "супероријентисаних лимова" (технологија развијена у Јапану - комплетнија оријентација кристалне структуре, уз примену стакластог филма за изолацију лимова и другачија термичка обрада). За ове лимове се користи комерцијална ознака HI-B (*high B*).

Актуелни тренутак развоја у области магнетних материјала карактерише развој материјала за трансформаторе високих учестаности, који се користе у претварачима у обновљивим изворима. У табели 2.1 је приказано опадање губитака у магнетном материјалу за горе поменуте технологије израде лимова.

Табела 2.1

Године	1910–1940.	1940–1970.	1980–2000.
Материјал	Топло ваљан	Хладно ваљан оријентисан	HI-B
W/kg за 1,5 Т	2,5–2,0	2,0–1,0	0,7–0,5

У вези са фактором испуне круга описаног око пресека магнетног кола, на основу претходних разматрања, треба раздвојити фактор испуне круга, који се постиже применом пакета лимова различите ширине и однос површине чистог гвожђа и површи коју заузимају гвожђе и изолација између лимова. Ако уведемо следеће ознаке:

$S_O$  – површина круга описаног око језгра полупречника  $R$ ,

$S$  – површина попречног пречника језгра и

$S_{Fe}$  – површина попречног пресека чистог гвожђа језгра.

$S$  је мање од  $S_{Fe}$  због изолације између лимова. Њихов однос се дефинише као фактор испуне гвожђа ( $k_{Fe} = S_{Fe} / S$ ). Однос  $S$  и  $S_O$  се дефинише као геометријски фактор испуне круга ( $k_O = S / S_O$ ).

Коначно, фактор испуне круга, дефинисан као однос површине гвожђа и површине круга описаног око пресека магнетног кола износи  $\alpha_{Fe} = k_{Fe} k_O = S_{Fe} / S_O$ .

У табели 2.2 су за лимове који су били у широкој употреби дате основне карактеристике: дебљина ( $d$ ), сачинилац испуне гвожђа ( $k_{Fe}$ ) и јединични губици при 50 Hz ( $W/kg$ ).

Табела 2.2

Материјал	Тип	d [mm]	$K_{Fe}$	W/kg при $B_m = 1,5 \text{ T}$	W/kg при $B_m = 1,7 \text{ T}$
TERNI	M4	0,27	0,965	0,84	1,24
	M5	0,30	0,97	0,91	1,32
	M6	0,35	0,975	1,01	1,47
NIPON STEEL HI-B	M-0H	0,30	0,97	0,79	1,04
	M-2H	0,30	0,97	0,86	1,13
	ZDKH (ласер)	0,23	0,98	0,60	0,85

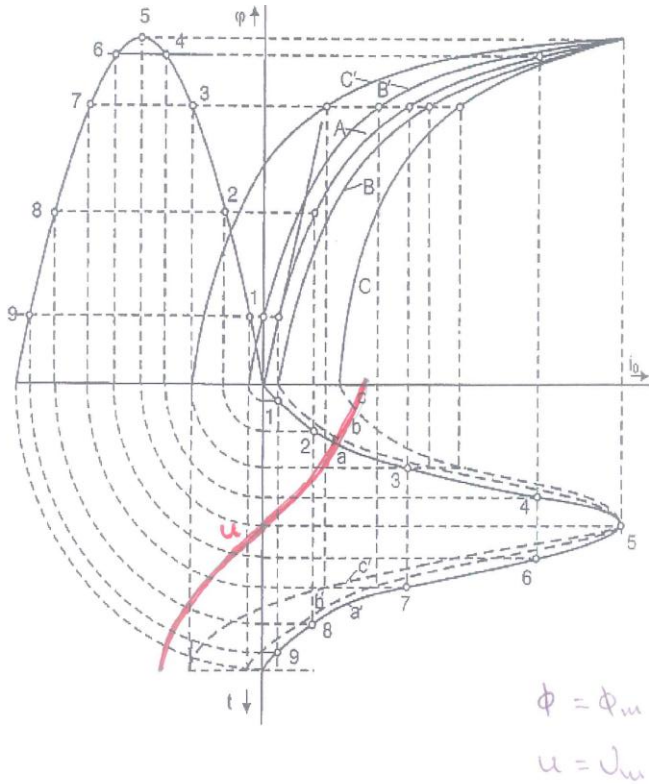
Напомена. – Старији типови трансформатора имају као изолацију лимона лак за који је  $K_{Fe} = 0,9$ .

### 2. 2.2 Магнетске карактеристике лимова

На слици 2.14 су приказане статичка и динамичка магнетна карактеристика. Статичка карактеристика је представљена кривом линијом у средини, која представља вредности магнетне индукције (магнетног флукса  $\varphi$ ) при различитим константним вредностима магнетног поља (струје магнетнења  $i_0$ ), при чему се магнетно поље повећава корак по корак из размагнетеног стања (A). Криве B и C представљају динамичке магнетне карактеристике, приказане на половини простопериодичног циклуса. Крива B одговара ситуацији када је учестаност мала, због чега је промена флукса у току времена спора, генерисане вихорне струје у језгру мале, а последично су мали и губици услед вихорних струја. Таласни облик струје, у случају да се на крајеве намотаја доведе простопериодични напон ( $u$ ) може се добити полазећи од магнетних карактеристика. Напоменимо да на слици 2.14 постоје две временске осе – временска оса за струју и напон је окренута на доле, а за магнетни флукс на лево. Исти тренутак на ове две осе се добија једноставном ротацијом, како је то приказано у трећем квадранту графика. Услед мале вредности пада напона на отпорности намотаја, са великом тачношћу се може усвојити да се он уравнотежава са контраелектромоторном силом:

$$u = Ri + e \underset{Ri \rightarrow 0}{\approx} e = d\psi / dt = N \cdot d\varphi / dt \quad (2.2)$$

Као што се види из претходног израза, контраелектромоторна сила је једнака изводу магнетног флукса - простопериодична вредност напона повлачи за собом да је и промена магнетног флукса простопериодична, како је то приказано на слици.



Слика 2.14

Полазећи од таласног облика магнетног флукса и  $\varphi(i_0)$  карактеристике, одређује се таласни облик струје магнећења.

Крива а) је добијена користећи статичку карактеристику, због чега није реална и служи за квалитативно сагледавање струје празног хода. Прво теоријско разматрање, у циљу квалитативног разумевања, извршиће се на основу статичке карактеристике, а затим ће се уважити и утицај реалне динамичке карактеристике магнећења. Основни хармоник струје а) је чисто реактиван, односно пролази кроз нулу када напон пролази кроз максимум (минимум), и достиже максимум када напон пролази кроз нулу. Ова струја фазно касни за напоном за четвртину периоде.

Крива б) је добијена користећи динамичку карактеристику за прстопериодичне ниске учестаности (В). Површина хистерезиса при ниским учестаностима представља губитке услед хистерезиса. Уочава се да долази до фазног помераја основног хармоника струје магнећења (примера ради, лако се уочава да струја више није једнака нули када је вредност напона максималне), односно у њој се појављује и активна компонента.

Са повећањем учестаности се појављују и вихорне струје, које доводе до повећања губитака у току једне периоде прстопериодичног сигнала. Ова појава се може еквивалентирати ширењем хистерезиса, уз задржавање тачке максимума на  $\varphi(i_0)$  кривој. Користећи овакав приступ, добија се крива (С). Са криве струје се види да долази до њеног даљег фазног помераја, односно до пораста фактора снаге. Крива (С) је фреквенцијски зависна, односно са повећањем учестаности струје повећава се ширина хистерезиса.

Из таласног облика струје се види да је струја сложенопериодична, односно да поред основног хармоника мрежне учестаности садржи и више хармонике. Ако се узму оријентациони реални подаци да вредности виших хармоника у односу на основни хармоник струје магнећења ( $I_{1\mu}$ ) износе  $I_{3\mu}=0.5 I_{1\mu}$  за трећи хармоник,  $I_{5\mu}=0.1 I_{1\mu}$  за пети хармоник,  $I_{7\mu}=0.02 I_{1\mu}$  за седми хармоник, а активна струја основног хармоника  $I_a=0.4 I_{1\mu}$ , добија се да је ефективна вредност струје празног хода

$$I_0 = \sqrt{I_{1\mu}^2 + I_{3\mu}^2 + I_{5\mu}^2 + I_{7\mu}^2 + I_a^2}$$

$$I_0 = I_{1\mu} \sqrt{1^2 + 0.5^2 + 0.1^2 + 0.02^2 + 0.4^2}$$

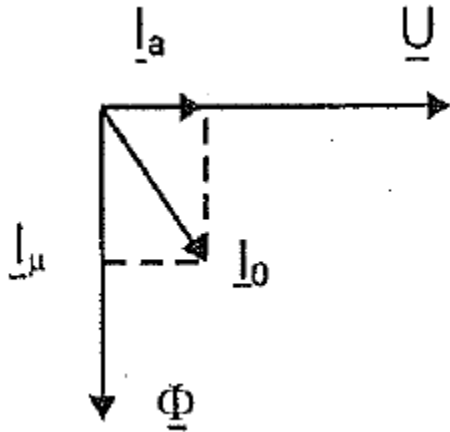
$$I_0 = 1.193 I_{1\mu}$$

Ефективна вредност "неактивне" компоненте струје износи

$$I_\mu = I_{1\mu} \sqrt{1^2 + 0.5^2 + 0.1^2 + 0.02^2}$$

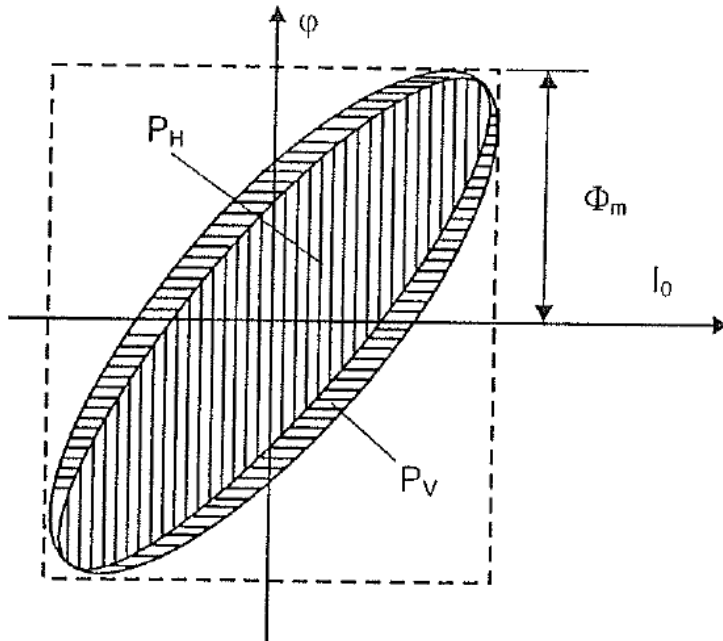
$$I_\mu = 1.125 I_{1\mu}$$

Уколико би се ово реално понашање трансформатора узело у обзир при анализама радних режима електроенергетских мрежа у којима се трансформатор налази, математички модел би се послужио, односно морала би да се врши анализа сложенепериодичних мрежа, због чега се у пракси прибегава апроксимацији да је струја простопериодична, али се њена реактивна компонента повећава са  $I_{1\mu}$  на  $I_\mu = 1.125 I_{1\mu}$  (видети слику 2.15).



Слика 2.15

Као што је већ речено, због претходно наведене нелинеарности, постоји јака практична потреба да се хистерезна појава линеаризује. Други облик уобичајене линеаризације је да се хистерезисни циклус замени елипсом (слика 2.16). На овај начин магнетни материјал се линеаризује, односно може се описати комплексном пермеабилношћу:  $\underline{\mu} = \mu' - j\mu''$ .  $\mu$  представља однос максималних вредности магнетне индукције и магнетног поља, док је површ елипсе одређен вредношћу  $\mu$  и фазним ставом комплексне премеабилности  $\underline{\mu}$ . На слици 2.16 су нацртане две елипсе: унутрашња, којом су обухваћени хистерезисни губици  $P_H$  (она одговара кривој В на слици 2.14), док је у површ спољне елипсе укључена и снага губитака услед вихорних струја ( $P_V$ ) – она одговара кривој С на слици 2.14. Као што је већ напомињано, снага губитака услед вихорних струја зависи од учестаности, тако да површ ове спољне елипсе расла са порастом учестаности.



Слика 2.16

Дакле, површина хистерезиса, односно елипса којом се магнетна средина линеаризује, представља губитке енергије по јединици запремине материјала у једном циклусу (унутрашња елипса ( $P_H$ ) описује само магнетни хистерезис, док спољашња елипса ( $P_V$ ) описује и магнетни хистерезис и губитке услед вихорних струја). Запреминска густина снаге губитака у јединици времена је једнака производу губитака у једном циклусу и броја циклуса у јединици времена.

Размотримо прво губитке услед магнетног хистерезиса. Њихова запреминска густина снаге износи

$$P_{VFeH} = f P_H \quad (2.3)$$

Зависност површи хистерезиса од магнетне индукције се са задовољавајућом тачношћу може приказати на начин

$$P_H = k_H B_m^n \quad (2.4)$$

Типична вредност експонента  $n$  варира у опсегу 1.7 до 2.2; за инжењерске процене се може узети средња вредност  $n = 2$ , после чега се долази до

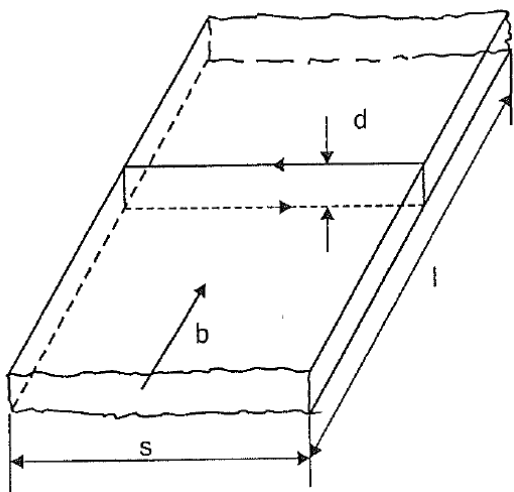
$$P_H = f k_H B_m^2 \quad (2.5)$$

Губици по јединици масе ( $P_{FeH}$ ) постају су једнаки

$$P_{FeH} = f k_H' B_m^2 \quad (2.6)$$

где  $k_H'$  представља нови коефицијент сразмерности (однос  $k_H / k_H'$  је једнак густини материјала  $\gamma$ ).

Аналитички израз за губитке услед вихорних струја ( $P_{Fev}$ ) се може одредити полазећи од следећег упрошћеног приступа, примењеног на лим ширине  $s$ , дужине  $l$  и дебљине  $d$ , при чему је вредност магнетне индукције у правцу приказаном на слици 2.17 једнака  $b$ .



Слика 2.17

Флуks кроз лим износи

$$\varphi = b s d \quad (2.7)$$

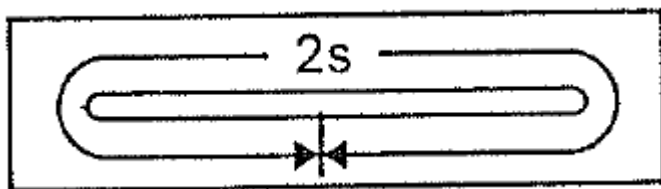
а генерисана електромоторна сила

$$e = \frac{d\varphi}{dt} = s d \frac{db}{dt} \quad (2.8)$$

Отпорност путање струје се приближно одређује полазећи од претпоставке да је дужина струјне путање  $L = 2s$ , а попречни пресек  $S = l d / 2$  (слика 2.18), на основу чега се има

$$R = \rho \frac{L}{S} = \frac{4 \rho s k}{l d} \quad (2.9)$$

где  $k$  представља корекциони коефицијент који узима у обзир одступање до кога доводи примена усвојеног приближног модела у односу на стварност.



Слика 2.18



Тренутна снага загревања у једном лиму износи

$$p_{v1}(t) = e i = \frac{e^2}{R} = \frac{l d}{4 \rho s k} s^2 d^2 \left( \frac{db}{dt} \right)^2 \quad (2.10)$$

Снага загревања у пакету у коме има  $n$  лимова, укупне запремине

$$V = l d s n, \quad (2.11)$$

износи

$$p_{vn}(t) = \frac{l d s n}{4 \rho k} d^2 \left( \frac{db}{dt} \right)^2 = \frac{V d^2}{4 \rho k} \left( \frac{db}{dt} \right)^2 = \frac{m d^2}{4 \rho \gamma k} \left( \frac{db}{dt} \right)^2 \quad (2.12)$$

где је  $m$  (kg) маса и  $\gamma$  (kg/m<sup>3</sup>) густина пакета.

За стандардни случај прстопериодичног напајања:

$$b = B_m \sin \omega t \quad (2.13)$$

$$\frac{db}{dt} = 2 \pi f B_m \cos \omega t \quad (2.14)$$

долази се до следеће форме за снагу губитака по јединици масе пакета ( $P_{FeV} = p_{vn} / m$ )

$$P_{FeV} = k_v' d^2 f^2 B_m^2 \quad (2.15)$$

где је  $k_v'$  нови коефицијент сразмерности, који у себи садржи коефицијент  $k$  и карактеристике магнетног материјала. Губици су, дакле, сразмерни са квадратом дебљине лимова, квадратом фреквенције и квадратом максималне магнетне индукције. Коефицијент сразмерности  $k_v'$  зависи од врсте магнетног материјала и мора бити доступан како би се за лимове усвојене дебљине одредили губици при примењеној фреквенцији и максималној магнетној индукцију усвојеној од стране пројектанта.

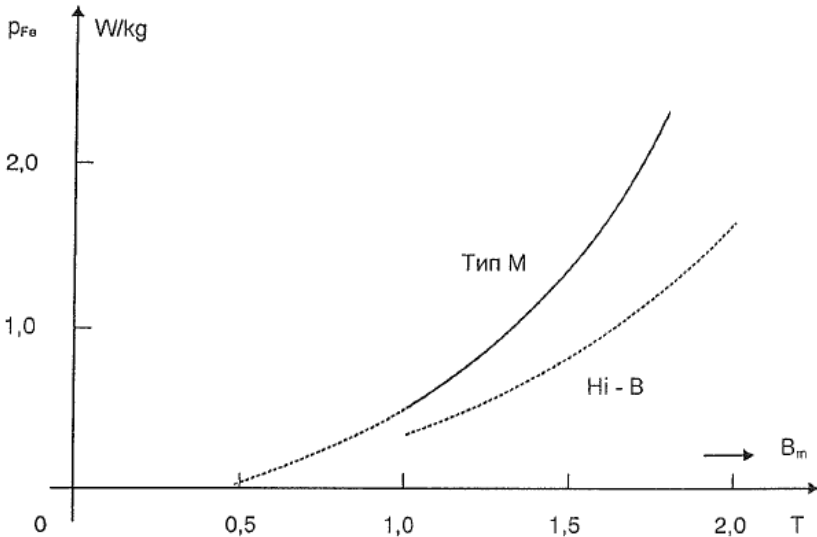
На основу претходно изнетог, укупни губици у гвожђу, по јединици масе, износе

$$P_{Fe} = P_{FeH} + P_{FeV} \quad (2.16)$$

Вредност магнетне индукције је главна величина коју усваја пројектант (учестаност је задата, а дебљина лима је ограничена на оно што нуди произвођач трансформаторских лимова), тако да је са практичног становишта погодно имати криве зависности губитака по јединици масе материјала у функцији вредности магнетне индукције (оријентациона зависност за често коришћене материјале у пракси за учестаност 50 Hz је приказана на слици 2.19). Зависност губитака у функцији максималне вредности магнетске индукције на слици 2.19 је дата за једну вредност дебљине лима и фиксну учестаност.

У савременим уређајима енергетске електронике, поготову у претварачима у обновљивим изворима енергије (солар и ветар), масовно се користе топологије претварача које садрже

високофреквентни трансформатор за подизање напона од соларног / ветро генератора ка мрежи. Разлог је што се повећањем учестаности ( $f$ ) повећава вредност електромоторне силе (напона) по навојку ( $f B_m S$ ), па се, за укупни задати напон и фиксiranу вредност  $B_m$  може смањити  $S$ . Један од најважнијих техничких аспеката у реализацији оваквих претвараача су губици (како због енергетске ефикасности, тако и због загревања) у магнетном колу високофреквентног трансформатора за подизање напона. Презентација могућности оптимизације ових трансформатора се може наћи у [1] - на материјале који се користе за израду магнетног кола се односе слајдови 46 - 49.



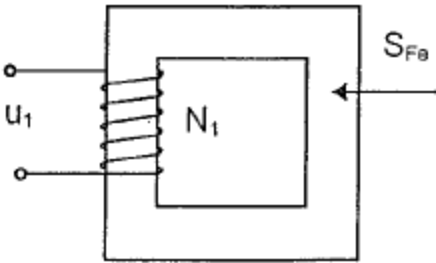
Слика 2.19

Ограничење максималне вредности магнетне индукције  $B_m$  је значајно не само због губитака, већ и због вредности струје магнећења, која такође нелинеарно расте са растом  $B_m$ . Пораст струје магнећења је штетан јер се повећава реактивна снага, односно квари укупни фактор снаге на примару трансформатора. Поред тога, са порастом  $B_m$  расте и струја укључења трансформатора (проблем високих ударних вредности струје при укључењу трансформатора ће се анализирати у каснијем делу курса).

Када је секундар отворен, а примар прикључен на наизменични напон  $u_1$ , у примару ће се индуковати контра-електромоторна сила (индуковани напон):

$$e_1 = \frac{d\Psi_1}{dt} = N_1 \frac{d\varphi}{dt} \quad (2.17)$$

$\varphi$  представља магнетни флуks у језгру, а  $\psi_l$  укупан флуks кроз свих  $N_l$  навојака примара. Претходни израз је написан под приближном, али доста прецизном, претпоставком да магнетни флуks  $\varphi$  протиче кроз гвожђе пресека  $S_{Fe}$  (слика 2.20) –  $\varphi = B S_{Fe}$ , тако да сваки од навојака обухвата флуks  $\varphi$  ( $\psi_l = N_l \varphi$ ).



Слика 2.20

Једначина напонске равнотеже гласи

$$u_1 = e_1 + R_1 i_1, \quad (2.18)$$

где је  $R_1$  отпорност, а  $i_1$  струја примарног намотаја. Уврштавањем израза за електромоторну силу у претходни израз долази се до

$$u_1 = N_1 \frac{d\varphi}{dt} + R_1 i_1, \quad (2.19)$$

Релативна вредност струје празног хода је мала (од 0.2 % до 3 % у односу на номиналну струју – видети табелу 2.3 на крају поглавља). Такође, мала је и вредност отпорности примарног намотаја  $R_1$ , због чега се у празном ходу сабирак  $R_1 i_1$  може занемарити, после чега претходни израз постаје

$$u_1 = N_1 \frac{d\varphi}{dt}. \quad (2.20)$$

Из претходног израза се закључује да ће се у случају да се на примар трансформатора прикључи протопериодични напон

$$u_1 = U_{1 \max} \cos(\omega t) \quad (2.21)$$

кроз магнетно коло успоставити магнетни флуks

$$\varphi = \Phi_{\max} \sin(\omega t) \quad (2.22)$$

Индукована електромоторна сила у једном навојку

$$e_{11} = \omega \Phi_{\max} \cos(\omega t) = 2 \pi f B_{\max} S_{Fe} \cos(\omega t) \quad (2.23)$$

Укупна електромоторна сила, индукована у свих  $N_1$  навојака примара, износи

$$e_1 = \omega \Phi_{\max} \cos(\omega t) = 2 \pi f N_1 B_{\max} S_{Fe} \cos(\omega t) \quad (2.24)$$

Ова електромоторна сила уравнотежава напон доведен на примар (ово је, на сличан начин, исказано изразом (2.20)), тако да се има

$$u_1 = 2 \pi f N_1 B_{\max} S_{Fe} \cos(\omega t) \quad (2.25)$$

Максимална вредност напона је једнака

$$U_{1 \max} = 2 \pi f N_1 B_{\max} S_{Fe} \quad (2.26)$$

а његова ефективна вредност

$$U_1 = \frac{2 \pi}{\sqrt{2}} f N_1 B_{\max} S_{Fe} \quad (2.27)$$

односно

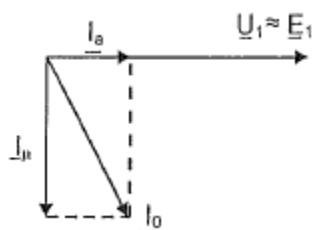
$$U_1 = 4.44 f N_1 B_{\max} S_{Fe}. \quad (2.28)$$

Претходни израз се једноставно може трансформисати у форму која је погодна за практичну примену

$$\Phi_{\max} = \frac{U_1}{4.44 f N_1}, \quad (2.28)$$

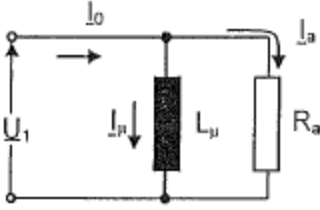
где  $\Phi_{\max}$  представља максималну вредност магнетског флукса  $\Phi_{\max} = B_{\max} S_{Fe}$ . Дакле, магнетни флукс, односно његова максимална вредност, је сразмеран прикљученом напону, а обрнуто сразмеран фреквенцији и броју навојака.

Од практичног је интереса формирати заменску шему, преко индуктивности и отпора, којом се може описати трансформатор у празном ходу, чији је примарни намотај прикључен на напон. Да би се до тога дошло, потребно је успоставити везу између магнетног флукса  $\Phi$  и струје која протиче кроз намотај. Овом везом се бавио досадашњи део поглавља. На слици 2.15 је објашњено како се на приближан начин одређују активна и реактивна струје празног хода трансформатора, односно објашњена је апроксимација којом су уважени виши хармоници струје и начин на који су уважени губици у магнетном колу у празном ходу. У вези са тим, треба уочити да на вредност струје магнећења и активне компоненте струје празног хода утиче радна тачка, која се налази у околини колена криве магнећења. Радна тачка се по правилу, из економских разлога, пројектује тако да је у њој однос магнетне индукције и магнетног поља (односа магнетног флукса и струје магнећења) мањи у односу на вредност која се има на линеарном делу криве магнећења. По правилу, вредност напона на примару трансформатора је приближно константна, односно не мења се много у односу на номиналну вредност. У тим случајевима се може приближно сматрати да је вредност струје празног хода  $I_0$ , која садржи две компоненте - реактивну  $I_w$ , којом се врши магнећење магнетног кола, и активну  $I_a$ , којом се описују губици у језгру (слика 2.21), приближно константна.



Слика 2.21

Еквивалентна шема која одговара фазорском дијаграму са слике 2.21 је приказана на слици 2.22.



Слика 2.22

Компонента струје магнећења је одређена индуктивношћу магнећења  $L_\mu$  (елемент у шеми за простопериодичне режиме се може представити и реактансом магнећења  $X_{\mu} = \omega L_{\mu}$ ). Активна компонента струје, која одговара губицима у језгру, је одређена активном оторношћу  $R_a$ . Подсетимо да је у празном ходу вредност губитака у намотају примара мала (мала је струја празног хода и мали је отпор примарног намотаја  $R_1$ ), због чега се у празном може изоставити отпор  $R_1$ , односно у шеми користити само грана магнећења, како је то приказано на слици 2.22. Коначно, поновимо због нелинеарности магнетног кола вредности  $L_{\mu}$  и  $R_a$  зависе од напона и учестаности – у пракси се сматра да су ове вредности константне у околини номиналне радне тачке трансформатора, када су ефективна вредност напона на примару и учестаност близу номиналних вредности.

### 2. 3. Израчунавање струје празног хода

У фази пројектовања трансформатора се врши израчунавање струје празног хода (њене активне компоненте, којом су одређени губици, као гарантована вредност трансформатора, и њене реактивне компоненте, која је потребна за магнећење магнетног кола и која квари фактор снаге). Навредност ове струје утичу крива (карактеристика) магнећења, која зависи од материјала, и квалитет и број спојева, односно саставака лимова.

Магнетопобудна сила (једнака производу броја навојака и струје магнећења) се одређује из Амперовог закона,

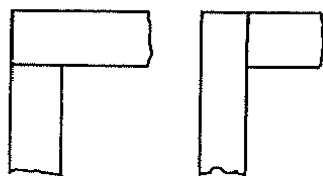
$$\oint \vec{H} d\vec{l} = N I_\mu \quad (2.29)$$

при чему је путања магнетног поља делом кроз магнетни материјал, а делом кроз ваздух (на саставцима између лимова). Јачина магнетног поља у магнетном материјалу се одређује из криве магнећења, полазећи од вредности магнетне индукције коју је усвојио пројектант. Из ове вредности магнетног поља се једноставно одређује компонента  $\oint \vec{H} d\vec{l}$  која се односи на део путање кроз магнетни материјал. Одређивање компоненте  $\oint \vec{H} d\vec{l}$  на преласку између лимова (на пример лимова стубова и јарма) је компликованије. Оно зависи од конструкционих решења, пре свега од врсте преклопа (да ли је са преклопом  $45^\circ$  или  $90^\circ$ ) - слика 2.23., као и од броја преклопа. У пракси се по правилу користе емпиријске криве, са којих се, у зависности од магнетне индукције, читавају вредности из којих се може одредити компонента  $\oint \vec{H} d\vec{l}$  на преласку између лимова.

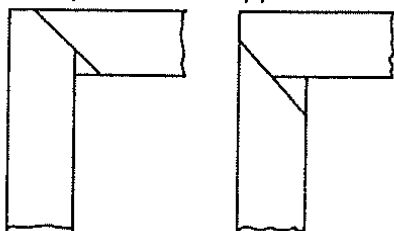
Корак који следи након одређивања ових вредности је израчунавање струје магнећења, користећи израз (2.29).

У пракси се срећу и форме из којих се добија укупна реактивна снага магнећења ( $Q_\mu$ ); из вредности  $Q_\mu$  струја магнећења ( $I_\mu$ ) се одређује на елементаран начин:  $I_\mu = Q_\mu / U_n$  за случај једнофазног, односно  $I_\mu = Q_\mu / \sqrt{3} U_n$  за случај трофазног трансформатора.

Типичне вредности струје празног хода (као релативне вредности у односу на номиналну струју)  $i_0$ , као и фактор снаге у празном ходу, приказане су у табели 2.3.



Састав са  
преклопом од  $90^\circ$



Састав са  
преклопом од  $45^\circ$

Слика 2.23

Табела 2.3

Мали једнофазни трансформатори			Трофазни трансформатори		
$S_n$ , VA	$i_0$ , %	$\cos \varphi_0$	$S_n$ , kVA	$i_0$ , %	$\cos \varphi_0$
25	22	0,28	10	3	0,35
125	16		100	0,8	
1 000	13	0,35	10 000	0,3	
4 000	8		300 000	0,18	

## Литература

[1] [https://infoscience.epfl.ch/record/231022/files/EPE2017\\_MFT\\_TUTORIAL\\_v1.pdf?version=1](https://infoscience.epfl.ch/record/231022/files/EPE2017_MFT_TUTORIAL_v1.pdf?version=1)