

прочитати информативно (из тог дела градива се неће постављати питања на испиту)

4. ГУБИЦИ СНАГЕ, СТЕПЕН ИСКОРИШЋЕЊА И ПРОМЕНА НАПОНА

4. 1. ГУБИЦИ У ГВОЖЉУ

Као што је речено у одељку 2.1 (одељак о магнетским материјалима) и у одељку 3.4 (одељак о празном ходу), губици снаге у гвожђу се одређују на основу индукције у гвожђу, што је величина коју одређује конструктор трансформатора, на основу специфицираних карактеристика трансформатора (номинална снага, напон и струја итд). На основу индукције у гвожђу и карактеристике магнетних лимова (која се добија од произвођача лимова) одређује се вредност специфичних губитака (W / kg или W / m^3), а затим и укупних губитака, множењем специфичних губитака са масом језгра. Због постојања локалних ефеката, односно одступања магнетне индукције од идеалне равномерне расподеле по пресеку магнетног кола, стварни губици у гвожђу одступају од вредности одређене на описани начин. У пракси се претходно добијена вредност коригује за износ који се дефинише из искуства са претходно израђеним сличним конструкцијама трансформатора. Корекција се дефинише на основу података о вредностима губитака у гвожђу израчунатим на претходно описани начин и губитака измереним у огледу празног хода.

Треба напоменути да за мерење снаге снаге у огледу празног хода треба користити "специјалне" ватметре за мали фактор снаге ($\cos \varphi = 0.1$).

У различитим радним режимима трансформатора долази до благе промене индукције у гвожђу, као последице варијације напона који се доводи на примар трансформатора, као и варијације струје и њеног фазног става (због њих се мења пад напона на отпорности и реактанси расипања примара). Анализа ових ефеката, односно њихово уважавање при одређивању степена искоришћења трансформатора током реалних експлоатационих услова, по правилу се не врши, већ се сматра да су губици у гвожђу једнаки вредности измереној у огледу празног хода при номиналном напону.

4. 2. ГУБИЦИ УСЛЕД СТРУЈЕ ОПТЕРЕЂЕЊА

Поред губитака у магнетном колу (гвожђу), који су приближно једнаки губицима у празном ходу, постоје и губици који су последица протицања струје кроз намотаје (губици због оптерећења). Губици услед струје кроз намотаје се јављају у самим намотајима и у конструкционим деловима трансформатора. Ово поглавље се доминантно и релативно детаљно бави одређивањем губитака у самим намотајима.

4. 2.1. ГУБИЦИ У КОНСТРУКЦИОНИМ ДЕЛОВИМА

Што се тиче губитака у конструкционим деловима трансформатора, они су последица индукованих струја у металним конструкционим деловима због флуksа који пролази кроз намотаје и не затвара се кроз магнетно коло већ кроз суд и остале конструкционе делове. У прошлости, практично једини приступ је био да се ови губици процењују на основу емпиријских формула, формираних на основу резултата мерења губитака на кратко спојеним трансформаторима (одређивање губитака у кратком споју при номиналној струји - испитивање коме се подвргава произведени трансформатор).

У савременој инжењерској пракси допунски губици у конструкционим деловима услед индукованих струја могу се одредити коришћењем софтвера заснованих на FEM методи, који омогућавају и да се оптимизује конструкција трансформатора у смислу смањења губитака и загревања (пример: постављање и димензионисање магнетних екрана - мањих пакета лимова или шина - обично алуминијумских, на унутрашњу страну суда, паралелно намотајима, у зони где су намотаји близу суда). Применом ових мера се смањују губици и загревање суда услед расутог флуksа. Још општије, може се рећи да се конструкционим решењем, применом екрана од добро електрично проводних материјала или екрана од добро магнетно проводних материјала, може извршити каналисање флуksа и спречавања појаве индукованих струја на било ком месту унутар трансформатора (поред већ поменутог суда, и на шинама за причвршћење магнетног кола, на пример).

4. 2.2. ГУБИЦИ У НАМОТАЈИМА

Губици који се због протицања струје јављају у самим намотајима уобичајено се представљају као збир две компоненте:

1) Џулови губици, одређени под претпоставком да се струја равномерно расподељује по попречном пресеку проводника и да је површинска густина струје једнака количнику струје која протиче кроз намотај ка мрежи и попречног пресека проводника,

2) компоненте губитака која настаје као последица одступања стварног профила струје по попречном пресеку проводника од равномерног који је наведен у тачки 1).

Неравномерност струје се јавља услед два ефекта. Први је резултат расутог флуksа и последичне појаве вихорних струја унутар проводника (што се разматра у поглављу 4.3) или услед неравномерне расподеле струје између паралелно везаних проводника (уколико таква веза постоји и уколико постоји разлика у отпорности и флуksним обухватима паралелних проводника). Неравномерна расподела струје између паралелних проводника се избегава транспонованњем (изменом међусобног положаја) проводника.

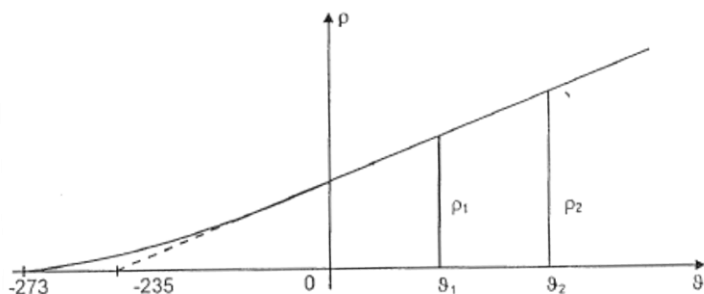
Прва компонента (Џулови губици) се одређује на једноставан начин, множењем отпорности која би се имала при протицању једносмерне струје и квадрата ефективне вредности струје кроз намотај:

$$P_{g,1} = \Sigma(RI^2) = \Sigma\left(\rho \frac{l}{s} I^2\right)$$

Губици зависе од струје директно ($\sim I^2$), али и индиректно, преко специфичне електричне отпорности ρ , која је температурно зависна (температура намотаја зависи од губитака услед протицања струје, као и од температуре амбијента).

На температури апсолутне нуле $\vartheta = -273^\circ\text{C}$, $\rho \rightarrow 0$ за све метале. Када се изврши линеаризација криве промене ρ са ϑ , добија се фиктивна нула отпорности за бакар на -235°C (а за алуминијум на -225°C). Из сличности труглова (сл. 4.1) добија се:

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{235 + \vartheta_2}{235 + \vartheta_1}$$



Слика 4.1

Промена отпорности услед промене температуре има значајну вредност: примера ради, при температури од 75 °C (ова вредност одговара уобичајеном номиналном режиму рада, па се често усваја као референтна) специфична електрична отпорност је већа од њене вредности при 25 °C

$$\frac{R_{75}}{R_{25}} = \frac{235 + 75}{235 + 25} = 1.192$$

пута, односно скоро 20 %.

Дакле, однос губитака у радном режиму са струјом I_1 и температуром намотаја ϑ_1 и у радном режиму са струјом I_2 и температуром намотаја ϑ_2 износи

$$\frac{P_{J1}}{P_{J2}} = \frac{235 + \vartheta_1}{235 + \vartheta_2} \left(\frac{I_1}{I_2} \right)^2$$

Температуре намотаја ϑ_1 и ϑ_2 зависе од снаге губитака, и одређују се применом алгоритама за термичке прорачуне трансформатора, полазећи од снаге губитака, тако да се при прорачунима високе тачности мора применити итеративна метода.

4. 3. УТИЦАЈ РАСУТОГ ФЛУКСА НА ПОВЕЋАЊЕ АКТИВНОГ ОТПОРА И ГУБИТАКА У БАКРУ

Магнетска индукција расутог флукса индукује у проводницима емс која изазива локалне струје

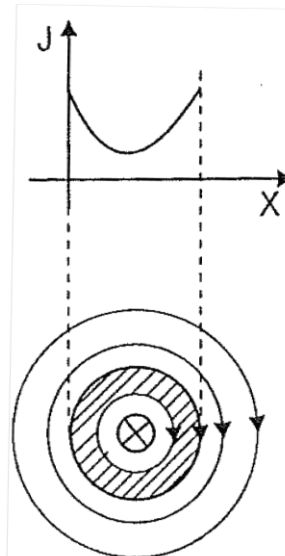
- у самим масивним проводницима (то је један од главних разлога због кога се проводник намотаја израђује од снопа тањих проводника)

- у паралелним гранама ако се проводник намотаја израђује од снопа тањих проводника; уколико се не би вршила транспозиција проводника (промена позиције у разним навојцима), као што се врши у пракси, у сваком од тањих проводника би се разликовао активни отпор и индукована емс, па би се струје кроз паралелно повезане тање проводнике (истог пресека) разликовале (у почетним и крајњим тачкама сваког од танких проводника се има исти потенцијал, па би струје кроз њих морале бити различите). Овај тип локалних струја изједначења је поменут и у поглављу 4.2.2.

Дакле, траспозицијом се решава проблем поништавања локалних струја услед несиметрије изазване различитим дужинама и различитим емс-ама.

У тексту који следи се разматра проблем локалних струја које настају као последица магнетске индукције расутог флукса. Ове струје не излазе ван граница намотаја, односно не појављују се у спољашњем електричном колу, због чега се зову "вихорне струје".

Оне, сабирајући се са главном струјом, доводе до *неједнолике густине струје* по попречном пресеку. Понекад се струја концентрише само близу површине проводника – отуда назив *површински ефект* (енгл. – *skin effect*). Такав је случај код усамљеног проводника округлог пресека (сл. 4.2), чија струја ствара магнетско поље и око проводника и у њему.

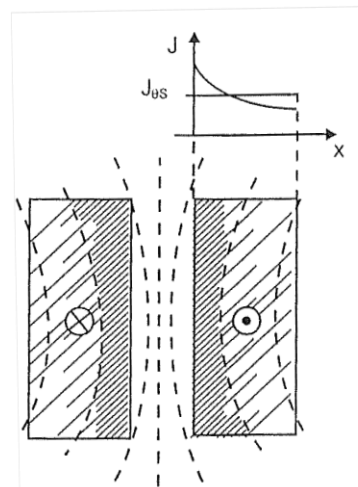


Слика 4.2

Код две паралелне шине правоугаоног пресека са струјама супротних смерова (сл. 4.3) струја се концентрише у слојеве блиске један другом стога што се удаљенији слојеви обухватају са више флукса. Зато се то овде назива *ефект близине* (енгл. – *proximity effect*).

Намотаји примара и секундара су у пресеку правоугаоници и имају супротне струје, па се могу посматрати као две блиске правоугаоне шине. Очигледно је да ће поједини проводници имати сложену расподелу густине у пресеку као резултат кумулативног деловања и површинског ефекта и ефекта близине.

ског ефекта и ефекта близине.



Слика 4.3.

Неравномерна расподела струје по попречном пресеку еквивалентна је смањењу ефективне површине пресека, а то значи да се активна отпорност повећава у односу на отпорност према једносмерној струји.

Посматрајмо намотаје примара (унутрашњи намотај) и секундара (спољашњи намотај), кроз који теку исте вредности сведене струје (иста поставка је коришћена и код разматрања реактансе расипања). Нека су димензије пресека намотаја примара $p \times q$ (пресек $s = p \times q$) и нека намотај примара има m колона и n врста, као што је приказано на слици 4.5 а). Израчунавање расподеле расутог флукса се, без значајнијег губитка тачности, може извршити полазећи од приближне претпоставке да је струја приближно равномерно расподељена по пресеку; средња вредност густине струје оптерећења у примарном намотају (кроз који протиче струја $I_s = I_l - I_u$) износи $J_s = I_s / s$. Претпостављајући синусну расподелу струје примара ($i_s = \sqrt{2} I_s \sin(\omega t)$), из израза

$$B_m = \mu_0 \frac{N I_m}{h'}$$

(други израз испод израза (3.22) у одељку 3.5.4) се долази

$$B_{max} = B_m \sin(\omega t) = \mu_0 \frac{N I_{smax}}{h'} \sin(\omega t) = \mu_0 \frac{m n \sqrt{2} I_s}{h'} \sin(\omega t) = \frac{\sqrt{2}}{h'} \mu_0 m n p q J_s \sin(\omega t)$$

У делу унутрашњег намотаја индукција расипања расте линеарно, од нулте вредности (за $x = 0$) до B_m (за $x = m q$), као што је објашњено у одељку 3.5.4.; максимална тренутна вредност индукције расипања на координати x је једнака

$$B(x) = B_m \frac{x}{m q}$$

Флукс индукције расипања (његова максимална тренутна вредност) кроз диск пречника $D_u + 2 x^*$ (D_u представља пречник унутрашње стране унутрашњег намотаја) може се одредити интеграцијом (у кругу пречника D_u не постоји флукс расипања, односно вредност магнетне индукције у тој зони је једнака нули):

$$\Phi_m(x^*) = \int_0^{x^*} B(x) \pi (D_u + 2 x) dx = \int_0^{x^*} B_m \frac{x}{m q} \pi (D_u + 2 x) dx$$

Ако се претпостави да је ширина намотаја ($m q$) много мања од унутрашњег пречника намотаја (D_u), може се сматрати да се површ елементарног диска (ширине dx), $(D_u + 2 x) dx$ мало мења са променом координате x , односно да се може узети да је једнак $(\pi (D_u + D_u + 2 m q) / 2) dx = l_{sr} dx$; дакле, $l_{sr} = \pi (D_u + m q)$. У том случају претходни интеграл постаје

$$\Phi_m(x^*) = \int_0^{x^*} B(x) \pi (D_u + m q) dx = \pi (D_u + m q) \int_0^{x^*} B(x) dx = \pi (D_u + m q) \int_0^{x^*} B_m \frac{x}{m q} dx$$

$$\Phi_m(x^*) = \frac{\pi (D_u + m q) B_m}{m q} \int_0^{x^*} x dx = \frac{l_{sr} B_m x^{*2}}{m q} = \frac{1}{2} B_m \frac{x^{*2}}{m q} l_{sr}$$

Временска промена флукса (он је у фази са струјом која га изазива - i_s) кроз диск пречника $D_u + 2 x^*$ износи

$$\Phi(x^*) = \frac{1}{2} B_m \frac{x^{*2}}{m q} l_{sr} \sin(\omega t)$$

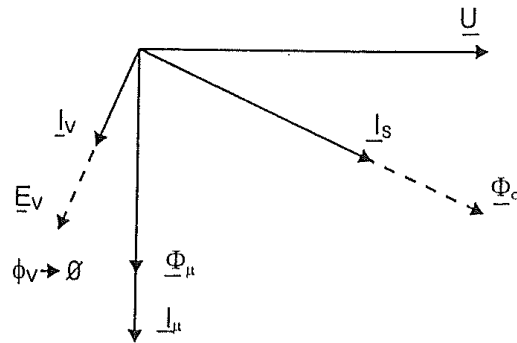
Промена флукса у времену доводи до генерисања електромоторне силе (e_x) у контури пречника $D_u + 2 x^*$ и ширине dx , чија је вредност

$$e_x = - \frac{d\Phi(x^*)}{dt} = - \frac{1}{2} \omega B_m \frac{x^{*2}}{m q} l_{sr} \cos(\omega t) \quad (A)$$

Из претходног израза се уочава да \underline{E}_x фазно касни у односу на флукс $\underline{\Phi}(x)$ за $\pi/2$. Ова електромоторна сила делује у контури електричног проводника пресека $p dx$ и дужине l_{sr} , чија отпорност износи $dr = \rho l_{sr} / (p dx)$, кроз који протиче струја di_x (површинска густина струје $j_x = di_x / p dx$). Поред електромоторне силе (e_x) у овој контури делује и електромоторна сила услед промене заједничког флуksа кроз примарни и секундарни намотај (e) - заједнички флукс се затвара у зони до унутрашње површи примарног намотаја (због тога он не зависи од координате x ; $x = 0$ на унутрашњој површи примарног намотаја), као и напон доведен на прикључке примарног намотаја (u_{prim}), подељен са бројем навојака примарног намотаја: $u = u_{prim} / (m n)$. Примена другог Кирхофовог закона на прстен ширине dx даје

$$u = e + e_x + di_x dr$$

$$u = e + e_x + j_x \rho l_{sr} \quad (B)$$

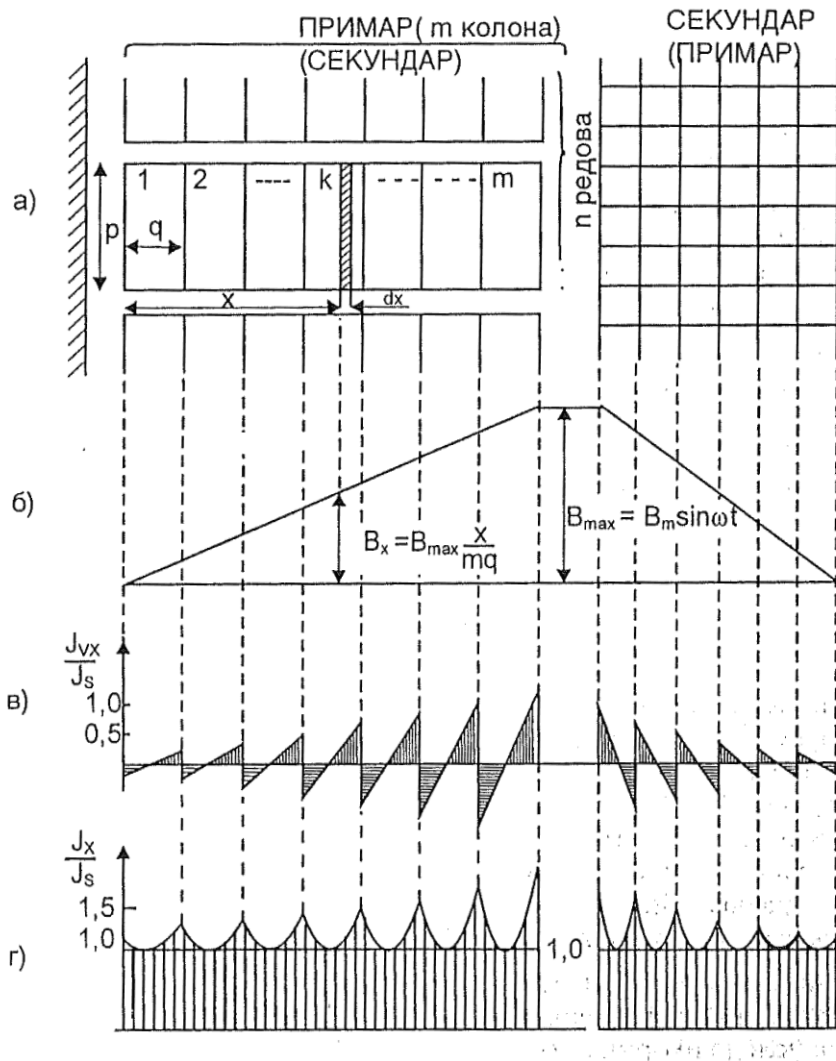


Слика 4.4

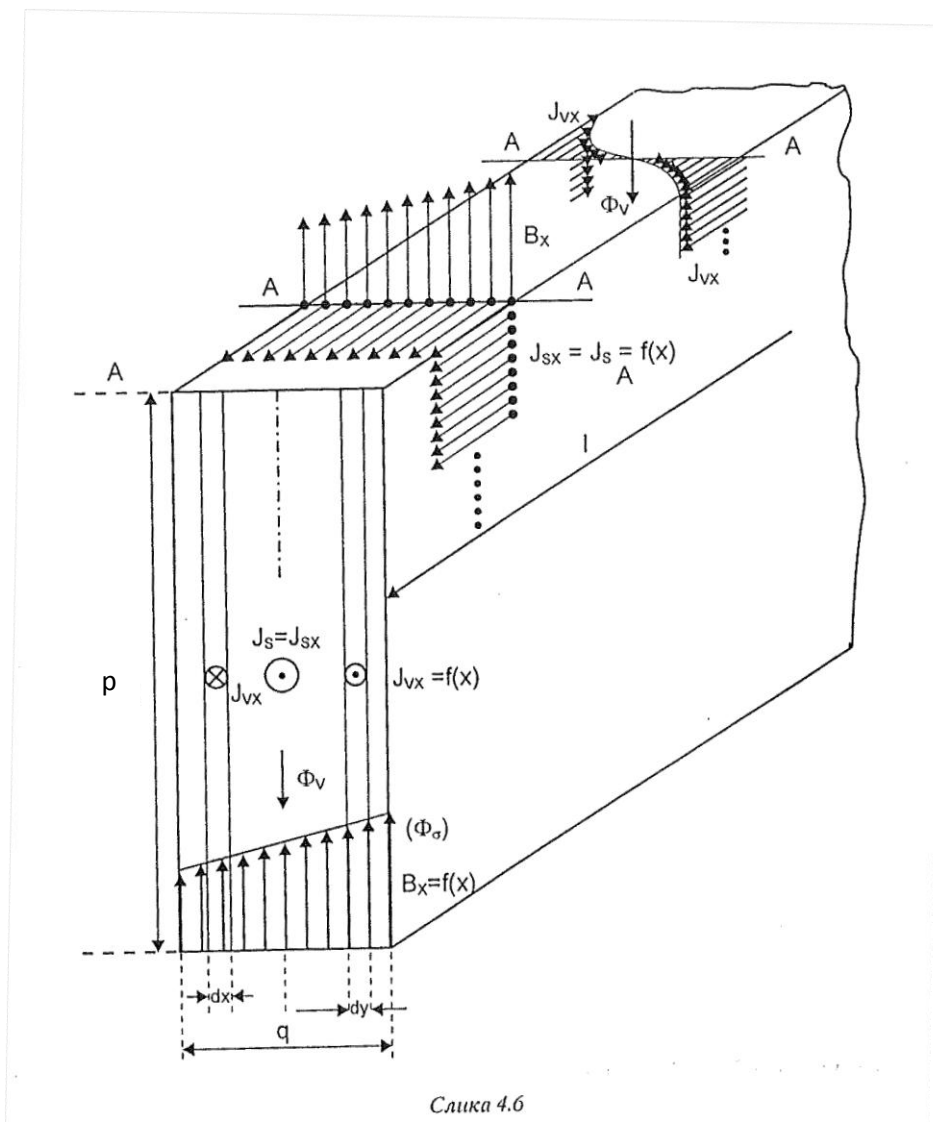
$\underline{\Phi}_\sigma$ - расути флукс ($\underline{\Phi}$ у претходном тексту),
 $\underline{\Phi}_\mu$ - флукс магнећења, који проузрокује \underline{E}_x

Укупна густина струје кроз прстен j_x може да се прикаже као збир фиксне (константне по пресеку) компоненте (j_s), која је једнака количнику спољашње струје i_s и попречног пресека проводника $p q$ ($j_s = i_s / (p q)$) и густине вихорне струје која се затвара у самом проводнику (j_{vx}):

$$j_x = j_s + j_{vx} \quad (B)$$



Слика 4.5



Слика 4.6

Изложени приступ је заснован на моделу који не строго не прати основне теоријске једначине (Маквелове), већ полази од приближне претпоставке да се густина струје која потиче од спољне струје (j_s) равномерно расподељује по пресеку. Приказани поступак је због своје релативне једноставности и могућности аналитичког решавања коришћен у класичној инжењерској пракси. Алтернатива је одређивање губитака је коришћење модерних FEM метода и софтвера, из којих се или добијају губици или вредности магнетног поља на месту проводника, а из њега, на начин који је објашњен у наставку текста, губици.

С обзиром да се вредности u и e не мењају са променом координате x , а да се e_x мења са променом координате x , j_x , односно њена просторно променљива компонента j_{vx} , мора бити променљива (мења се са променом координате x). Вихорне струје се затварају у самом проводнику, односно не излазе ван намотаја, због чега њен интеграл по површи попречног пресека сваког од $m \times n$ проводника (по пресеку $p \times q$) мора да буде једнак нули:

$$\iint j_{vx} dS = 0$$

односно, под претпоставком да се густина струје не мења по висини проводника,

$$\int_{x=(k-1)q}^{x=kq} j_{vx} p dx = 0$$

$$\int_{x=(k-1)q}^{x=kq} j_{vx} dx = 0 \quad (\Gamma)$$

Полазећи од израза (Б) и (В) може се написати

$$u = e + e_x + (j_s + j_{vx}) \rho l_{sr}$$

односно

$$j_{vx} = \frac{u - e}{\rho l_{sr}} - \frac{e_x}{\rho l_{sr}} - j_s \quad (\Delta)$$

Интеграцијом j_{vx} , у границама од $(k - 1) q$ до $k q$, долази се до

$$\left(\frac{u - e}{\rho l_{sr}} - j_s \right) (kq - (k - 1) q) - \frac{1}{\rho l_{sr}} \int_{x=(k-1)q}^{x=kq} e_x dx = 0 \quad (\Б)$$

Из (Б) и (В) проистиче

$$\frac{u - e}{\rho l_{sr}} - j_s = \frac{e_x}{\rho l_{sr}} + j_{vx} \quad (\Е)$$

Заменом (Е) у (Б) добија се

$$\left(\frac{e_x}{\rho l_{sr}} + j_{vx} \right) q - \frac{1}{\rho l_{sr}} \int_{x=(k-1)q}^{x=kq} e_x dx = 0$$

$$j_{vx} = \frac{1}{\rho l_{sr}} \left(-e_x + \frac{1}{q} \int_{x=(k-1)q}^{x=kq} e_x dx \right) \quad (\Ж)$$

Заменом вредности за e_x из (А) у (Ж) долази се до

$$j_{vx} = \frac{1}{\rho l_{sr}} \left(\left(\frac{1}{2} \omega B_m \frac{x^2}{m q} l_{sr} \cos(\omega t) \right) + \frac{1}{q} \int_{x=(k-1)q}^{x=kq} \left(-\frac{1}{2} \omega B_m \frac{x^2}{m q} l_{sr} \cos(\omega t) \right) dx \right)$$

$$j_{vx} = \frac{1}{\rho l_{sr}} \frac{\omega}{2} B_m \frac{l_{sr}}{m q} \cos(\omega t) \left(x^2 - \frac{1}{q} \frac{(kq)^3 - ((k-1)q)^3}{3} \right) \quad (3)$$

Уврштавањем вредности за

$$B_m = \frac{\sqrt{2}}{h'} \mu_0 m n p q J_s$$

у израз (3), користећи везу $\cos(\omega t) = -\sin(\omega t - \pi/2)$, долази се до

$$j_{vx} = -\frac{1}{\rho} \frac{\omega}{2} \frac{1}{h'} \mu_0 n p J_s \sqrt{2} \sin(\omega t - \frac{\pi}{2}) \left(x^2 - q^2 \frac{k^3 - (k-1)^3}{3} \right)$$

односно

$$j_{vx} = -\alpha^2 J_s \sqrt{2} \left(x^2 - q^2 \frac{k^3 - (k-1)^3}{3} \right) \sin(\omega t - \frac{\pi}{2})$$

где је

$$\alpha^2 = \frac{\omega}{2} \mu_0 \frac{p n}{\rho h'} = \frac{\pi \mu_0 f}{\rho} \frac{p}{h'} n$$

Фазор густине струје J_{vx} је функција координате x ; његова ефективна вредност износи

$$J_{vx} = \alpha^2 J_s \left(x^2 - q^2 \frac{k^3 - (k-1)^3}{3} \right)$$

$$J_{vx} = \alpha^2 J_s \left(x^2 - q^2 \frac{(k - (k-1))(k^2 + k(k-1) + (k-1)^2)}{3} \right)$$

$$J_{vx} = \alpha^2 J_s \left(x^2 - q^2 \frac{(k^2 + k^2 - k + k^2 - 2k + 1)}{3} \right)$$

$$J_{vx} = \alpha^2 J_s \left(x^2 - q^2 \left(k^2 - k + \frac{1}{3} \right) \right)$$

$$J_{vx} = \alpha^2 J_s \left(x^2 - q^2 k(k-1) - \frac{q^2}{3} \right)$$

и он је фазно померен за $\pi/2$ у односу на фазор густине струје \underline{J}_s . На слици 4.5 в) је приказана промена промена J_{vx}/J_s ; прецизније, није приказана ефективна вредност J_{vx} , већ је уважена и промена знака услед промене знака чиниоца $\left(x^2 - q^2 \frac{k^3 - (k-1)^3}{3} \right)$. Ефективна вредност резултантне густине струје, која је релевантна за губитке, због фазног помераја између фазора \underline{J}_{vx} и \underline{J}_s од $\pi/2$, износи

$$J_x = \sqrt{J_s^2 + J_{vx}^2}$$

На слици 4.5 г) је приказана промена промена J_x/J_s .

Опција примене FEM метода и софтвера и решавања Максвелових једначина:

За одређивање неравномерности струја по пресеку проводника и одређивање последичних додатних губитака, може се користити и други приступ, преко решавања Максвелових једначина. У том приступу, поступак садржи два дела. Први део је одређивање расподеле магнетног поља, полазећи од равномерне расподеле струје по попречном пресеку проводника (равномерно се расподељује спољна струја, односно струје која протиче ка мрежи). Други део је одређивање снаге додатних губитака у проводнику полазећи од вредности магнетног поља на спољашњој површи проводника. Расподела струје, на основу које се одређују губици, се добија решавањем Максвелових једначина по запремини проводника, са дефинисаним граничним условима (вредност поља на граничним површима). Примера ради, за проводник ширине $2q$, специфичне електричне проводности σ , при дубини продирања електромагнетног таласа δ ($\delta = \frac{1}{\sqrt{\pi f \mu_0 \sigma}}$), снага

губитака настала као резултат дејства аксијалног магнетног поља H_z (под претпоставком да је једнака на обе вертикалне граничне површи проводника) износи $P = \frac{H_z^2 (\sinh(2kq) - \sin(2kq))}{\sigma \delta (\cosh(2kq) + \cos(2kq))}$ (где је $k = 1/\delta$). У случају да је $2q \ll \delta$, важи $P = \frac{H_z^2 (2kq)^3}{6\sigma\delta}$. Постојање радијалне компоненте поља H_r (иста вредност на доњој и горњој хоризонталној површи проводника) доводи до снаге додатних губитака $P = \frac{H_r^2 (\sinh(2kp) - \sin(2kp))}{\sigma \delta (\cosh(2kp) + \cos(2kp))}$, у случају да је $2p \ll \delta$, $P = \frac{H_r^2 (2kp)^3}{6\sigma\delta}$.

Приметимо да не постоји магнетна симетрија по угаоној координати намотаја, односно да се расподела расутог магнетног поља разликује по угаоној координати. Највећа разлика постоји у делу намотаја који се налази испод горњег и доњег јарма (раван симетрије намотаја у средишњој равни магнетног кола - раван 1)) и у делу намотаја у равни симетрије намотаја управној на раван магнетног кола - раван 2). Ако би се намотај "поделио" на четири дела, средишња фаза тростубног трансформатора би имала две равни типа 1) и две равни типс 2), док би свака од две крајње фазе имала једну раван типа 1) и три равни типа 2) - расподела у равни магнетног кола у простору ван магнетног кола (између стуба крајње фазе магнетног кола и суда) слична расподели у равни 2). Могуће је вршити 3D прорачуне расутог магнетног поља, али то додатно усложњава прорачун и повећава рачунарске захтеве, због чега се из практичних разлога врше два 2D прорачуна поља (у равни 1) и равни 2)), а затим врши усредњавање губитака добијених на основу резултата 2D прорачуна поља - $(3 + 2 + 3)/(4 \cdot 3)$ према прорачуну губитака у равни 2) и $(1 + 2 + 1)/(4 \cdot 3)$ према прорачуну губитака у равни 1).

Укупни губици у сваком од проводника у k -тој колони ($k = 1, \dots, m$) су једнаки

$$\begin{aligned}
 P_{Cu} &= \iint di_x^2 dr = \iint (J_x dS)^2 \rho \frac{l_{sr}}{dS} = \iint J_x^2 \rho l_{sr} dS = \int_{(k-1)q}^{kq} J_x^2 \rho l_{sr} p dx \\
 P_{Cu} &= \int_{(k-1)q}^{kq} (J_s^2 + J_{vx}^2) \rho l_{sr} p dx \\
 P_{Cu} &= J_s^2 p q \rho l_{sr} + \int_{(k-1)q}^{kq} J_{vx}^2 \rho l_{sr} p dx \\
 P_{Cu} &= J_s^2 p q \rho l_{sr} + \int_{(k-1)q}^{kq} \left(\alpha^2 J_s \left(x^2 - q^2 k(k-1) - \frac{q^2}{3} \right) \right)^2 \rho l_{sr} p dx \\
 P_{Cu} &= J_s^2 p q \rho l_{sr} + \alpha^4 J_s^2 \rho l_{sr} p \int_{(k-1)q}^{kq} \left(x^2 - q^2 k(k-1) - \frac{q^2}{3} \right)^2 dx
 \end{aligned}$$

Губици у сваком од проводника у k -тој колони се могу изразити као збир Џулових губитака и допунских губитака услед вихорних струја, који су одређени првим и другим сабирком у претходном изразу, респективно:

$$P_{Cu} = P_J + P_{Cu\ dop}$$

Однос укупних према Џуловим губицима у сваком од проводника у k -тој колони износи

$$\frac{P_{Cu}}{P_J} = 1 + \frac{P_{Cu\ dop}}{P_J} = 1 + \frac{\alpha^4}{q} \int_{(k-1)q}^{kq} \left(x^2 - q^2 k(k-1) - \frac{q^2}{3} \right)^2 dx$$

Средња вредност повећања губитака услед вихорних струја се добија као средња вредност односа P_{Cu} / P_J у свих m колони - тај однос се назива средњи сачинилац повећања губитака (Филдов фактор):

$$k_f = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m \frac{P_{Cu\ k}}{P_J} = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m \left(1 + \frac{\alpha^4}{q} \int_{(k-1)q}^{kq} \left(x^2 - q^2 k(k-1) - \frac{q^2}{3} \right)^2 dx \right)$$

Решавањем интеграла, а затим сумирањем насталих редова, долази се до вредности средњег сачиниоца повећања губитака (Филдовог фактора).

Израз за вредност средњег сачиниоца повећања губитака (Филдов фактор), који представља однос укупних губитака у намотају и укупних Џулових губитака (Џулови губици се израчунавају као производ отпора намотаја једносмерној струји и квадрата ефективне вредности струје која протиче кроз намотај и мрежу на коју је он повезан) гласи

$$k_f = 1 + (q \alpha)^4 \frac{m^2 - 0,2}{9}.$$

Уводећи ознаку:

$$\xi^2 = (q \alpha)^2 = q^2 \frac{\pi \mu_0 f}{\rho} \frac{p}{h' n}$$

и занемарујући сабирак 0,2 за $m \geq 4$ добија се:

$$k_f = 1 + \xi^4 \frac{m^2}{9}. \quad (4.6)$$

Ради лакше дискусије, ставиће се $n p \approx h'$, па ће се имати за релативно повећање губитака:

$$\Delta k_f \approx \left(\frac{\pi \mu_0 f}{\rho} \right)^2 \frac{m^2 q^4}{9}. \quad (4.7)$$

Одавде се лако закључује:

– повећање губитака јако расте (са четвртим степеном) димензије q , тј са ширином проводника;

– оно је сразмерно квадрату фреквенције (слично је већ било нађено код вихорних струја у лимовима магнетских кола);

– оно је обрнуто сразмерно квадрату специфичног отпора ρ , одакле следе два закључка:

- (1) Губици услед вихорних струја су већи за бакар него за алуминијум
- (2) Насупрот Џулових губитака, који расту са порастом температуре (услед пораста специфичне електричне отпорности са порастом температуре), допунски губици (губици услед вихорних струја) опадају са порастом температуре.

Једноставним тражењем минимума укупних губитака може се наћи критична ширина q проводника. Ако конструктор, тежећи смањењу губитака у бакру, повећава пресек проводника узимајући све већу ширину q , активна отпорност ће се смањивати, али то неће бити случај са укупним губицима снаге; после прекорачења критичне ширине q , укупни губици неће опадати, већ расти! За ту критичну ширину удео губитака услед вихорних струја износи 33%.

За случај проводника округлог пресека може се на сличан начин израчунати Филдов фактор и добити:

$$k_{f(0)} \approx 1 + \xi_0^4 \frac{m^2}{19,4}, \quad (4.8)$$

где је:

$$\xi_0^2 = \frac{\pi d^2}{4} \frac{4 d n \mu_0 f}{\rho h'} = \frac{\pi \mu_0 f d^3}{\rho h'} n \quad (4.9)$$

а d пречник изоловане жице.

Из израза (А) и (Д) се може закључити да се максималне густине вихорних струја јављају до зазора између примарног и секундарног намотаја, па се ту јављају и највећи губици и највећа генерисана топлота која доводи до загревања проводника.

Треба поновити да је за вредност додатних губитака меродавна ширина проводника (q) у којој се могу развијати вихорне струје; уколико се примењује проводник сачињен од снопа тањих проводника који су међусобно изоловани (СТС), q представља ширину једног танког проводника.

Читаво извођење у поглављу 4.3. се односи на намотај примара. Слична разматрања се могу спровести за намотај секундара, код кога магнетна индукција расутог поља опада од максималне вредности до нуле како се иде од унутрашњег до спољашњег пречника намотаја.

4. 4. СТЕПЕН ИСКОРИШЋЕЊА СНАГЕ

Степен искоришћења представља однос корисне (излазне) P_2 и утрошене (улазне) P_1 снаге. Разлика улазне и излазне снаге представља снагу генерисања топлоте (ΣP_g), која изазива загревање трансформатора.

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_2}{P_2 + \Sigma P_g} = \frac{P_1 - \Sigma P_g}{P_1}. \quad (4.10)$$

Као номинална снага трансформатора дефинише се његова привидна снага. С обзиром да трансформатор по правилу ради при номиналном напону или вредности напона блиској номиналној, номинални режим рада се може дефинисати и као рад са струјом једнаком номиналној. Из наведених разлога и степен оптерећења трансформатора (β) се може исказати као

однос струје секундара и номиналне струје секундара, или као однос привидне снаге секундара и номиналне привидне снаге секундара:

$$\beta = \frac{I_2}{I_{2n}} = \frac{U_{2n} I_2}{U_{2n} I_{2n}} = \frac{S}{S_n}$$

Корисна (активна) снага је једнака производу привидне снаге и фактора снаге ($\cos \varphi$) оптерећења (на секундарној страни трансформатора), тако да је степен искоришћења снаге једнак

$$\eta = \frac{\beta S_n \cos \varphi}{\beta S_n \cos \varphi + P_{Cu} + P_{Fe}} \quad (4.11)$$

Приближно се може сматрати да су губици у гвожђу (P_{Fe}) једнаки губицима у празном ходу (P_0); ово није сасвим тачно јер губици у гвожђу зависе од магнетне индукције B_m , која зависи од E , која опада са порастом оптерећења. За губитке у баку се приближно узима да су једнаки губицима одређеним у огледу кратког споја, прерачунатим на средњу температуру намотаја од 75°C , помноженим са квадратом степена оптерећења трансформатора (β). На овај начин се занемарује промена специфичне отпорности намотаја услед промене температуре која се мења са променом степена оптерећења трансформатора β .

$$\eta = \frac{\beta U_{2n} I_{2n} \cos \varphi}{\beta U_{2n} I_{2n} \cos \varphi + \beta^2 P_{k75} + P_0} \quad (4.12)$$

Прерачунавање губитака измерених у огледу кратког споја на средњу температуру намотаја од 75°C се врши на следећи начин.

Нека се оглед кратког споја изводи на температури ϑ_1 . Тада, за трофазни трансформатор, важи

$$P_k(\vartheta_1) = P_{DC}(\vartheta_1) + P_d(\vartheta_1) = 3(R_1(\vartheta_1) + R_2'(\vartheta_1))I_1^2 + P_d(\vartheta_1)$$

R_1 и R_2' отпор примара и отпор секундара сведена на примар, мерени једносмерном струјом на при температури намотаја ϑ_1 . Из измерене вредности губитака у огледу кратког споја при температури ϑ_1 ($P_k(\vartheta_1)$) и израчунате вредности $P_{DC}(\vartheta_1) = 3(R_1(\vartheta_1) + R_2'(\vartheta_1))I_1^2$, добија се $P_d(\vartheta_1)$, а из њих вредности компоненти DC и додатних губитака при температури 75°C :

$$P_{DC}(75^\circ\text{C}) = P_{DC}(\vartheta_1) \frac{235 + 75}{235 + \vartheta_1}$$

$$P_d(75^\circ\text{C}) = P_d(\vartheta_1) \frac{235 + \vartheta_1}{235 + 75}$$

па је

$$P_k(75^\circ\text{C}) = P_{DC}(75^\circ\text{C}) + P_d(75^\circ\text{C})$$

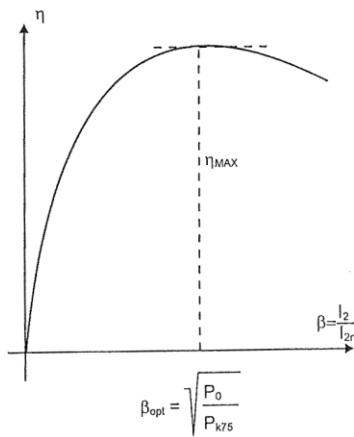
Приметимо да је коефицијент температурне зависности за губитке услед вихорних струја једнак реципрочној вредности коефицијента зависности за губитке у намотају услед једносмерне струје.

Максимум степена искоришћења снаге, као функције степена оптерећења трансформатора (β) се налази изједначавањем извода степена искоришћења (израз (4.12)) по β са нулом ($d\eta / d\beta = 0$):

$$\beta U_{2n} I_{2n} \cos \varphi + \beta^2 P_{k75} + P_0 - \beta (U_{2n} I_{2n} \cos \varphi + 2\beta P_{k75}) = 0$$

што даје:

$$\beta^2 P_{k75} = P_0 \quad (4.15)$$



Слика 4.9.

Максимум степена искоришћења снаге наступа кад губици у бакру постану једнаки губицима у гвожђу. Према томе, пошто конструктор може да изабере вредност P_{k75}/P_0 у прилично широким границама (на пример избором густине струје и густине флуksа), максимум η се може постићи при жељеном релативном оптерећењу β . За трансформаторе

који раде 24 часа дневно под пуним оптерећењем очигледно треба да је $\beta_{\text{opt}} = 1$, а за оне из градске дистрибутивне мреже, који раде под пуним оптерећењем само неколико часова дневно, средње релативно оптерећење је $\beta_{\text{SR}} < 1$.

Оптерећење при коме се достиже максимум степена искоришћења не зависи фактора снаге. Са друге стране, вредност максималног степена искоришћења зависи од фактора снаге (видети израз (4.12)) и његов апсолутни максимум се достиже за фактор снаге $\cos \varphi = 1$ и за оптерећење $\beta_{\text{opt}} = \sqrt{P_0 / P_{k75}}$.

С обзиром на то да је дијаграм оптерећења у току дана, и у току године, веома променљив, не могу се дати на основу досадашњих разматрања никаква општа правила о томе како треба распоредити губитке да би *сīейен искоришћења енергије* (у току године) η_G био максималан. Као оријентација може се рећи да ће степен искоришћења енергије:

$$\eta_G = \frac{\int_0^{IG} P(t) dt}{\int_0^{IG} P(t) dt + \int_0^{IG} P_g(t) dt} \quad (4.16)$$

бити виши ако максимум степена искоришћења снаге (η_{max}) не наступи при номиналном, већ при неком мањем оптерећењу. Дакле, треба да буде $\beta_{max} < 1$, а искуство показује да практична доња граница до које се спушта β_{max} износи 0.4 (ово зависи од облика дијаграма оптерећења, као и од односа максималне и номиналне снаге трансформатора). Вредности $\beta_{max} = 0.4$ одговара однос губитака у гвожђу према губицима у намотају 0.16.

Треба имати на уму да је степен искоришћења снаге само један од практичних аспеката. Било како да је конструисан, односно како год да је оптимизован однос губитака у гвожђу и у намотајима, трансформатор мора да има укупне губитке испод гарантованих, као и порасте температура испод гарантованих. Следећи суштински аспект у вези са овим је цена трансформатора, приближно одређена количином утрошеног материјала. Суштина је да се укупни трошкови (трошкови израде и цена изгубљене енергије током експлоатације трансформатора) минимизирају. Додатни аспект који треба имати у виду је да по правилу оптерећење трансформатора у електроенергетском систему расте у времену (пораст потрошње због прикључења нових потрошача), тако да се оптерећење често мења у односу на првобитно предвиђено (опција да се граде нове трансформаторске станице постоји, али постоји јак тренд да се снага оптерећења трансформатора постојећих трансформатора повећава како се не би улазило у инвестиције изградње).

4. 5. Мере за повећање енергетске ефикасности

С обзиром на општи тренд постизања енергетске ефикасности, који подразумева пре свега смањење губитака енергије као паразитног ефекта при конверзији енергије или при обављању неког технолошког процеса, потребно је продискутовати које могућности постоје код трансформатора.

Једна од "вечитих идеја" је остварити супрапроводност намотаја, односно применити такве материјале и охладити их на толико ниске температуре да им отпор падне на тако малу вредност да губици у намотајима постану занемарљиви. Ово је изводљиво, али стање технологије, цена оваквог постројења и његова комплексност, па самим тим и тешко одржавање и постизање поузданости, нису довели до њихове значајније примене у пракси. Не треба заборавити и утрошак енергије постројења за добијање течног хелијума или азота као расхладног средства (њихова температура се мора одржавати близу температуре апсолутне нуле; развојем савремених материјала повећава се температура при којој се постижу супрапроводна својства, али је она и даље веома ниска). Поред температуре, услов за постизање супрапроводних својстава је да је јачина магнетног поља у коме се налази проводник испод граничне вредности за тип примењеног материјала.

Због наведених разлога, супрапроводни намотаји су још увек на нивоу пројеката и пилот постројења, и још увек се не налазе у значајнијој практичној употреби.

Следећа могућност је оптимизација броја трансформатора у паралелном раду: укључивањем већег броја трансформатора значи да се смањују губици у намотајима (они су сразмерни квадрату струје), а повећавају губици у магнетном колу. Пример: ако је оптерећење једног трансформатора β , губици износе

$$\beta^2 P_{k75} + P_0;$$

по укључењу другог трансформатора, односно при паралелном раду два трансформатора, губици би износили

$$2 \left(\frac{\beta}{2}\right)^2 P_{k75} + 2P_0 = \beta^2 \frac{P_{k75}}{2} + 2P_0$$

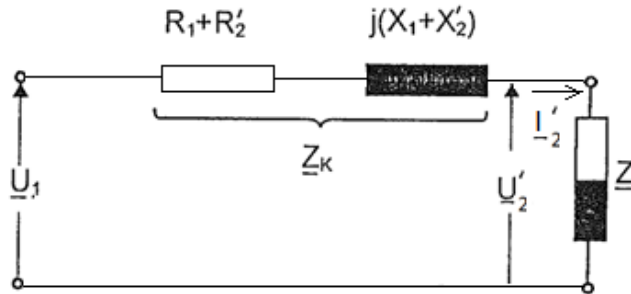
Наравно, повећање димензија трансформатора (повећање пресека магнетног кола, чиме се смањује магнетно поље и губици у језгру, или повећање пресека намотаја, чиме се смањује густина струје и губици у намотају), смањује изгубљену енергију, али повећава количину утрошеног материјала и цену трансформатора). Уколико корисник (купац) трансформатора захтева смањене губитке, на произвођачу је да их оствари, наравно уз минимални утрошак материјала, како би минимизирао трошкове производње трансформатора.

Једна од могућности да се повећа енергетска ефикасност, односно смањи изгубљена енергија, је да се топлота која се одводи са хладњака искористи за загревање просторија или загревање топле воде. Ова могућност не захтева компликоване техничке системе које би требало додати на стандардне елементе за хлађење трансформатора - посебно ако се користе стандардни хладњаци уље - вода. При томе је битно да се осигура да проток воде кроз хладњак и температура воде на уласку у хладњак остану у опсегу који гарантује снагу хлађења за коју је хладњак предвиђен, и то у свим радним режимима система у који из хладњака дотиче вода загрејана у хладњаку уље - вода. Примера ради, у зимском периоду, вода се може загревати у хладњаку уље - вода, загрејана вода цевима довести до размењивача топлоте вода - ваздух, а ваздух загрејан у том размењивачу топлоте користити за загревање просторија у згради електроенергетског постројења; вода охлађена у размењивачу топлоте вода - ваздух се цевима враћа на улаз хладњака уље - вода.

4. 6. Израчунавање промене напона

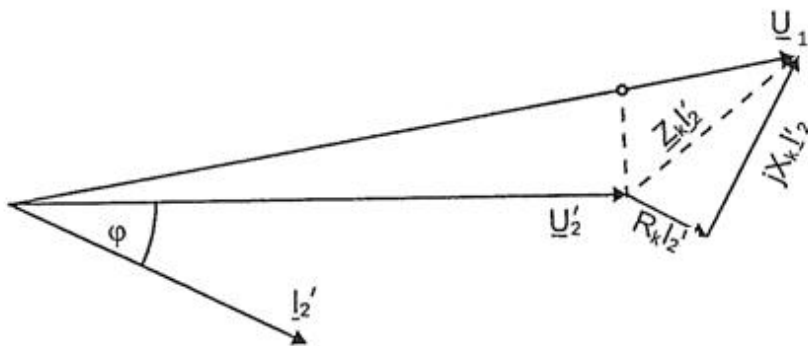
За понашање трансформатора као дела електроенергетске мреже битна је промена напона који се на њему јавља као резултат протицања струје. Најчешћи случај је да струја на секундару трансформатора има индуктивни карактер и тада на трансформатору долази до пада напона (напон на секундару сведен на примар је мањи од напона примара). Уколико струја има капацитивни карактер, сведена вредност напона секундара може да буде и већа од напона примара.

За прорачун промене напона може се користити потпуна еквивалентна шема. Код добро конструисаних трансформатора, међутим, струја у попречној грани је толико мала да практично нимало не доприноси тој промени напона. Стога се за ову сврху адмитанса попречне гране сме занемарити, те еквивалентна шема има сасвим једноставан изглед (сл. 4.10). На рад са импедансом оптерећења Z налази се само импеданса кратког споја трансформатора Z_k .



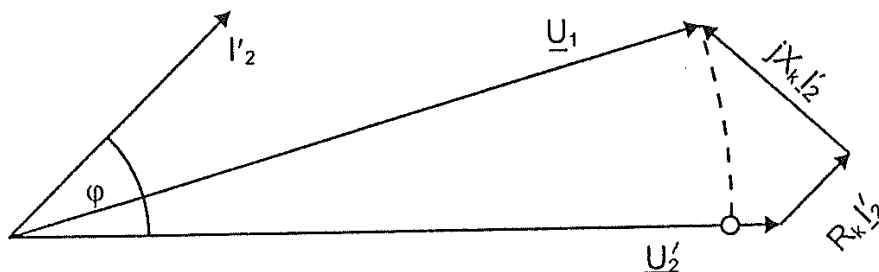
Слика 4.10.

На слици 4.11. приказан је фазорски дијаграм ове шеме, и то за индуктивни карактер оптерећења. Напон \underline{U}_1 добија се кад се напону \underline{U}_2 додају падови напона $R_k I_2'$ (у фази са струјом) и $X_k I_2'$ (у квадратури са струјом). Фазор промене напона је $Z_k I_2'$.



Слика 4.11

Кад је струја оптерећења капацитивна, фазорски дијаграм се нешто разликује (слика 4.12). Види се да је $|\underline{U}_1| < |\underline{U}_2'|$.



Слика 4.12

На основу фазорског дијаграма приказаног на слици 4.13 може се написати следеће ($\Delta u = u_1 - u_2'$):

$$\begin{aligned}
 u_2' + a &= u_1 \cos \theta \\
 u_1 - \Delta u + a &= u_1 \sqrt{1 - \sin^2 \theta} \\
 \sin \theta &= \frac{b}{u_1}
 \end{aligned}
 \tag{4.17}$$

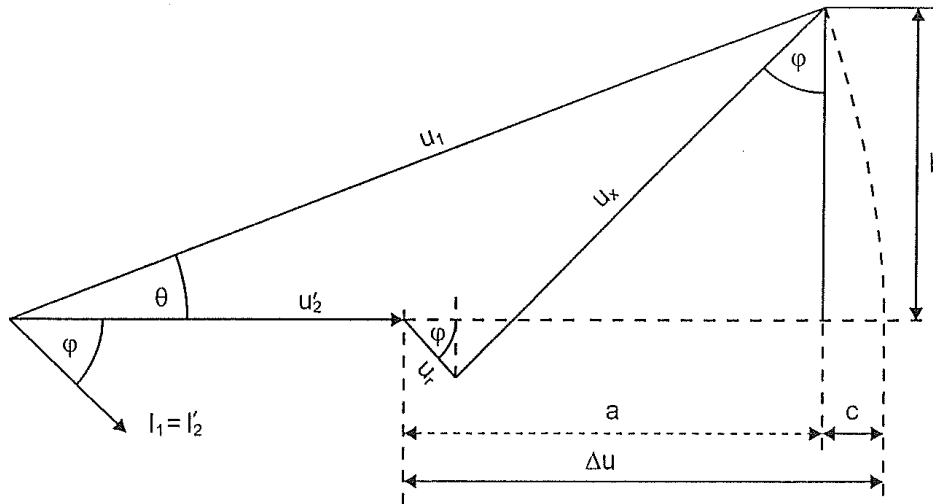
где је:

$$\left. \begin{aligned}
 a &= u_r \cos \varphi + u_x \sin \varphi \\
 b &= u_x \cos \varphi - u_r \sin \varphi
 \end{aligned} \right\}$$

$$\begin{aligned}
 u_r &= R_k I_2' \\
 u_x &= X_k I_2'
 \end{aligned}$$

Пошто су вредности u_r и u_x релативно мале (у односу на вредност U_2'), и вредност угла θ је мала, па се може извршити следећи развој у ред

$$\sqrt{1 - \sin^2 \theta} = 1 - \frac{\sin^2 \theta}{2}$$



Слика 4.13

Из (4.17) се добија:

$$\Delta u = u_1 - u_1 \left[1 - \frac{1}{2} \left(\frac{b}{u_1} \right)^2 \right] + a = a + \frac{1}{2} \frac{b^2}{u_1}
 \tag{4.18}$$

У великом броју практичних случајева (поготову код већих трансформатора, код којих је импеданса кратког споја јако индуктивна (u_x доста веће од u_r), као и за индуктивно оптерећење - $\sin \varphi > 0$) $b^2 / (2 u_1)$ је много мање од a , па се може занемарити, односно израз (4.18) свести на

$$\Delta u \approx a = u_r \cos \varphi + u_x \sin \varphi \quad (4.19)$$

Изрази (4.18) и (4.19) се могу написати и у процентуалним вредностима, тако што се поделе са номиналном вредношћу напона и помноже са 100. Израз (4.18) исказан у процентуалним вредностима (и то за случај да је вредност напона на примару једнак номиналном, $u_1 = u_{1n}$) гласи

$$100 \frac{\Delta u}{u_1} \approx 100 \frac{a}{u_1} + 100 \frac{1}{2} \frac{b^2}{u_1^2} \quad (4.20)$$

$$100 \frac{\Delta u}{u_1} \approx 100 \frac{a}{u_1} + \frac{1}{2} \frac{\left(100 \frac{b}{u_1}\right)^2}{100} \quad (4.21)$$

$$\Delta u_{\%} \approx a_{\%} + \frac{b_{\%}^2}{200} \quad (4.22)$$

Литература

[1] S.V. Kulkarni, S.A. Khaparde: "Transformer Engineering: Design and Practice ", CRC Press, 2004.

[2] S.A. Khaparde, S.V. Kulkarni : "Transformer Engineering : Design, Technology, and Diagnostics", 2nd Edition, ISBN: 1439853770 / 9781439853771, CRC Press, 2012.