GLAVA 1

FIZIČKI POJMOVI ELEKTROMEHANIČKOG PRETVARANJA ENERGIJE

Opšta pitanja koja se pojavljuju pri proučavanju bilo koje grupe tehničkih naprava jesu:

1. Kako one izgledaju?
2. Kako funkcionišu?
3. Koji su naučni i tehnički problemi povezani s njima?
4. Koje su oblasti i granice njihove primene i kakve su u poređenju s napravama koje im konkurišu?
5. Kako je sprovedena podrobna analiza njihovog rada?

Predmet ove knjige je da na ova pitanja odgovori za naprave koje služe za pretvaranje mehaničke energije u električnu i obratno.

Posebna pažnja je posvećena veoma rasprostranjenim i vrlo važnim elektromagnetnim rotacionim mašinama — motorima i generatorima, sa kojima se tako često srećemo u svakodnevnom životu. Pažnja je isto tako poklonjena širim aspektima elektromehaničkog pretvaranja energije ne samo zbog važnosti koju imaju ostali mehanizmi, koji se razlikuju od rotacione mašine, već i radi što bolje preglednosti.

Pažnja je posvećena i transformatoru koji u celini problema pretvaranja energije predstavlja važno pomoćno sredstvo iako nije mašina za elektromehaničko pretvaranje energije. Sem toga, njegove analitičke pojedinosti stoje u mnogom pogledu u tesnoj vezi sa analitičkim pojedinostima motora i generatora. Saznanja o ponašanju transformatora imaju prema tome i tu dobru stranu da služe kao dopuna proučavanju mašina.

Strogo uzev, potpuni odgovori na bilo koje od pet gornjih pitanja uslovljeni su proučavanjem cele knjige. Ta pitanja se mogu postaviti na raznim tehničkim nivoima. Više ili manje površni odgovori podešeni za laike, ne zadovoljavaju inženjera u onoj meri koja odgovara njegovoj prethodnoj spremi. Verovatno je najteže dati odgovor na drugo pitanje, o tome kako naprave funkcionišu, jer su svi ostali odgovori tesno povezani sa ovim. Naposletku, odgovor se mora nadovezati na izvesnu prirodnu pojavu i izvestan eksperimentalan prirodni zakon. Međutim, prostim navođenjem pojave ili zakona ne dobiva se nipošto potpuna slika. Opšta povezanost sa srodnim pojavama, razmatranje izvesnog broja različitih gledišta i svestrano poznavanje pojedinosti kojima su prividno proste fizičke osnove povezane sa rafiniranim oblicima moderne analitičke teorije, sve je to neophodno za pravilno shvatanje. Krajnji cilj nije samo da se postigne intuitivno dobro poznavanje postojećih naprava već i da se, gde god je mogućno, postave kriterijumi pomoću kojih se mogu ceniti predložena novaštva.

Prema tome, glavni zadatak prve tri glave je da se ispita kako funkcionišu naprave za elektromehaničko pretvaranje energije. Ova uvodna glava daje kratak fenomenološki pregled praktičnih sredstava za elektromehaničko pretvaranje energije, a zatim osnovni prikaz konstrukcije i principa rada običnih elektromagnetnih mašina. Ona se završava kratkim prikazom toga kako ćemo postupati u daljem ispitivanju osnovnih principa u sledećim dvema glavama i u detaljnim analitičkim studijama u glavama koje im sleduju.

1—1. Elektromehaničko pretvaranje energije. Uopšte uzev, naprava za elektromehaničko pretvaranje energije je veza između nekog električnog i nekog mehaničkog sistema. Pogodnom spregom oba sistema omogućuje se pretvaranje energije iz električnog oblika u mehanički ili iz mehaničkog u električni oblik. U napravi koja radi kao *generator* mehanički sistem isporučuje posredstvom te naprave energiju električnom sistemu; u napravi koja radi kao *motor* električni sistem isporučuje posredstvom naprave energiju mehaničkom sistemu. Proces je suštinski reverzibilan premda se izvestan deo energije nepovratno pretvara u toplotu; svaki motor se može podesiti da radi kao generator, a svaki generator se može podesiti da isporučuje mehanički rad kao motor.

Sprega između električnog i mehaničkog sistema ostvaruje se posredstvom polja električnih tovara. Uopšte uzev prisutna su oba polja, i električno i magnetno, a nagomilavanje energije u ovim poljima neizbežno je povezano s pretvaranjem energije. Energija se u sprežnom polju naprave može menjati ili težiti da se promeni u toku procesa pretvaranja energije. U stvari, može se reći da u težnji energije u sprežnom polju da se oslobodi i da izvrši rad leži razlog postojanja sprege između električnog i mehaničkog sistema.

Elektromehaničko pretvaranje energije zavisi, prema tome, od postojanja prirodnih pojava kojima su međusobno povezana, s jedne strane, magnetno i električno polje i, s druge strane, mehanička sila i kretanje. Najvažnije pojave koje se praktično iskorišćuju su sledeće[1]):

1. Mehanička sila deluje na provodnik kroz koji protiče struja kad se ovaj nalazi u magnetnom polju i između kola koja provode struju posredstvom njihovih magnetnih polja. Proces pretvaranja energije je reverzibilan, jer se u kolu podvrgnutom kretanju kroz magnetno polje indukuje napon.

2. Mehanička sila deluje na feromagnetni materijal težeći da ga dovede u pravac magnetnog polja ili da ga odvuče na mesto gde je ono najgušće. Kad je magnetno polje stvoreno dejstvom namotaja kroz koji protiče struja, proces pretvaranja energije je reverzibilan zato što se kretanjem materijala prouzrokuje promena fluksa kroz namotaj, a usled ove promene fluksa u namotaju se indukuje napon.

3. Mehanička sila deluje na ploče opterećenog kondenzatora i na dielektrični materijal u električnom polju; obratno, kretanje ploča i dielektrikuma u odnosu na polje dovodi do promene bilo električnog tovara, bilo napona između ploča, ili do obe ove promene.

4. Izvesni kristali se malo deformišu kad na njih deluju električna polja u određenim pravcima, i obratno, kad se kristali deformišu, pojavljuje se električno opterećenje. Ova pojava je poznata pod imenom *pijezoelektrični efekt*. Iako je deformacija kristala izazvata dejstvom napona mala, mehanička sila koja ovu pojavu prati može biti veoma velika.

---

[1]) Prikaz svih poznatih metoda za pretvaranje energije u električni oblik i obratno dal su L. W. Matsch i W. C. Brown, Electric Power Sources, *Elec. Eng.*, vol. 66, str. 880-881, septembar 1947.

5. Većina feromagnetnih materijala podleže veoma malim deformacijama pod dejstvom magnetnog polja, i obratno, magnetne osobine ovih materijala menjaju se kad se oni podvrgavaju mehaničkim naprezanjima. Ova pojava se naziva *magnetostrikcija*. Kao i u slučaju pijezoelektričnog efekta, može se dobiti jaka elastična sila materijala pri svem tom što su promene dimenzija male.

Srećna je okolnost za inženjera da postoji više prirodnih pojava koje se mogu koristiti za elektromagnetna pretvaranja energije i da se u vezi s tim znatno povećava raznovrsnost i opseg primene električnih metoda. Elektricitet može da igra ulogu izvanredno prilagodljivog posrednika. Iako energiju u njenoj finalnoj upotrebi retko koristimo u obliku elektriciteta, mi je često pretvaramo u taj oblik. Električna energija se može prenositi i njom se može upravljati na relativno prost, pouzdan i efikasan način. Slab izvor električne energije može se podesiti tako da upravlja mnogo većim izvorom u izvesnoj srazmeri i da se na taj način postigne amplifikacija. Električne metode su iz tih razloga našle široku primenu u merenju neelektričnih veličina i njihovom regulisanju. U dizel-električnoj lokomotivi, na primer, mehanička energija se dobiva na vratilu dizelmotora, a i na osovinama točkova je mehanička energija potrebna. Između te dve tačke, međutim, ubacuju se električni generatori i motori za regulisanje i prenos energije, jer zaista pretvaračka oprema omogućuje da se karakteristika obrtni momenat — brzina dizelmotora prilagodi karakteristici obrtni momenat — brzina potrebnoj na osovini za optimalan rad voza. Čitav niz sličnih primera mogao bi se navesti u kojima se u krajnjoj liniji radi o pretvaranju mehaničke energije u električnu ili obratno.

U svojim tehničkim primenama, pet gore navedenih procesa za pretvaranje energije više se međusobno dopunjuju nego što konkurišu. Sa gledišta količine energije o kojoj se radi, najvažnija je rotaciona mašina, koja koristi prvu i drugu pojavu. Elektromotora ima po veličini počev od kepeca, sa snagom malog dela jednog vata, primenjenih u regulacionim mehanizmima instrumentnog tipa, pa do giganata od 65 000 KS, upotrebljenih u pumpnim postrojenjima i valjaonicama čelika. Električni generatori sa snagom preko 100 000 kW nisu neobični. Nasuprot tome, sprave zasnovane na pijezoelektričnom ili magnetostrikcionom efektu ograničene su na nivo snage ispod nekoliko vata. Tako, prema Cady-u[2]), za napajanje sijalice od 100 W strujom od 1 A, pri učestanosti 60 Hz, bila bi potrebna površina od 1 500 kvadr. stopa (oko 140 m^2) kvarcnoga kristala, složena u stub visok oko 10 stopa (oko 3 m) sačinjen od 1 500 tankih slojeva od po 1 stope u kvadratu (oko 0,1 m^2) podvrgnuta pulzacionoj sili od 100 tona.

Drugu važnu vrstu sprava za elektromagnetno pretvaranje energije predstavljaju one koje proizvode translatorna i vibraciona kretanja. Translatorne sprave uopšte mogu se zasnivati na primeni bilo koje od pet pomenutih pojava. Među onima u kojima se upotrebljavaju prve dve pojave su elektromagneti, releji i telefonske slušalice. Poslednje tri pojave primenjuju se uglavnom u oblasti translatornih i vibracionih sprava, naročito u spravama za proizvodnju ili detekciju mehaničkih ili akustičnih vibracija; primeri su mikrofoni, električni gramofoni i pobudni sistemi za uspostavljanje ultrazvučnih vibracija. Činjenica da ove naprave rade sa relativno malom snagom ne predstavlja neki njihov nedostatak, a u dinamičkim razmatranjima, naročito u pogledu maksimalnog prenosa snage i frekventne karakteristike, pokazuju se ove sprave kao vrlo povoljne.

U ovim izlaganjima uzećemo u obzir prvenstveno elektromagnetne rotacione mašine, i to kako teoriju ustaljenog stanja samih mašina, tako i dinamičku teoriju sistema u kojima se takve mašine nalaze. Mašina predstavlja najbolji specifični primer na kome se mogu prikazati rešenja problema pretvaranja energije. Već i

---

[2]) W. G. Cady, Nature and Use of Piezoelectricity, *Elec. Eng.*, vol. 66, str. 758-762, avgust 1947.

sami elementi dimenzija i koštanja mnogih motora i generatora zahtevaju najbrižljiviju i najpodrobniju analizu. U laboratorijska ispitivanja prototipova, koji bi odgovarali stvarnom postrojenju retko se može upuštati, jer bi to predstavljalo luksuz — inženjer mora biti na pravom putu nemajući mogućnosti da se koristi preimućstvima koje pruža potpuna generalna proba. Prema tome, nijedan plodan način analize ne sme biti zanemaren. Istovremeno bi trebalo imati na umu da se naša saznanja upotpunjuju i produbljuju kad elektromehaničko pretvaranje energije razmatramo u mnogo širem smislu, uviđajući da sve ovakve sprave imaju izvesne zajedničke osnovne osobine.

1-2. Rotacione mašine: osnova rada. U diskusiji i analizi rada fizičkih sprava, možemo se obično postaviti na više tačaka gledišta. Najprostije gledište vodi brzom, uprošćenom shvatanju izvesnih specifičnih osobina, ali je ono često ograničeno i ne otkriva nam potpuno opšte osobine zajedničke mnogim sličnim mašinama. Mnoga utančana i uopštena gledišta, koja se izgrađuju tek posle izvesnog iskustva u jednostavnijem pristupanju problemima, osvetljavaju opšte zajedničke osobine i najzad vode kako boljem razumevanju tako i pouzdanim merilima za optimalan rad mašina. U ovom odeljku razmotričemo primenu prve od pet pojava nabrojanih u odeljku 1-1, stavljajući se najpre na prosto gledište koje je tamo navedeno, a zatim na nešto opštije gledište magnetnog polja.

a. Tumačenje pomoću zakona Blv, Bli: Opštiju potvrdu činjenice da se u provodniku koji se kreće u magnetnom polju indukuje struja, predstavlja Faradejev zakon elektromagnetske indukcije, prema kome se u električnom kolu indukuje e. m. s. kadgod se menja ukupni magnetni fluks kroz kolo. Trenutna e. m. s. e data je izrazom

$$e = \frac{d\lambda}{dt} \tag{1-1}$$

gde je λ trenutna vrednost fluksa kroz kolo, a t vreme.

Jednačina 1-1 važi za svaki koherentan sistem jedinica. U ovim izlaganjima biće primenjen racionalizovani sistem jedinica MKS za sva teorijska izvođenja. Uopšte uzev, kad uz simbol ili jednačinu nisu navedene jedinice, podrazumevače se jedinice MKS; ponekad su upotrebljene specifične jedinice bilo radi isticanja bilo stoga što se odustalo od sistema MKS, kao pri izražavanju snage motora u konjskim snagama.

Za namotaj u kome fluks φ prolazi kroz svih N navojaka namotaja, ukupni fluks kroz kolo je $\lambda = N\varphi$, a jednačina 1-1 može se napisati

$$e = N\frac{d\varphi}{dt} \tag{1-2}$$

U stvari se jedan deo magnetnog polja, u praktičnim mašinama obično mali, prostire kroz prostor koji zauzimaju provodnici namotaja, i stoga obuhvata samo jedan deo od ukupnog broja navojaka. Pri izračunavanju ukupnog fluksa kroz kolo mora se tačno voditi računa o stvarnom fluksu koji prolazi kroz svaki navojak. Jednačine 1-1 i 1-2 mogu se međusobno zamenjivati kad se uzme da je dejstvo delimičnog fluksa kroz kolo uzeto u obzir definišući fluks kao

$$\varphi = \frac{\lambda}{N} \tag{1-3}$$

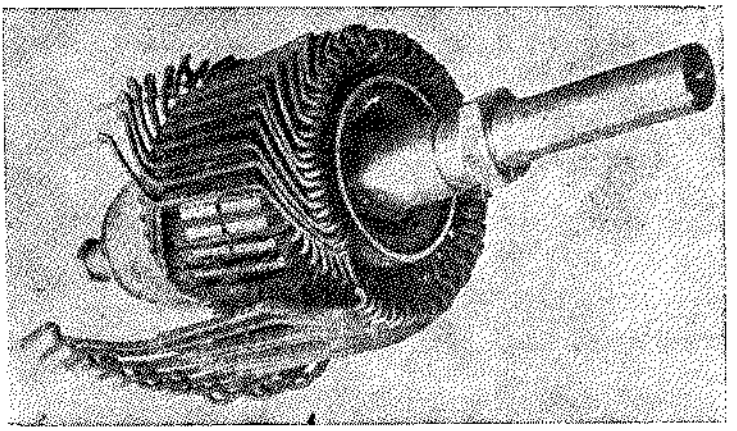
gde je φ prosečni fluks po navojku kroz kolo koji se može predstaviti kao ekvivalentni fluks koji prolazi kroz svih N navojaka namotaja i u kome je uzet u obzir deli-

mični fluks kroz kolo. U većini praktičnih mašina sa feromagnetnim jezgrom, dejstvo delimičnog fluksa je relativno malo.

Faradejevim zakonom kvantitativno je određen indukovani napon u električnim rotacionim mašinama. Naponi se indukuju u namotajima ili grupama namotaja bilo mehaničkim obrtanjem namotaja u magnetnom polju, bilo mehaničkim obrtanjem magnetnog polja pored namotaja; u oba slučaja ukupni fluks kroz pojedine kanure menja se periodično i tako se indukuje napon. Sl. 1-1 pokazuje namotavanje jedne kanure.

Sl. 1-1. Izrada induktnog namotaja na šablonu *(General Electric Company)*

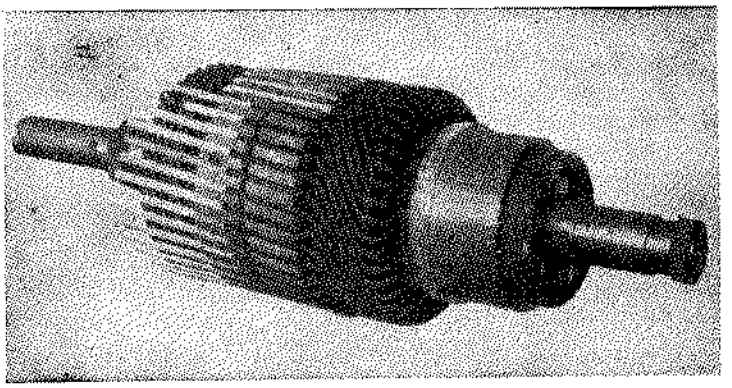
Grupa takvih kanura, međusobno povezanih tako da njihovi indukovani naponi svi doprinose željenom rezultatu, naziva se *induktni namotaj*. Induktne namotaje mašina za jednosmernu struju pokazuju sl. 1-2 i 1-3; indukt je obrtni deo mašine,



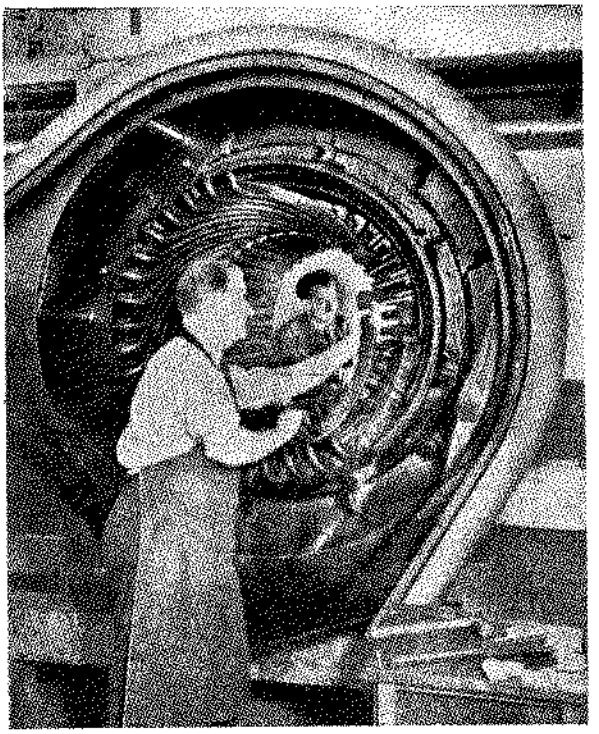
Sl. 1-2. Indukt motora ili generatora jednosmerne struje u toku namotavanja. Sve kanure su jednom stranom položene u donji deo žleba, a druga strana je spremna da se postavi u gornji deo žleba *(General Electric Company)*

ili *rotor*. Sl. 1-4 pokazuje induktni namotaj generatora naizmenične struje, *alternatora* ili *sinhronog generatora*. Ovde je indukt (armatura) nepokretni deo, ili *stator*.

Ove kanure su namotane na gvozdena jezgra da bi fluks kroz namotaje delovao što efikasnije. S obzirom da je gvožđe indukta izloženo promenljivom magnetnom fluksu, u njemu se indukuju vihorne struje; da bi se smanjili gubici usled

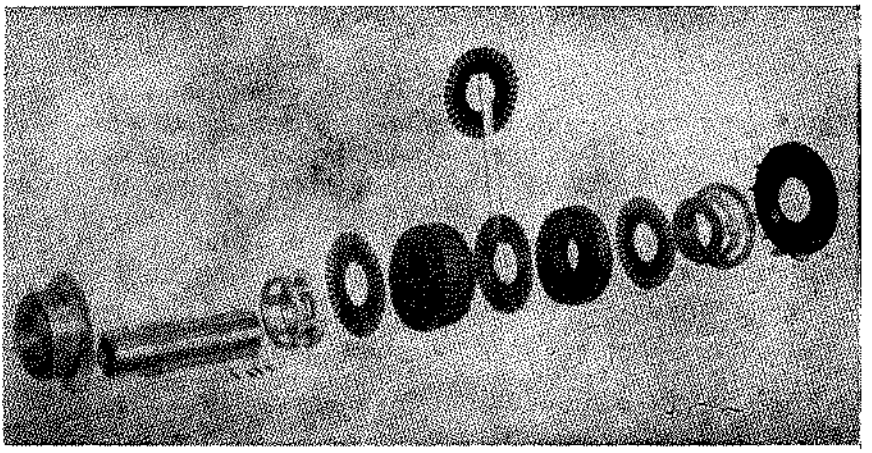


Sl. 1-3. Skoro dovršen indukt motora ili generatora jednosmerne struje. Kanure neki žlebni klinovi su postavljeni. Drugi žlebni klinovi su spremni da se nabiju u svoje ležište *(General Electric Company)*

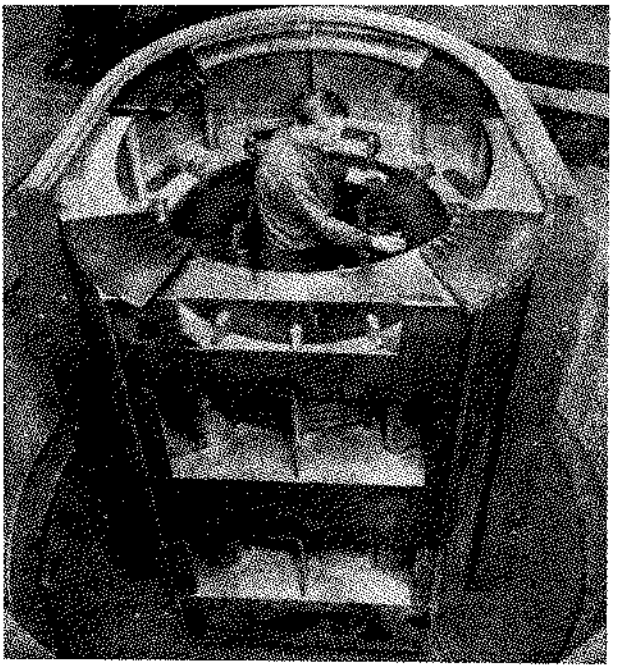


Sl. 1-4. Ugrađivanje induktnih namotaja u stator turboalternatora. Šablonske kanure se ubacuju u žlebove u limovima indukta *(General Electric Company)*

vihornih struja, gvožđe indukta se izrađuje od tankih limova (dinamolim) kao što se vidi na sl. 1-5 za indukt mašine za jednosmernu struju i na sl. 1-6 za indukt alternatora. Magnetno kolo se zatvara kroz gvožđe drugog dela mašine, a na taj deo se postavljaju pobudni kalemovi ili magnetni polovi da bi delovali kao primarni izvori fluksa u mašini. Slika 1-7 pokazuje šematski magnetno kolo mašine za jednosmernu struju a slika 1-8 magnetno kolo sinhrone mašine. Putanje fluksa su nazna-



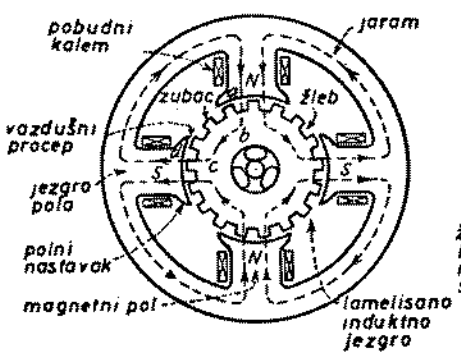
Sl. 1-5. Izgled rastavljenog indukta, bez namotaja, mašine za jednosmernu struju od 7,5 kW *(Allis Chalmers Manufacturing Company)*

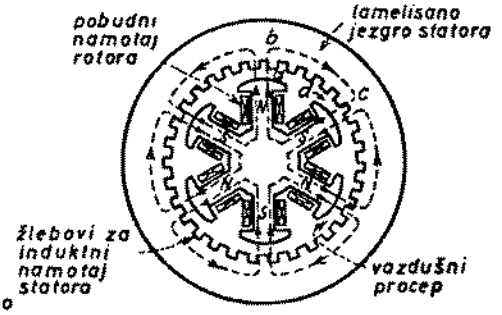


Sl. 1-6. Ugrađivanje gvožđa u stator alternatora. Limovi su naslagani na klinaste šipke zavarene na oklop *(General Electric Company)*

čene isprekidanim linijama, a putanja *abcda* je tipična za obe šeme. Konstrukcija magnetnih polova (stator) mašine za jednosmernu struju vidi se na sl. 1-9. Na sl. 1-10 vidi se jedan tip magnetnih polova (rotor) sinhrone mašine. Pobudni namotaji na sl. 1-7 do 1-10 su *koncentrisani namotaji,* napajani jednosmernom strujom. Induktni namotaji su skoro uvek *raspodeljeni namotaji* sa kanurama postavljenim po celom obimu indukta radi boljeg iskorišćenja prostora i materijala mašine.

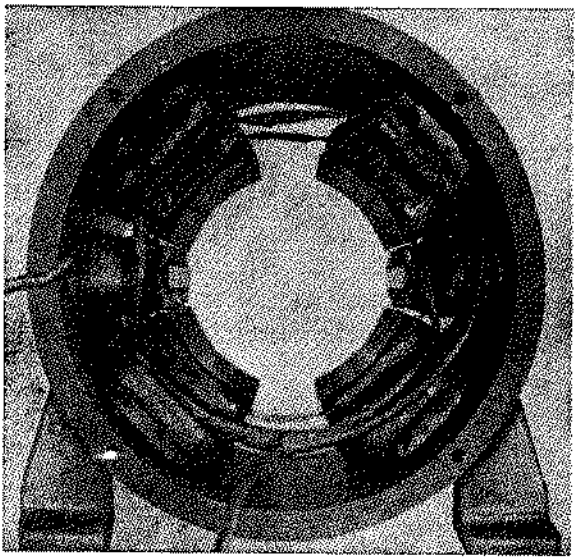
Radijalna raspodela u vazdušnom procepu fluksa stvorenog u namotajima indukta može se prikazati kad se, kao u nacrtnoj geometriji, omotač cilindra razvije.





Sl. 1-7. Šema mašine za jednosmernu struju Sl. 1-8. Šema sinhrone mašine s isturenim polovima

Raspodela fluksa u mašini za jednosmernu struju prema sl. 1-7 prikazana je na sl. 1-11, pri čemu je zanemaren uticaj žlebova indukta na ovu raspodelu. Crtež u dve dimenzije dovoljan je, jer su gustine iste u svim tačkama procepa u pravcu paralel-

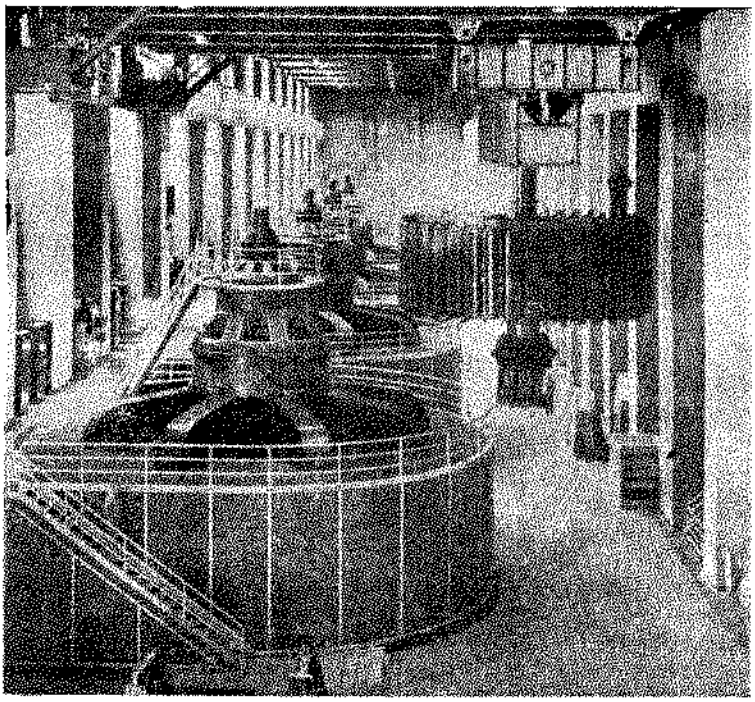


Sl. 1-9. Oklop statora, magnetni polovi i pobudni namotaji mašine za jednosmernu struju *(Westinghouse Electric Corporation)*

nom sa osovinom mašine, ukoliko se zanemari relativno neznatan ivični efekat fluksa na krajevima rotora i statora. Ordinata u ma kojoj tački ove krive daje indukciju u vazdušnom procepu u toj tački na obimu indukta. Prema tome, indukcije koje provodnici indukta presecaju kad se mašina obrće mogu se lako videti. Odgovarajuća slika za tipičnu mašinu za naizmeničnu struju imala bi krive približnije sinusoidnom obliku. Za većinu tipova generatora i motora u ustaljenom stanju, amplituda i oblik raspodele fluksa u vazdušnom procepu ostaju konstantni. Pod tim okolnostima jedini napon stvoren u induktu potiče od mehaničkog kretanja bilo indukta bilo magnetnog polja. Odnos između indukovanog napona i raspodele fluksa može se onda lako odrediti. Uzmimo da neki provodnik indukta sa sl. 1-11 ima linearnu obimnu brzinu v u odnosu na talas fluksa i da mu dužina paralelno osovini iznosi l. U izvesnom trenutku taj provodnik se nalazi u tački u kojoj je ordinata talasa fluksa B. U vremenu dt provodnik prebriše površinu $lv\,dt$. Promena fluksa obuhvaćenog induktom, koju izaziva ovo kretanje provodnika, je $Blv\,dt$. Saglasno jednačini 1-1, doprinos provodnika naponu stvorenom u induktu u tom trenutku je

$$e = Blv \tag{1-4}$$

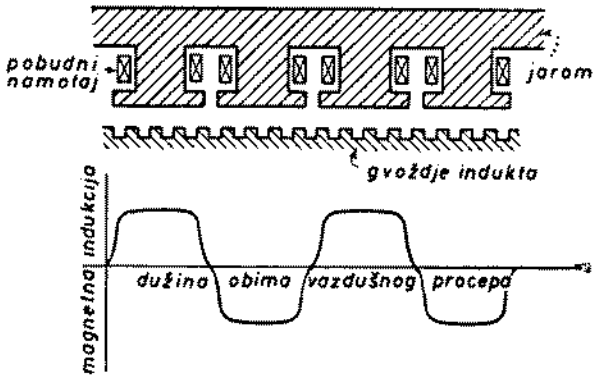
Ova e. m. s. se naziva *e. m. s. usled rotacije*. Trenutni napon celog indukta može se izračunati sabirajući algebarski napone svih rednih provodnika izračunatih po ovoj jednačini. Ovaj postupak tumačenja pomoću zakona Blv pruža nam, prema



Sl. 1-10. Opšti izgled jednog dela unutrašnjosti hidroelektrane Boulder Dam. Dve dizalice drže magnetni točak generatora od 82 500 kVA, 16 500 volti, 3 faze, 180 obr/min, 60 Hz, 40 polova *(General Electric Company)*

tome, prost i sistematski metod za odredivanje brzine promene ukupnog fluksa kroz namotaj kad su ove promene izazvate jedino mehaničkim kretanjem. Ovaj način će biti koristan za docniju analizu rotacionih mašina.

Jedan dopunski postupak, koji takođe može biti koristan, zasniva se na prostom izražavanju činjenice da je provodnik kroz koji protiče struja i koji se nalazi



Sl. 1-11. Razvijena šema indukta sa prikazom raspodele fluksa u vazdušnom procepu

u magnetnom polju izložen dejstvu mehaničke sile. Veličina sile koja dejstvuje na pravolinijski deo provodnika dužine l, upravnog na magnetno polje indukcije B, kad kroz provodnik teče struja i, jeste

$$F = Bli \tag{1-5}$$

Ako je r radijalno odstojanje provodnika od središta rotora, odgovarajući obrtni momenat je

$$M = Blri \tag{1-6}$$

Obrtni momenat koji odgovara celom namotaju je zbir obrtnih momenata pojedinih provodnika (ili strana kanure). Obrtni momenat proizveden ovakvim elektromagnetnim dejstvom naziva se *elektromagnetni obrtni momenat*. Elektromagnetni momenat, združen sa obrtanjem, stvara *elektromagnetnu snagu* pri čemu su odnosi između obrtnog momenta, snage i brzine isti kao u običnoj mehanici.

Jednačine 1-5 i 1-6 dobro su poznati izrazi iz elementarne fizike. Iako se zasad one smatraju eksperimentalno opravdanim, razmatranje akcije i reakcije u vezi sa bilo kojom vrstom pretvaranja energije navodi nas na pomisao da su one prirodna posledica principa održanja energije i odnosa Blv. Ovo ćemo izložiti u čl. 1-6b.

Imajući u vidu da su provodnici indukta uvučeni u žlebove na sl. 1-2 do 1-4, kao što je to na svim običnim mašinama, prirodno je upitati se da li bi sila i obrtni momenat bili isti kad bi provodnici bili u vazdušnom procepu i učvršćeni na površinu indukta. Ovo pitanje je tim pre na svome mestu ako se uzme u obzir da će veći deo fluksa predstavljenog indukcijom B prolaziti kroz gvozdene zupce umesto kroz nemagnetne žlebove. Odgovor glasi da su sila i obrtni momenat isti u oba slučaja, *ali kad su provodnici smešteni u žlebove, skoro ceo obrtni momenat dejstvuje na gvozdeno jezgro, a samo mali njegov deo dejstvuje neposredno na namotaj*. Kad bi obrtni momenat dejstvovao na namotaj, on bi se prenosio na telo gvozdenog jezgra vršeći pritisak na izolaciju između provodnika i zidova žleba; srećom izolacija ne mora da bude izložena ovom mehaničkom opterećenju[3].

[3]) Opis eksperimenata koji potvrđuje ove zaključke može se naći u članku: J. H. Morecroft and A. Turner, Forces on Magnetically Shielded Conductors, *J. AIEE*, vol. 48, str. 25-27, januar 1929; analitičko razmatranje, zasnovano na teoriji elektromagnetnog polja, dao je B. Hague u knjizi „Electromagnetic Problems in Electrical Engineering" str. 152-159, Oxford University Press, Njujork, 1929.

Razmatrajući stvari sa gledišta zakona *Blv* i *Bli*, dolazi se do zaključka da je rad generatora i motora zasnovan na fizičkim reakcijama kojima su izloženi provodnici smešteni u magnetnom polju. Kad između fluksa i provodnika postoji relativno kretanje, u provodniku se indukuje napon; kad kroz provodnik teče struja, on je izložen dejstvu izvesne sile. U vezi s ovim treba imati u vidu da se mašine čije su pojedinosti prikazane na sl. 1-1 do 1-11 uglavnom sastoje od dve garniture namotaja, jedne na statoru i druge na rotoru. Namotaj čija je osnovna namena da proizvede fluks je pobudni namotaj (ili induktor), a onaj u kome se indukuje napon je induktni namotaj.

Važna činjenica koju uvek treba imati na umu jeste da su pojave koje se odigravaju u obrtnoj mašini kad ona radi kao motor i kad radi kao generator zajedničke. I motori i generatori, kad rade, imaju provodnike kroz koje protiče struja i koji se nalaze u magnetnom polju, a kako provodnici tako i fluks kreću se odredenom brzinom jedni prema drugima. Tako se proizvode i obrtni momenat i napon usled rotacije. U stvari, posmatranjem samih namotaja ne bi se između generatora i motora u smislu željene radne funkcije mogla napraviti razlika dok se ne bi utvrdio pravac toka snage. U konstruktivnom pogledu, generatori i motori istog tipa razlikuju se samo u pojedinostima potrebnim za najbolje prilagodavanje mašine njenoj nameni; svaki motor ili generator može se upotrebiti za pretvaranje energije u oba smera.

Rezultantni obrtni momenat u generatoru je *otporni momenat* koji se protivi obrtanju. To je momenat koji pogonski motor mora da savlada, a to je i mehanizam preko koga se za veće odavanje električne snage zahteva veća dovedena mehanička snaga. U motoru, napon indukta usled rotacije dejstvuje nasuprot dovedenom naponu i naziva se *kontra e. m. s.* Sve ove postavke su specifični jasni izrazi reverzibilnosti koja karakteriše sve elektromehaničke procese pretvaranja energije. Zanimljiva primena ove reverzibilnosti je električno kočenje motora pri čemu motor deluje kao generator primajući mehaničku energiju od delova u pokretu i pretvarajući je u električnu energiju koja se uništava u otporniku ili vraća u mrežu. Na taj način električna lokomotiva na nizbrdici može pomoću dva vida pretvaranja energije da isporučuje jedan deo energije potreban drugoj lokomotivi na usponu.

Prirodno je, prema tome, očekivati da podrobne analize generatora i motora budu slične u suštini. Proučavanje proizvođenja obrtnog momenta u motoru predstavlja istovremeno proučavanje proizvođenja otpornog obrtnog momenta u generatoru; proučavanje proizvođenja e. m. s. u generatoru predstavlja istovremeno proučavanje proizvodnje kontra e. m. s. u motoru. Ova dva proučavanja predstavljaju osnovu analize mašina.

Primer 1-1. Raspodela fluksa u vazdušnom procepu donekle idealizovane dvopolne mašine ima pravougaoni oblik talasa prikazan u sl. 1-12. Fluks po polu je 0,01 Wb. Indukt se obrće brzinom od 1200 ob/min.

Položaj jedne kanure indukta u trenutku kad obuhvata najveći fluks pokazan je u *ab*. Pola obrtaja kasnije, kanura je u *a'b'*, gde opet obuhvata najveći fluks, ali u suprotnom smeru. Kanura ima četiri navojka i celo to vreme kroz nju protiče stalna struja od 10,0 A.

a) Neposrednom primenom Faradejevog zakona o indukciji izračunati napon kanure za vreme toga kretanja.

b) Izračunati napon kanure metodom *Blv*.

c) Izračunati električnu snagu koja se pojavljuje za vreme kretanja.

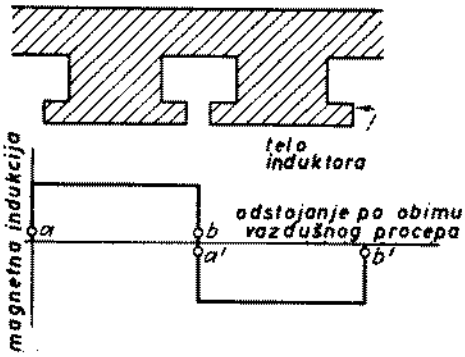
d) Odrediti mehanički obrtni momenat indukta usled elektromagnetnog dejstva.

e) Izračunati mehaničku snagu pod *d)* i uporediti je sa snagom pod *c)*.

Rešenje. a) Zbog pravougaone raspodele fluksa i jednolike brzine indukta fluks koji prolazi kroz kanuru menja se konstantnom brzinom u toku ovog perioda. Na polovini puta između *ab* i *a'b'*, na primer, fluks kroz kanuru je ravan nuli, tako da se ukupni fluks kroz kanuru menja od punog fluksa po polu do nule u jednoj četvrtini obrtaja. Prema jednačini 1-1, proizvedeni napon je

$$e = \frac{d\lambda}{dt} = \frac{4 \times 0{,}01}{1/4 \times (60/1200)} = 3{,}2 \text{ V}$$

Trenutni napon ostaje stalno na toj vrednosti u toku pola obrtaja.



Sl. 1-12. Kanura indukta u pravougaonoj raspodeli fluksa

b) Ako je l aksijalna dužina gvožđa indukta a r radijalno odstojanje od središta osovine do vazdušnog procepa, magnetna indukcija u vazdušnom procepu je

$$B = \frac{\text{fluks po polu}}{\text{površina po polu}} = \frac{0{,}01}{\pi l r}$$

Linearna brzina provodnika je

$$v = \frac{1200}{60} \times 2\pi r = 40\pi r$$

S obzirom da na obe strane kanure ima ukupno osam provodnika, proizvedeni napon, prema jednačini 1-4, je

$$e = 8 \times \frac{0{,}01}{\pi l r} \times l \times 40\pi r = 3{,}2 \text{ V}$$

c) Odgovarajuća električna snaga je

$$ei = 3{,}2 \times 10{,}0 = 32 \text{ W}$$

d) Obrtni momenat, izračunat po jednačini 1-6, je

$$M = 8 \times \frac{0{,}01}{\pi l r} \times lr \times 10{,}0 = \frac{0{,}8}{\pi} \text{ Nm}$$

e) Kad su obrtni momenti i brzina poznati, snaga se može dobiti iz izraza

Snaga $= 2\pi M \times$ (brzina u ob/sec)

$$= 2\pi \times \frac{0{,}8}{\pi} \times \frac{1200}{60} = 32 \text{ W}$$

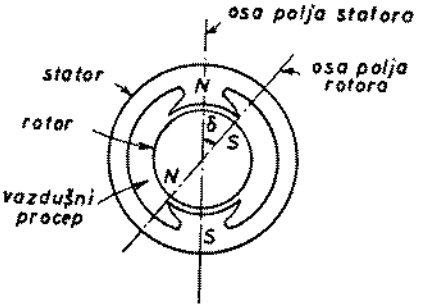
Ovaj rezultat je, naravno, jednak rezultatu pod *c)*, s obzirom da oba izražavaju činjenicu da je izvršeno elektromehaničko pretvaranje energije brzinom od 32 W.

Nigde u ovom primeru nije rečeno da li je mašina generator ili motor. Mogla bi biti ili jedno ili drugo. Kad je proizvedeni napon takvog polariteta da se suprotstavlja struji od 10,0 A, električna snaga se apsorbuje i mašina radi kao motor. Kad je proizvedeni napon takvog polariteta da dejstvuje u smeru struje od 10,0 A, mašina radi kao generator.

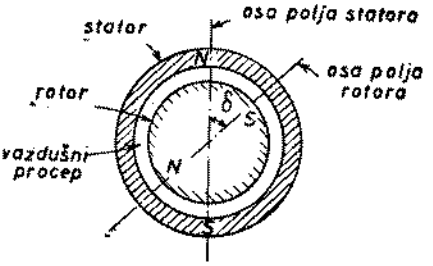
b. Tumačenje pomoću magnetnog polja. Drugo jedno gledište na elektromehaničko pretvaranje energije posredstvom magnetnog polja sastoji se u tome da se to pretvaranje smatra kao rezultat dva komponentna magnetna polja koja teže da se poravnaju tako da osa severnog pola jednog dela mašine bude direktno suprotstavljena osi južnog pola drugog dela mašine. Komponentna polja stvaraju namotaji na odgovarajućim delovima mašine. Fizički posmatrano, proces je isti kao kad bi se dva šipkasta magneta, koji se mogu okretati oko svojih središta na istoj osovini, poravnala tako da im ose budu paralelne a da im se suprotni polovi sučeljavaju. Ovo shvatanje može da bude često veoma korisno pri proučavanju proizvodnje obrtnog momenta mašina; ono je isto tako najpodesnije za razjašnjenje osnovnih karakteristika zajedničkih svima mašinama za elektromehaničko pretvaranje energije.

Struje u namotajima mašine stvaraju magnetni fluks u vazdušnom procepu između statora i rotora, pri čemu se magnetno kolo zatvara kroz gvožđe statora i rotora, kao što je prikazano u sl. 1-7 i 1-8. Ove okolnosti odgovaraju postojanju

magnetnih polova kako na statoru tako i na rotoru, a broj ovih polova zavisi od specifične konstrukcije namotaja. Ovi polovi su šematski prikazani na sl. 1-13 za veoma uprošćenu dvopolnu mašinu. Ose magnetnih polja naznačene ovde su magnetne ose pojedinih polova. Stator na sl. 1-13 je sa *isturenim polovima* (*tj.* polovima koji vire izvan cilindrične površine) a rotor s *neisturenim polovima* (*tj.* s potpuno cilindričnom površinom), mada mašine u praksi mogu imati neisturene polove bilo na rotoru, bilo na statoru, bilo i na rotoru i na statoru. Sl. 1-14 pokazuje jednu sličnu mašinu sa neisturenim polovima i na rotoru i na statoru; praktičan primer takve mašine je *turboalternator* (tj. generator naizmenične struje sa pogonom pomoću parne turbine), čiji stator je pokazan u sl. 1-4, a cilindrični rotor u sl. 1-15. Ose

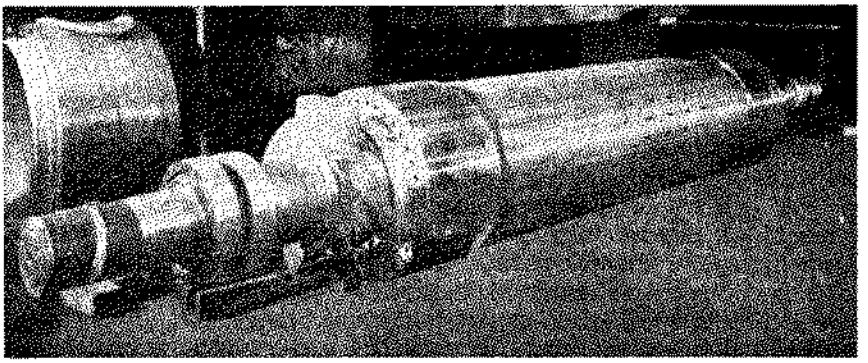


Sl. 1-13. Uprošćena dvopolna mašina s isturenim statorskim polovima. Osa polja rotora zavisi od električnih uslova u namotajima rotora



Sl. 1-14. Uprošćena dvopolna mašina s neisturenim polovima na rotoru i statoru. Ose polja zavise od električnih uslova u namotajima

ovih polja ne moraju ostati nepokretne u prostoru ili u odnosu na stator ili rotor, koja se činjenica možda može lakše prikazati na konstrukciji sa neisturenim polovima prema sl. 1-14. Kod nekih mašina ose ostaju nepokretne u prostoru, kod drugih, međutim, obrću se jednolikom ugaonom brzinom. Kod većine mašina koje ćemo proučavati fluks po polu ostaje konstantan pri ustaljenim uslovima rada.



Sl. 1-15. Dvopolni cilindrični rotor turboalternatora od 10 714 kVA, 7 500 kW, 13,8 kV, 3 faze, 60 Hz, 3 600 ob/min (*Allis-Chalmers Manufacturing Company*)

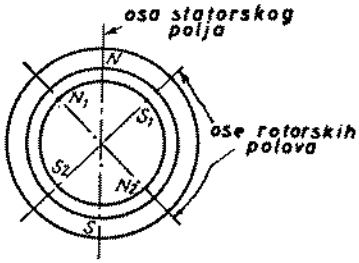
Obrtni momenat se proizvodi međusobnim dejstvom dva komponentna magnetna polja. U sl. 1-13 i 1-14, na primer, severni i južni pol rotora bivaju privlačeni od južnog i severnog pola odnosno odbijani od severnog i južnog pola sta-

tora, a iz čega proizlazi obrtni momenat na rotoru sa smerom obratnim smeru kazaljke sata. Treba imati u vidu da i na rotor i na stator deluje obrtni momenat iste veličine; obrtni momenat na statoru se prosto prenosi kroz postolje mašine u temelj, s obzirom da stator nije slobodan da bi se obrtao.

Veličina obrtnog momenta je srazmerna proizvodu jačina magnetnih polja, a zavisi i od ugla δ koji zaklapaju ose polja. Za dvopolne mašine se obrtni momenat stoga menja od nule za $\delta = 0°$ do maksimuma za $\delta = 90°$ i vraća na nulu za $\delta = 180°$, a zatim se ovaj poluciklus ponavlja u negativnom smeru za opseg od 180 do 360°. U glavi 3 je pokazano da je pri sinusoidnoj raspodeli fluksa u vazdušnom procepu (tj. kad se magnetna indukcija menja sinusoidno sa rastojanjem po obimu vazdušnog procepa) obrtni momenat srazmeran sinusu ugla δ; ovaj slučaj je za mašine naizmenične struje najčešći, a za mašine jednosmerne struje omogućuje kvalitativno tačne zaključke. Ugao δ se obično naziva *ugao obrtnog momenta* ili *ugao snage*.

Primer 1-2. Primenjujući tumačenje međusobnog delovanja magnetnih polja pokazati da se elektromagnetni obrtni momenat ne može ostvariti upotrebom četvoropolnog rotora u dvopolnom statoru.

Rešenje. Razmotrimo uprošćeni motor na sl. 1-12 sa dva pola na statoru i četiri na rotoru. Ose rotorskog polja zaklapaju proizvoljni ugao sa osom statorskog polja. Oba para polova na rotoru imaju jednake jačine da bi se izbegla neuravnotežena radijalna magnetna sila što bi dovelo do opterećenja ležišta i izazivalo vibracije.



Sl. 1-16. Uprošćena mašina s dvopolnim statorom i četvoropolnim rotorom

Na osi N_1N_2 pol N_1 izložen je privlačenju pola S i odbijanju pola N, čime se stvara obrtni momenat suprotan smeru kazaljke sata. Pol N_2 biva isto tako odbijan od pola N i privlačen od pola S, čime se stvara isti toliki obrtni momenat ali u smeru kazaljke sata. Prema tome, rezultantni obrtni momenat je ravan nuli. Slična situacija je i na osi S_1S_2, tako da rezultantnog elektromagnetnog obrtnog momenta nema.

Isti rezultat se dobiva razmatranjem ma koje kombinacije nejednakih brojeva rotorskih i statorskih polova. Prema tome, opšti zaključak glasi *da sve rotacione mašine moraju imati isti broj polova na statoru i na rotoru.* Ovaj zaključak važi isto tako i za generatore, jer ako se ne proizvodi otporni obrtni momenat, ne može biti ni reakcije na mehaničku pogonsku snagu pa ni pretvaranja energije.

Prema tome, pri radu motora i generatora, magnetna polja teže da se postroje, pol naspram pola. Kad se njihovo potpuno poravnanje sprečava dejstvujući na rotor mehaničkim obrtnim momentom iz nekog izvora mehaničke energije, nastupiće pretvaranje mehaničke energije u električnu — mašina radi kao generator. Kad se, naprotiv, njihovo potpuno poravnanje sprečava time što se obrtni momenat prenosi na neko mehaničko opterećenje na vratilu, nastaje pretvaranje električne energije u mehaničku — mašina radi kao motor. Dobija se predstava da rezultantno magnetno polje oba namotaja dejstvuje kao posredno skladište energije, koja odatle može teći bilo u pravcu električne energije raspoložive na krajevima mašine, bilo u pravcu mehaničke energije raspoložive na vratilu, u zavisnosti od uslova koje određuje uređaj povezan sa krajevima mašine i sa vratilom.

Prirodno je očekivati da će prilikom kvantitativnog formulisanja ovog razmatranja glavnu ulogu igrati energija nagomilana u magnetnom polju. Takva kvantitativna formulacija je data u glavi 2, gde je pokazano da se elektromagnetni obrtni momenat može izraziti kao brzina promene nagomilane magnetne energije prilikom ugaonog kretanja rotora. Analiza mašina izražena na taj način postaje određivanje za specifične oblike mašina ugaone brzine kojom se nagomilana magnetna energija menja kao funkcije napona i struja u namotajima, i obrtnih momenata i brzina vratila. Druga jedna kvantitativna formulacija, za mnoge svrhe neposrednija, zasnovana u suštini na Faradejevom zakonu i na principu konzervacije energije, data

je u glavi 3. Za ustaljeno stanje rada običnih elektromagnetnih rotacionih mašina dobijaju se, naravno, isti krajnji rezultati polazeći sa različitih posebnih gledišta; da će se ova gledišta do izvesne mere podudarati, može se prema tome očekivati u izlaganju dopunskih specifičnih pojedinosti.

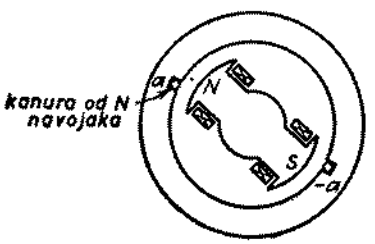
Izrazito preimućstvo gledišta magnetne energije sastoji se u tome da omogućuje kombinovanje prve dve od pet pojava navedenih u čl. 1-1. Sile koje teže da dovedu feromagnetni materijal u pravac najgušćeg dela polja mogu igrati važnu ulogu u mašinama s isturenim polovima, kao što su one na sl. 1-8 i 1-10. Ove sile su stvarno glavni radni mehanizam izvesnih malih motora, poznatih pod nazivom *reakcioni sinhroni motori* (ili *reluktantni motori*), a one su naravno i radne sile mnogih sprava sa translatornim kretanjem tipa elektromagneta sa pokretnim jezgrom. Njihovo prisustvo u izvesnim rotacionim mašinama samo ukazuje da pri određivanju magnetne energije treba uzeti u obzir i odgovarajući specifični geometrijski oblik gvožđa. Osim toga, gledište magnetne energije pruža potrebnu podlogu za konačno osnovno razumevanje prelaznih zbivanja u mašinama za pretvaranje energije, za razliku od prostijih pojava ustaljenog stanja kojima je posvećen veći deo ove knjige. Još veću važnost ima činjenica da ovaj postupak pomoću magnetne energije dozvoljava da se elektromagneme rotacione mašine povežu i uporede s drugim tipovima mašina za elektromehaničko pretvaranje energije.

1-3. Električni generatori. Videli smo da se u električnim generatorima vrši direktna primena Faradejevog zakona, s obzirom da je napon indukovan u kanuri ili namotaju određen vremenskom brzinom promene fluksa koji prolazi kroz taj namotaj. U generatorima kako naizmenične tako i jednosmerne struje, induktorski namotaji koji stvaraju fluks pobuđuju se iz izvora jednosmerne struje; ovaj odaje jednosmernu struju konstantne jačine stvarajući konstantan fluks u vazdušnom procepu i gvožđu mašine. Induktni namotaj je vezan za mrežu kojoj treba da se isporučuje električna energija. Kad se obrće bilo indukt bilo induktor, relativnim kretanjem indukta i fluksa proizvedenog strujom pobuđivanja prouzrokuju se periodične promene fluksa koji prolazi kroz namotaj i otuda dolazi do indukcije napona u induktnom namotaju.

Određeniji pojam o radu generatora može se dobiti razmatrajući indukovane napone u induktima veoma uprošćenih generatora naizmenične i jednosmerne struje. Ovakvo razmatranje je glavni predmet ovog odeljka. Prethodne kvantitativne pojedinosti su odložene za glavu 3.

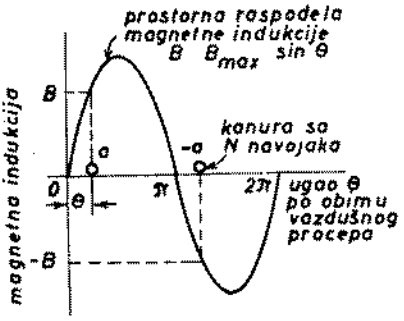
a. Sinhroni generatori (alternatori). S retkim izuzecima, induktni namotaj alternatora je na statoru, a pobudni namotaj je na rotoru, kome se pobudna struja dovodi preko *kliznih prstenova* pomoću *ugljenih dirki*. Klizni prstenovi se mogu videti na sl. 1-10 i 1-15. Konstruktivni obziri nalažu da se namotaji tako rasporede; pobudna struja je obično mnogo manja od struje indukta, te je povoljnije da na rotoru bude namotaj za manju struju i da se prelaženje velike struje preko kliznih kontakta izbegne.

Uprošćeni alternator je prikazan na sl. 1-17. Izabrana je dvopolna mašina, a istureni polovi su prikazani samo radi simboličnog predstavljanja. Induktni namotaj, koji se sastoji od jedne jedine kanure od N navojaka, naznačen je dvema svojim stranama a i $-a$ postavljenim na dijametralno suprotnim tačkama statora. Provodnici koji obrazuju ove strane namotaja paralelni su sa vratilom mašine. Rotor se okreće konstantnom brzinom n [ob/min] pomoću izvora mehaničke energije spojenog sa vratilom alternatora.

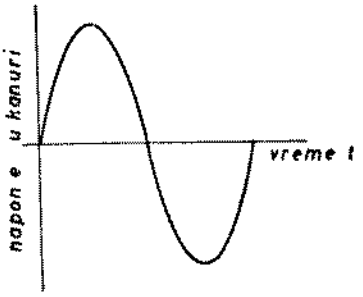


Sl. 1-17. Uprošćeni 2-polni sinhroni generator s induktnim namotajem od jedne kanure

Cilj je da se u namotaju indukta stvori sinusoidni naizmenični napon. Razmatranje jednačine *Blv*, 1-4, pokazuje da pri stalnoj brzini v kriva koja predstavlja napon u provodniku u zavisnosti od vremena ima isti oblik kao kriva magnetne indukcije u zavisnosti od rastojanja po obimu. Da bi se napon u provodniku menjao sinusoidno s vremenom t, magnetna indukcija B mora biti sinusoidna funkcija ugla θ kojim je određen položaj provodnika na obimu vazdušnog procepa. Promena magnetne indukcije u vazdušnom procepu praktično izvedenih alterna-



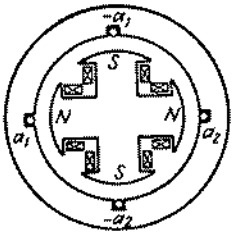
Sl. 1-18. Induktni namotaj u sinusoidnoj raspodeli fluksa



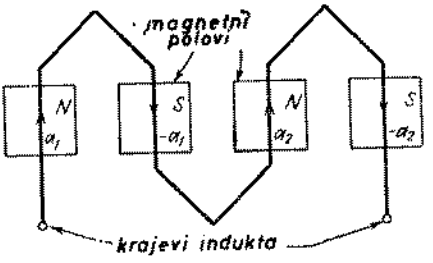
Sl. 1-19. Kriva napona u kanuri

tora može biti prilično bliska sinusoidnom obliku, kao što se vidi u razvijenom dijagramu na sl. 1-18. Kad se rotor okreće, sinusoidni fluks preseca strane namotaja a i $-a$. Stvoreni napon u namotaju (sl. 1-19) očigledno je funkcija amplitude krive magnetne indukcije i stalne brzine rotora.

Napon namotaja prolazi kroz kompletan ciklus vrednosti pri svakom obrtaju dvopolne mašine na sl. 1-17. Period naponskog talasa je, prema tome, $60/n$ sekundi, a njegova učestanost $n/60$ Hz. Dvopolni alternator mora zato da se okreće sa 3600 ob/min da bi proizveo napon učestanosti 60 Hz.



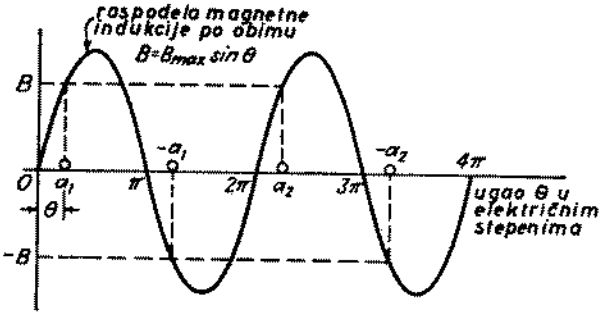
Sl. 1-20. Uprošćeni 4-polni jednofazni sinhroni generator



Sl. 1-21. Razvijena šema generatora sa sl. 1-20

Sinhrone mašine većinom imaju više od dva pola. Kao specifičan primer sl. 1-20 pokazuje veoma uprošćeni 4-polni jednofazni sinhroni generator. Induktni namotaj se ovde sastoji od dve kanure a_1,—a_1 i a_2,—a_2. Ove dve kanure su vezane na red svojim krajevima, kao što pokazuje sl. 1-21, na kojoj su dve kanure prikazane razvijene u ravan. U trenutku koji odgovara sl. 1-18, položaj četiri strane kanure u odnosu na krivu magnetne indukcije je pokazan u sl. 1-22. Kad mašina ima više od dva pola, uobičajeno je da se u početnom stadijumu teorijskih proučavanja posmatra radi uprošćenosti samo jedan par polova, a da se ima na umu

da električni, magnetni i mehanički uslovi u pogledu svih ostalih polnih parova predstavljaju u suštini ponavljanje uslova za par koji se proučava. Sa toga razloga je uobičajeno da se uglovi izražavaju u *električnim stepenima* ili *električnim radija-*



Sl. 1-22. Trenutni položaj kanura indukta u odnosu na sinusoidnu raspodelu fluksa

nima umesto u mehaničkim jedinicama. Smatra se da jedan par polova mašine sa p' polova obuhvata 360 električnih stepeni ili 2π električnih radijana, dok je, naravno, potrebno svih p' polova da bi se obuhvatilo 360 mehaničkih stepeni ili 2π mehanička radijana. Iz toga sleduje da je*),

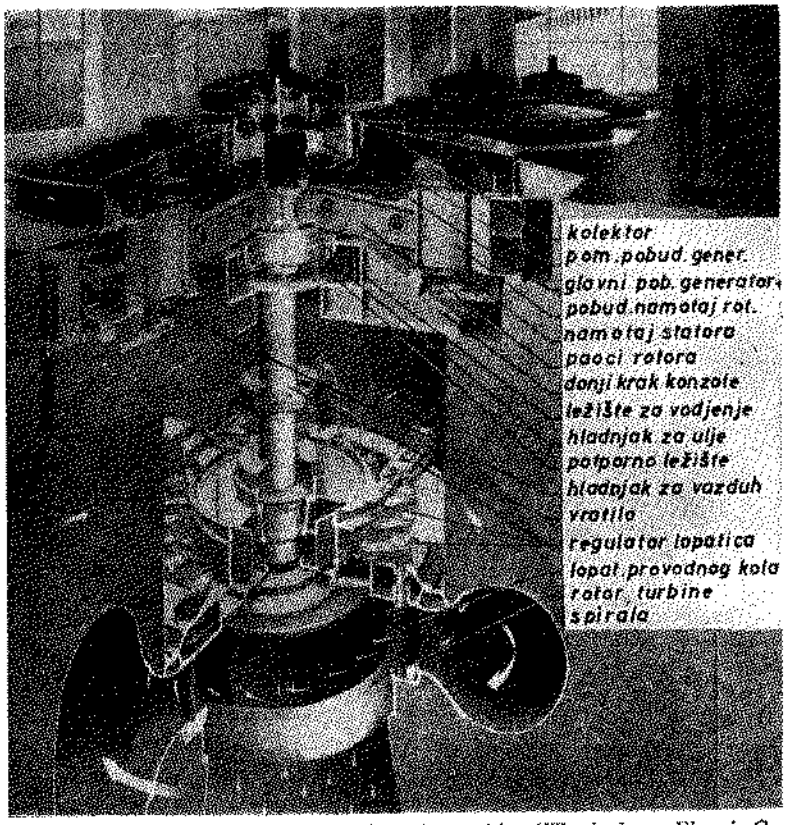
$$\text{Ugao u električnim jedinicama} = \frac{p'}{2} \times (\text{ugao u mehaničkim jedinicama}) \quad (1\text{-}7)$$

Prema tome, svaki navojak iz sl. 1-20 obuhvata 180 električnih stepeni ili polja ciklusa krive fluksa, baš kao što je to sa namotajem u sl. 1-17. Ovako postavljene kanure nazivaju se *dijametralne kanure* (ili kanure sa punim korakom). Napon kanure mašine sa p' polova prolazi kroz ceo ciklus vrednosti svaki put kad pored kanure prođe par polova, ili $p'/2$ puta za svaki obrt. Učestanost naponskog talasa je prema tome

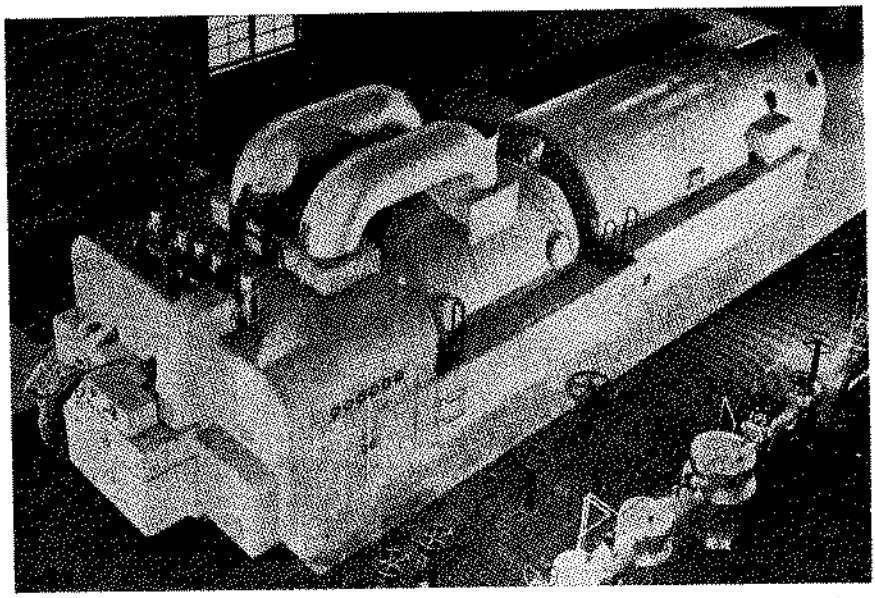
$$f = \frac{p'}{2}\frac{n}{60}\,[\text{Hz}] \quad (1\text{-}8)$$

Konstruktivni razlozi koji nalažu da neki sinhroni generatori imaju rotore sa isturenim polovima a drugi cilindrične rotore, mogu se bolje shvatiti pomoću jedn. 1-8. Većina energetskih sistema u Sjedinjenim Državama radi sa učestanošću od 60 Hz. Konstrukcije sa isturenim polovima su karakteristične za hidroelektrične generatore, jer hidraulične turbine imaju relativno malu brzinu obrtanja zbog čega je potreban srazmerno veliki broj polova da bi se postigla željena učestanost; konstrukcija sa isturenim polovima se mehanički bolje prilagođava za takav slučaj. Parne turbine, naprotiv, rade najbolje sa relativno velikim brzinama obrtanja, te su turbogeneratori obično dvopolne ili četvoropolne mašine sa cilindričnim rotorom. Izgled u preseku jednog tipičnog hidroelektričnog generatora pokazan je u sl. 1-23. Spoljni izgled jednog savremenog turbogeneratora prikazuje sl. 1-24.

*) U ovoj se knjizi operiše sa brojem polova p', a ne sa brojem parova polova p kako je to inače (i u evropskoj pa i u američkoj literaturi) uobičajeno. Stoga čitaoci moraju imati na umu da je $p' = 2p$. — Prim. red.

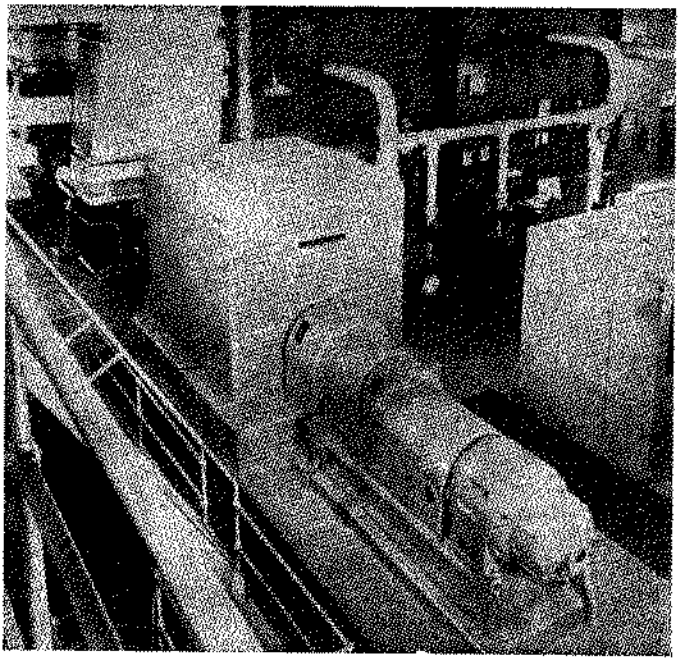


Sl. 1-23. Presek tipičnog generatora koji pokreće vodna turbina *(Westinghouse Electric Corporation)*

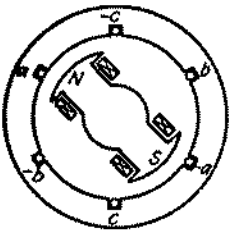


Sl. 1-24. Spoljni izgled generatora naizmenične struje 40 000 kW, 3600 ob/min, koji pokreće kondenzaciona tandem-kompaund parna turbina *(Allis-Chalmers Manufacturing Company)*

Treći tip pogonske mašine koji se danas upotrebljava za generatore naizmenične struje jeste gasna turbina. Konstrukcija generatora je u suštini ista kao kod onih koji se primenjuju sa parnim turbinama. Energetsko postrojenje sa gasnom turbinom prikazuje sl. 1-25.

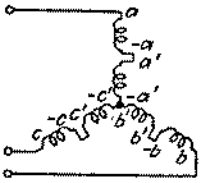


Sl. 1-25. Energetsko postrojenje sa gasnom turbinom. U kockastom oklopu je generator naizmenične struje 3500 kW, 3600 ob/min, 60 Hz. Manje mašine ispred njega su pobudna mašina i motor za puštanje u rad. Gasna turbina je pozadi. (*General Electric Company*).



Sl. 1-26. Uprošćeni dvopolni trofazni generator

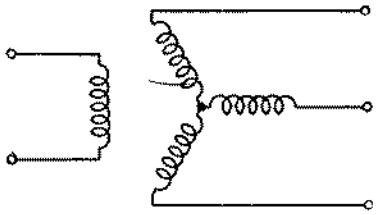
Sl. 1-27. Uprošćeni četvoropolni trofazni generator



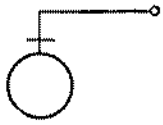
Sl. 1-28. Šema zvezdaste sprege namotaja i sl. 1-27

Sa veoma retkim izuzecima, sinhroni generatori su trofazne mašine zbog preimućstava trofaznog sistema pri proizvodnji, prenosu i korišćenju velikih količina energije. Za proizvodnju tri napona, fazno pomerena u vremenu za 120 električnih stepeni, treba upotrebiti najmanje tri kanure, fazno pomerene u prostoru za 120 električnih stepeni. Na sl. 1-26 predstavljena je uprošćena 3-fazna 2-polna mašina s po jednom kanurom za svaku fazu. Tri faze su obeležene slovima *a*, *b* i *c*. Uprošćena 4-polna mašina, prikazana na sl. 1-27, mora imati dve garniture

takvih namotaja. Uprošćena mašina sa p' polova morala bi imati $p'/2$ takvih garnitura namotaja. Po dve kanure u svakoj fazi na sl. 1-27 vezane su na red tako da se njihovi naponi sabiraju, a tri faze se onda mogu spregnuti bilo u zvezdu bilo u trougao. Sl. 1-28 pokazuje kako se namotaji vezuju da bi obrazovali zvezdu. Sl. 1-29 pokazuje simboličnu oznaku primenjenu u šemama mreža kada treba pojedinačno predstaviti sve tri faze i kolo jednosmerne struje. Sl. 1-30 pokazuje oznaku koja se upotrebljava u jednolinijskim („jednopolnim") šemama za trofazna postrojenja (u kojima se, radi uprošćavanja, prikazuje samo jedna od triju faza, a podrazumeva se i prisustvo ostalih dveju). Sprega namotaja trofaznog generatora u sl. 1-30 može



Sl. 1-29. Simbolično predstavljanje trofaznog generatora spregnutog u zvezdu



Sl. 1-30. Prikazivanje generatora naizmenične struje pomoću samo jedne linije („jednopolna" šema)

se po želji označiti stavljajući znak zvezde Y ili trougla Δ u krug kojim je prikazan generator. Svi namotaji na sl. 1-17, 1-20, 1-26 i 1-27 su dijametralni, koncentrisani namotaji, zato što su dve strane, kao što je a i $-a$, bilo koga namotaja međusobno razmaknute za 180 električnih stepeni ili za pun polni korak, i što su svi zavojci jedne garniture koncentrisani u jednom paru žlebova. Praktično izvedeni namotaji generatora naizmenične struje obično ne odgovaraju ni jednom od ova dva uslova, u cilju da se konstrukcioni materijal što bolje iskoristi i, kao što će biti pokazano u gl. 4, da naponi na krajevima mašine budu što približniji sinusoidi. Potpuno isti opšti principi koje smo upravo razmotrili važe i za praktičnije slučajeve.

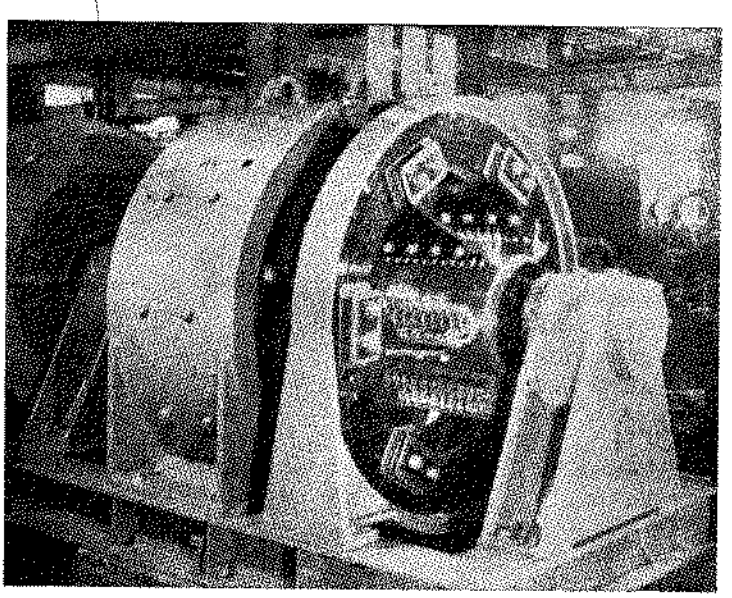
Kada se, kao što je rečeno u prethodnim razmatranjima, celokupni magnetni fluks stvara pomoću namotaja jednosmerne struje, odgovarajući napon indukovan u induktnom namotaju naziva se *napon usled pobude*. Ovaj napon se javlja ne samo kad sinhrona mašina radi kao generator već i kad proces pretvaranja energije promeni smer i mašina radi kao motor. Napon usled pobude je ravan naponu na krajevima indukta samo kad je struja indukta ravna nuli. Kad postoji izvesna struja indukta, induktni namotaj stvara i sam izvestan komponentni talas fluksa u vazdušnom procepu — talas fluksa koji, u skladu sa tumačenjem pomoću magnetnog polja, reaguje na talas stvoren pobudnim namotajem kako bi se proizveo elektromagnetni obrtni momenat. Magnetno dejstvo struje indukta moraće biti uzeto u obzir docnije pri kvantitativnoj analizi radnih karakteristika mašine.

Otporni elektromagnetni obrtni momenat u generatorima naizmenične struje u osnovi je istovetan sa pogonskim obrtnim momentom u odgovarajućim motorima. Ovde stoga neće biti posebno govora o elektromagnetnom obrtnom momentu. Prethodna razmatranja o obrtnom momentu izložena su u čl. 1-4.

b. Generatori jednosmerne struje. Induktni namotaj generatora jednosmerne struje je na rotoru, a struja se sa njega odvodi preko ugljenih dirki. Pobudni namotaj je na statoru. Opšti izgled sklopljenog generatora jednosmerne struje vidi se na sl. 1-31. Opšta konstrukcija mašine data je šematski na sl. 1-7.

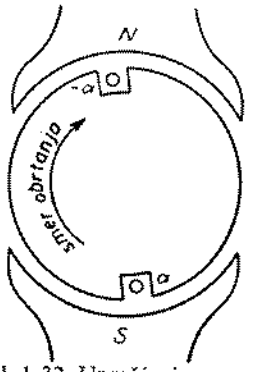
Sl. 1-32 predstavlja veoma uprošćen dvopolni generator jednosmerne struje. Induktni namotaj, koji se sastoji od jedne jedine dijametralne kanure sa N navojaka, prikazan je dvema njenim stranama a i $-a$ postavljenim u dijametralno suprot-

nim tačkama rotora tako da su provodnici paralelni sa vratilom mašine. Rotor se normalno obrće jednolikom brzinom pomoću izvora mehaničke energije povezanog sa vratilom. Kao što je već pomenuto, raspodela fluksa u vazdušnom procepu obič-



Sl. 1-31. Generator jednosmerne struje, nominalne snage 600 kW, 240 V, 900 ob/min. Sastavni deo sinhronog motorgeneratora sa pogonskim motorom nazivne snage 875 KS, 4160 V, 900 ob/min, 3 faze, 60 Hz *(Allis-Chalmers Manufacturing Company)*

no liči više na talas sa spljoštenim vrhom nego na sinusoidu koju nalazimo kod generatora naizmenične struje; relativni položaj dveju strana kanure u odnosu na takav talas fluksa biće u datom trenutku kao što pokazuje sl. 1-33. Sem u pogledu oblika talasa, situacija je u suštini ista kao za uprošćen generator naizmenične struje pokazan u sl. 1-18: na sl. 1-33 kreću se provodnici a ne magnetno polje, ali se napon indukuje relativnim kretanjem.

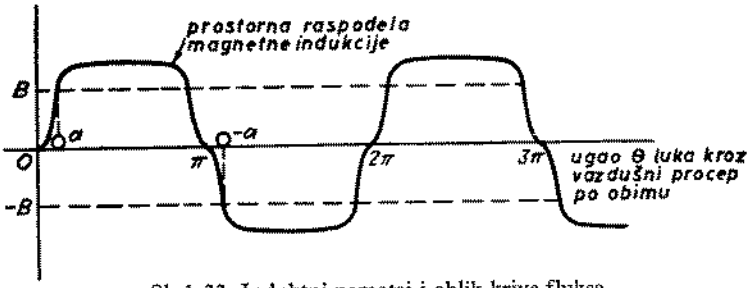


Sl. 1-32. Uprošćeni generator jednosmerne struje

Premda se u krajnjoj liniji teži proizvođenju jednosmernog napona, indukovani napon u pojedinim kanurama indukta je naizmenični napon koji, pri konstantnoj brzini mašine, ima u zavisnosti od vremena isti oblik talasa kao raspodela fluksa u zavisnosti od rastojanja po obimu prikazana na sl. 1-33. Naizmenični oblik talasa mora se prema tome usmeriti pre nego što dospe na krajeve mašine. Ovo usmeravanje se postiže mehanički pomoću *komutatora*, koji se sastoji od cilindra sastavljenog od bakarnih segmenata, međusobno izolovanih liskunom i ugrađenih na vratilu ali izolovanih od ovoga. Nepokretne ugljene dirke naležu na površinu komutatora i spajaju namotaj sa krajevima indukta mašine. Komutator i dirke se lepo vide na sl. 1-31. Potreba komutacije, sa ciljem da se dobiju jednosmerni naponi i struje, jeste razlog da se induktni namotaj mašina za jednosmernu struju postavlja na rotor.

Za uprošćeni generator sa sl. 1-32, komutator bi imao oblik kao na sl. 1-34. Za pokazani smer obrtanja, komutator spaja u svakom trenutku stranu kanure

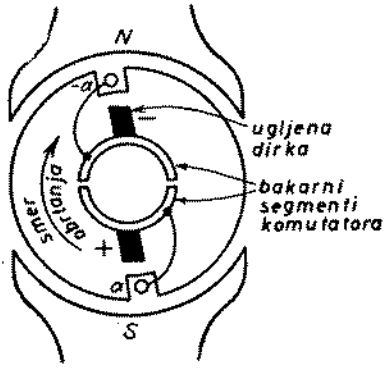
ispod južnog pola sa pozitivnom dirkom, a onu pod severnim polom sa negativnom dirkom. Kad se smer obrtanja promeni, polaritet dirki se menja. U slučaju samo jedne induktne kanure komutator usmerava obe poluperiode talasa i oblik napona



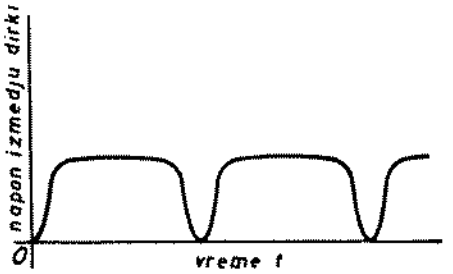
Sl. 1-33. Induktni namotaj i oblik krive fluksa

između dirki pretvara u oblik prikazan na sl. 1-35, omogućujući da se u spoljnom kolu dobije jednosmerni napon. Srednja vrednost ovog napona u vremenu zavisi od brzine mašine i srednje ordinate polutalasa krive fluksa. Namotaj za jednosmernu struju sa sl. 1-34 je, naravno, toliko uprošćen da je nerealan u praktičnom smislu, zbog čega će biti važno da se docnije podrobnije ispita dejstvo komutatora i njihov uticaj na napon indukta.

Kao i u generatoru naizmenične struje, kroz pobudni namotaj generatora jednosmerne struje teče konstantna jednosmerna struja i on mora dakle biti vezan za izvor takve struje. Postoje dve opšte mogućnosti: pobudni namotaj može biti vezan za neki izvor jednosmerne struje koji je električki nezavisan od mašine, čime se dobiva generator *sa nezavisnim pobuđivanjem*, ili, s obzirom da sam indukt predstavlja izvor jednosmerne struje koji može električnom energijom snabdevati ne samo spoljne potrošače već i sopstveni pobudni namotaj, generator može biti sa *samopobuđivanjem*. U ovom drugom slučaju, u gvožđu mašine mora biti remanentnog magnetizma da bi proces samopobuđivanja mogao da počne.



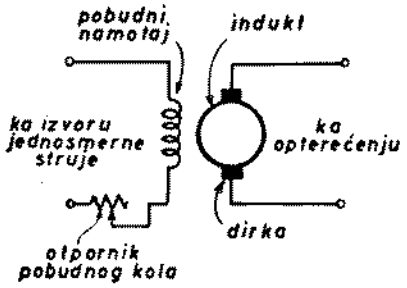
Sl. 1-34. Uprošćena mašina jednosmerne struje sa komutatorom.



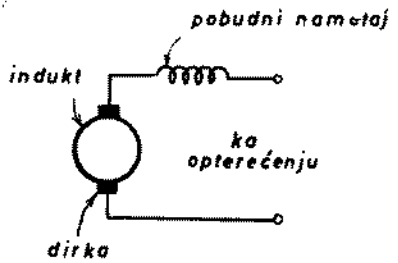
Sl. 1-35. Kriva napona između dirki

Simbolična šema veza generatora sa nezavisnim pobuđivanjem data je u sl. 1-36. Potrebna pobudna struja je veoma mali deo struje indukta — veličina reda 1 do 3 % u prosečnom generatoru. Malim iznosom snage u pobudnom kolu generatora sa nezavisnim pobuđivanjem može se regulisati u velikom iznosu snaga

u kolu indukta; ova amplifikacija se u stvari postiže elektrodinamičkim putem. Takvo regulisanje se na najprostiji način ostvaruje pomoću otpornika u pobudnom kolu. Otpornikom se relugiše pobudna struja, a time i visina krive magnetne induk-



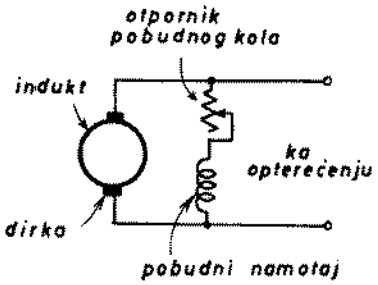
Sl. 1-36. Simbolična šema generatora jednosmerne struje sa nezavisnim pobuđivanjem



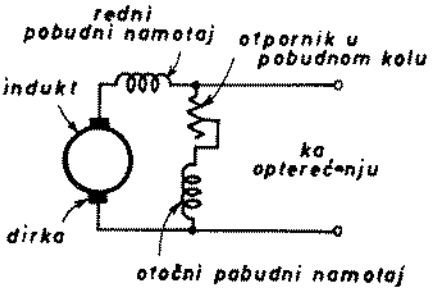
Sl. 1-37. Simbolična šema rednog generatora jednosmerne struje

cije; na taj način postiže se i regulisanje napona generatora. Generatori sa nezavisnim pobuđivanjem upotrebljavaju se obično kad se regulisanju napona indukta i odate snage pridaje naročita važnost.

Pobudni namotaji generatora sa samopobudivanjem mogu se napajati na tri razna načina. Pobudni namotaji se mogu vezati na red sa induktom (sl. 1-37) dajući *redni generator*. Pobudni namotaji mogu se vezati paralelno sa induktom (sl. 1-38), dajući *otočni generator*. Najzad, pobudni namotaj se može sastojati iz dva dela (sl. 1-39,) od kojih je jedan vezan sa induktom na red a drugi paralelno, što daje *složeni* ili *kompaundni generator*. Pobudna struja rednog generatora je ista kao struja opterećenja, usled čega se fluks u vazdušnom procepu, pa prema tome i napon menjaju u širokim granicama sa opterećenjem. To ima za posledicu da se redni generatori ne upotrebljavaju često. Napon otočnih generatora pada malo kad opterećenje raste, ali ne u tolikoj meri da bi bio nepodesan za mnoge svrhe. Složeni generatori normalno su povezani tako da m. m. s. rednog namotaja po-



Sl. 1-38. Simbolična šema otočnog generatora jednosmerne struje



Sl. 1-39. Simbolična šema složenog (kompaund) namotaja

maže otočni namotaj. Preimućstvo toga sastoji se u tome što dejstvom rednog namotaja fluks po polu može da raste sa opterećenjem, što ima za posledicu da je izlazni napon skoro konstantan ili da se čak i malo penje kad opterećenje raste. Otočni pobudni namotaj obično ima mnogo navojaka od srazmerno tanke žice. Redni namotaj, namotan spolja, sastoji se od malog broja navojaka srazmerno

debele žice, jer mora da propušta celu struju indukta mašine. Napon kako otočnog tako i složenog generatora može se regulisati u razumnim granicama pomoću otpornika u otočnom kolu.

Kao što je slučaj sa generatorima naizmenične struje, tako i indukt generatora jednosmerne struje stvara jednu komponentu fluksa u vazdušnom procepu kad je mašina opterećena, koje dejstvo ćemo docnije razmatrati. Isto tako je otporni elektromagnetni momenat opterećenog generatora jednosmerne struje u osnovi isti kao pogonski obrtni momenat odgovarajućeg motora.

1-4. Električni motori. Svih pet osnovnih pojava primenjenih za elektromehaničko pretvaranje energije su reverzibilne. Shodno tome, treba očekivati da svakoj vrsti električnog generatora odgovara po jedan tip električnog motora. Uvideli smo stvarno da se oba procesa — proces stvaranja napona i proces stvaranja sile ili obrtnog momenta — odigravaju istovremeno na bazi akcije i reakcije kako u generatorima tako i u motorima. Proces stvaranja obrtnog momenta ili sile u elektromagnetnim mašinama može se analizovati služeći se zakonom *Bli* ili, mahom još uspešnije, oslanjajući se na koncepciju uzajamnog delovanja komponentnih talasa fluksa rotora i statora, posmatranih kao dva magnetna polja koja teže da se poravnaju.

U važne delove električnih motora ubrajaju se, kao i za generatore, dve garniture namotaja, namotanih na gvozdena jezgra ili smeštenih u žlebove takvih jezgara. Motor stupa u rad kad struje u ta dva namotaja deluju tako da se na rotoru proizvede jednosmerni obrtni momenat dovoljne jačine da nadvlada otpor okretanju prouzrokovan opterećenjem na vratilu motora. Jedan od tih namotaja ili oba mogu biti pobuđivani naizmeničnom ili jednosmernom strujom, dajući jednu od uobičajenih vrsta praktičnih električnih motora. Kao što je u primeru 1-2 pokazano na uprošćeni način, rotor i stator moraju imati isti broj polova da bi motor bio sposoban da funkcioniše.

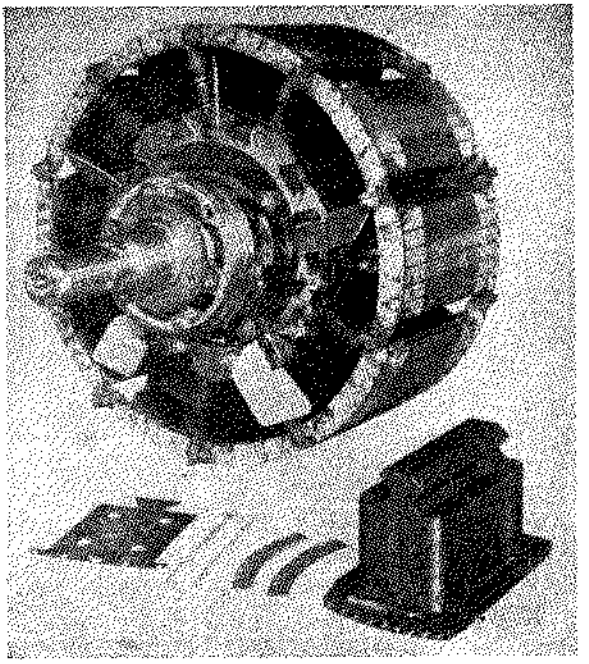
Kad se naizmeničnom strujom napaja jedan namotaj (induktni) a jednosmernom strujom drugi (pobudni namotaj), dobiva se motor poznat pod nazivom *sinhroni motor*. Ovoj vrsti motora odgovaraju sinhroni generatori razmatrani u čl. 1-3*a*. Kao i u tim generatorima, namotaji za jednosmernu struju stavljaju se u sinhronim motorima skoro uvek na rotor. S obzirom da su indukovanje napona i stvaranje obrtnog momenta pojave zajedničke i motorima i generatorima, intuitivno očekujemo da se, u induktnom namotaju motora pojavi indukovana kontra e. m. s. slična onoj u alternatoru. Sem toga, da bi kontra e. m. s. i napon doveden induktu mogli postići odgovarajuću ravnotežu prema Kirhofovom zakonu u ustaljenom stanju, možemo očekivati da odnos između brzine obrtanja motora i učestanosti dovedene struje ne bude drukčiji nego onaj koji je dat jednačinom 1-8. Stvarno ćemo u gl. 3 ustanoviti da ovaj odnos važi u potpunosti. Sinhroni motori, prema tome, rade sa apsolutno konstantnom srednjom brzinom obrtanja, odredenom brojem polova i učestanosti dovedene struje. Značajnija odstupanja od ove brzine, slučajno prouzrokovana električnim ili mehaničkim poremećajima, dovode do prestanka motornog dejstva i do zaustavljanja mašine.

Glavne konstruktivne karakteristike sinhronih motora za opšte svrhe su mahom iste kao za sinhroni generator prikazan šematski na sl. 1-8. Rotor na sl. 1-40 pripada jednom sinhronom motoru. Na sl. 1-41 vidi se jedan tipični sporohodi sinhroni motor.

Jedna drukčija vrsta motora, *motor za jednosmernu struju*, dobiva se kad se namotaji i rotora i statora napajaju jednosmernom strujom (tj. i indukt i pobudni namotaj). Indukt i pobudni namotaj mogu se vezati na red (sl. 1-42*a*) dajući *redni motor*, paralelno sa izvorom struje (sl. 1-42*b*) dajući *otočni motor*, ili pak jedan od namotaja — pobudni namotaj na statoru — može biti iz dva dela, od kojih je jedan vezan na red a drugi otočno sa induktom (sl. 1-42*c*) dajući *složeni ili kompaundni*

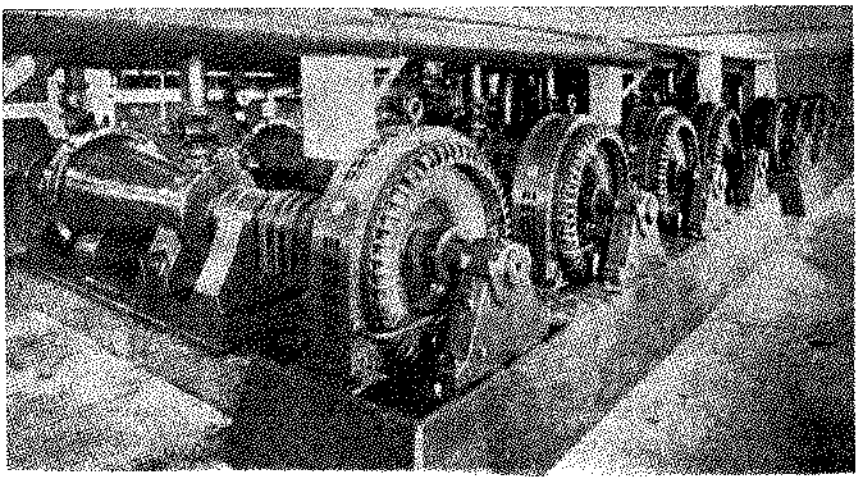
motor. Ova tri motora odgovaraju, respektivno, trima generatorima jednosmerne struje prikazanim na šemama sl. 1-37 do 1-39. Motori za jednosmernu struju ne razlikuju se u opštim konstruktivnim karakteristikama od generatora jednosmerne struje.

Izvanredna preimućstva motora za jednosmernu struju u primeni — kao što će docnije biti pokazano — sastoje se u raznovrsnosti radnih karakteristika koje pružaju mogućnosti otočnog, rednog i složenog pobuđivanja i u relativno visokom stupnju prilagodljivosti ručnom i automatskom regulisanju. Navedimo samo jednu prostu konstataciju: kad se opterećenje na vratilu poveća, redni motor brzo gubi brzinu, otočni motor radi i dalje sa skoro istom brzinom, a složeni motor smanjuje donekle brzinu negde između ova dva krajnja slučaja, što zavisi od odnosa jačina redne i otočne pobude.



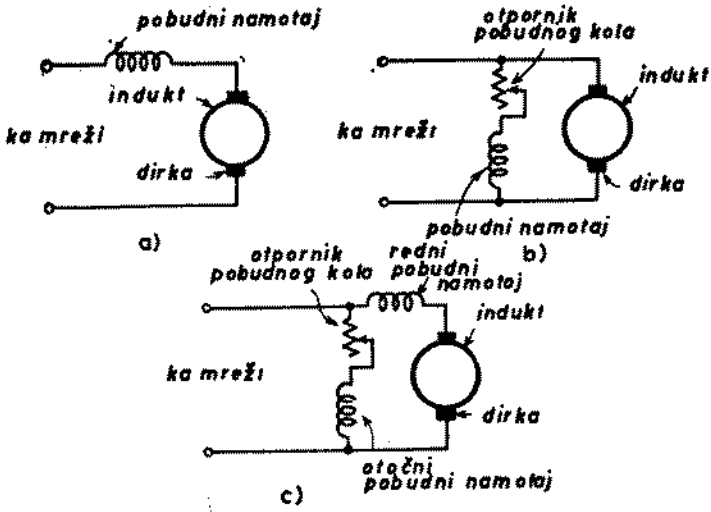
Sl. 1-40. Rotor sinhronog motora nominalne snage 60 HP, 2200 V, 3 faze, 60 Hz, 720 ob/min. Pobudni namotaj se napaja iz izvora jednosmerne struje 250 V, preko kliznih prstenova na prednjem delu rotora. Kavezni namotaj na polnim nastavcima naziva se prigušni namotaj ili amortizator i služi za startovanje dejstvujući kao asinhroni motor. *(Allis-Chalmers Manufacturing Company)*

Treća varijanta pobuđivanja namotaja statora ili rotora na motorima bila bi da se oba namotaja napajaju naizmeničnom strujom. Najobičniji primer je *asinhroni*



Sl. 1-41. Grupa sinhronih motora od 350 HP, 400 ob/min, 3 faze, 60 Hz, sa sačiniocem snage 0,8 koja pokreće Jordan-ov rafiner u jednoj fabrici papira. *(Westinghouse Electric Corporation)*

(indukcioni) motor, u kome se naizmenična struja dovodi neposredno na stator, a indukcijom (tj. transformatorskim dejstvom) na rotor. Iako je asinhroni motor najrasprostranjeniji od svih motora, on nema neposrednog ekvivalenta među generatorima razmatranim u čl. 1-3; kao što će se videti pri podrobnom analizovanju asinhronih mašina, rad asinhronog generatora je potpuno mogućan, ali su njegove radne osobine takve da se te mašine retko upotrebljavaju kao generatori.

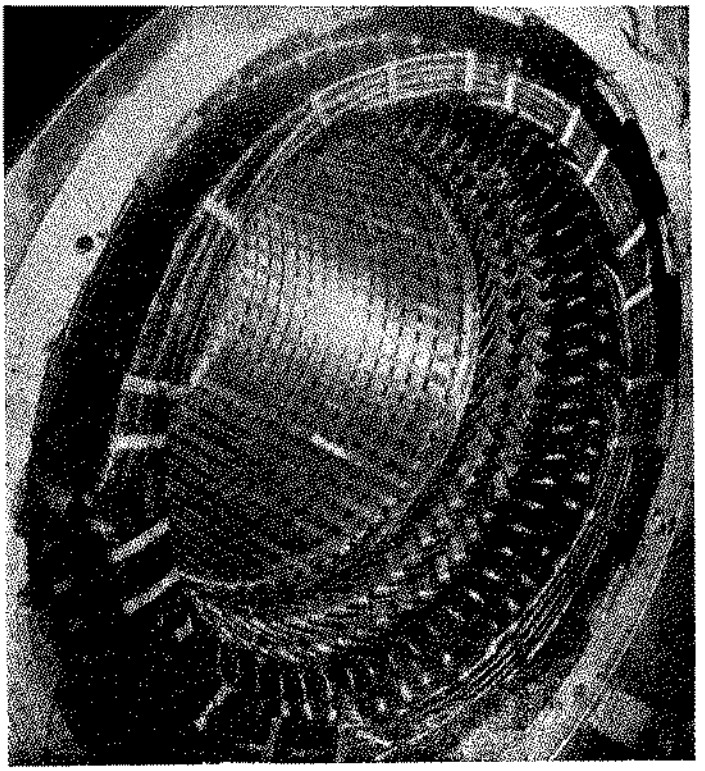


Sl. 1-42. Simbolična šema (a) rednog, (b) otočnog i (c) složenog motora za jednosmernu struju.

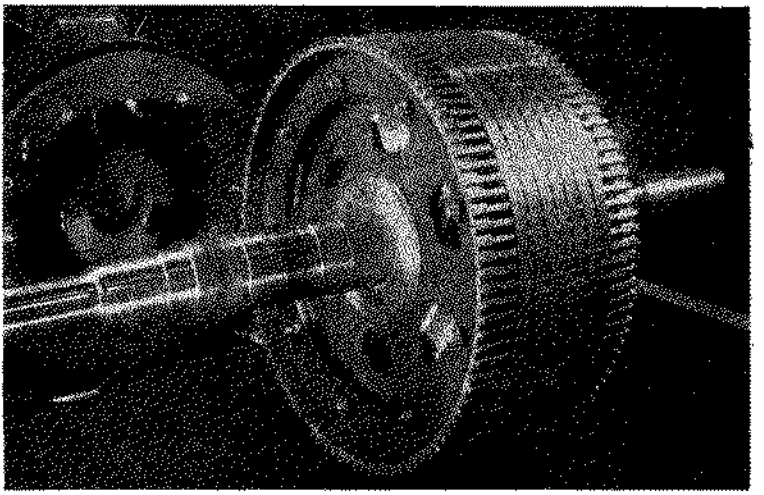
Drugi običan primer ovog motora opšteg tipa je *redni motor za naizmeničnu struju,* u kome su oba namotaja vezana na red tako da u svakome postoji ista naizmenična struja.

U asinhronom motoru namotaj statora je (sl. 1-43) u suštini isti kao u sinhronom motoru. Na rotoru, čiji primer se vidi na sl. 1-44, namotaj je električki zatvoren u sebe i najčešće nema izvedene krajeve; u njemu se struje indukuju transformatorskim dejstvom od strane statorskog namotaja. Obična karakteristika asinhronog motora je da se brzina malo smanji kad se opterećenje na njegovom vratilu poveća, premda se stepen tog smanjenja može menjati. Tipični asinhroni motor vidi se na sl. 1-45.

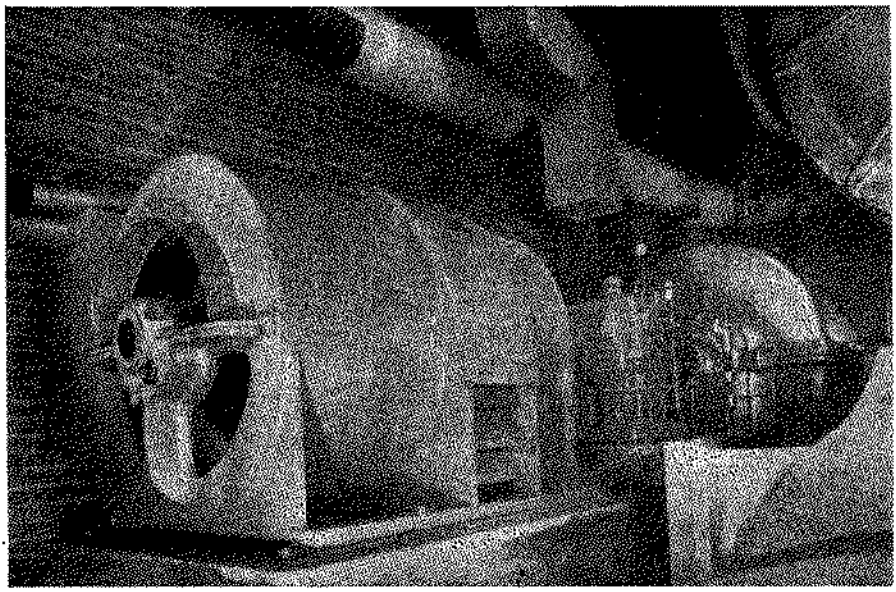
Postoji mnogo vrsta motora, koji svi rade na istim osnovnim principima ali sa različitim radnim karakteristikama. Otporni momenti generatora predstavljaju, naravno, najvažnije činioce u radu generatora. Naše podrobno proučavanje motora i generatora sastojaće se zbog toga u velikoj meri u proučavanju obrtnih momenata i indukovanih e. m. s. Fizičke procese indukovanja e. m. s. obično je srazmerno lako zamisliti. Međutim, fizičke pojave u električnim uredajima koji proizvode obrtni momenat i silu, nije tako lako shvatiti potpuno i na zadovoljavajući način. Zato je veći deo glava 2 i 3 posvećen proučavanju dobivanja sila i obrtnih momenata, najpre u veoma prostim mehanizmima, a zatim u složenijim motorima i generatorima. Postojanje sila i obrtnih momenata počiva zasad samo na konstatacijama zakona *Bli* i zakona magnetnih polja.



Sl. 1-43. Snimak izbliza statorskog namotaja asinhronog motora s kaveznim rotorom, 1500 HP, 2300 V, 3 faze, 60 Hz, 1770 ob/min *(Allis-Chalmers Manufacturing Company)*



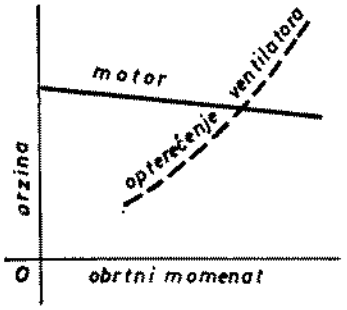
Sl. 1-44. Kavezni rotor asinhronog motora od 300 HP, 2300 V, 3 faze, 60 Hz, 503 ob/min *(Allis Chalmers Manufacturing Company)*



Sl. 1-45. Asinhroni motor nominalne snage 1000 HP, 440 V, 3 faze, 60 Hz, 1780 ob/min, za pogon klimatizacionog kompresora vazduha *(Westinghouse Electric Corporation)*

1-5. Priroda problema električnih mašina. Prilazeći bliže specifičnim metodama analize mašina, treba za trenutak da razmislimo o našim ciljevima; koje su karakteristike mašina koje treba da upoznamo i to da upoznamo u dovoljno tačnom, kvantitativnom obliku? Da bi se na ovo pitanje odgovorilo treba razmotriti šta su mašine specifično određene da rade za nas. I motori i generatori moraju nam biti dobre sluge u snabdevanju energijom, a želeli bismo, koliko god je to praktično i ekonomski ostvarljivo, da stvorimo takvu situaciju u kojoj bi svaki zahtev gospodara bio spontano zadovoljen.

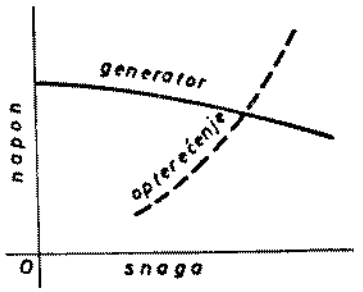
Snaga ili obrtni momenat koje električni motor odaje mehaničkom uređaju koji pokreće, određeni su u velikom stepenu zahtevima tog uređaja. Motor mora udovoljiti tim zahtevima ili prestati sa pokušajem (ovaj prestanak se obično manifestuje na taj način što se motor iz mreže isključi dejstvom automatskih prekidača zbog preteranih struja izazvanih pokušajima motora da udovolji zahtevima). Brzina obrtanja pri kojoj se udovoljava ovim zahtevima snage i obrtnog momenta važan je činilac određen karakteristikama motora i opterećenja: radna brzina je utvrđena tačkom u kojoj je snaga, odnosno obrtni momenat koji motor može elektromagnetski da oda, ravna, odnosno ravan snazi odnosno obrtnom momentu koji opterećenje može mehanički da apsorbuje. U sl. 1-46, na primer, kriva nacrtana punom linijom prikazuje radnu brzinu jednog asinhronog motora u zavisnosti od mehaničkog obrtnog momenta koji on odaje. Isprekidana kriva prikazuje mehanički obrtni momenat potreban ventilatoru pri raznim radnim brzinama. Kad se ventilator i motor spoje, radna tačka celine je u preseku ove dve krive — gde je ono što motor može da pruži ravno onome što ventilator može da uzme.



Sl. 1-46. Karakteristike motora i opterećenja

Pogonska snaga ili obrtni momenat koji motor odaje menja se, naravno, u zavisnosti od uslova uređaja koji se pokreće. Nekim opterećenjima može motor da udovolji pri brzini koja ostaje približno nepromenjena kad se opterećenje menja; takav primer pruža obična hidraulična pumpa. Druga, kao na primer obrtna ploča gramofona, zahtevaju apsolutno konstantnu brzinu. Neka druga opet zahtevaju šta više da brzina bude usko usklađena s nekom drugom brzinom: izdizanje dva kraja vertikalnog pokretnog mosta, na primer. Automatski nišan topova u skladu sa podacima dobivenim radarskim signalima predstavlja jednu primenu motora kod koje trenutni *položaj* pokretane opreme mora biti tačno regulisan. Izvesne primene motora, kao kod dizalica i mnogih vučnih pogona, zahtevaju po prirodi posla niske brzine i velike obrtne momente na jednom kraju radnog područja, a relativno velike brzine i male obrtne momente na drugom — ili, drugim rečima, radnu karakteristiku sa promenljivom brzinom. Drugi uređaji mogu zahtevati podešljivu konstantnu brzinu (na primer, pogon izvesnih mašina alatki u kojima se zahteva podešavanje radne brzine u širokim granicama, ali uvek unapred pažljivo određeno) ili podešljivu promenljivu brzinu (dizalica je opet primer). Obrtni momenat koji je motor sposoban da pruži pri polasku, najveći obrtni momenat koji može da daje pri radu i potrebna struja predstavljaju za gotovo svaku primenu važne podatke, često odlučujuće važne.

Mnoge slične primedbe mogu se učiniti i za generatore. Na primer, napon na krajevima i izlazna snaga generatora određeni su karakteristikama i generatora i njegovog opterećenja. Tako, kriva nacrtana punom linijom na sl. 1-47 prikazuje napon na krajevima otočnog generatora jednosmerne struje u zavisnosti od njegove izlazne električne snage. Isprekidana kriva pokazuje električnu snagu koju opterećenje zahteva pri raznim priključenim naponima. Kad se opterećenje priključi na krajeve generatora, radna tačka celine generatora i opterećenja nalazi se u preseku dve krive — gde je ono što generator može da oda ravno onome što opterećenje može da uzme. Često se postavlja uslov, uobičajen za elektrane, da napon na krajevima ostaje uglavnom konstantan u širokom opsegu opterećenja. Nije retko, međutim, da se motor združi sa svojim sopstvenim individualnim generatorom da bi se postigla veća prilagodljivost i preciznije regulisanje. U takvom slučaju može se tražiti da se napon na krajevima menja u zavisnosti od opterećenja na izvestan poseban način.



Sl. 1-47. Karakteristike generatora i opterećenja

Među karakteristike od najveće važnosti spadaju prema tome karakteristike obrtni momenat—brzina za motore i karakteristike napon—opterećenje za generatore, naporedo sa poznavanjem granica u kojima ove karakteristike mogu da se menjaju i sa saznanjem o tome kako se ove promene mogu postići. Neposredni predmet naše analize mašina je, prema tome, da proučimo i uporedimo ove karakteristike za razne tipove mašina, te je veći deo ove knjige posvećen tom proučavanju. Svakako da ima mnogo važnih, interesantnih i složenih tehničkih problema skopčanih sa konstrukcijom, razvojem i proizvodnjom mašina, za koje ova proučavanja predstavljaju samo uvod; većina ovih problema ne spada u okvir ove knjiga.[4])

Ovo proučavanje je velikim delom zasnovano na karakteristikama ustaljenoga stanja, jer se početnik na taj način najlakše upoznaje sa radom mašina. Među-

[4]) Za kratak opis uticaja razvoja u elektrotehnici, mašinstvu i metalurgiji na tipičnu modernu mašinu vidi članak: „Limits to 3600 rpm Generating Units Raised", *Westinghouse Engr.*, vol. 6, str. 131-133, septembar 1946.

tim, u vrsti primena iz oblasti automatskog regulisanja koja sve više dobiva značaja, važno je u prvom redu dinamičko ponašanje celokupnog elektromehaničkog sistema u kome je mašina jedna komponenta. Na primer, može se ukazati potreba da brzina ili položaj vratila kojim se pokreće neko opterećenje budu regulisani u skladu sa nekom specijalnom funkcijom vremena ili neke druge promenljive. Tipična industrijska primena je tačno regulisanje zategnutosti u postupku namotavanja dugačkih traka nekog materijala u kolut, na primer papira. Stvoreni su uređaji za dinamičko regulisanje izvanredne tačnosti i brzine dejstva; primer za to pruža već pomenuto praćenje aviona radarom i automatsko nišanjenje protivavionskog oružja u skladu sa primljenim radarskim signalima. U primenama ove vrste od najvećeg značaja je prelazno elektromehaničko ponašanje sistema kao celine; uredaj se mora odzivati komandnom dejstvu tačno i brzo, a oscilacije se moraju hitro prigušivati. Ne samo električke karakteristike, već i mehaničke osobine sistema, kao što su krutost, inercija i trenje, moraju biti uzete u obzir, pa čak mogu postati i pretežni činioci. Uvod u takve šire probleme dat je u poslednje tri glave.

1-6. Energetski bilans elektromehaničkog pretvaranja energije. U preostalim odeljcima ove glave želimo da pristupimo odredenije metodima analizovanja mašina pomoću kojih su rešavani problemi iz prethodnog odeljka. Prave analize raznih tipova mašina izvedene su u docnijim glavama; ovo prethodno pristupanje ne ide dalje od jednog opšteg prikaza (odeljak 1-7) o tome kako se pristupa takvim analizama.

Iz naših ranijih diskusija očigledno je da nas prvenstveno zanimaju međusobni odnosi između obrtnog momenta, brzine, proizvedenog napona i struje. Jedan od metoda koji je obično koristan i koji mnoge stvari može da obelodani sastoji se u primeni načela održanja energije. Ovo načelo će biti najpre primenjeno na opšti problem elektromagnetnog pretvaranja energije kako je izložen u odeljku 1-1, a zatim posebno na običnije elektromagnetne rotacione mašine u ustaljenom stanju.

a. Primena na elektromagnetno pretvaranje energije uopšte. Opšte načelo koje se može primeniti na sve probleme u kojima je masa konstantna jeste *načelo održanja energije,* koje glasi da se energija niti stvara niti uništava; ona samo menja oblik. Primena ovog opšteg načela pruža pogodna sredstva za iznalaženje karakterističnih odnosa svojstvenih elektromehaničkom sprezanju. Elektromehaničko pretvaranje energije obuhvata energiju u četiri oblika, a načelo održanja energije vodi ka sledećem odnosu između tih oblika:

$$\begin{pmatrix}\text{energija dovedena}\\ \text{iz električnog}\\ \text{izvora}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\text{odata}\\ \text{mehanička}\\ \text{energija}\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}\text{povećanje}\\ \text{energije}\\ \text{akumulisane}\\ \text{u sprežnom polju}\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}\text{energija}\\ \text{pretvorena}\\ \text{u toplotu}\end{pmatrix} \qquad (1\text{-}9)$$

Jednačina (1-9) može se primeniti na sve mašine za pretvaranje energije; ona je napisana tako da članovi koji označavaju električnu i mehaničku energiju imaju pozitivne vrednosti za motorski rad. Jednačina važi podjednako za generatorski rad; članovi za električnu i mehaničku energiju imaju u tom slučaju negativne vrednosti.

Nepovratno pretvaranje energije u toplotu ima tri uzroka: deo električne energije pretvara se u toplotu neposredno u provodnicima struje, deo mehaničke energije razvijene u mašini apsorbuje se trenjem i otporom vazduha i pretvara u toplotu, a deo energije apsorbovane u sprežnom polju pretvara se u toplotu u vidu gu-

bitka u magnetnom jezgru (pri magnetnom sprezanju) ili u vidu gubitka u dielektrikumu (pri električnom sprezanju). Kad se gubici energije u električnom sistemu, u mahaničkom sistemu i u sprežnom polju grupišu s odgovarajućim članovima u jedn. 1-9, energetski bilans može se napisati u sledećem obliku:

$$\begin{pmatrix}\text{dovedena električna}\\ \text{energija minus}\\ \text{gubici u}\\ \text{otporima}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\text{odvedena mehanička}\\ \text{energija plus gubici}\\ \text{trenja i otpora}\\ \text{vazduha}\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}\text{povećanje energije}\\ \text{akumulisane u sprež-}\\ \text{nom polju plus gubici}\\ \text{u vezi s njim}\end{pmatrix} \tag{1-10}$$

Leva strana jedn. 1-10 može se izraziti pomoću struja i napona u električnim kolima mašine. Razmotrimo, na primer, uređaj za pretvaranje energije prikazan šematski u sl. 1-48. Diferencijal energije dovedene iz električnog izvora u vremenu dt je $u_t i\, dt$, gde je u_t trenutna vrednost napona na krajevima a i trenutna vrednost struje. Gubitak energije u otporu mašine je $i^2 r\, dt$, gde je r otpor. Prema tome, leva strana jedn. 1-10 je

$$dW_{el} = u_t i\, dt - i^2 r\, dt \tag{1-11}$$

$$= (u_t - ir)\, i\, dt \tag{1-12}$$

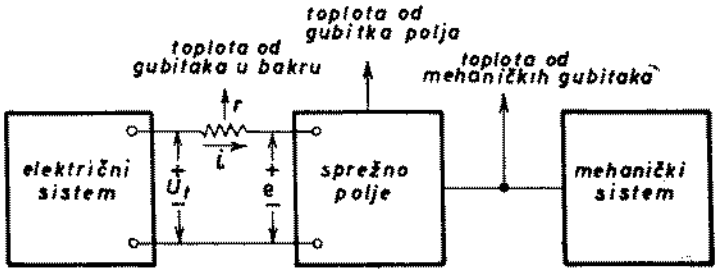
gde je dW_{el} neto iznos električne energije dovedene u mašinu po odbitku gubitaka u otporima. Da bi mašina apsorbovala energiju iz električnog kola, sprežno polje mora da proizvede izvesnu reakciju u kolu. Ova reakcija je kontra e.m.s. naznačena naponom e u sl. 1—48. U elektromagnetnim rotacionim mašinama, na primer, to je napon po Faradejevom zakonu (Blv). Reakcija na dovedeni napon predstavlja bitni deo procesa pretvaranja energije između nekog električnog kola i ma kog drugog medijuma. Sprežno polje može se uporediti sa rezervoarom energije koji daje energiju prijemnom sistemu a nadoknaduje je pomoću reakcije na odajni sistem. Da bi se naponi sasvim izravnali, kontra e.m.s. treba da je:

$$e = u_t - ir \tag{1-13}$$

Zamena jedn. 1-13 u 1-12 daje

$$dW_{el} = ei\, dt \tag{1-14}$$

Kad se električna energija dovodi sprežnom polju iz više od jednog kola, ukupna dovedena električna energija izražena je zbirom članova oblika jedn. 1-14.



Sl. 1-48. Opšti prikaz uređaja za elektromehaničko pretvaranje energije

Prvi član na desnoj strani jedn. 1-10 je ukupna energija pretvorena u mehanički oblik, uključujući kako korisnu energiju tako i gubitke usled trenja i otpora vazduha. Ova ukupna mehanička energija naziva se ponekad *unutrašnja mehanička energija*; ona se razlikuje od korisne mehaničke energije za iznos gubitaka na mehaničko trenje i otpor vazduha prouzrokovanih kretanjem mehaničkih delova mašine za pretvaranje energije. Drugi član na desnoj strani jedn. 1-10 izražava ukupnu energiju koju apsorbuje sprežno polje, uključujući kako akumulisanu energiju tako i gubitke.

Iz gornjeg izlaganja moglo bi se zaključiti da otpori električnih kola i trenje i otpor vazduha mehaničkog sistema, ne igraju važne uloge u procesu pretvaranja energije iako uvek postoje. Oni se mogu smatrati kao gubici u električnom i mehaničkom sistemu na obema stranama sprežnog elementa, kao što je naznačeno u šemi na sl. 1-48. Proces pretvaranja energije sadrži u svojoj osnovi sprežno polje i njegovu akciju i reakciju na električni i mehanički sistem. Za rad motora, zbir energije apsorbovane u sprežnom polju i unutrašnje energije pretvorene u mehanički oblik može se uvek smatrati ravnim unutrašnjoj električnoj energiji koja se javlja kad je tok elektriciteta suprotan kontra e.m. sili e koju prouzrokuje sprežno polje. U diferencijalnom obliku jedn. 1-10 može se napisati

$$dW_{el} = ei\,dt = dW_{meh} + dW_{polje} \tag{1-15}$$

gde je dW_{meh} diferencijal unutrašnje mehaničke energije a dW_{polje} diferencijal energije koju apsorbuje sprežno polje, uključujući gubitke.

Jednačina 1-15 služi kao osnova za analizu mašina za pretvaranje energije. U gl. 2 primenjena je na različite takve mašine. Sada ćemo je prikazati u ograničenom obliku, primenljivom na obične rotacione mašine u ustaljenom stanju.

b. Primena na elektromagnetne rotacione mašine sa konstantnom energijom polja. Magnetna polja mnogih elektromagnetnih rotacionih mašina u svakodnevnoj upotrebi — primeri su već pomenute mašine jednosmerne struje, sinhrone i višefazne asinhrone mašine — ostaju u suštini konstantna po veličini i prostornom talasnom obliku kad te mašine rade u ustaljenom stanju. Samo magnetno polje može da se obrće u mašini, kao što to biva, na primer, sa fluksom proizvedenim od strane pobudnog namotaja na rotoru sinhrone mašine kad se rotor obrće; ili se jedan deo mašine može da obrće kroz ustaljeni magnetni fluks, kao što čini indukt mašine za jednosmernu struju obrćući se. Ali sve ove postavke znače samo da se magnetna indukcija u pojedinim elementima vazduha ili gvožđa može menjati sa vremenom, a ne da se ukupni talas magnetne indukcije menja. Energija akumulisana u magnetnom polju je funkcija magnetne indukcije u svim tačkama prostora koje polje obuhvata i konstantna je pri navedenim okolnostima. Ovakve mašine su, prema tome, *mašine sa konstantnom energijom polja* dok su u ustaljenom stanju rada. Akumulisana magnetna energija raste od nule do neke odredene vrednosti za vreme dok se mašina najpre pobudi i krene iz stanja mirovanja; ova vrednost može da se promeni u toku prelaznih procesa ponovnog prilagođavanja kojima je praćen prelaz iz jednog ustaljenog stanja rada u drugo; ova vrednost pada na nulu kad se mašina zaustavi isključenjem iz električne mreže. Ali se ona ne menja za vreme analize uslova svakog pojedinog ustaljenog stanja rada.

Ovo stanje stvari navodi na pomisao da član dW_{polje} u jedn. 1-15 treba smatrati ravnim nuli. Mora se, međutim savladati jedna druga smetnja. Kao što je naznačeno u jedn. 1-10, član dW_{polje} obuhvata gubitke u magnetnom polju. Strogo uzev, kako histereza tako i vihorne struje utiču neposredno na član koji odgovara energiji polja. Ovde se obično uvodi jedna aproksimacija, ali od veoma male praktične važnosti. Aproksimacija se sastoji u pretpostavci da gubici usled histereze i vihornih struja ne igraju važnu ulogu u procesu pretvaranja energije i da se prema tome mogu izdvojiti iz člana dW_{polje}. Tada se oni svrstavaju otprilike kao gubici u otporima i mehanički gubici: njihovo prisustvo se mora imati na umu, ali oni ne ulaze neposredno u unutrašnji energetski bilans. Veoma često se gubici usled histereze i vihornih struja kombinuju s mehaničkim gubicima obrazujući kategoriju nazvanu *gubici usled rotacije.*

Pod tim okolnostima, diferencijalni član energije polja u jedn. 1-15 može se smatrati ravnim nuli. Ograničeni oblik tog izraza je tada

$$dW_{el} = ei\,dt = dW_{mch} \tag{1-16}$$

ili

$$p_{el} = ei = p_{mch} \tag{1-17}$$

gde p_{el} i p_{mch} predstavljaju trenutnu električnu i mehaničku snagu. Ponavljamo da se gornji oblik izraza naziva *ograničenim* zato što se može primeniti samo na mašine sa konstantnom energijom polja u ustaljenom stanju računajući pri tome po jave histereze i vihornih struja samo kao izdatke u krajnjem bilansu snage.

Primena jedn. 1-16 ili 1-17 na uprošćene mašine iz odeljka 1-2 omogućuje da se bolje zagleda u teorijsku osnovu rada mašina. Posmatrajmo najpre jedan pojedinačni provodnik indukta. Prema jednačini *Blv*, 1-4, trenutna električna snaga je *Blvi*. Mehanička snaga je ravna proizvodu iz obrtnog momenta i mehaničke ugaone brzine, a ova poslednja je v/r, gde je v obimna brzina a r poluprečnik. Jednačina 1-17 postaje tada

$$Blvi = M\frac{v}{r} \tag{1-18}$$

ili

$$M = Blri \tag{1-19}$$

a to je jedn. 1-6 dobivena iz Faradejevog zakona i načela održanja energije.

Posmatrajmo sada ceo namotaj indukta, za koji je, prema jedn. 1-1,

$$e = \frac{d\lambda}{dt} \tag{1-20}$$

tako da je

$$p_{el} = ei = i\frac{d\lambda}{dt} \tag{1-21}$$

Ako je to ugaona brzina rotora u električnim radijanima u sekundi za mašinu sa p' polova,

$$p_{mch} = M\left(\frac{2}{p'}\omega\right) \tag{1-22}$$

gde se sačinitelj $2/p'$ pojavljuje da bi se izrazilo u mehaničkim radijanima u sekundi. Veličina ω može se zameniti sa $d\theta/dt$ ako θ označava trenutni ugaoni položaj (u električnim radijanima) jedne tačke na rotoru u odnosu na utvrđeni referentni položaj. Jednačina 1-17 postaje tada

$$i\frac{d\lambda}{dt} = M\frac{2}{p'}\frac{d\theta}{dt} \tag{1-23}$$

ili

$$M = \frac{p'}{2}\,i\frac{d\lambda}{d\theta} \tag{1-24}$$

Na osnovu jednačina 1-4 i 1-19 mogu se izračunati proizvedeni napon i elektromagnetni obrtni momenat za svaki provodnik posebno, pa zatim sabiranjem dobiti ukupne vrednosti ovih veličina. Jednačine 1-20 i 1-24 odnose se na ceo namotaj i daju indukovani napon kao prvi izvod ukupnog fluksa kroz namotaj *po vremenu*, odnosno obrtni momenat kao proporcionalan prvom izvodu ukupnog fluksa kroz namotaj *po uglu*. Obe grupe jednačina pružaju dva različita metoda, ali oni, naravno, vode istim krajnjim rezultatima. Postoji u stvari i treća mogućnost, koja predstavlja podesnu kombinaciju ovih dveju. Proizvedeni napon za ceo na-

motaj može se izračunati na osnovu bilo jednačine 1-4 bilo jednačine 1-20. Zamena tog napona u jedn. 1-17 omogućuje da se dobije izraz za obrtni momenat celog namotaja. Sve tri mogućnosti biće primenjene u našim analizama u docnijim poglavljima.

Iako to nije neposredno i potpuno očigledno, jedn. 1-24 je kvantitativna formulacija zakona magnetnih polja prikazanog u odeljku 1-2b. Ona kazuje u stvari, da namotaj kroz koji protiče struja teži da se poravna sa magnetskim poljem i to u takav položaj da se daljom diferencijalnom promenom položaja ne prouzrokuje dalja promena u ukupnom fluksu koji prolazi kroz namotaj, tj. u takav položaj da izvod $d\lambda/d\theta$ bude ravan nuli. Ostali uzajamni odnosi sa osnovnim procesom pretvaranja energije dati su u glavi 2 na elementarnom teorijskom nivou. Metod primene jedn.1-24 na mašine i povezanost sa zakonom magnetnog polja razmatraće se podrobnije u gl. 3.

1-7. Rezime. Pregled analize mašina. Svaki mehanizam za elektromehaničko pretvaranje energije je sprava za sprezanje električnih i mehaničkih sistema u kojoj se kao posrednik koristi magnetno ili električno polje. Polje mora reagovati na električni sistem da bi proizvelo napon, a time i struju, i na mehanički sistem da bi proizvelo neku silu ili obrtni momenat, a time i linearno ili rotaciono kretanje. Generatori i motori koriste magnetno polje kao posrednika, iskorišćujući Faradejev zakon indukcije prema kome se u namotaju pojavljuje indukovani napon srazmeran vremenskoj brzini promene fluksa zahvaćenog namotajem. U bliskoj vezi sa ovim dejstvom, preko načela održavanja energije, leži i proizvodnja sile na provodniku kroz koji prolazi struja kad se on nalazi u magnetnom polju. Ovo poslednje dejstvo može se još posmatrati uzimajući da je sila srazmerna sa prvim izvodom fluksa koji namotaj obuhvata po uglu. Oba dejstva dolaze do izraza i u generatorima i u motorima — činjenica koja jednostavno naglašava reverzibilnost procesa pretvaranja energije. Glavna razlika izmedu motora i generatora je, prema tome, smer toka energije. Energija nepovratno pretvorena u toplotu ne igra važnu ulogu u procesu pretvaranja energije, ali se prisustvo gubitaka mora uzeti u obzir pri krajnjoj formulaciji teorije o radu mašine.

Među bitne delove skoro svih vrsta generatora i motora spadaju dve garniture namotaja, namotanih na gvozdena jezgra ili položenih u žlebove u njima. Primarna funkcija jedne garniture, pobudnog namotaja ili induktora, je stvaranje magnetnog polja mašine. Druga garnitura, namotaj indukta, je ona u kojoj se indukuje e. m. s. ili kontra e. m. s. rotacije; struje u ovom namotaju tesno su povezane sa proizvedenim obrtnim momentom ili otpornim obrtnim momentom. Prema tome, izrazi *pobudni namotaj (ili induktor) i indukt* predstavljaju funkcionalne opise namotaja; izrazi *stator i rotor* naznačuju samo njihovu lokaciju. Konstruktivni obziri (i potreba komutacije kod mašina za jednosmernu struju) odreduju lokaciju namotaja za pojedine vrste mašina.

Prema tome, postoje tri glavne vrste mašina: sinhrone mašine, s jednosmernom strujom u jednom namotaju, pobudnom namotaju, i naizmeničnom strujom koju daje ili prima mašina preko krajeva drugog namotaja; mašine za jednosmernu struju, s jednosmernom strujom ne samo u pobudnom namotaju već i u drugom namotaju, koji je daje ili prima preko krajeva; najzad asinhrone mašine (zajedno sa komutatorskim mašinama naizmenične struje, kao što je redni motor za naizmeničnu struju) sa naizmeničnom strujom u oba namotaja. Sve tri vrste mogu raditi i kao generatori i kao motori, ali se poslednja u praksi retko upotrebljava kao generator. Za uspešno pretvaranje energije moraju biti zadovoljeni izvesni uslovi, od kojih se jedan sastoji u tome da magnetna polja, proizvedena od strane dveju garnitura namotaja, moraju imati isti broj polova. Rad pojedinih mašina može se razmatrati polazeći od zakona *Blv* i *Bli* ili posmatrajući magnetna polja dveju garnitura namotaja koji teže da se poravnaju. Osnovna načela rada svih elektro-

magnetnih rotacionih mašina su uglavnom ista. Kao što se može očekivati na osnovu pregleda pojedinih konstruktivnih pojedinosti i električnih šema veza, detalji analiza sinhrone mašine, mašine za jednosmernu struju i asinhrone mašine, predstavljaće samo ogranke na zajedničkom stablu. Opšti postupak kome podleže osnova analize, isti je za sve vrste.

Veličine prvenstvenog značaja za analizu mašina jesu proizvedeni naponi i naponi na krajevima, struje, obrtni momenti i brzine. Dva osnovna izraza za svaku mašinu su: prvi za indukovani napon izražen magnetnom indukcijom (ili fluksom po polu) i brzinom, a drugi za elektromagnetni obrtni momenat izražen magnetnom indukcijom (ili fluksom po polu) i strujom. Pomoću ova dva izraza i načela teorije električnog kola i mehanike mogu se kvantitativno ispitivati svi željeni radni uslovi. Opšti postupak u analizi mašina u ustaljenom stanju, koja će biti izvedena u docnijim glavama, može se ukratko svesti na sledeća četiri stepena.

1. Iz Faradejevog zakona (jedn. 1-1 ili 1-4) odrediti izraz za proizvedenu e. m. s. ili kontra e. m.s. Ovo odredivanje iziskuje poznavanje oblika krive magnetne indukcije u mašini i zahteva prema tome da se raspodela fluksa ispita.

2. Istražiti i uvesti u račun činioce koji prouzrokuju razliku između proizvedene e. m. s. i napona na krajevima pod opterećenjem. Jedan takav činilac je otpor namotaja indukta. Druga okolnost koja se mora imati na umu je da i induktni namotaj stvara komponentu magnetnog polja i da obračun fluksa kroz kolo mora biti dopunjen imajući u vidu i to polje, kako bi se dobio ispravan napon na krajevima. Ovo dejstvo se može obuhvatiti pri odredivanju e. m. s. u prvom stepenu ili se može uzeti u obzir u drugom stepenu, kako bude podesnije za analizu. Ovi činioci se obično prikazuju parametrima ekvivalentnih električnih kola. Njihovo određivanje opet zahteva poznavanje raspodele fluksa, a naročito za indukt.

Ekvivalenat za ova dva stepena, sa dodatkom obračuna gubitaka u gvožđu, važi i za transformatore i predstavlja osnovu njihove analize.

3. Naći izraz za elektromagnetni obrtni momenat i otporni obrtni momenat. Ovaj se izraz uglavnom može ustanoviti na jedan od sledeća četiri načina:

a. Može se primeniti načelo pretvaranja energije. Kad se rotaciona e. m.s. odredi u prvom stepenu, elektromagnetna snaga koju ova stvara u zajednici sa strujom indukta može biti formulisana. Ova snaga se može izjednačiti sa snagom koju stvara elektromagnetni obrtni momenat u zajednici s brzinom, kao u jedn. 1-17.

b. Izraz sa *Bli* (jedn. 1-6) može se primeniti za obrtni momenat pojedinačnih provodnika, a zatim naći zbir vrednosti za ceo namotaj indukta. Očigledno je da treba poznavati raspodelu fluksa.

c. Obrtni momenat se može odrediti iz prvog izvoda po uglu ukupnog fluksa kroz namotaj indukta, primenjujući jedn. 1-24. I ovde je potrebno znati raspodelu fluksa.

d. Obrtni momenat se može odrediti razmatranjem energije polja. Na ovu mogućnost ćemo se u većoj meri osvrnuti niže i detaljnije o njoj diskutovati u gl. 2.

4. Obuhvatiti gubitke mašine na podesan način. Ovo obuhvatanje obično se vrši uzimajući u obzir gubitke u bakru pri odredivanju električnih snaga, a mehaničke gubitke i gubitke usled histereze i vihornih struja — pri određivanju mehaničkih snaga.

Primena ovih stepena sprovedena je u proučavanjima rada u ustaljenom stanju, izloženim u gl. 3 do 11. Analiza transformatora obrađena je u dodatku. Prelazno i dinamičko ponašanje mašina i sistema mašina ispitivano je u gl. 12 i 13. Izlaganje analitičkih pojedinosti mora se, naravno, dopuniti razmatranjem kon-

štruktivnih i električnih detalja, oblika krive magnetne indukcije i fizičkim prikazom zbivanja u mašini, i to mnogo potpunije nego što je to mogućno u ovoj uvodnoj glavi. Opšti cilj je da se za svaku mašinu dobiju ekvivalentna kola tako da se po stupci koji se primenjuju u teoriji kola mogu upotrebiti i prilikom istraživanja pojava pretvaranja energije.

Uopšte uzev, sva četiri navedena metoda za određivanje elektromagnetnog obrtnog momenta mogu se primeniti na osnovne tipove mašina. Svi ovi metodi daju iste rezultate, ali od postupka po kome će se metodi primeniti zavisiće da li će osnovi rada mašina biti manje ili više jasno osvetljeni. O ekspeditivnosti se takođe mora voditi računa, jer se nekim metodama mogu u pojedinim slučajevima željeni rezultati dobiti neposrednije i lakše. Prvi metod dovodi do rezultata neposredno i lako, ali ne kazuje skoro ništa o tome kako se obrazuje obrtni momenat. On kazuje u stvari da izvestan odnos mora biti zadovoljen kad mašina radi. Drugim metodom zalazi se pažljivije u ispitivanje pojedinosti proizvođenja obrtnog momenta izražavajući sile koje se pojavljuju na provodnicima kroz koje ide struja kad se provodnici nalaze u magnetnom polju; kao takav, on daje potpuniji odgovor na pitanje kako mašine rade. S obzirom da se izraz za obrtni momenat (jedn. 1-6) može izvesti iz Faradejevog zakona i održanja energije u mašinama sa konstantnim poljem, drugi metod je ekvivalentan prvom ali je njegova primena pristupačnija. Ovaj odnos za obrtni momenat može se, međutim, lako primeniti samo na određene elektromagnetne mašine, što znači da drugi metod ne otkriva osnovne aspekte zajedničke svim mašinama za elektromehaničko pretvaranje energije, pa čak ni one koji su zajednički svim elektromagnetnim oblicima ovih mašina. Treći metod ima preimućstvo da jasno i prosto pokazuje način stvaranja obrtnog momenta zajednički svim oblicima rotacionih elektromagnetnih mašina; on zato služi kao osnova za podrobnija ispitivanja pojmova o rotacionim mašinama u gl. 3.

Četvrti metod je najosnovniji po načinu prilaženja problemu ali je zato najteži za primenu. On se zasniva na upotrebi jedn. 1-15, odnosa koji važi za sve mašine za elektromehaničko pretvaranje energije. U donekle ograničenom obliku, on vodi jednačini 1-24, na kojoj se zasniva treći metod, i na tumačenje posmatranjem magnetnog polja iz odeljka 1-2*b*; on dakle ima dodirnih tačaka s drugim i trećim metodom. Zbog svoje veće uopštenosti, četvrti metod zahteva znatno više uvodnih objašnjenja nego što je bilo dato u ovoj glavi. Pružiti ova objašnjenja, prikazati njihovu primenu i sve što je njima uslovljeno i na taj način izneti na videlo zajedničke aspekte problema pretvaranja energije — to su zadaci gl. 2.

GLAVA 2

NAČELA ELEKTROMEHANIČKOG PRETVARANJA ENERGIJE

Sve sprave za elektromehaničko pretvaranje energije imaju izvesne zajedničke osnovne karakteristike. Telefonska slušalica sa pokretnim kalemom, na primer, ponaša se u skladu sa istim osnovnim zakonima fizike kojima je regulisano ponašanje električnog generatora od 100 000 kW. Cilj ove glave je da opiše u opštim crtama fizičke principe elektromehaničkog pretvaranja energije, da razvije jednu osnovnu teoriju na osnovu koje se mogu odrediti mahaničke sile proizvedene magnetnim i elektrostatičkim poljima, i da uporedi mogućnosti magnetskih i elektrostatičkih polja kao sredstava za proizvodnju sila. Iako je teorija ustaljenog stanja rotacionih mašina izložena u narednim glavama na uprošćen način, proučavanjem ove glave omogućiće se čitaocu da u trodimenzionalnoj perspektivi binokularnog gledanja sagleda teoriju mašina, time što će mu se pružiti osnova na kojoj će se kasnije pojedinosti moći razmotriti.

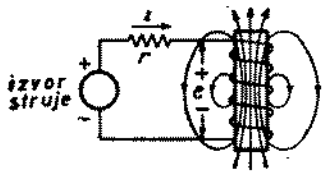
Metod prilaženja problemu već je diskutovan u odeljku 1-6*a*. Kao što je pokazano u jedn. 1-15, primena načela održanja energije na proces elektromehaničkog pretvaranja energije dovodi do osnovne diferencijalne jednačine

$$dW_{el} = dW_{polje} + dW_{meh}$$

gde je dW_{el} neto iznos dovedene električne energije po odbitku gubitaka u bakru, dW_{polje} diferencijal energije koju apsorbuje električno polje, a dW_{meh} neto iznos unutrašnje energije pretvorene u mehaničku, uključujući mehaničke gubitke. Ova jednačina je napisana tako da članovi električne i mehaničke energije imaju pozitivne vrednosti za slučaj rada motora. Ona važi i za rad generatora, ali tada članovi električne i mehaničke energije imaju negativne vrednosti. Ova jednačina, zajedno sa Faradejevim zakonom za indukovani napon, predstavlja temelje na kojima počiva celokupna struktura ove glave. Postupak obuhvata dva stepena: (1) naći za energiju akumulisanu u sprežnom polju izraz pomoću magnetnih ili električnih uslova i parametara koji su funkcija oblika mehaničkih delova, (2) zatim ispitati kako mehaničko kretanje utiče na članove električne energije i energije polja. Mehanička energija se onda može dobiti iz jedn. 2-1. Proučavaće se i upoređivaće se i magnetno i elektrostatičko polje, obraćajući naročito pažnju na magnetno polje zbog njegove pretežne važnosti.

2-1. Magnetni sistemi sa jednim pobudnim namotajem. Posmatrajmo najpre jedan prost magnetni sistem koji se sastoji od samo jednog pobudnog kalema i njegovog magnetnog kola, prikazan na šemi sl. 2-1. Shodno Faradejevom zakonu elektromagnetne indukcije, u nekom električnom kolu se indukuje e. m. s. kadgod se menja magnetni fluks kroz to kolo. E. m. s. je srazmerna brzini promene fluksa kroz kolo, njen smer je takav da teži da indukuje struju koja sprečava promenu

fluksa. Prema tome, kad se struja i fluks povećavaju, e. m. s. indukovana u namotaju ima smer suprotan struji, kao što je pokazano znacima + i — uz e. m. s. e na sl. 2-1. Kad fluks raste, izvod fluksa kroz kolo po vremenu $d\lambda/dt$ je pozitivan, a trenutna vrednost kontra e. m. s. e je data izrazom



Sl. 2-1. Uprošćen magnetni sistem sa jednim pobudnim namotajem

$$e = +\frac{d\lambda}{dt} \tag{2-2}$$

Ova jednačina naravno važi za svaki koherentan sistem jedinica. U ovim izlaganjima jedinice su većinom iz racionalizovanog sitema MKS.

Kad bi sav fluks φ prolazio kroz svih N navojaka namotaja, kao kad bi fluks bio ograničen u magnetnom jezgru, ukupan fluks kroz kolo bi iznosio $N\varphi$, a kontra e. m. s. bi bila

$$e = +N\frac{d\varphi}{dt} \tag{2-3}$$

U stvari se jedan deo magnetnog polja prostire kroz prostor koji zauzimaju provodnici namotaja, i stoga obuhvata samo jedan deo od ukupnog broja navojaka. Uticaj ovog delimičnog obuhvatanja fluksa može se uzeti u obzir definišući ekvivalentnu vrednost fluksa kao u jedn. 1-3.

Kao što je pokazano u odeljku 1-6*a*, diferencijal dW_{el} energije koju odaje električni izvor u vremenu dt (po odbitku gubitaka u bakru namotaja) je

$$dW_{el} = ei\,dt \tag{2-4}$$

gde je i trenutna vrednost struje izvora. Iz jedn. 2-2 i 2-3 je

$$dW_{el} = i\,d\lambda = Ni\,d\varphi = \mathfrak{F}\,d\varphi \tag{2-5}$$

gde je $\mathfrak{F} = Ni$ m. m. s. kalema u ampernavojcima.

Jednačina 2-5 pokazuje da je promena fluksa kroz kolo praćena proticanjem električne energije kroz kolo. Šta biva sa tom energijom zavisi od toga šta je prouzrokovalo promenu fluksa. Ispitivanje ovog proticanja energije je predmet ostatka ovog odeljka.

a. Energija u magnetnom polju. Energija polja može se odrediti na osnovu energije dovedene iz izvora pri uspostavljanju polja. Polje stvara mehaničke sile u jezgru i u kalemu, ali ako se jezgro ili kalem ne kreću ne vrši se nikakav mehanički rad. Docnije ćemo razmotriti u ovom odeljku šta se dešava kad dođe do mehaničkog kretanja. Zasad posmatrajmo energetske promene za slučaj kad je konfiguracija jezgra i kalema *nepromenljiva*. Pod tim uslovima, jedn. 2-1 se svodi na

$$dW_{el} = dW_{polje} + 0 \tag{2-6}$$

a iz jedn. 2-5

$$dW_{polje} = i\,d\lambda = \mathfrak{F}\,d\varphi \tag{2-7}$$

To znači da polje kad mehaničkog kretanja nema apsorbuje dovedenu električnu energiju $i\,d\lambda$ koja se pojavljuje usled promene fluksa.

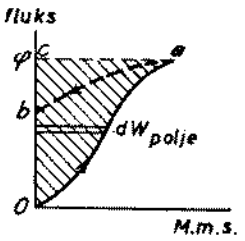
Energija koju polje apsorbuje pri promeni ukupnog fluksa kroz kolo od λ_1 do λ_2, ili fluksa od φ_1 do φ_2, je

$$\Delta W_{polje} = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} i\,d\lambda = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \mathfrak{F}\,d\varphi \tag{2-8}$$

Kad je početni fluks ravan nuli, energija koju polje apsorbuje za uspostavljanje fluksa kroz kolo λ, odnosno fluksa φ, je

$$W_{\text{polje}} = \int_0^{\lambda} i\,d\lambda = \int_0^{\varphi} \mathfrak{F}\,d\varphi \tag{2-9}$$

U ovim jednačinama fluks je funkcija m. m. sile, a odnos izmedu ovih zavisi od geometrijskih oblika kalema i magnetnog kola i od magnetnih osobina materijala jezgra. Kad u magnetnom kolu ima feromagnetnog materijala, odnos odstupa od linearnog oblika manje-više kao na rastućoj grani krive *Oa* na sl. 2-2, te se integrisanje po jedn. 2-8 i 2-9 mora vršiti grafički. Zbog histereze i vihornih struja, fukcija fluksa od m. m. s. ima više vrednosti. Opadajuća kriva naznačena je isprekidanom linijom *ab* na sl. 2-2. Kad se m. m. s. svede na nulu, samo jedan deo energije koju je polje apsorbovalo u toku procesa uspostavljanja vraća se u kolo, pri čemu je vraćena energija predstavljena površinom *abc*. Nešto od energije ostaje nagomilano u kinetičkoj energiji usled obrtanja elektrona koji proizvode remanentni fluks, a nešto odlazi na gubitke u jezgru prouzrokovane histerezom i vihornim strujama. Neto iznos energije apsorbovane za vreme procesa uspostavljanja i iščezavanja polja *Oab* predstavlja površina *OabO* na sl. 2-2. Kad se promena odigrava dovoljno sporo, tako da se dejstvo vihornih struja može zanemariti, karakteristike fluks—struja *Oa* i *ab* postaju krive magnećenja i razmagnećenja. Za uslove potpunog ciklusa, gubitak usled histereze može se odrediti iz površine zatvorene krive histereznog ciklusa.



Sl. 2-2. Karakteristika fluks — m. m. s. i grafički prikaz energije polja

Većina mašina za elektromagnetno pretvaranje energije sadrže vazdušne procepe uključene na red sa magnetnim kolom, i obično najveći deo m. m. s. odlazi na savladivanje magnetnog otpora vazdušnog procepa. Najveći deo energije nagomilava se pri tom u tom procepu i vraća se kolu kad polje slabi. Radi uprošćenja odnosa do kojih se dolazi, magnetna nelinearnost i gubici u jezgru često se zanemaruju pri analizovanju praktičnih mašina. Krajnji rezultati takvih približnih analiza mogu se po potrebi korigovati u pogledu dejstva tih zanemarenih činilaca primenom poluempiričkih metoda.

Kad se gubici u gvožđu zanemare, energija koju apsorbuje polje nagomilava se i vraća kolu kad se fluks smanji na nulu. Kad su fluks i m. m. s. direktno srazmerni, kao što je to u vazduhu, energija nagomilana u polju, prema jedn. 2-9, je

$$W_{\text{Polje}} = \frac{1}{2}\, i\lambda = \frac{1}{2}\, \mathfrak{F}\varphi \tag{2-10}$$

Akumulisana energija može se izraziti i pomoću *magnetnog otpora* ili *reluktanse*, definisane kao

$$\mathfrak{R} = \frac{\mathfrak{F}}{\varphi} \tag{2-11}$$

ili *magnetnog provoda*, ili *permeanse* definisane kao

$$\mathfrak{P} = \frac{\varphi}{\mathfrak{F}} = \frac{1}{\mathfrak{R}} \tag{2-12}$$

Kad se zanemari i nelinearnost i histereza, reluktansa i permeansa su konstantni a akumulisana energija je

$$W_{\text{polje}} = \frac{1}{2} \mathfrak{R} \varphi^2 = \frac{1}{2} \mathfrak{P} \mathfrak{F}^2 \tag{2-13}$$

Sačinitelj samoindukcije L (u hercima) definisan je kao odnos fluksa kroz kolo (u ve ber navojcima) prema struji (u amperima), tj.

$$L = \frac{\lambda}{i} \tag{2-14}$$

On je konstantan kad je reluktansa konstantna. Zamenom ovog odnosa u jedn. 2-10 dobiva se poznati izraz za energiju akumulisanu u polju sa konstantnom induktivnošću, koji glasi

$$W_{\text{polje}} = \frac{1}{2} L i^2 \tag{2-15}$$

Energija polja raspodeljena je u prostoru koji polje zauzima. Za magnetni medijum konstantne magnetne propustljivosti i sa zanemarenim gubicima, gustina energije uzima se da iznosi

$$w_{\text{polje}} = \frac{1}{2} \mathfrak{H} \mathfrak{B} = \frac{1}{2} \mu \mathfrak{H}^2 = \frac{1}{2} \frac{\mathfrak{B}^2}{\mu} \tag{2-16}$$

gde je w_{polje} gustina nagomilane magnetne energije (u džulima po kubnom metru) u tački gde jačina magnetnog polja iznosi $\mathfrak{H}$ [AN/m], magnetna indukcija $\mathfrak{B}$ [T], a magnetna propustljivost ili permeabilnost η — u racionalizovanim jedinicama MKS. Jednačina 2-16 dobiva se iz jedn. 2-10, jer je $\mathfrak{H}$ m. m. s. po jedinici dužine a $\mathfrak{B}$ fluks po jedinici površine.

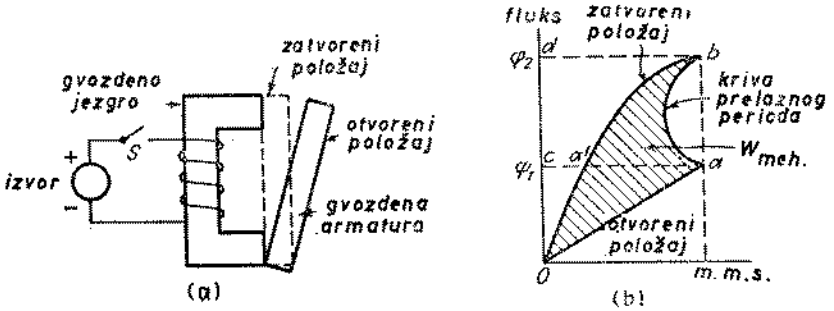
U prethodnim razmatranjima odnosi energije polja bili su izraženi na tri načina, te je zgodno da se ukratko protumače posmatrajući ih sa tri gledišta. U jedn. 2-16 akumulisana magnetna energija izražena je specifičnim osobinama magnetnog polja, odnosno veličinama po jedinici zapremine. To gledište je gledište konstruktora. U svom radu on ima u vidu osobine materijala, jačine polja, veličine naprezanja, gustine struje i slične pojmove. On zatim stvara geometrijski oblik i aranžman svoje specifične mašine na osnovu poznavanja onoga što može da izradi sa jedinicom zapremine raspoloživih materijala. U jedn. 2-15 energija polja izražena je pomoću struje i induktivnosti, dobro poznatih i korisnih pojmova, naročito kad nelinearnost nije važna. Ovo gledište je gledište analitičara električnog kola. Izuzimajući teškoće skopčane sa uzimanjem nelinearnosti u obzir, teorija radnih karakteristika većine mašina za elektromagnetno pretvaranje energije može da se izvede polazeći od pretpostavke da ta mašina predstavlja u kolu element sa parametrima induktivnosti promenljivim u vremenu. Ovo gledište, međutim, ne omogućava da se unutrašnje pojave dovoljno sagledaju i ne pruža nikakvu predstavu o fizičkim zbivanjima. U jedn. 2-7 do 2-13 energija polja je izražena veličinama koje se odnose na celo polje. Ovo gledište se nalazi negde između druga dva. Izrazi se lako mogu pre vesti na jezik bilo konstruktora bilo analitičara kola. U ovim izlaganjima biće sva tri gledišta zastupljena u raznim momentima.

b. Mehanički rad. Do sada smo razmenu energije između električnog kola i magnetnog polja razmatrali za slučaj nepromenljive konfiguracije mehaničkih de lova. Razmena energije između električnog i mehaničkog sistema može se vršiti kad je energija u sprežnom polju izložena uticaju konfiguracije mehaničkih elemenata.

Kao prost primer posmatrajmo rele koji privlači gvozdenu armaturu na sl. 2-3*a*. Krive magnećenja magnetnog kola za otvoreni i zatvoreni položaj armature vide se na sl. 2-3*b*. Pretpostavimo da je prekidač S uključen i da se armatura nasi-

lno zadrži u otvorenom položaju dok se struja u kalemu nije smirila na krajnju vrednost ustaljenoga stanja. Odgovarajuća radna tačka magnetnog kola je tačka *a* (sl. 2-3*b*). Sada pustimo armaturu. Ona će se pokrenuti pod dejstvom magnetne privlačne sile i konačno zaustaviti u zatvorenom položaju. Kad pojave prelaznog perioda iščeznu, krajnja radna tačka biće *b* na sl. 2-3*b*.

Za vreme prelaznog perioda dok se armatura kreće, fluks raste a u kalemu se indukuje kontra e. m. s. Ova e. m. s. zavisi od brzine kojom se armatura kreće. Kad se ona kreće veoma sporo, indukovana e. m. s. je neznatna; struja ostaje tada uglavnom konstantna a geometrijsko mesto tačaka fluks—m. m. s. za prelazni period približava se vertikalnoj isprekidanoj liniji *ab* na sl. 2-3*b*. Obratno, kad je kretanje veoma brzo, ono će se izvršiti pre nego što se fluks znatno promeni; geometrij-



Sl. 2-3 (*a*) Relej i (*b*) odgovarajuće karakteristike fluks—m. m. s. i energetski odnosi

sko mesto tačaka fluks—m.m.s. za period kretanja armature približava se tada horizontalnoj isprekidanoj liniji *aa'*, a kad se kretanje završi, fluks i m.m.s. rastu duž krive magnećenja *a'b*. Tačno rešenje za uslove prelaznog stanja komplikovano je i zavisi kako od inercije i sila trenja mehaničkog sistema tako i od prelaznog ponašanja električnog sistema. Nećemo se dalje upuštati u ove pojedinosti. Radije ćemo pretpostaviti da je kriva fluks—m.m.s. za prelazni period poznata i da leži negde između dveju gore opisanih granica, kao što pokazuje kriva *ab* na sl. 2-3*b*.

Razmotrimo šta predstavljaju pojedine površine dijagrama na sl. 2-3*b*. Površina *OacO* levo od krive prvog magnećenja predstavlja energiju uzetu od električnog izvora koju magnetsko polje apsorbuje u toku početnog pobuđivanja kalema dok je armatura u otvorenom položaju. Histereza i vihorne struje zanemareni su radi jednostavnijih izlaganja. Ova energija se tada nagomilava u magnetnom polju. Kad je armatura stigla u zatvoreni položaj, energiju akumulisanu u polju predstavlja površina *ObdO* levo od krive poslednjeg magnećenja. Prema tome, povećanje energije nagomilane u polju je

$$\Delta W_{\text{polje}} = ObdO - OacO \tag{2-17}$$

Dok se armatura kreće, fluks raste od φ_1 do φ_2 a u kalemu se indukuje e. m. s. Odgovarajuća energija izuzeta iz izvora za to vreme iznosi, prema jedn. 2-5

$$W_{\text{el}} = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \mathfrak{F}\, d\varphi = \text{površina } cabdc \tag{2-18}$$

Zamenom jedn. 2-17 i 2-18 u jednačini energetskog bilansa 2-1 dobiva se

$$W_{\text{el}} = \Delta W_{\text{polje}} + W_{\text{meh}} \tag{2-19}$$

$$\text{Površina } cabdc = ObdO - OacO + W_{\text{meh}} \tag{2-20}$$

odakle je

$$W_{meh} = OacO + cabdc - ObdO = OabdO - ObdO \tag{2-21}$$

$$= OabO \tag{2-22}$$

Ova važna relacija pokazuje de je energija pretvorena u mehanički oblik ravna površini omeđenoj krivama prvog i poslednjeg magnećenja i krivom fluks—m.m.s. za period kretanja, kao što pokazuje šrafirana površina na sl. 2-3*b*. Svaki magnetni sistem s jednim pobudnim namotajem, čija kriva magnećenja zavisi od relativnog položaja njegovih delova, može poslužiti kao naprava za elektromehaničko pretvaranje energije.

c. Mehaničke sile. Linearna analiza. Veličina i pravac mehaničkih sila koje deluju na ma koji deo jednog magnetnog sistema mogu se odrediti razmatrajući šta bi se dogodilo u energetskom bilansu kada bi se dozvolilo da se taj (posmatrani) deo pomeri za infinitezimalno odstojanje dx u pravcu magnetne sile f koja na njega dejstvuje. Ako se zanemare gubici u gvožđu i nelinearnost, energetski odnosi mogu se izraziti linearnim parametrima — induktivnošću, magnetnim otporom ili magnetnim provodom, kao u jedn. 2-13 i 2-15. Ovi parametri su funkcije geometrijskih oblika jezgra i kalema i magnetskih osobina materijala jezgra. Na primer, induktivnost kalema i magnetni otpor magnetnog kola u sl. 2-3*a* zavise od obilka jezgra i kalema. Najvažniji činioci su dužina i površina poprečnog preseka vazdušnog procepa.

Iako odnosi koji će u daljem izlaganju biti izvedeni imaju veoma široko značenje, biće korisno da se najpre razmotri jedan prost poseban slučaj, kao što je relej na sl. 2-3*a*. Magnetna privlačna sila koja dejstvuje na armaturu može se odrediti razmatrajući šta bi se desilo u energetskom bilansu kad bi se vazdušni procep smanjio za infinitezimalni iznos dx. Mehanički rad fdx izvršila bi tada magnetna privlačna sila f. Istovremeno bi se promenio magnetni otpor magnetnog kola i induktivnost kalema. Struja i fluks mogli bi se takođe promeniti zbog indukovanja u prelaznom stanju što je opisano u odeljku 2-1*b*.

Uticaj diferencijalnog pomeraja dx na energetski bilans (jedn.2-1) može se vrlo pogodno obračunati uz pomoć diferencijalnih promena fluksa i magnetnog otpora. U skladu s jedn. 2-5, dovedena diferencijalna električna energija je

$$dW_{el} = F\,d\phi \tag{2-23}$$

gde su F i ϕ vrednosti m.m.s. i fluksa pri radnim uslovima, a $d\phi$ je infinitezimalna promena fluksa izazvana pomeranjem dx. Prema jedn. 2-13, energija polja je

$$W_{polje} = \tfrac{1}{2}\,\mathfrak{R}\,\phi^2 \tag{2-24}$$

$\mathfrak{R}$ i ϕ su promenljive, pa je za beskonačno male promene

$$dW_{polje} = \tfrac{1}{2}\phi^2\,d\mathfrak{R} + \mathfrak{R}\,\phi d\phi \tag{2-25}$$

Ali je $\mathfrak{R}\phi = F$, te je

$$dW_{polje} = \tfrac{1}{2}\phi^2 d\mathfrak{R} + F d\phi \tag{2-26}$$

Zamena jedn. 2-23 i 2-26 u osnovnoj energetskoj jednačini 2-1 daje

$$F\,d\phi = \tfrac{1}{2}\phi^2 d\mathfrak{R} + F_d\,\phi + dW_{meh} \tag{2-27}$$

prema tome je

$$dW_{meh} = f\,dx = -\tfrac{1}{2}\phi^2\,d\mathfrak{R} \tag{2-28}$$

ili

$$f = -\frac{1}{2}\,\phi^2\,\frac{d\mathfrak{R}}{dx} \tag{2-29}$$

Treba uočiti da se dovedena električna energija $Fd\phi$ na levoj strani jedn. 2-27 potire jednim identičnim članom kojim se uzima u obzir onaj deo promene u energiji polja koji je prouzrokovan promenom fluksa. Ovi članovi ne utiču na mehaničku silu, koja, prema tome, ne zavisi od diferencijalne promene fluksa. Sila zavisi jedino od vrednosti fluksa i od prvog izvoda magnetnog otpora po putu x. Ove jednačine pokazuju prema tome da *promenu fluksa* prati prenos energije između polja i *električnog* sistema, dok *promenu magnetnog otpora* prati razmena energije izmedu polja i *mehaničkog* sistema. Jednačina 2-29 pokazuje da se u sistemu usled fluksa *javljaju sile koje teže da smanje magnetni otpor i da mehaničke delove pokrenu ka položaju najmanjeg magnetnog otpora.*

U magnetnom sistemu sa jednim pobudnim namotajem koji sadrži elemente od gvožđa, na magnetni otpor utiče uglavnom raspored tih gvozdenih elemenata. Sila najvećim delom dejstvuje u tom slučaju neposredno na te gvozdene elemente. U mašinama za pretvaranje energije normalnog tipa najveći deo sile raspoložive za koristan rad dejstvuje na gvozdene delove napravljene tako da može da se ostvari željena vrsta kretanja. U takvim mašinama željeno pretvaranje energije vrši se obično jednom jedinom silom ili obrtnim momentom. Postoje i sile koje svojim dejstvom izazivaju naprezanja u gvozdenim delovima. Ovim naprezanjima prouzrokuju se istezanja koja menjaju oblik delova težeći da smanje magnetni otpor. Ova pojava se naziva *magnetostrikcija*. Unutrašnja naprezanja u naizmeničnom polju dovode do vibracija, koje su obično nepoželjne jer stvaraju buku.

Postoje i sile koje dejstvuju neposredno na pobudni namotaj. U skladu s opštim načelom, ove sile teže da kalem kao kruto telo postave u magnetnom polju u položaj u kome je magnetni otpor najmanji a i da ga deformišu sabijanjem u aksijalnom pravcu i širenjem njegove površine popreko na putanju fluksa. Kalem pravougaonog oblika, na primer, teži da se deformiše u krug. Oblik i položaj pobudnog kalema u magnetnom kolu s gvoždem utiču obično relativno malo na magnetni otpor. Pri normalnim uslovima, sile koje neposredno dejstvuju na pobudni kalem su usled toga mnogo manje od onih koje deluju na gvozdene delove. Pri nenormalnim uslovima, međutim, kao što su kratki spojevi na uređajima velike snage, sile koje dejstvuju na namotaje mogu biti veoma velike.

Drugi korisni oblici jednačine sile mogu se izvesti iz jedn. 2-29. Izražena pomoću m.m.s. i magnetnog provoda, sila je

$$f = +\frac{1}{2} F^2 \cdot \frac{d\mathfrak{P}}{dx} \tag{2-30}$$

a pomoću fluksa i m.m.s.

$$f = -\frac{1}{2} \phi \left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)_{\phi = \text{const}} \tag{2-31}$$

gde je $\partial F/\partial x$ parcijalni izvod *m.m.s.* po x pri konstantnom fluksu. Ili pak

$$f = +\frac{1}{2} F \left(\frac{\partial \phi}{\partial x}\right)_{F = \text{const}} \tag{2-32}$$

gde je $\partial\phi/\partial x$ parcijalni izvod fluksa po x pri konstantnoj *m.m.s.* U zavisnosti od struje i induktivnosti, sila je

$$f = +\frac{1}{2} i^2 \cdot \frac{dL}{dx} \tag{2-33}$$

Vidi se, dakle, da sila dejstvuje u smeru povećanja magnetnog provoda, smanjenja *m.m.s.* pri stalnom fluksu, povećanja fluksa pri stalnoj *m.m.s.* ili povećanja induktivnosti.

Sila se takođe može izraziti pomoću prvog izvoda energije polja po pomeraju x. Tako se iz jedn. 2-13 i 2-29 dobiva

$$f = -\left(\frac{\partial W_{\text{polje}}}{\partial x}\right)_{\phi = \text{const}} \tag{2-34}$$

Videli smo već u diskusiji jedn. 2-27 da diferencijalne promene fluksa ne utiču na mehaničku silu jer se diferencijal dovedene električne energije $F\,d\phi$ potire s identičnim priraštajem energije polja. S obzirom da je sila nezavisna od $d\phi$, izraz za silu može se dobiti razmatrajući šta bi se dogodilo kad bi fluks bio konstantan. Jednačina 2-34 kazuje naprosto da bi, u slučaju da pomeranje dx nastaje pri konstantnom fluksu, dovod električne energije $F\,d\phi$ u jedn. 2-27 bio ravan nuli i da bi izvršeni mehanički rad išao na teret energije nagomilane u magnetnom polju. Prema tome, sila je jednaka prvom izvodu energije u odnosu na pomeraj, kad bi se energija izuzimala iz polja pri konstantnom fluksu.

Treba isto tako primetiti da je, na osnovu jedn. 2-15 i 2-33,

$$f = +\left(\frac{\partial W_{\text{polje}}}{\partial x}\right)_{i = \text{const}} \tag{2-35}$$

Proučavanjem jedn. 2-35 otkrivaju se izvesne interesantne i korisne činjenice. Jednačina pokazuje da je mehanički rad $f\,dx$ ravan priraštaju energije polja dW_{polje} kad se pomeranje vrši održavajući struju konstantnom. Prema tome, u nekom linearnom sistemu pri konstantnoj struji, polovina dovedene električne energije služi za povećanje energije nagomilane u polju, a druga polovina se odaje kao mehanički rad. Mehanički rad koji vrši magnetna sila ravan je povećanu energije polja pri konstantnoj struji, ili sila je ravna prvom izvodu energije polja u odnosu na x pri konstantnoj struji.

Jednačina 2-34 važi kako za nelinearne tako i za linearne sisteme. Jednačina 2-35, međutim, važi samo za linearne sisteme. Videćemo da se ona kao objedinjavajuće načelo može primeniti i na linearne sisteme sa višestrukim pobuđivanjem.

Iako je za prikazivanje magnetnih sila upotrebljen prosti relej sa sl. 2-3*a*, treba imati na umu da odnosi izvedeni u ovom odeljku imaju veoma široko značenje. Posmatrajmo magnetni sistem sa jednim pobudnim namotajem kome se jedan deo može pokretati kao kruto telo u odnosu na ostale delove. Uopšte uzev na pokretljivi deo dejstvovaće magnetne translatorne sile i obrtni momenti težeći da ga postave u položaj najmanjeg magnetnog otpora. Vrednost komponente magnetne sile koja u datom pravcu dejstvuje na izvestan deo može se odrediti pretpostavljajući da se deo o kome je reč pokreće u željenom pravcu za diferencijalni iznos dx i određujući iz gornjih jednačina za silu odgovarajuće izvode. Obrtni momenat može se odrediti pretpostavljajući da se deo pomera za diferencijalni ugao $d\theta$ u željenom smeru i određujući odgovarajuće izvode po uglu θ.

Primer 2-1. Izvesti izraze za privlačnu silu između dve paralelne ravne strane feromagnetnog materijala velike propustljivosti kad fluks prolazi upravno na te strane kao što pokazuje sl. 2-4. Zanemariti savijanje magnetskih linija na ivicama.

Rešenje. Izrazi za silu mogu se lako dobiti u zavisnosti od magnetnog otpora vazdušnog procepa, njegovog magnetnog provoda ili energije polja u procepu. Ovde je izabran prvi način.

Magnetni otpor $\mathfrak{R}_g$ u vazdušnom procepu je

$$\mathfrak{R}_g = \frac{g}{\mu_0 A} \tag{2-36}$$

gde je g dužina vazdušnog procepa, A površina svake od paralelnih strana, a μ_0 magnetna propustljivost vazduha.

Diferenciranjem po x (sl. 2-4) dobiva se

$$\frac{d\mathfrak{R}_g}{dx} = \frac{1}{\mu_0 A} \cdot \frac{dg}{dx} = -\frac{1}{\mu_0 A} \tag{2-37}$$

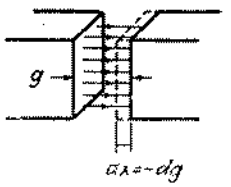
s obzirom da je dx negativni priraštaj dužine vazdušnog procepa. Zamenom jedn. 2-37 u jedn. 2-29 dobiva se

$$f = +\frac{\Phi^2_g}{2\mu_0 A} \tag{2-38}$$

gde je Φ_g fluks u vazdušnom procepu. U racionalizovanom sistemu jedinica MKS sila je izražena u njutnima. Drugi oblik je

$$f = +\frac{B^2_g \cdot A}{2\,\mu_0} \tag{2-39}$$

gde je B_g magnetna indukcija u vazdušnom procepu koja je ravna Φ_g/A.

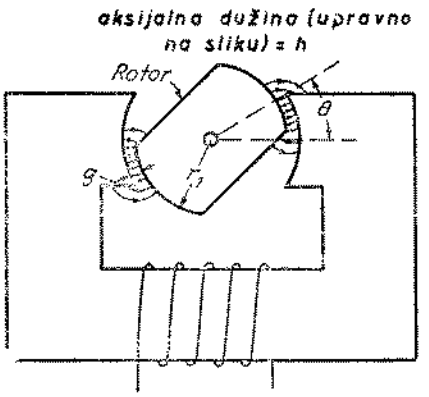


Sl. 2-4. Vazdušni procep sa paralelnim stranama. Primer 2-1

Primer 2-2. Magnetno kolo pokazano na sl. 2-5 načinjeno je od livenog čelika. Rotor se slobodno može okretati oko vertikalne ose. Dimenzije su označene na slici.

a) Naći izraz u racionalizovanom sistemu jedinica MKS za obrtni momenat koji dejstvuje na rotor u zavisnosti dimenzija i m. m. s. utrošene u dva vazdušna procepa. Zanemariti dejstvo ivica.

b) Maksimalna magnetna indukcija u odgovarajućim delovima vazdušnog procepa ograničena je na približno 130 kilolinija/in² (tj. 2,02 T) zbog zasićenja čelika. Izračunati maksimalni obrtni momenat za sledeće dimenzije: r_1 = 1,00 in (tj. 2,54 cm), h = 1,00 in (tj. 2,54 cm), S = 0,10 in (tj. 0,254 cm).



Sl. 2-5. Magnetni sistem za primer 2-2

Rešenje. Slično primeru 2-1, obrtni momenat se može odrediti u zavisnosti od magnetnog otpora vazdušnog procepa, njegovog magnetnog provoda ili energije polja. Ovde će se primeniti poslednji način.

a) Gustina energije magnetnog polja je $B^2_g/2\mu_0$ (jedn. 2-16), a zapremina dva odgovarajuća vazdušna procepa je $2gh\,(r_1 + 0{,}5g)\,\theta$. Prema tome, energija polja je

$$W_g = \frac{B_g^2\, g h\,(r_1 + 0{,}5\,g)\,\theta}{\mu_0} \tag{2-40}$$

Pri konstantnoj m. m. s. B_g je konstantno, pa se diferenciranjem jedn. 2-40 po θ pri konstantnoj m. m. s. saglasno jedn. 2-35, dobiva za obrtni momenat

$$M = \frac{B_g^2 (r_1 + 0{,}5\,g)\, g h}{\mu_0} \tag{2-41}$$

b) U jedinicama MKS sistema jesu:

$$B_g = 2{,}02\ \mathrm{T}$$

$$g = 0{,}00254\ \mathrm{m}$$

$$h = 0{,}00254\ \mathrm{m}$$

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$$

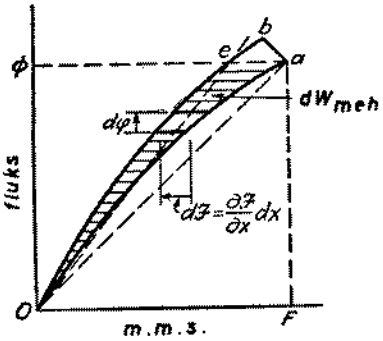
Zamenom ovih brojčanih vrednosti u jedn. 2-41 dobiva se

$$M = 5{,}56\ \mathrm{Nm}$$

d. Uticaj nelinearnosti. Izračunavanje člana koji u jedn. 2-1 predstavlja promenu energije polja postaje komplikovano kad se uzimaju u obzir histereza i magnetna zasićenost. U tom slučaju moraju se primeniti grafičke metode izrači-

navanja, zasnovane na energetskom dijagramu sl. 2-3*b*. Drugim rečima, treba proučiti šta bi nastalo sa površinama u sl. 2-3*b* kad bi se kretanje svelo na beskonačno malu vrednost. Vihorne struje ne moraju se uzimati u obzir pri određivanju sile u uslovima jednosmerne struje, pošto je njihovo dejstvo srazmerno vremenskoj brzini promene fluksa. Može se uzeti da se pomeranje dx kome je izložen pokretni deo u cilju određivanja sile vrši tako sporo da pri njemu preovlađuju uslovi ustaljenog stanja. Ali vihorne struje mogu znatno uticati na energetski bilans mašina koje rade sa vremenski promenljivim fluksom, te ih tada treba uzeti u obzir. Nasuprot tome, pojave histereze zavise od prethodnih magnetnih zbivanja i od smera promene magnetnih uslova, ali su nezavisne od brzine promene. Histereza stoga utiče na energiju koja se u polju nagomilava prelaženjem iz jednog ustaljenog stanja u drugo, bez obzira kako sporo se ova promena zbiva, pa prema tome utiče na silu čak i u uslovima jednosmerne struje. Pri uslovima ciklične promene, gubitak usled histereze po ciklusu može se odrediti iz površine zatvorene krive histereze. Ovde je, međutim, dejstvo histereze zanemareno, a za karakteristiku fluks—m.m.s. pretpostavlja se da je nelinearna ali jednoznačna[1]. Za probleme sa necikličnim m.m.s. uobičajeni postupak je da se upotrebi srednja kriva magnećenja koja prolazi kroz vrhove familije simetričnih histereznih ciklusa i daje prosečne vrednosti, otprilike na sredini između krive magnećenja i krive razmagnećenja — što predstavlja opravdanu približnost kad tačna istorija magnećenja nije poznata. Cilj sledećeg izlaganja nije toliko da se nađe tačan metod proračuna koliko da se pokaže zašto relativno prosti odnosi izvedeni na osnovu linearnosti, kao u odeljku 2-1*c*, mogu obično da pruže prilično tačne rezultate.

Oznakama treba ukazati veliku pažnju. Kao u odeljku 2-1*c*, uzmimo da su ϕ i F određene vrednosti fluksa i m.m.s. za koje treba odrediti silu. Neka su φ i $\mathfrak{F}$ promenljive vrednosti fluksa i m.m.s. i neka njihovu uzajamnu zavisnost predstavlja kriva magnećenja Oa na sl. 2-6, a tačka a neka je radna tačka. Pretpostavimo da se pokretni deo pomeri za dx u pravcu za koji se želi naći komponenta magnetne sile. *M.m.s.* $\mathfrak{F}$ je funkcija i fluksa i geometrijskih odnosa, tako da se i kriva magnećenja usled ovog pomeranja menja u novu krivu Ob na sl. 2-6. Za ma koju vrednost fluksa φ, horizontalni razmak $d\mathfrak{F}$ dveju kriva je funkcija fluksa i ravan je parcijalnom diferencijalu m.m.s. u odnosu na pomeraj, tj.



Sl. 2-6. Nelinearna karakteristika fluks-m.m. s. i diferencijalne promene energije

$$d\mathfrak{F} = \frac{\partial \mathfrak{F}}{\partial x}\, dx \qquad (2\text{-}42)$$

Pokretljivi deo magnetnog kola teži pod uticajem magnetne sile da se pokrene u takvom pravcu da se magnetni otpor smanji te se nova kriva magnećenja Ob pomera ulevo od prvobitne krive u sl. 2-6. Radni fluks se takođe menja od ϕ na $\phi + d\phi$. Nova radna tačka je b u sl. 2-6.

---

[1] Za dalja razmatranja istog problema vidi L. V. Bewley: „Twodimensional Fields in Electrical Engineering, str. 189-191, The Macmillan Company, Njujork 1948; V. Karapetoff: Mechanical Forces between Electric Currents and Saturated Magnetic Fields, *Trans. AIEE*, vol. 46, str. 563-569, 1927; R. E. Doherty and R. H. Park: Mechanical Forces between Electric Circuits, *Trans. AIEE*, vol. 45, str. 240-250, 1926. Za razmatranja o dejstvu histerezisa vidi H. C. Roters: „Electromagnetic Devices", str. 32-35, 73-77, 199-201, John Wiley & Sons, Inc., Njujork, 1941.

U odeljku 2-1*b* pokazano je da je izvršeni mehanički rad jednak površini *OabO* između krive prvog i poslednjeg magnećenja i geometrijskog mesta fluks — m.m.s. za vreme kretanja. Kad se kretanje svede na infinitezimalno dx, kao u sl. 2-6, površina *OabO* postaje beskonačno mala, a rad postaje $f dx$.

Veličina površine *OaeO* između dve krive magnećenja na sl. 2-6 predstavlja integral diferencijalnih paralelograma visine $d\varphi$ i osnovice $d\mathfrak{F}$ ili

$$\text{veličina površine } OaeO = \int_0^{\varphi} d\mathfrak{F}\, d\varphi = \int^{\varphi} \frac{\partial \mathfrak{F}}{\partial x}\, dx\, d\varphi \tag{2-43}$$

Površina trougla *abe* je beskonačno mala veličina drugog reda, te se površina *OaeO* približava površini *OabO* kad dx teži ka nuli. U limesu te površine su potpuno jednake. Integrali jednačine 2-43 predstavljaju algebarski *povećanje* energije polja koje bi prouzrokovao priraštaj $d\mathfrak{F}$ m.m. sile. Ali sila dejstvuje u takvom pravcu da smanji *m.m.s.* Prema tome, energija izuzeta od polja i pretvorena u mehanički rad je negativna vrednost ovih integrala, ili

$$f\, dx = -\int_0^{\varphi} \frac{\partial \mathfrak{F}}{\partial x}\, dx\, d\varphi \tag{2-44}$$

S obzirom da je dx konstantno pri integrisanju, može se izvući iz integrala, pa se deljenjem obe strane jedn. 2-44 sa dx dobiva

$$f = -\int_0^{\varphi} \frac{\partial \mathfrak{F}}{\partial x}\, d\varphi \tag{2-45}$$

Negativni znak pokazuje da magnetna sila dejstvuje u pravcu *smanjenja magnetnog otpora* i prenosa energije iz polja u mehanički sistem, kao u jedn. 2-29, 2-31 i 2-34.

Primer 2-3. Sila se može odrediti iznalaženjem vrednosti za $\partial\mathfrak{F}/\partial x$ neke familije krivih magnećenja, prikazujući te vrednosti grafički u zavisnosti od fluksa sa x kao parametrom, a zatim sprovodeći grafičku integraciju jedn. 2-45. Pretpostavimo, na primer, da su izrađene krive magnećenja magneta s pokretnim jezgrom prema sl. 2-7*a*, sa jezgrom zadržanim u nepokretnom položaju za svaku krivu. Magnetni uređaji s pokretnim gvožđem ovog tipa upotrebljavaju se za proizvodnju relativno velike sile koja dejstvuje na srazmerno malom rastojanju[2]. Tipične krive su pokazane u sl. 2-7*b*, gde je x razmak strana pokretnog i nepokretnog cilindričnog jezgra, u metrima. Problem glasi: naći silu za određenu vrednost ϕ fluksa i za razmak $x = 0{,}025$ m.

Rešenje. Za datu vrednost fluksa, recimo φ_4, kad se x promeni od 0,02 do 0,03 m (sl. 2-7*b*) priraštaj m. m. s. je $4\,\mathfrak{F} = \mathfrak{F}_b - \mathfrak{F}_a$ ampernavojaka, a odgovarajući priraštaj za x je $\Delta x = 0{,}01$ m. Prosečna vrednost za x u ovom intervalu je 0,025 m. Kad su horizontalna odstojanja između krivih za bilo koju datu vrednost fluksa približno ravnomerna, $\Delta\mathfrak{F}/\Delta x$ je vrlo blisko vrednosti $\partial\mathfrak{F}/\partial x$ za $\varphi = \varphi_4$ i $x = 0{,}025$ m. Birajući nekoliko vrednosti za fluks i određujući odgovarajuće priraštaje m. m. s. između kriva za $x = 0{,}02$ i $x = 0{,}03$, kao što je pokazano na sl. 2-7*b*, mogu se dobiti podaci za krivu $\partial\mathfrak{F}/\partial x$ kao funkciju od φ za $x = 0{,}025$, kao što pokazuje sl. 2-7*c*. Prema jedn. 2-45, sila za vrednost fluksa ϕ i vazdušni procep 0,025 m ravna je šrafiranoj površini na sl. 2-7*c* i dejstvuje u pravcu skraćenja procepa.

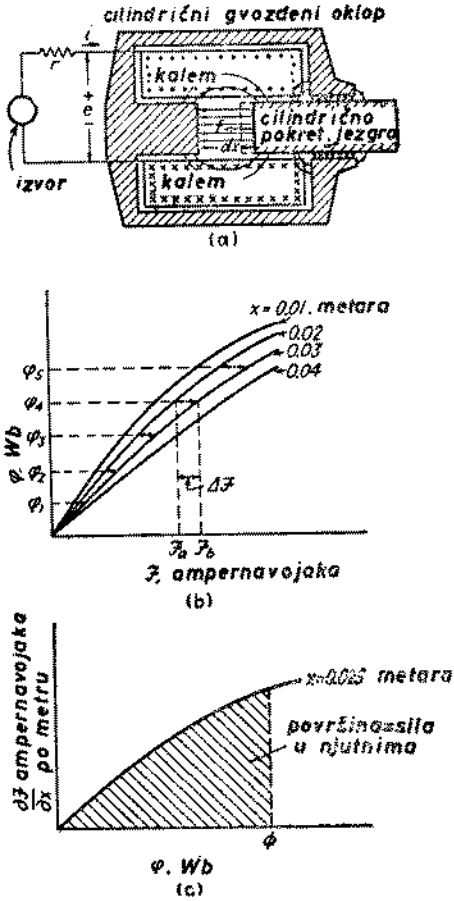
Gore opisani postupak je prilično složen i zametan. Srećom, mnogo prostiji odnosi, izvedeni na bazi linearnosti, daju obično zadovoljavajuće rezultate kad se pravilno primene, čak i u slučaju zasićenog magnetnog kola. Ova činjenica može se sada proceniti ponovnim ispitivanjem energetskog bilansa u svetlosti onoga što je pokazano u prethodnom izlaganju.

Pretpostavimo da se raspodela fluksa kroz celokupni magnetni materijal i kroz polje rasipanja ne menja kad se pokretni deo pomera za dx i da fluks ostaje konstantan. Ovaj uslov je obično približno ispunjen u sistemima s jednom pobudom,

---

[2] Za opširnu obradu raznih uređaja s pokretnim gvožđem vidi H. C. Roters: „Electromagnetic Devices", John Wiley & Sons, Inc., Njujork, 1941.

izuzev kad su zasićenost ili magnetno rasipanje izuzetno veliki. Pretpostavimo takođe da je volumen magnetnog materijala u polju konstantan. Jedine promene magnetnih uslova, prouzrokovane pomeranjem dx, dešavaju se tada u neposrednoj blizini promenljivog vazdušnog procepa čiji magnetni otpor je nezavisan od fluksa.



Sl. 2-7. (*a*) Cilindrični magnet s pokretnim jezgrom. (*b*) Familija krivih magnećenja. (*c*) Grafičko integrisanje radi određivanja sile, primer 2-3.

Problem se tada svodi na problem u kome se obuhvataju samo promene u linearnom delu polja. Svi odnosi za silu koji su ranije bili izvedeni u odeljku 2-1*c* za linearni slučaj mogu se prema tome primeniti u granicama usvojenih pretpostavki. Tako se jedn. 2-29, 2-30, 2-34 i 2-35 mogu pisati u zavisnosti od fluksa u vazdušnom procepu, magnetske razlike potencijala između strana vazdušnog procepa, magnetnog otpora vazdušnog procepa, magnetnog provoda vazdušnog procepa i magnetne energije nagomilane u vazdušnom procepu. Problem se, dakle, svodi na izračunavanje uslova u vazdušnom procepu, koji se jedan po jedan mogu proračunati iz dimenzija[3].

U granicama pretpostavki navedenih u početku prethodnog stava, sila se može s druge strane izraziti pomoću parametara kompletnog magnetnog kola upravo kao da je magnetno kolo linearno. Na primer, na osnovu usvojenih pretpostavki, priraštaj m.m.s. $d\mathfrak{F}$ u sl. 2-6 je proporcionalan sa fluksom φ, usled čega je šrafirana površina $OaeO$ između dveju kriva magnećenja ravna površini trougla $OaeO$ čije su kose strane isprekidane prave linije Oa i Oe na sl. 2-6. Za infinitezimalni pomeraj dx, šrafirana površina $OaeO$ ravna je površini $OabO$, koja je opet ravna mehaničkom radu $f dx$. Prema tome, u granicama pretpostavki,

$$f\,dx = -\frac{1}{2}\,\phi\,dF = -\frac{1}{2}\,\phi\,\frac{\partial F}{\partial x}\,dx \tag{2-46}$$

ili

$$f = -\frac{1}{2}\,\phi\left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)_{\phi=\text{const}} \tag{2-47}$$

gde su ϕ i F određene vrednosti fluksa i *m.m.s.* za radnu tačku. Uporedi s jedn. 2-31. Sve ostale relacije za silu za linearni slučaj važe takođe. Na primer, sila izražena strujom kalema i induktivnošću, je

[3] Za metode proračuna magnetnog provoda izvesnog broja oblika vazdušnog procepa obrasce za silu za izvesni broj pojedinačnih slučajeva, vidi knjigu navedenu u napomeni [2].

$$f = +\frac{1}{2} i^2 \left(\frac{\partial L}{\partial x}\right)_{\phi=\text{const}} \tag{2-48}$$

gde je L induktivnost u radnoj tački, a funkcija je radnog fluksa ϕ. Ovaj odnos je koristan kad se sila želi odrediti mereći parametre pobudnog namotaja.

U analiziranju nelinearnih mehanizama pribegava se često tome da se mehanizmi koji sadrže nelinearne magnetne karakteristike predstave pomoću ekvivalentnih parametara sa vrednostima podešenim tako da se za određenu radnu tačku može uzeti u obzir zasićenost i koji se parametri za male promene mogu smatrati konstantnim. Tako će se često postupiti u daljem radu. Prikaz nelinearnog mehanizma s pokretnim gvožđem pomoću ekvivalentne induktivnosti, kao u jedn. 2-48, predstavlja jedan prost primer.

Iako nelinearnost ne ulazi neposredno u ove približne jednačine za silu, ne treba gubiti iz vida da zasićenost može često imati važno posredno dejstvo na silu koju proizvodi izvesna određena struja kalema, s obzirom da su fluks vazdušnog procepa, m. m. s. i ekvivalentna induktivnost određeni magnetnim karakteristikama čitavog magnetnog kola.

Premda se razmatranja u ovom odeljku zasnivaju na magnetnom polju proizvedenom proticanjem struje kroz kalem, krajnji rezultati pokazuju da sila zavisi prvenstveno od promena energije u promenljivom vazdušnom procepu i da je nezavisna od izvora polja. Jednačine za silu izražene u zavisnosti od uslova u vazdušnom procepu važe prema tome isto tako kad je polje proizvedeno permanentnim magnetima.

U nekim mehanizmima, kao što je magnet s pokretnim jezgrom na sl. 2-7*a*, kretanje jezgra povlači za sobom promenu volumena magnetnog materijala u polju, usled čega se energija polja raspoloživa za mehanički rad pri smanjenju volumena vazdušnog procepa smanjuje za iznos energije potrebne za magnećenje viška volumena magnetnog materijala. Na primer, ako je A površina poprečnog preseka cilindričnog pokretnog jezgra na sl. 2-7*a*, dejstvo kretanja dx sastoji se u tome da se volumen vazduha $A\ dx$ zameni istim tolikim volumenom pokretnog jezgra. Energija dW_p, potrebna za magnećenje dodatog volumena pokretnog jezgra, može se izraziti

$$dW_p = A\,dx \int_0^{B_p} \mathfrak{H}_p\, d\mathfrak{B}_p \tag{2-49}$$

gde integral predstavlja energiju apsorbovanu kubnim metrom materijala pokretnog jezgra za uspostavljanje u pokretnom jezgru magnetne indukcije B_p koja odgovara radnom fluksu, a on se grafički može odrediti iz površine između uzlazne krive $\mathfrak{B}\mathfrak{H}$ i ose magnetne indukcije, na način sličan pokazanom na sl. 2-2. Pošto sila predstavlja prvi izvod energije u odnosu na x, iznos koji treba oduzeti od sile, mahom mali, je

$$\text{Gubitak sile} = \frac{dW_p}{dx} = A \int_0^{B_p} \mathfrak{H}_p\, d\mathfrak{B}_p \tag{2-50}$$

Primer 2-4. Proceniti red veličine greške u sili na pokretnom jezgru sa sl. 2-7*a* prouzrokovane zanemarivanjem promene volumena magnetnog materijala u polju.

Rešenje. Računaće se sa dosta grubom aproksimacijom pošto se traži samo približna ocena. Zato će se smatrati kao da je magnetna propustljivost pokretnog jezgra μ_p konstantna i njena vrednost će se uzeti umereno niska. Rasipanje u vazdušnom procepu će se takođe zanemariti. Magnetna indukcija u pokretnom jezgru biće onda jednaka onoj u vazdušnom procepu, naime B_g. Kretanjem pokretnog jezgra dolazi do toga da se volumen Adx vazduha sa gustinom energije $B^2_g/2\mu_o$ zamenjuje jednakim volumenom pokretnog jezgra sa gustinom energije $B^2_g/2\mu_p$. Ako se uzme da se kretanje zbiva pri konstantnom fluksu, oslobođena energija polja stoji na raspoloženju za mehanički rad, te je

$$f\,dx = \left(\frac{B_g^2}{2\,\mu_0} - \frac{B_g^2}{2\mu_p}\right) A\,dx \tag{2-51}$$

ili

$$f = \frac{B_g^2 A}{2\,\mu_0}\left(1 - \frac{1}{\mu_p/\mu_0}\right) \tag{2-52}$$

gde je μ_p/μ_o magnetna propustljivost pokretnog jezgra u odnosu na vazduh.

Odlivci od mekog čelika i meki hladno valjani čelik, na primer, imaju relativnu magnetnu propustljivost veću od 500 iznad granice od oko 10 do 80 kilolinija/in² (tj. 0,15 do 1,24 T). Prema tome, za takve materijale, gubitak sile prouzrokovan energijom koju apsorbuje pokretno jezgro iznosi samo oko 1/500 ili 0,2 odsto od sile koju stvara polje vazdušnog procesa u širokim granicama magnetnih indukcija. Gubitak sile je osetan samo u slučajevima kad su sile i magnetne indukcije male.

2-2. Reluktantni obrtni momenat u rotacionim mašinama. Jednostavnost načela promenljivog magnetnog otpora iskorišćena je u velikom broju raznovrsnih mehanizama za proizvođenje mehaničke sile ili obrtnog mementa. Neki od ovih mehanizama, kao što su magneti za dizanje tereta i magnetne stege na mašinama alatkama, služe jedino za držanje komada feromagnetnog materijala; druge, kao solenoidi s gvozdenim jezgrom, releji i kontaktori, upotrebljavaju se kad neka sila treba da deluje kroz određeno rastojanje; druge opet, kao što su instrumenti s mekim gvožđem, proizvode obrtni momenat kome se suprotstavlja zaustavna opruga, pri čemu se skretanjem kazaljke pokazuje vrednost u ustaljenom stanju struje ili napona u kolu gde je instrument povezan; u drugim pak mehanizmima, kao što su telefonske slušalice s pokretnim gvožđem ili elektromagneti za upravljanje radom hidrauličnih motora u servomehanizmima, sila ili obrtni momenat moraju biti vrlo blisko srazmerni izvesnim električnim signalima, a dinamički odziv mora biti što je mogućno brži. U svim pomenutim mehanizmima kretanje je ograničeno.

Načelo promenljivog magnetnog otpora može se primeniti i za dobijanje neprekidnog obrtanja nekog vratila, a rezultat te primene, *jednofazni reakcioni sinhroni motor za naizmeničnu struju* (*ili reluktantni motor*), predstavlja jedan od najprostijih oblika elektromotora. Ovaj motor je *sinhronog* tipa, tj. on radi sa brzinom obrtanja zavisnom od učestanosti priključenog napona. Ovakvi motori se najčešće primenjuju za pokretanje električnih časovnika i sličnih vremenskih mehanizama, s obzirom da im je brzina konstantna kad se napajaju iz izvora čija učestanost je konstantna. Teorija elektromagnetnog tipa reakcionog motora izložena je u ovom odeljku, a slična vrsta elektrostatičkog jednofaznog sinhronog motora opisana je u odeljku 2-5.

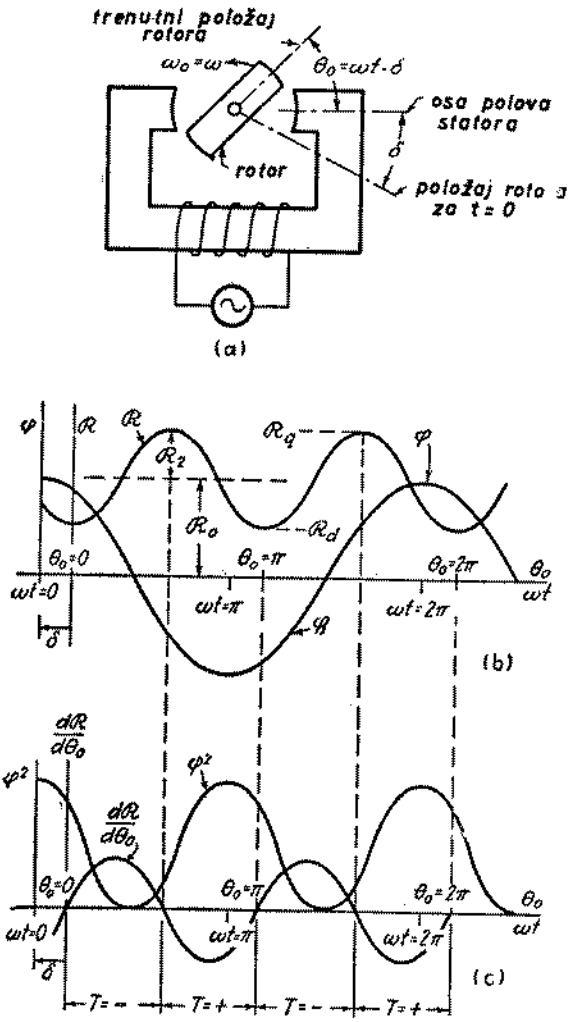
Naša analiza je posvećena posebno ovom prostom jednofaznom motoru, ali treba imati u vidu njen širi značaj. Slične pojave mogu se odigravati u ma kojoj rotacionoj mašini čije magnetno kolo ima takav oblik da mu magnetni otpor zavisi od relativnog ugaonog položaja nepokretnih i pokretnih delova mašine. Na primer, obrtni reluktantni momenat je značajna komponenta obrtnog momenta sinhrone mašine s isturenim polovima tipa prikazanog na sl. 1-40.

Glavne konstruktivne odlike jedne vrste jednofaznog reakcionog motora pokazuje sl. 2-8*a*. Bitni uslov je da oblik rotora bude takav da magnetni otpor magnetnog kola zavisi od ugaonog položaja. Tako je u sl. 2-8*a* magnetni otpor $\mathfrak{R}$ periodična funkcija ugla θ_0 između duže ose rotora i ose polova statora, kao što pokazuje sl. 2-8*b*. Magnetni otpor ima svoj minimum $\mathfrak{R}_l$, nazvan *magnetnim otporom uzdužne ose*, kad se osa rotora poklapa sa osom polova statora ($\theta_0 = 0, \pi, 2\pi, \ldots$), a svoj maksimum $\mathfrak{R}_q$, nazvan *magnetnim otporom poprečne ose*, kad je osa rotora pod pravim uglom prema osi polova statora ($\theta_0 = \pi/2, 3\pi/2, \ldots$). Pobudni namotaj

je vezan za izvor jednofaznog naizmeničnog napona. Prema tome je i fluks naizmeničan, kao što prikazuje kriva φ u sl. 2-8*b*. Prema ekvivalentu jedn. 2-29 za rotaciono kretanje je

$$M = -\frac{1}{2}\varphi^2 \frac{d\mathfrak{R}}{d\theta_0} \tag{2-53}$$

gde je M trenutni obrtni momenat koji dejstvuje u smeru povećanja ugla θ_0. Odgovarajuće krive za φ^2 i $d\mathfrak{R}/d\theta_0$ pokazuje sl. 2-8*c*. Prema jedn. 2-53, smer obrtnog momenta određuje znak izvoda $d\mathfrak{R}/d\theta_0$. On je pozitivan kad magnetni otpor opada.



Sl. 2-8 (*a*) Elementarni reakcioni motor. (*b*) i (*c*) Odgovarajuće promene fluksa i magnetnog otpora

Proučavanje jedn. 2-53 i sl. 2-8*c* pokazuje sledeće: ako su brzina rotora i fazni stav varijacije reluktanse u odnosu na fluks takvi da je srednja vrednost kvadrata fluksa veća kad reluktansa opada nego kad ona raste — onda srednja vrednost momenta dejstvuje u smeru povećanja ugla θ_0 a time se održava obrtanje rotora.

Da bi ovaj uslov bio ispunjen, brzina rotora mora biti tolika da magnetni otpor prolazi kroz jednu periodu svoje promene u svakoj polovini periode fluksa, što znači da se rotor mora okrenuti za pola obrtaja za vreme polovine periode fluksa. Njegova prosečna ugaona brzina u radijanima po sekundi mora, prema tome, biti jednaka kružnoj učestanosti ω fluksa, zbog čega rotor mora da se obrne jedanput u svakoj periodi priključenog napona. Brzina rotora koja udovoljava ovom zahtevu poznata je pod nazivom *sinhrona brzina*. Za uprošćeni reakcioni motor sa sl. 2-8*a*.

Sinhrona brzina u obrtajima u sekundi $= f$ (2-54)

gde je f učestanost priključenog napona u Hz. Izuzimajući dejstvo harmonika, mahom zanemarljivo, jednosmerni obrtni moment se ne proizvodi ni pri kojoj drugoj brzini. Motor ne može prema tome sam da startuje, što predstavlja nedostatak karakterističan za sve tipove sinhronih motora. Mora se stavljati u pokret kakvim pomoćnim sredstvom. Kod najobičnijih tipova časovničkih motora, stavljanje u pokret

vrši se rukom pri čemu se rotor zaleti do ili iznad sinhrone brzine; kad rotor postigne sinhronu brzinu, on „ude u sinhronizam" i nastavlja da se obrće tom brzinom. Veliki sinhroni motori i motori za časovnike koji sami startuju stavljaju se u pokret pomoćnim namotajem koji dejstvuje kao asinhroni motor.

Osnovna teorija jednofaznog reakcionog motora može se razviti na pretpostavci da se fluks i magnetni otpor menjaju sinusoidno. U stvari, naravno, varijacije magnetnog otpora zavise od geometrijskog oblika magnetnog kola, a oblik krive fluksa zavisi od oblika krive priključenog napona. Ova pretpostavka sinusoidnih oblika krivih usvaja se prvenstveno zato što pruža izvesne povoljnosti, ali je ona obično i dosta realna pretpostavka. Kad se oblici krivih znatno razlikuju od sinusoide, promene fluksa i magnetnog otpora mogu se izraziti pomoću Furijeovih redova, ali tolika tačnost je retko potrebna. Uzmimo da je trenutna vrednost fluksa

$$\varphi = \phi_{max} \cos \omega t \tag{2-55}$$

gde je ϕ_{max} njegova maksimalna vrednost. Iz jedn. 2-55

$$\varphi^2 = \phi^2_{max} \cos^2 \omega t = \frac{1}{2} \phi^2_{max} (1 + \cos 2 \omega t) \tag{2-56}$$

Većina mašina za elektromagnetno pretvaranje energije konstruisana je tako da otpori namotaja budu što je mogućno manji. Kad je pad napona usled otpora namotaja zanemarljiv, fluks se mora menjati tako da indukuje kontra e.m.s. ravnu naponu u_t priključenom na namotaj. Za sinusoidne promene, zamena jedn. 2-55 u Faradejevom zakonu daje

$$e = N \frac{d\varphi}{dt} = - N \omega \phi_{max} \sin \omega t \tag{2-57}$$

zbog čega je odnos između efektivne vrednosti kontra e. m. s. (u V) i maksimalne vrednosti fluksa (u Wb)

$$E_{ef} = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} f N \phi_{max} = 4{,}44 f N \phi_{max} \tag{2-58}$$

Ovaj izraz je već poznat čitaocima koji su proučavali teoriju transformatora. Prema tome, kad se na namotaj zanemarljivog otpora priključi sinusoidno promenljiv napon, mora se uspostaviti sinusoidno promenljiv fluks čija maksimalna vrednost Φ_{max} zadovoljava jedn. 2-58. Priključeni napon i indukovana e. m. s. su tada jednaki, a Kirhofov zakon zadovoljen.

Trenutna vrednost $\mathfrak{R}$ magnetnog otpora je funkcija trenutnog ugla θ_0. Posmatranje krive magnetnog otpora na sl. 2-8*b* pokazuje da magnetni otpor, pod pretpostavkom sinusoidne promene, može da se izrazi jednačinom

$$\mathfrak{R} = \frac{1}{2} (\mathfrak{R}_q + \mathfrak{R}_d) - \frac{1}{2} (\mathfrak{R}_q - \mathfrak{R}_d) \cos 2\theta_0. \tag{2-59}$$

Diferenciranje jedn. 2-59 daje

$$\frac{d\mathfrak{R}}{d\theta_0} = (\mathfrak{R}_q - \mathfrak{R}_d) \sin 2\theta_0. \tag{2-60}$$

Pretpostavimo da je rotor pokrenut nekim pomoćnim sredstvom i da se obrće stalnom ugaonom brzinom ω_0 [rad/s]. U stvari, trenutni obrtni momenat

pulzira, te trenutna brzina nije apsolutno konstantna. Ali inercija rotora i njegovog mehaničkog opterećenja održavaju brzinu uglavnom konstantnu. Kad se zanemari dejstvo pulzacija obrtnog momenta, trenutni položaj rotora je

$$\theta_0 = \omega_0 t - \delta \tag{2-61}$$

gde je δ trenutni položaj za vreme $t = 0$ kad fluks prolazi kroz maksimalnu vrednost. Radi lakšeg rada uzećemo da je ugao δ pozitivan, kao što pokazuje sl. 2-8*a*.

Zamena jedn. 2-61 u jedn. 2-60 daje

$$\frac{d\mathfrak{R}}{d\theta_0} = (\mathfrak{R}_q - \mathfrak{R}_d) \sin (2\,\omega_0 t - 2\,\delta) \tag{2-62}$$

a zamenom jedn. 2-56 i 2-62 u osnovnom izrazu za obrtni momenat (jedn. 2-53) dobiva se

$$M = -\frac{1}{4}\,\varphi^2_{\max}(\mathfrak{R}_q - \mathfrak{R}_d)\,[\sin (2\,\omega_0 t - 2\,\delta) + \sin (2\,\omega_0 t - 2\,\delta) \cos 2\,\omega t] \tag{2-63}$$

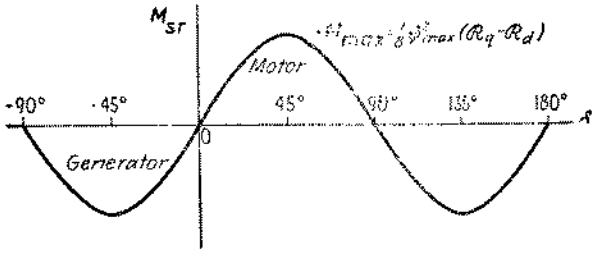
Primenom trigonometrijskog identiteta

$$\sin \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} \sin (\alpha + \beta) + \frac{1}{2} \sin (\alpha - \beta) \tag{2-64}$$

izraz za obrtni momenat postaje

$$M = -\frac{1}{4}\,\varphi^2_{\max}(\mathfrak{R}_q - \mathfrak{R}_d) \left\{ \sin (2\,\omega_0 t - 2\,\delta) + \frac{1}{2} \sin [2\,(\omega_0 + \omega)\,t - 2\,\delta] + \frac{1}{2} \sin [2\,(\omega_0 - \omega)\,t - 2\delta] \right\} \tag{2-65}$$

Kad ugaona brzina vratila ω_0 nije jednaka kružnoj učestanosti ω krive fluksa, tri sinusna člana jednačine 2-65 su funkcije vremena, a srednja vrednost svakog od



Sl. 2-9. Karakteristika obrtni momenat—ugao reakcionog motora

njih za celu jednu periodu ravna je nuli. Nikakav obrtni momenat se prema tome ne razvija. Kad je pak ω_0 jednako ω, obrtni momenat postaje

$$M = -\frac{1}{4}\,\varphi^2_{\max}(\mathfrak{R}_q - \mathfrak{R}_d)\,[\sin (2\,\omega t - 2\,\delta) + \frac{1}{2} \sin (4\,\omega t - 2\delta)] + \frac{1}{2} \sin (-2\,\delta)] \tag{2-66}$$

Dva prva sinusna člana su funkcije vremena, pa je prema tome njihova srednja vrednost ravna nuli. Oni predstavljaju naizmenične komponente obrtnog momenta sa učestanostima dva puta odnosno četiri puta većim od učestanosti mreže. Poslednji sinusni član ne zavisi od vremena. Srednja vrednost M_{sr} obrtnog momenta, prema tome, je

$$M_{sr} = +\frac{1}{2}\phi^2_{max}(\mathfrak{R}_q - \mathfrak{R}_d)\sin 2\delta \tag{2-67}$$

Jednačina 2-67 je karakteristična za reluktantni obrtni momenat svih sinhronih motora, kako ovde opisanog prostog jednofaznog motora, tako i složenijeg oblika kao što su velike višefazne sinhrone mašine s isturenim polovima, opisane u gl. 8. Kad su priključeni napon i učestanost konstantni, a pad napona usled otpora neznatan, ϕ_{max} mora biti konstantno, kao što pokazuje jedn. 2-58. Magnetni otpori $\mathfrak{R}_q$ i $\mathfrak{R}_d$ zavise prvenstveno od konfiguracije magnetnog kola. Zbog toga fazni ugao rotora δ predstavlja jedinu promenljivu na desnoj strani jedn. 2-67. Odnos između srednje vrednosti obrtnog momenta razvijenog motorom i ugla δ pokazan je na sl. 2-9. Fazni ugao δ podešava se sam, tako da elektromagnetni obrtni momenat M_{sr} razvijen motorom bude ravan obrtnom momentu potrebnom za pogon mehaničkog opterećenja vezanog za njegovo vratilo, povećanom za obrtni momenat potreban za savlađivanje gubitaka usled obrtanja motora. Sa toga razloga se ugao rotora δ često naziva *ugao obrtnog momenta*. Kad obrtni momenat opterećenja raste, motor se trenutno uspori, pri čemu se ugao zaostajanja δ poveća sve dok se ne razvije dovoljan elektromagnetni obrtni momenat koji može da primi povećano opterećenje. Po isteku kratkog prelaznog perioda, potrebnog za podešavanje ugla obrtnog momenta δ, rad se nastavlja sinhronom brzinom. Treba primetiti da se najveća vrednost elektromagnetnog obrtnog momenta koji motor može da razvije postiže kad je δ ravno 45°, i da ta vrednost iznosi:

$$M_{max} = \frac{1}{8}\phi^2_{max}(\mathfrak{R}_q - \mathfrak{R}_d) \tag{2-68}$$

Motor se zaustavlja ako se priključi mehaničko opterećenje koje zahteva obrtni momenat veći od ove vrednosti.

Kao kod svakog mehanizma za elektromehaničko pretvaranje energije, proces je u suštini reverzibilan. Ako se vratilu dovodi mehanička snaga, rotor se fazno pomera unapred tj. ugao δ postaje negativan. Srednja vrednost elektromagnetnog obrtnog momenta menja znak i prema tome predstavlja mehaničku energiju apsorbovanu i pretvorenu u električnu energiju, kao što pokazuje deo karakteristike obrtni moment—ugao levo od koordinatnog početka na sl. 2-9. Kao i u radu motora, postoji određena granica mehaničke energije koja se može apsorbovati, a ona se postiže kad je $\delta = -45°$. Svako dalje povećavanje pogonskog obrtnog momenta dovodi do prekomerne brzine i gubljenja sinhronizma.

Primer 2-5. Kad se rotor reakcionog motora kao što je onaj na sl. 2-8a nalazi u uzdužnoj osi, induktivnost njegovog pobudnog namotaja je $L_d = 1{,}00$ H. Kad je rotor u položaju poprečne ose, indukivnost je $L_q = 0{,}50$ H. Pobudni namotaj ima $N = 1000$ navojaka. Odrediti približno maksimalni obrtni momenat koji motor može da razvije kad se na pobudni namotaj priključi 115 V pri 60 Hz.

Rešenje. Prema jedn. 2-58 je:

$$\phi_{max} = \frac{115}{4{,}44 \times 1000 \times 60} = 4{,}32 \times 10^{-4}\ \text{Wb}$$

Prema definiciji induktivnosti je

$$L = \frac{N\Phi}{I} = \frac{N^2\Phi}{NI} = \frac{N^2}{\mathfrak{R}} \tag{2-69}$$

ili

$$\mathfrak{R} = \frac{N^2}{L} \tag{2-70}$$

odatle je

$$\mathfrak{R}_q = \frac{10^6}{0{,}50} = 2{,}00 \times 10^6 \text{ jedinica MKS}$$

$$\Re_d = \frac{10^6}{1{,}00} = 1{,}00 \times 10^6 \text{ jedinica MKS.}$$

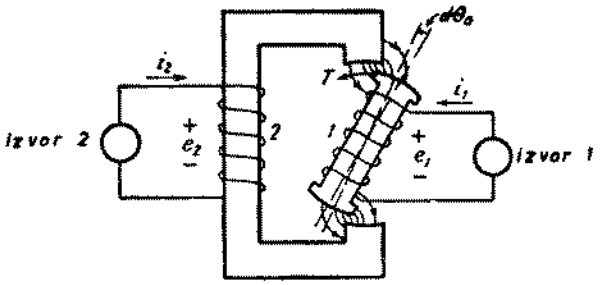
Zamena brojnih vrednosti u jedn. 2-68 daje tada

$$M_{\max} = \frac{1}{8} \cdot 4{,}32^2 \cdot 10^{-8}(2{,}00 - 1{,}00)\, 10^6 = 2{,}34 \times 10^{-2} \text{ Nm.}$$

U engleskim jedinicama podesne veličine (inč-uncije) biće

$$M_{\max} = 2{,}34 \cdot 10^{-2} \cdot 0{,}738 \cdot 16 \cdot 12 = 3{,}31 \text{ inč-uncija.}$$

2-3. Magnetni sistemi s višestrukim pobuđivanjem. Izuzimajući proste mehanizme s pokretnim gvožđem o kojima je bilo govora u odelj. 2-1 i 2-2, većina naprava magnetnog tipa za elektromehaničko pretvaranje energije snabdevena je sa više namotaja raspoređenih u dve grupe. Jedna grupa namotaja smeštena je na nepokretnom delu, a druga na pokretnom delu mašine. Usled težnje energije



Sl. 2-10. Uprošćeni magnetni sistem s višestrukim pobuđivanjem

magnetnog polja da se menja kad se jedna grupa namotaja kreće u odnosu prema drugoj grupi, javljaju se mehaničke sile. Teorija mnogih tipova mehanizama za pretvaranje energije, uključujući većinu rotacionih mašina, zasniva se na ovom opštem načelu. Razni tipovi se razlikuju jedino po broju namotaja njihovom rasporedu i načinu vezivanja namotaja sa spoljnim električnim kolima.

Najprostiji tip ovakvog mehanizma, čija analiza će poslužiti za prikazivanje osnovnih principa na kojima se zasniva rad svih njih, sastoji se od dva magnetski spregnuta namotaja, povezana sa dva posebna električna izvora, kao što pokazuje sl. 2-10. Namotaj 1 je smešten na rotoru koji se može okretati u odnosu na stator na kome je ugrađen namotaj 2. Jezgra kako statora tako i rotora su od magnetnog materijala. Energija magnetnog polja zavisi od relativnog položaja statora i rotora, a jednaki i suprotni mehanički obrtni momenti dejstvuju na oba dela otprilike na isti način kao što dva permanentna magneta reaguju jedan na drugi. Komponentna magnetna polja statora i rotora teže da se uzajamno poravnaju.

Obrtni momenat može se odrediti rasuđujući na način kao pri analizi sistema s jednim pobuđivanjem u odelj. 2-1. Zamislimo da se rotor pomeri za beskonačno mali ugao $d\theta_0$ u smeru magnetnog obrtnog momenta M koji dejstvuje na rotor. Magnetno polje će izvršiti rad $M\,d\theta_0$. Uopšte uzev, fluksovi kroz namotaje mogu se menjati i u tim namotajima mogu se indukovati kontra e. m. sile e_1 i e_2. Od oba električna izvora biće oduzete izvesne količine energije. Energija polja se takođe može izmeniti. Kao i u jedn. 2-1, bilans energije je

$$dW_{el} = M\,d\theta_0 + dW_{polje} \tag{2-71}$$

Diferencijal energije dW_{el} uzete iz dva izvora je

$$dW_{el} = e_1 i_1 dt + e_2 i_2 dt \tag{2-72}$$

S obzirom da je kontra e. m. s. e_1

$$e_1 = +\frac{d\lambda_1}{dt} \tag{2-73}$$

diferencijal energije uzete iz izvora 1 biće

$$e_1 i_1 dt = i_1 d\lambda_1 \tag{2-74}$$

gde je λ_1 fluks kroz namotaj 1 proizveden zbirnim dejstvom struja i_1 i i_2. Uporedi s jedn. 2-5. Na sličan način, diferencijal energije uzete od izvora 2 je

$$e_2 i_2 dt = i_2 d\lambda_2 \tag{2-75}$$

gde je λ_2 rezultantni fluks kroz namotaj 2. Prema jedn. 2-72, tada je:

$$dW_{el} = i_1 d\lambda_1 + i_2 d\lambda_2 \tag{2-76}$$

Da bi se nastavila analiza, treba uspostaviti izraz između energije polja i energije uzete od električnih izvora. Tačni izrazi, uzimajući u obzir nelinearnost i histerezu, prilično su glomazni; srećom, budući da je energija polja uglavnom nagomilana u vazdušnim procepima, zadovoljavajući rezultati mogu se obično dobiti primenom linearnih približnosti. Ako se zanemari magnetna nelinearnost, može se primeniti princip superpozicije i ukupni fluksovi kroz namotaje mogu se izraziti pomoću komponenata koje bi bile proizvedene pojedinim strujama kad bi pojedinačno dejstvovale. Energetski odnosi mogu se onda podesno izraziti pomoću induktivnosti L_{11} i L_{22} i uzajamne induktivnosti M_{12} namotaja. Rezultantni fluks λ_1 kroz namotaj 1 može se tako izraziti u obliku

$$\lambda_1 = L_{11} i_1 + M_{12} i_2 \tag{2-77}$$

Na sličan način, rezultantni fluks λ_2 kroz namotaj 2 je

$$\lambda_2 = L_{22} i_2 + M_{12} i_1 \tag{2-78}$$

U jednom linearnom sistemu, uzajamne induktivnosti jednake su, bez obzira koje se od dva kola ima u vidu, tj. M_{12} u jedn. 2-77 identično je sa M_{12} u jedn. 2-78. U ovim jednačinama relativni smerovi dejstva sopstvene i uzajamne induktivnosti zaračunavaju se sa algebarskim znakom uzajamne induktivnosti. Tako je uzajamna induktivnost pozitivna količina kad pozitivne struje u oba namotaja proizvode sopstvene i uzajamne fluksove u istom smeru; inače je ona negativna količina.

Izraz za energiju nagomilanu u magnetnom polju može se dobiti posmatrajući energiju koju odaju izvori pri uspostavljanju struje i_1 odnosno i_2. Ako u toku procesa ne dolazi do kretanja, neće se vršiti ni bilo kakav mehanički rad, te će se celokupna energija koju izvori odaju nagomilati u polju. Pod tim uslovima je

$$dW_{polje} = dW_{el} = i_1 d\lambda_1 + i_2 d\lambda_2 \tag{2-79}$$

Kad se uzajamni položaj delova ne menja, induktivnosti su konstantne. Diferenciranjem jednačina 2-77 i 2-78 i zamenom rezultata u jedn. 2-79 dobiva se

$$dW_{polje} = i_1 L_{11} di_1 + i_2 L_{22} di_2 + M_{12}(i_1 di_2 + i_2 di_1) \tag{2-80}$$

Ali $i_1 di_2 + i_2 di_1$ je diferencijal $d(i_1 i_2)$ proizvoda struja. Prema tome je

$$dW_{polje} = L_{11} i_1 di_1 + L_{22} i_2 di_2 + M_{12}\, d(i_1 i_2) \tag{2-81}$$

a energija polja koja odgovara strujama i_1 i i_2 je

$$W_{\text{polje}} = L_{11}\int_0^{i_1} i_1\, di_1 + L_{22}\int_0^{i_2} i_2 di_2 + M_{12}\int_0^{i_1 i_2} d(i_1 i_2) \tag{2-82}$$

$$= \frac{1}{2} L_{11} i_1^2 + \frac{1}{2} L_{22} i_2^2 + M_{12} i_1 i_2 \tag{2-83}$$

Kad se polje proizvodi strujama iz više od dva kola, jednačina za energiju polja izražena sopstvenom i uzajamnom induktivnošću može se dobiti rasuđujući na sličan način. Za tri kola, na primer, rezultat je

$$W_{\text{polje}} = \frac{1}{2} L_{11}\, i_1^2 + \frac{1}{2} L_{22}\, i_2^2 + \frac{1}{2} L_{33} i_3^2 + M_{12}\, i_1\, i_2 + M_{23} i_2 i_3 + M_{31} i_3 i_1. \tag{2-84}$$

Diferencijalne promene električne energije i energije polja koje proizilaze iz ugaonog priraštaja $d\theta_0$ mogu se onda izraziti pomoću induktivnosti i struja, a mehanički obrtni momenat M može se potom naći iz jedn. 2-71. Uopšte uzev, svi parametri induktivnosti mogu biti funkcije položaja rotora. Pri određivanju energije polja za *nepromenljivi* uzajamni položaj delova, kao u jedn. 2-79 do 2-83, induktivnosti su bile konstantne; sada se one moraju razmatrati kao *promenljive*, jer dopuštamo da se uzajamni položaj delova menja. U stvari, baš ove promene indukcije u zavisnosti od promene uzajamnog položaja delova imaju za posledicu odavanje mehaničke energije. Struje se takođe mogu menjati pod uticajem indukovanja u prelaznim stanjima. Ali diferencijalne promene struje nemaju uticaja na mehaničke sile, s obzirom da sile zavise jedino od vrednosti struja i geometrijskog oblika i položaja. U interesu potpunosti biće međutim u sledećoj analizi obuhvaćeno i dejstvo diferencijalnih promena struja.

Diferenciranjem jedn. 2-77 i 2-78 u odnosu na induktivnosti struje i zamenom rezultata u jedn. 2-76 dobiva se izraz za dovedenu električnu energiju

$$dW_{\text{el}} = L_{11}\, i_1\, di_1 + M_{12}\, i_1\, di_2 + i_1^2\, dL_{11} + i_1\, i_2\, dM_{12}$$
$$+ L_{22}\, i_2\, di_2 + M_{12}\, i_2\, di_1 + i_2^2\, dL_{22} + i_1\, i_2\, dM_{12} \tag{2-85}$$

Na sličan način iz jedn. 2-83 dobiva se da je priraštaj energije polja

$$dW_{\text{polje}} = L_{11}\, i_1\, di_1 + \frac{1}{2} i_1^2\, dL_{11} + L_{22}\, i_2\, di_2 + \frac{1}{2} i_2^2 dL_{22}$$
$$+ M_{12}\, i_1\, di_2 + M_{12}\, i_2\, di_1 + i_1\, i_2\, dM_{12} \tag{2-86}$$

Kad se jedn. 2-85 i 2-86 zamene u jedn. 2-71 četiri člana $L_{11}\, i_1\, d_{i1} + L_{22}\, i_2\, di_2 + M_{12}\, i_1\, di_2 + M_{12}\, i_2\, di_1$ koji izražavaju količinu dovedene električne energije izazvatu dejstvom priraštaja di_1 i di_2, jednaki su sa identičnim članovima koji izražavaju odgovarajuće priraštaje energije polja. Prema tome, ovi članovi se potiru. Drugim rečima, diferencijalne promene struja ne utiču na mehaničke sile. Zamena preostalih članova u jedn. 2-71 daje

$$i_1^2\, dL_{11} + i_2^2\, dL_{22} + 2\, i_1\, i_2\, dM_{12} = \frac{1}{2}\, i_1^2\, dL_{11} + \frac{1}{2}\, i_2^2\, dL_{22}$$
$$+ i_1\, i_2\, dM_{12} + M d\theta_0 \tag{2-87}$$

prema čemu je

$$M = \frac{1}{2} i_1^2 \frac{dL_{11}}{d\theta_0} + \frac{1}{2} i_2^2 \frac{dL_{22}}{d\theta_0} + i_1 i_2 \frac{dM_{12}}{d\theta_0}. \tag{2-88}$$

Translatorni ekvivalent jedn. 2-88 se dobija kad se obrtni momenat M zameni translatornom silom f, a ugaoni pomeraj $d\theta_0$ linearnim pomerajem dx u pravcu

sile. Da se jedn. 2-88 može proširiti na slučaj nekoliko kola čije sopstvene i uzajamne induktivnosti zavise od ugaonog položaja izvesnog dela, vidi se jasno ako se rasuđuje na način primenjen u izvođenju jedn. 2-88. Na primer, za tri kola je

$$M = \frac{1}{2} i_1^2 \frac{dL_{11}}{d\theta_0} + \frac{1}{2} i_2^2 \frac{dL_{22}}{d\theta_0} + \frac{1}{2} i_3^2 \frac{dL_{33}}{d\theta_0}$$

$$+ i_1 i_2 \frac{dM_{12}}{d\theta_0} + i_2 i_3 \frac{dM_{23}}{d\theta_0} + i_3 i_1 \frac{dM_{31}}{d\theta_0} \qquad (2\text{-}89)$$

Ispitivanje jedn. 2-87 pokazuje da je zbir tri člana desne strane, koji prikazuje priraštaj energije polja pri konstantnim strujama, ravan polovini leve strane, koja prikazuje primljenu električnu energiju pri konstantnim strujama. Druga polovina primljene električne energije pri stalnim strujama odaje se, prema tome, u vidu mehaničke energije. Priraštaj energije polja pri stalnim strujama ravan je, dakle, odatoj mehaničkoj energiji; stoga je obrtni momenat jednak prvom izvodu energije polja po pomeraju pri stalnoj struji

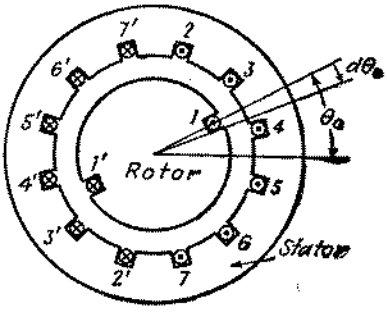
$$M = + \left(\frac{\partial W_{\text{polje}}}{\partial \theta_0} \right)_{\text{struje} = \text{const}} \qquad (2\text{-}90)$$

U odelj. 2-1*c* ustanovljeno je da ovaj izraz važi za linearne sisteme s jednim pobuđivanjem (vidi jedn. 2-35). Za linearni sistem jedn. 2-90 prosto kazuje da mehaničke sile i obrtni momenti dejstvuju na magnetni materijal i provodnike u smeru povećanja energije polja pri konstantnim strujama.

Kad u magnetnom kolu ima gvožđa, članovi koji sadrže izvode po uglu sopstvene induktivnosti u jedn. 2-88 su reluktantni obrtni momenti koji su ranije razmatrani u odelj. 2-1 i 2-2 u vezi sa sistemima s jednim pobuđivanjem. Oni izražavaju činjenicu da polje izazvano dejstvom samo jedne struje proizvodi u magnetnom materijalu sile koje teže da taj materijal pokrenu tako da se magnetni otpor magnetnog kola smanji. Kad su prema tome jezgra i statora i rotora u sl. 2-10 načinjena od magnetnog materijala, polje proizvedeno dejstvom jedne jedine struje teži da rotor pokrene u vertikalni položaj.

Članovi koji sadrže izvode uzajamnih induktivnosti po uglu izražavaju obrtne momente proizvedene međusobnim dejstvom magnetnog polja jedne struje na magnetno polje druge struje. Ovi članovi kazuju samo to da magnetna polja statora i rotora teže da se poravnaju. To su glavni obrtni momenti velikog broja rotacionih mašina.

a). Obrtni momenat mašina s ravnomernim vazdušnim procepom. Razmotrimo prostu mašinu prikazanu na sl. 2-11 koja se sastoji od cilindričnog čeličnog jezgra rotora, koncentrično ugrađenog u šuplje cilindrično čelično jezgro statora. Rotor ima samo jedan namotaj 1-1′ smešten u jedan par dijametralno suprotnih žlebova prikazanih na slici u poprečnom preseku. Stator ima više namotaja 2-2′, 3-3′ itd. koji su postavljeni u žlebove na unutrašnjem obimu statorskog jezgra i prikazani takođe u poprečnom preseku. Tačkice i krstovi u presecima namotaja označavaju vrhove, odnosno repove strelica koje pokazuju pozitivne pravce struja. Raspored je donekle sličan kao kod dvopolnog turboalternatora.



Sl. 2-11. Elementarna mašina s cilindričnim rotorom

Izuzev dejstva žlebova, vazdušni procep je ravnomeran i magnetni otpor magnetnog kola je nezavisan od ugaonog položaja θ_0 rotora. Zanemarujući, dakle, žlebove, sopstvene induktivnosti namotaja ne zavise od θ_0, a reluktantni obrtni momenti ravni su nuli. Štaviše, uzajamne induktivnosti između raznih parova statorskih namotaja su nezavisne od θ_0. Prema tome, jedn. 2-89 svodi se na

$$M = i_1 \left(i_2 \frac{dM_{12}}{d\theta_0} + i_3 \frac{dM_{13}}{d\theta_0} + \cdots \right) \tag{2-91}$$

Izraženo fluksovima kroz kolo

$$i_2 M_{12} = \lambda_{12} \qquad i_3 M_{13} = \lambda_{13} \quad \ldots \tag{2-92}$$

gde je λ_{12}, na primer, fluks kroz namotaj 1 proizveden strujom u namotaju 2. Fluks kroz kolo λ_{1s} u rotorskom namotaju 1, proizveden *ukupnim* dejstvom *svih* struja u statorskim namotajima je

$$\lambda_{1s} = i_2 M_{12} + i_3 M_{13} + \ldots \tag{2-93}$$

Diferenciranje jedn. 2-93 pri konstantnim strujama daje

$$\frac{\partial \lambda_{1s}}{\partial \theta_0} = i_2 \frac{dM_{12}}{d\theta_0} + i_3 \frac{dM_{13}}{d\theta_0} + \cdots \tag{2-94}$$

a zamenom u jedn. 2-91 dobiva se

$$M = i_1 \left(\frac{\partial \lambda_{1s}}{\partial \theta_0} \right)_{\text{struje} = \text{const}} \tag{2-95}$$

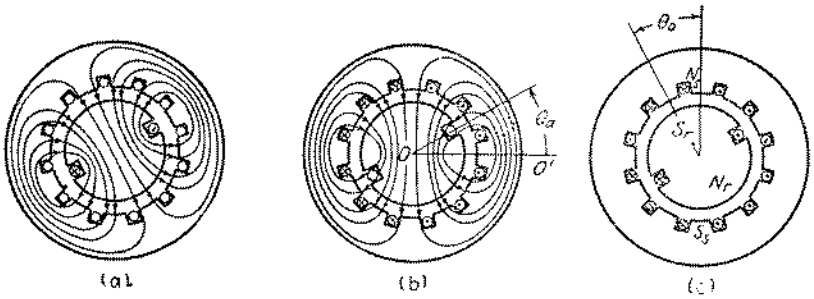
Kad se ukupni fluks kroz kolo u jedn. 2-95 podeli brojem navojaka N_1 u rotorskom namotaju

$$M = N_1 i_1 \frac{\partial}{\partial \theta_0} \frac{\lambda_{1s}}{N_1} = F_1 \frac{\partial \phi_{1s}}{\partial \theta_0} \tag{2-96}$$

gde je $N_1 i_1 = F_1$ m. m. s. rotora a $\lambda_{1s}/N_1 = \phi_{1s}$ fluks koji se obuhvata sa namotajem rotora proizveden m. m. silom statora.

Jednačina 2-96 izražava obrtni momenat kao rezultat međusobnog dejstva m. m. s. rotorskog namotaja i magnetnog polja proizvedenog strujama statora. Prosta kvalitativna slika ovog međusobnog dejstva može se dobiti razmatranjem komponentnih polja proizvedenih strujama statora i rotora. Slika 2-12*a* pokazuje opšti izgled polja proizvedenog strujom rotora u mašini na sl. 2-11. S obzirom da čelik ima mnogo veću permeabilnost nego vazduh, linije fluksa ulaze u površine statora i rotora i izlaze iz njih skoro upravno, a pravac polja vazdušnog procepa, izuzev u blizini otvora žlebova, je skoro sasvim radijalan. Za pozitivni smer rotorske struje predstavljen na slici, pravilo desnog zavrtnja primenjeno na smer fluksa i struje koja ga stvara pokazuje da rotorska struja proizvodi severni magnetni pol na donjoj desnoj površini rotora, a južni magnetni pol duž dijametralno suprotne rotorske površine, kao što je naznačeno slovima N_r i S_r na sl. 2-12*c*. Slika 2-12*b* predstavlja opšti izgled polja proizvedenog strujama statora. Magnetna indukcija na površini rotora menja se po njegovom obimu u zavisnosti od m. m. sila statorskih namotaja i načina na koji su oni raspoređeni. Za pozitivne smerove prikazane na sl. 2-12*b*, statorske struje proizvode severni magnetni pol duž gornje površine vazdušnog procepa, a južni magnetni pol duž donje površine vazdušnog procepa,

kao što je označeno slovima N_s i S_s na sl. 2-12*c*. Obrtni momenat može se smatrati kao privlačenje između suprotnih magnetnih polova statora i rotora; on teži da smanji ugao θ_0 i da poravna statorsko i rotorsko polje.



Sl. 2-12. Magnetna polja u mašini na sl. 2-11. (*a*) Polje koje stvara struja rotora (*b*) polje koje stvaraju struje statora (*c*) magnetni polaritet statora i rotora

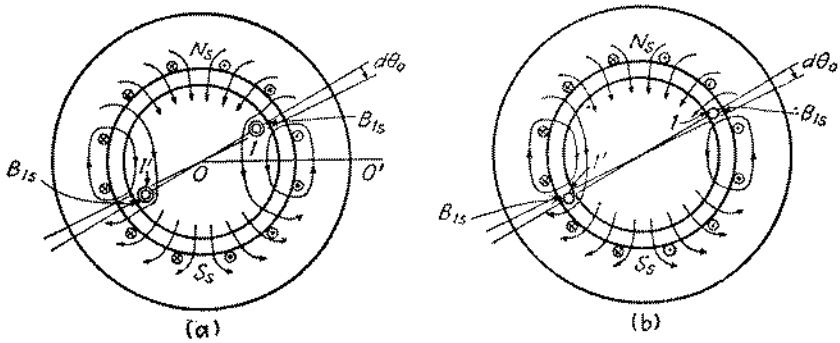
b). Obrtni momenat izražen pomoću magnetne indukcije u vazdušnom procepu. Tačno određivanje fluksa kroz kolo, čak i za tako proste mašine kao što je mašina na sl. 2-11, predstavlja veoma složen problem magnetnih polja. Beznadežan bi bio pokušaj da se tačno obuhvate nelinearne magnetne karakteristike gvožđa u stvarnim rotacionim mašinama. Čak i sa pretpostavkom da je permeabilnost konstantna, situacija se ne uprošćava dovoljno. Međutim, budući da je permeabilnost gvožđa bar nekoliko stotina puta veća od permeabilnosti vazduha, raspodela fluksa u vazdušnom procepu je vrlo približno takva kakva bi bila kad bi permeabilnost gvožđa bila beskonačna. Pri svem tom, tačna slika polja ne može se lako odrediti zbog dejstva žlebova. Ovaj problem je bio analizovan kako analitičkim tako i grafičkim metodama, ali su samo relativno prosti slučajevi mogli biti analitički rešeni neposredno.[4]) Očigledno je, dakle, da se radi uprošćenja moraju usvojiti izvesne pretpostavke.

Pri analizovanju rotacionih mašina stvarna mašina se često zamenjuje ekvivalentnom idealizovanom mašinom koja ima zanemarljive otvore žlebova i gvožđe beskonačne permeabilnosti. Preimućstvo idealizovane mašine je u tome da se njeno polje vazdušnog procepa može lako zamisliti i prikazati. Dužina vazdušnog procepa ekvivalentne mašine podešena je tako da se uzme u obzir dejstvo otvora žlebova na magnetni otpor vazdušnog procepa u stvarnoj mašini, a vodi se računa i o m. m. s. potrebnoj za gvožđe u stvarnoj mašini, proračunavajući ovu kao problem magnetnog kola. Takva ekvivalentna mašina zadržava glavne odlike stvarne mašine, iako između njih očigledno postoje razlike u pogledu dejstva izazvatog neposredno prisustvom žlebnih otvora. Nije verovatno potreban suviše veliki napor mašte da bi se uvidelo da, izuzev dejstva na magnetni otpor vazdušnog procepa, sekundarni uticaji otvora žlebova obično nisu suviše veliki. U ovome procesu rasuđivanja ima i logike i intuicije, ali je on proveren eksperimentalnim putem.

Kao sredstvo za uvođenje izvesnih korisnih pojmova, razmotrimo mašinu pokazanu na sl. 2-13*a* — idealizaciju mašine sa sl. 2-11. Namotaj rotora 1-1′ smešten je u žlebove neznatne širine otvora na površini vazdušnog procepa. Pretpostavlja se da je permeabilnost gvožđa beskonačna. Magnetno polje proizvedeno struja-

[4]) Za analitičke pokušaje rešavanja problema vidi, na primer, L. V. Bewley: „Twodimensional Fields in Electrical Engineering", The Macmillan Company, Njujork, 1948; B. Hague: „Electromagnetic Problems in Electrical Engineering", Oxford University Press, Njujork, 1929. Bewley raspravlja i o grafičkim metodama.

ma statora ulazi stoga u površinu rotora i izlazi iz nje u radijalnom pravcu. Njegova raspodela po obimu zavisi od m. m. sila statorskih kanura i načina na koji su one raspoređene. Opšti izgled ovog polja za slučaj dvopolne mašine vidi se na sl.



Sl. 2-13. (*a*) Idealizovana mašina s ravnomernim vazdušnim procepom i (*b*) ekvivalentna mašina s rotorskim namotajem u vazdušnom procepu

2-13*a*. Da slika ne bi bila utrpana samo nekoliko linija polja prikazano je potpuno. Ako se i širina otvora statorskih žlebova može zanemariti, reluktantni obrtni momenti biće ravni nuli.

Prost i koristan izraz za obrtni momenat koji dejstvuje na rotor, može se sada dobiti izražavajući izvod fluksa kroz kolo rotora po uglu, a u zavisnosti od magnetne indukcije u vazdušnom procepu. Uzmimo da je B_{1s} magnetna indukcija statorskog polja na površini rotora iznad strane 1 kanure. Pretpostavlja se da je raspodela fluksa oba pola statorskog polja jednaka, izuzev razlike polariteta; magnetna indukcija iznad strane 1' kanure ima prema tome istu apsolutnu vrednost ali suprotan smer. Posmatrajmo promenu fluksa kroz rotor koja nastaje usled ugaonog pomeraja $d\theta_0$ rotora. Uglu $d\theta_0$ odgovara elementarna površina rotora $lr\,d\theta_0$ i priraštaj fluksa $B_{1s}\,lr\,d\theta_0$ na svakoj strani kanure rotora, gde je l aksijalna dužina rotora a r njegov poluprečnik. Ako se zanemari ivični efekt fluksa na krajevima rotora, priraštaj $d\phi_{1s}$ fluksa kroz kolo rotora usled pomeraja $d\theta_0$ dvaju strana kanure biće

$$d\phi_{1s} = 2B_{1s}\,lr\,d\theta_0 \tag{2-97}$$

Parcijalni izvod fluksa kroz kolo pri konstantnim strujama statora biće, dakle,

$$\frac{\partial\lambda_{1s}}{\partial\theta_0} = 2\,B_{1s}\,lr\,N_1 \tag{2-98}$$

Zamena jedn. 2-98 u jedn. 2-95 daje

$$M = 2B_{1s}\,lr\,N_1 i_1 \tag{2-99}$$

Smer obrtnog momenta je takav da teži uravnanju polja statora i rotora.

Pre nego što nastavimo, uporedimo ovaj rezultat sa izrazom za obrtni momenat koji dejstvuje na sličnu kanuru od N_1 navojaka dužine l, poluprečnika r, postavljenu neposredno na površinu rotora u samom vazdušnom procepu, kao što je za strane 1-1' kanure predstavljeno na sl. 2-13*b*. Iz jednačine *Bli*, 1-5, može se videti da je sila na svakoj strani kanure $B_{1s}\,l\,N_1 i_1$. Obrtni momenat kanure je

$$M = 2B_{1s}\,lr\,N_1 i_1 \tag{2-100}$$

Isti rezultat mogao se naravno dobiti i iz parcijalnog izvoda fluksa kroz kolo po uglu (jedn. 2-95). Ovaj rezultat je identičan sa jedn. 2-99 za obrtni momenat koji

dejstvuje na rotor s kanurom u žlebu, kao na sl. 2-13*a*, a ova identičnost zapravo i ne iznenaduje jer je, u stvari, priraštaj fluksa kroz kolo usled ugaonog pomeraja $d\theta_0$ rotora s kanurom u žlebu isti kao priraštaj fluksa kroz kolo za isti ugaoni pomeraj za kanuru u vazdušnom procepu.

Idealizovana mašina sa glatkim vazdušnim procepom imaće, dakle, isti obrtni momenat kao kad bi kanure bile izdignute iz svojih žlebova i postavljene neposredno u vazdušnom procepu. Obrtni momenat može se izračunati kao da predstavlja zbir sila *Bli* na provodnicima.

Međutim, treba imati u vidu jednu važnu okolnost: kad su provodnici smešteni u vazdušnom procepu, obrtni momenat dejstvuje neposredno na njih, ali *kad su provodnici položeni u žlebove, što se praktično radi za sve rotacione mašine, obrtni momenat dejstvuje skoro potpuno na jezgro rotora, a samo malim delom neposredno na namotaj*. Da bismo pokazali da obrtni momenat dejstvuje na jezgro rotora, pretpostavimo da se rotorski namotaj u sl. 2-13*a* može pomeriti za ugao $d\theta_0$ ostajući u svojim žlebovima ali ne pomerajući jezgro rotora. Fluks kroz kolo λ_{1s} pretrpeo bi neznatnu promenu, jer u žlebove u kojima su smešteni provodnici prodire veoma mali fluks. Jedn. 2-95 pokazuje zato da samo mali obrtni momenat dejstvuje neposredno na namotaj. S druge strane, ako bi rotorski namotaj ostao nepokretan a jezgro rotora pomerilo se za diferencijalni ugao $d\theta_0$, promena fluksa kroz namotaj rotora bila bi praktično ista kao kad bi se namotaj i jezgro pokrenuli zajedno kao jedno kruto telo. Prema tome, skoro ceo obrtni momenat dejstvuje neposredno na jezgro rotora. Kad bi obrtni momenat dejstvovao na namotaj, morao bi se na telo rotora prenositi izazivajući naprezanja na sabijanje u izolaciji između provodnika i zidova žlebova. Srećom, izolacija ne mora da snosi mehanička opterećenja. Namotaji služe jedino kao izvori m. m. sila kojima se proizvode magnetna polja sa međusobnim dejstvom.

c). E. m. s. usled rotacije i e.m.s. usled transformacije. Dosad smo razmatrali mehanizam kojim se mehanička sila ili obrtni momenat proizvode električnim putem. Neprekidni tok snage između mehaničkog i električnog sistema, više nego samo proizvođenje statičke sile ili momenta, uslovljen je neprekidnim kretanjem kao što je obrtanje nekog vratila. Obrtanjem namotaja u odnosu na magnetno polje indukuje se e. m. s. u namotaju. Proizvod struje u namotaju i e. m. s. je električna snaga, a proizvod obrtnog momenta i ugaone brzine je mehanička snaga. Prema tome, potrebno je da se proučavanje obrtnog momenta rotacionih mašina dopuni proučavanjem indukovanja e. m. sila u namotajima koji se obrću u odnosu na magnetna polja.

Napon indukovan u nekom namotaju ravan je brzini promene fluksa kroz kolo proizvedenog rezultantnim dejstvom svih struja. Za prostu mašinu sa dva namotaja, kao što je ona na sl. 2-10 sa vratilom koje se obrće ugaonom brzinom ω_0 i strujama koje se menjaju s vremenom, diferenciranjem jedn. 2-77 i 2-78 dobiva se

$$e_1 = L_{11}\frac{di_1}{dt} + M_{12}\frac{di_2}{dt} + i_1\frac{dL_{11}}{dt} + i_2\frac{dM_{12}}{dt} \tag{2-101}$$

$$e_2 = L_{22}\frac{di_2}{dt} + M_{12}\frac{di_1}{dt} + i_2\frac{dL_{22}}{dt} + i_1\frac{dM_{12}}{dt} \tag{2-102}$$

Pozitivni smerovi napona i struja naznačeni su u sl. 2-10. Ovi unutrašnji indukovani naponi e_1 i e_2 razlikuju se od napona na krajevima mašine za pad napona usled otpora namotaja.

Dva prva člana na desnoj strani jedn. 2-101 i 2-102 su komponentni naponi indukovani usled promene struja u zavisnosti od vremena i identični su s naponima koji bi se proizveli indukcijom kad bi rotor bio nepokretan u trenutnom ugaonom

položaju θ_0. Ovi naponi su iste prirode kao naponi indukovani u nepokretnom namotaju transformatora i zato se obično nazivaju *naponi transformacije*. Ako ih označimo sa e_{1T} i e_2T,

$$e_{1T} = L_{11}\frac{di_1}{dt} + M_{12}\frac{di_2}{dt} \tag{2-103}$$

$$e_{2T} = L_{22}\frac{di_2}{dt} + M_{12}\frac{di_1}{dt}\,. \tag{2-104}$$

Prvi član na desnoj strani ovih jednačina je reaktivni pad napona usled sopstvene induktivnosti namotaja. Drugi je napon indukovan u namotaju usled transformatorskog dejstva drugog namotaja.

Treći i četvrti član na desnoj strani jedn. 2-101 i 2-102 javljaju se kad su induktivnosti funkcije ugaonog položaja rotora i kad se rotor obrće. Oni se obično nazivaju *e. m. s. rotacije*. Označujući ih sa e_{1S} i e_{2S}, imamo

$$e_{1S} = i_1\frac{dL_{11}}{dt} + i_2\frac{dM_{12}}{dt} \tag{2-105}$$

$$= \left(i_1\frac{dL_{11}}{d\theta_0} + i_2\frac{dM_{12}}{d\theta_0}\right)\frac{d\theta_0}{dt} \tag{2-106}$$

$$= \left(i_1\frac{dL_{11}}{d\theta_0} + i_2\frac{dM_{12}}{d\theta_0}\right)\omega_0 \tag{2-107}$$

i, na sličan način,

$$e_{2S} = \left(i_2\frac{dL_{22}}{d\theta_0} + i_2\frac{dM_{12}}{d\theta_0}\right)\omega_0 \tag{2-108}$$

gde je $d\theta_0/dt$ ugaona brzina ω_0 rotora. Prvi član u zagradama u jednačinama 2-107 i 2-108 javlja se samo kad sopstvene induktivnosti zavise od ugaonog položaja rotora. Drugi član je napon indukovan u namotaju usled njegovog obrtanja u odnosu na magnetno polje drugog namotaja. Rezultantni proizvedeni naponi su, dakle,

$$e_1 = e_{1T} + e_{1S} \tag{2-109}$$

$$e_2 = e_{2T} + e_{2S} \tag{2-110}$$

Ispitivanjem toka snage povezanog s ovim komponentnim naponima dobiva se dalji uvid u proces pretvaranja energije. Trenutni dovod električne snage (po odbitku gubitaka u bakru) je:

$$p_{el} = e_1 i_1 + e_2 i_2 \tag{2-111}$$

$$= e_{1T}\, i_1 + e_{2T}\, i_2 + e_{1S}\, i_1 + e_{2S}\, i_2 \tag{2-112}$$

Iz jedn. 2-107 i 2-108, treći i četvrti član sa desne strane jedn. 2-112 može se izraziti kao

$$e_{1S}\, i_1 + e_{2S}\, i_2 = \left(i_1^2\frac{dL_{11}}{d\theta_0} + i_2^2\frac{dL_{22}}{d\theta_0} + 2\, i_1\, i_2\frac{dM_{12}}{d\theta_0}\right)\omega_0 \tag{2-113}$$

Upoređenje sa jedn. 2-88 pokazuje da je grupa članova u zagradi ravna dvostrukom trenutnom obrtnom momentu M, odakle

$$\frac{1}{2}(e_{1s}\, i_1 + e_{2s}\, i_2) = M\omega_0 = p_{mch} \tag{2-114}$$

gde je p_{meh} trenutna razvijena mehanička snaga, ili

$$M = \frac{1}{2\omega_0}(e_{1S}\, i_1 + e_{2S}\, i_2) \tag{2-115}$$

Jedn. 2-114 pokazuje da je trenutna mehanička snaga ravna snazi koja odgovara e. m. s. rotacije. Ostatak dovedene električne snage služi za povećanje energije nagomilane u sprežnom polju; to će reći trenutni dovod snage polju je

$$p_{polje} = p_{el} - p_{meh} \tag{2-116}$$

$$= e_{1T}\, i_1 + e_{2T}\, i_2 + \frac{1}{2}(e_{1S}\, i_1 + e_{2S}\, i_2). \tag{2-117}$$

Transformatorski naponi nemaju neposrednog dejstva na mehaničku snagu — prilično očigledna činjenica ako se ima na umu da ovi naponi ne zavise od kretanja povezanog s mehaničkom snagom.

E. m. s. rotacije i transformacije mogu se izraziti i pomoću magnetne indukcije u vazdušnom procepu. Posmatrajmo idealizovanu mašinu na sl. 2-13*a* kad se njen rotor obrće ugaonom brzinom ω_0 a njene statorske struje se menjaju s vremenom. Ukupna brzina promene fluksa kroz namotaj rotora je u tom slučaju zbir tri komponente: (1) brzina promene komponentnih fluksova proizvedenih strujom rotora, $L_{11}di_1/dt$; (2) brzina promene prouzrokovana promenom u vremenu polja proizvedenog statorskim strujama, $M_{12}di_2/dt + M_{13}di_3/dt + \ldots$, i (3) brzina promene prouzrokovana rotacionim kretanjem rotora u ovom polju. Prva i druga komponenta su e. m. s. transformacije. Treća komponenta je e. m. s. rotacije e_{1s} indukovana u rotoru usled njegovog obrtanja u statorskom polju. Ona se može izraziti kao:

$$e_{1S} = \frac{\partial \lambda_{1S}}{\partial \theta_0}\frac{d\theta_0}{dt} = \frac{\partial \lambda_{1S}}{\partial \theta_0}\omega_0 \tag{2-118}$$

gde je λ_{1S} fluks kroz kolo namotaja rotora proizveden zbirnim dejstvom svih statorskih struja.

Količnik $\partial\lambda_{1S}/\partial\theta_0$ predstavlja parcijalni izvod fluksa kroz kolo rotora po uglu kad bi struje rotora i induktno polje bili konstantni u vremenu. On se može izraziti pomoću magnetne indukcije B_{1S} u vazdušnom procepu na jednoj strani rotorske kanure, kao u jedn. 2-98. Zamena jedn. 2-98 u jedn. 2-118 daje

$$e_{1S} = 2N_1 B_{1s}\, lr\omega_0 \tag{2-119}$$

gde je N_1 broj navojaka namotaja rotora, l aksijalna dužina i r poluprečnik rotora.

Drugi oblik se može dobiti imajući u vidu da ω_0 predstavlja linearnu brzinu v površine rotora, tako da je

$$e_{1S} = 2N_1 B_{1s} lv \tag{2-120}$$

Ova e. m. s. je ista kao napon koji bi se u kanuri smeštenoj u vazdušnom procepu na sl. 2-13*b* proizveo saobrazno koncepciji „presecanja linija fluksa" (jedn. 1-4). Za idealizovanu mašinu s glatkim vazdušnim procepom, e. m. s. rotacije je, dakle, ista kao kad bi se položeni provodnici digli iz svojih žlebova i stavili neposredno u polje vazdušnog procepa.

Primer 2-6. Pretpostavimo da kriva magnetne indukcije proizvedene statorskim strujama na površini rotora u sl. 2-13*a* predstavlja nepokretnu sinusoidnu funkciju prostornog ugla θ i da se statorske struje menjaju sinusoidno s vremenom. Rotor se obrće u tome polju. Situacija je veoma slična onoj koja postoji u vazdušnom procepu jednofaznog motora za naizmeničnu struju.

Izvesti izraz za napon proizveden u namotaju rotora sa jednom kanurom na sl. 2-13*a*. Kolo rotora je otvoreno. Odrediti rotacionu i transformatorsku komponentu ovog napona.

Rešenje. Raspodela magnetne indukcije u vazdušnom procepu predstavljena je stalnom krivom, prostorno nepokretnom i sa sinusoidnim pulzacijama u vremenu. Ona se može izraziti kao

$$B_s = B_{s\max} \sin \omega t \sin \theta \tag{2-121}$$

gde je $B_{s\max}$ magnetna indukcija na površini rotora suprotnoj centru statorskog pola u trenutku kad struja statora ima svoju maksimalnu trenutnu vrednost; ω je kružna učestanost $2\pi f$ statorskih struja, a θ prostorni ugao meren od ose upravne na osu statorskih polova. Za početak računanja vremena uzet je trenutak kad je trenutna vrednost statorske struje ravna nuli.

Uzmimo da je ugaoni položaj strane 1 rotorske kanure određen uglom α u vremenu $t = 0$ i da ugaona brzina rotora iznosi ω_0 rad/sec. Ugaoni položaj θ_0 rotora u trenutku t je

$$\theta_0 = \omega_0 t + \alpha \tag{2-122}$$

kao što se vidi na sl. 2-14 koja pokazuje rotor sa sl. 2-13*a*, rasečen duž poluprečnika *00'* i razvijen u ravan slike. Na slici je pokazana kriva magnetne indukcije za isti trenutak.

Diferencijalnom uglu $d\theta$ odgovara elementarna površina rotora $lr\,d\theta$ i elementarni fluks:

$$B_s\, lr\, d\theta = lr\, B_{s\max} \sin \omega t \sin \theta\, d\theta \tag{2-123}$$

koji prolazi kroz površinu rotora; l je aksijalna dužina a r poluprečnik rotora. Fluks kroz rotorski namotaj λ_{1s} sa N_1 navojaka je dakle

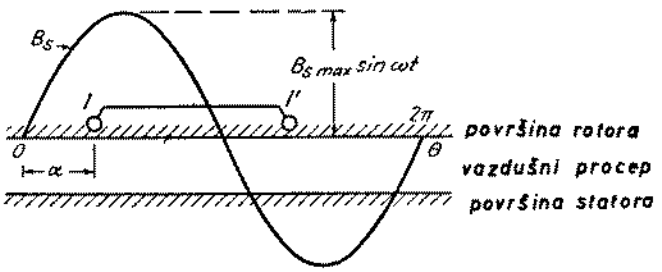
$$\lambda_{1s} = N_1 \int_{\theta_0}^{\pi + \theta_0} lr\, B_{s\max} \sin \omega t \sin \theta\, d\theta \tag{2-124}$$

$$= 2\, N_1\, B_{s\max}\, lr \sin \omega t \cos \theta_0 \tag{2-125}$$

Napon e_1, indukovan u namotaju rotora, dobiva se diferenciranjem jedn. 2-125 po vremenu imajući u vidu da je $d\theta_0/dt = \omega_0$; tada je

$$e_1 = (-2\, N_1\, B_{s\max}\, lr \sin \omega t \sin \theta_0)\, \omega_0 + (2\, N_1\, B_{s\max}\, lr \cos \theta_0 \cos \omega t)\omega. \tag{2-126}$$

Prvi član na desnoj strani jedn. 2-126 je napon usled rotacije e_{1S}, proizveden kretanjem rotorskog namotaja u odnosu na polje statora.



Sl. 2-14. Rotorski namotaj u pulzacionom magnetnom polju, primer 2-6

Ovaj član se može uprostiti uzimajući u obzir da, prema jedn. 2-121, $B_{S\max} \sin \omega t \sin \theta_0$ predstavlja trenutnu magnetnu indukciju B_{1s} iznad strane 1 kanure pri, čemu je

$$e_{1S} = -2\, N_1\, B_{1s}\, lr\, \omega_0 \tag{2-127}$$

koji se rezultat slaže s jedn. 2-119 (izuzev u pogledu znaka, a to je pojedinost koja zavisi od usvojenih pozitivnih smerova). Drugi član na desnoj strani jedn. 2-126 je rezultat brzine promene statorskog polja u vremenu, kao kad bi rotor bio nepokretan u položaju θ_0. To je napon usled transformacije e_{1T}; dakle

$$e_{1T} = 2\omega N_1\, B_{s\max}\, lr \cos \theta_0 \cos \omega t. \tag{2-128}$$

2-4. Elektrostatičko polje kao sprežni medijum. Elektrostatičko polje može se raspravljati na način paralelan prednjim razmatranjima magnetnog polja, pri čemu će se dobiti slični energetski odnosi. Najpre ćemo naći izraze za energiju nagomilanu u polju; zatim ćemo videti šta se dešava s energetskim bilansom kad se telima sa električnim tovarom dozvoli da se kreću pod uticajem mehaničkih sila koje stvara polje.

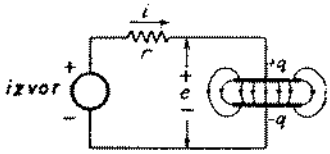
U tu svrhu posmatrajmo elektrostatičko polje običnog kondenzatora prikazanog na sl. 2-15. Ako struju označimo sa i, diferencijal električne energije dovedene kondenzatoru u vremenu dt je

$$dW_{el} = eidt = edq \tag{2-129}$$

gde je e trenutna vrednost kontra e. m. s. koja odgovara tovaru q kondenzatora, a $idt = dq$ je diferencijal tovara dq dodat kondenzatoru. Kad nema mehaničkog kretanja, ne vrši se ni bilo kakav mehanički rad, a energiju dovedenu od izvora apsorbuje polje. Za izvesnu određenu konfiguraciju, diferencijalna količina energije dovedene polju je

$$dW_{polje} = dW_{el} = edq \tag{2-130}$$

Prema Gausovoj teoremi, ukupni elektrostatički fluks koji prolazi kroz neku zatvorenu površinu srazmeran je obuhvaćenom tovaru, a u racionalizovanom MKS sistemu jedinica konstanta proporcionalnosti je jedan. Ukupni elektrostatički fluks ψ koji prolazi kroz neku zatvorenu površinu oko pozitivno natovarene ploče kondenzatora ravan je tovaru $+q$. Ovaj fluks polazi sa površine pozitivne ploče i završava se na negativnom tovaru $-q$ na površinu negativne ploče. Za diferencijalne promene



Sl. 2-15. Električno natovareni kondenzator

$$d\psi = dq \tag{2-131}$$

i zamena u jedn. 2-130 daje

$$dW_{polje} = ed\psi \tag{2-132}$$

Treba primetiti sličnost između jedn. 2-132 i jedn. 2-7.

Energija apsorbovana da bi se počev od nule uspostavio tovar q, odnosno električni fluks ψ, je

$$W_{polje} = \int_0^q e\,dq = \int_0^\psi e\,d\psi \tag{2-133}$$

Uporedi s jedn. 2-9. Kad je permitivnost (dielektrična dopustljivost) dielektričnog materijala u prostoru koji polje zauzima konstantna a dielektrični gubici ravni nuli, tovar i fluks su srazmerni e. m. sili e, te je

$$W_{polje} = \frac{1}{2}eq = \frac{1}{2}e\psi \tag{2-134}$$

Uporedi s jedn. 2-10. Kapacitet C kondenzatora (u faradima) definisan je kao

$$C = \frac{q}{e} \tag{2-135}$$

i konstantan je kad je permitivnost konstantna. Zamenom jedn. 2-135 u jedn. 2-134 dobiva se poznati izraz za energiju nagomilanu u kondenzatoru:

$$W_{polje} = \frac{1}{2}Ce^2 \tag{2-136}$$

Uporedi s jedn. 2-15.

Gustina w_{polje} energije nagomilane u elektrostatičkom polju u linearnom dielektrikumu bez gubitaka može se izraziti kao

$$w_{polje} = \frac{1}{2}\mathfrak{E}\mathfrak{D} = \frac{1}{2}\varepsilon\mathfrak{E}^2 = \frac{1}{2}\frac{\mathfrak{D}^2}{\varepsilon} \tag{2-137}$$

(u džulima po kubnom metru) u tački u kojoj jačina električnog polja iznosi $\mathfrak{E}$ (u V/m), elektrostatična gustina fluksa ili električni pomeraj $\mathfrak{D}$ (u C/m^2), a permitivnost ε. Uporedi sa jedn. 2-16. U racionalizovanom MKS sistemu, permitivnost slobodnog prostora ε_0 je

$$\varepsilon_0 = 8{,}85 \times 10^{-12}\ C^2/Nm^2 \tag{2-138}$$

Izrazi za mehaničke sile stvorene elektrostatičkim poljem mogu se sad dobiti po metodima istovetnim sa onima koji su upotrebljeni pri proučavanju magnetnog polja u odeljku 2-1*c*. Na primer, pretpostavimo da se pločama kondenzatora u sl. 2-15 omogući da se međusobno približe za diferencijalno odstojanje dx pod dejstvom privlačne sile f koja se pojavljuje između suprotno natovarenih ploča. Polje pri tom vrši mehanički rad $f dx$. Kapacitet se menja, a isto tako se mogu promeniti i napon između ploča kao i tovari na njima. Prema jedn. 2-135, za diferencijalne promene važi

$$dq = C de + e dC \tag{2-139}$$

Zamena jedn. 2-139 u jedn. 2-129 daje za energiju koju isporučuje izvor

$$dW_{el} = Ce de + e^2 dC \tag{2-140}$$

Diferenciranjem jedn. 2-136 dobiva se za priraštaj energije polja

$$dW_{polje} = Ce de + \frac{1}{2} e^2 dC \tag{2-141}$$

Zamenom jedn. 2-140 i 2-141 u jednačini energetskog bilansa, 2-1, dobiva se tada

$$f dx = \frac{1}{2} e^2 dC \tag{2-142}$$

ili

$$f = +\frac{1}{2} e^2 \frac{dC}{dx} \tag{2-143}$$

Sila dejstvuje u smeru povećanja kapaciteta. Uporedi s jedn. 2-33. Lako se mogu izvesti i drugi izrazi u zavisnosti od tovara i napona, ili energije polja. Na primer,

$$f = -\frac{1}{2} q \frac{\partial e}{\partial x} = -\left(\frac{\partial W_{polje}}{\partial x}\right)_{q=\text{const}} \tag{2-144}$$

$$f = +\frac{1}{2} e \frac{\partial q}{\partial x} = +\left(\frac{\partial W_{polje}}{\partial x}\right)_{e=\text{const}} \tag{2-145}$$

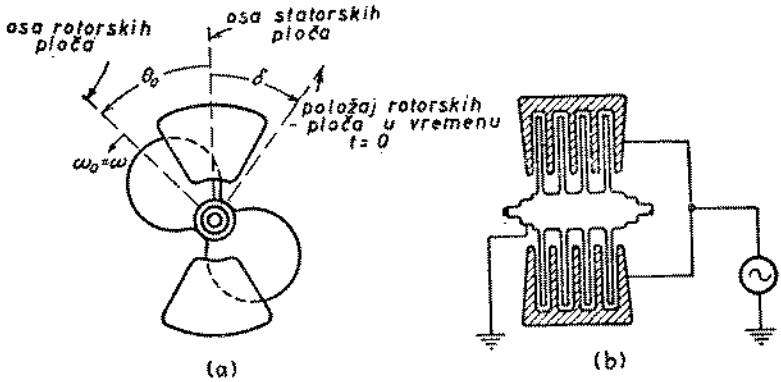
Uporedi s jedn. 2-31 i 2-34 i sa 2-32 i 2-35. Sila dejstvuje u smeru smanjenja napona i energije polja pri konstantnom tovaru, ili u smeru povećanja tovara i energije polja pri konstantnom naponu.

Iako je upotrebljen kondenzator iz sl. 2-15 kao prosta ilustracija, ove jednačine daju silu u smeru dx za ma koje telo čiji položaj utiče na polje.

2-5. Jednofazna elektrostatička sinhrona mašina. Na sl. 2-16 prikazana je jedna elektrostatička sinhrona mašina sa promenljivim kapacitetetom [5]), slična magnetnoj sinhronoj mašini sa promenljivim magnetnim otporom iz odelj. 2-2. U suštini to je promenljivi kondenzator s više paralelnih ploča naizmenično postavljenih čiji se rotor može obrtati besprekidno. Stator i rotor su vezani sa

[5]) Analiza ove i izvesnog broja drugih tipova rotacionih elektrostatičkih mašina s promenljivim kapacitetom je predmet doktorske teze J. G. Trump-a: „Vacuum Electrostatic Engineering", Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, Mass, 1933. Za kratak pregled mogućnosti elektrostatičkih mašina, vidi J. G. Trump: „Electrostatic Sources of Electric Power", *Elec. Eng.*, vol. 66, No 6, str. 525-534, juni 1947.

jednofaznim izvorom naizmenične struje visokog napona. Bolje je da rotor bude uzemljen. Kao što će docnije biti pokazano, visoki gradijenti potencijala su potrebni u elektrostatičkim mašinama da bi se dobile mehaničke sile istog reda veli-



Sl. 2-16. (*a*) Bočni izgled i (*b*) uzdužni presek elektrostatične sinhrone mašine

čine kao one koje se mogu dobiti u magnetnim mašinama uporedljive veličine. Vazduh na atmosferskom pritisku ne može da izdrži takav gradijent potencijala ali visoki vakuum predstavlja mnogo bolje izolaciono sredstvo.

Po analogiji s jedn. 2-143, trenutni elektrostatički obrtni momenat koji dejstvuje na sistem čiji kapacitet C zavisi od ugaonog položaja θ njegovih delova je

$$M = +\frac{1}{2} e^2 \frac{dC}{d\theta} \tag{2-146}$$

gde je e trenutni napon. U sl. 2-16 kapacitet C je periodična funkcija ugla θ_0. Ako su ploče takvog oblika da se kapacitet menja sinusoidno između maksimalne i minimalne vrednosti C_{max} i C_{min},

$$C = \frac{1}{2}(C_{max} + C_{min}) + \frac{1}{2}(C_{max} - C_{min}) \cos 2\theta_0 \tag{2-147}$$

Kad je priključeni napon sinusoidan:

$$e = E_{max} \cos \omega t \tag{2-148}$$

gde je E_{max} njegova maksimalna vrednost, a $t = 0$ je uzeto kad napon ima maksimalnu vrednost. Ako je brzina rotora ω_0, a njegov trenutni ugaoni položaj u vreme $t = 0$ je određen sa δ iza položaja maksimalnog kapaciteta

$$\theta_0 = \omega_0 t - \delta \tag{2-149}$$

Kad su ω_0 i δ takvi da je srednja kvadratna vrednost napona u svakoj poluperiodi napona veća dok kapacitet raste nego što je dok kapacitet opada, srednja vrednost obrtnog momenta se razvija u smeru da poveća θ_0 a time i da podrži obrtanje rotora.

Analiza se razvija slično analizi magnetnog reakcionog motora. Sinhrona brzina ω_0 jednaka je kružnoj učestanosti ω naponske krive. Srednja vrednost obrtnog momenta je

$$M_{sr} = \frac{1}{8} E^2_{max} (C_{max} - C_{min}) \sin 2\delta \tag{2-150}$$

Uporedi s jedn. 2-67. Mašina ima sve radne karakteristike reaktivnog motora magnetnog tipa.

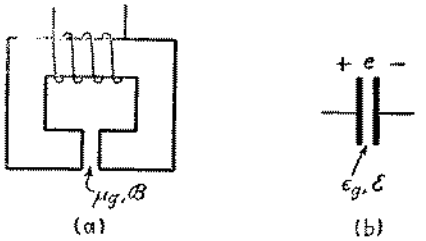
Uprkos jednostavnosti elektrostatičkih pojava, elektrostatičke mašine su do danas primenjene praktično jedino kao visokonaponski generatori sa kaišem, male snage, za proizvodnju visokih konstantnih potencijala za X-zrake i nuklearna istraživanja. Mašina sa promenljivim kapacitetom nije dosad praktično primenjena iako je eksperimentalni model sagrađen i isproban. Neki od razloga prevage elektromagnetskih mašina izloženi su u sledećem odeljku.

2-6. Upoređenje elektromagnetnih i elektrostatičkih mašina. Da bi se električnim putem proizvela mehanička sila između dva kruta tela, mora u oblasti između njih postojati izvesna koncentracija energije. Energija se može nagomilati bilo u magnetnom bilo u elektrostatičkom polju. Upoređujući ih može se reći da su elektromagnetne mašine naprave za jake struje, a elektrostatičke mašine naprave za visoke napone. Jevtin raspoloživ materijal zadovoljavajućih magnetnih, električnih i mehaničkih osobina, kao što su silicijumski čelici za jezgra i bakar za provodnike, omogućio je ogroman razvoj elektromagnetnih mašina. S druge strane, ne postoje nikakva pogodna sredstva za izolovanje gradijenata potencijala potrebnih za elektrostatičko nagomilavanje energije sa gustinama ravnim onim koje se mogu koncentrisati u magnetnom polju u vazdušnom procepu izmedu dve gvozdene površine.

Radi brojnog upoređenja posmatraćemo ravnomerna polja proizvedena u dva prosta slučaja pokazana na sl. 2-17. Kao u jedn. 2-39, izraz za magnetnu privlačnu silu između dve paralelne ravne površine feromagnetnog materijala, pokazane na sl. 2-17*a*, je

$$f_{\text{mag}} = \frac{1}{2}\frac{\mathfrak{B}^2 A}{\mu_g} \qquad (2\text{-}151)$$

gde je $\mathfrak{B}$ magnetna indukcija u vazdušnom procepu, A veličina svake površine, a μ_g permeabilnost sredine u procepu, u racionalizovanim jedinicama. Pretpostavlja se da je permeabilnost feromagnetnog materijala visoka u poređenju sa μ_g. Sila po jedinici površine procepa je



Sl. 2-17. Elementarni magnetni i elektrostatički sistemi za upoređenje energetskih odnosa

$$\frac{f_{\text{mag}}}{A} = \frac{1}{2}\frac{\mathfrak{B}^2}{\mu_g} \qquad (2\text{-}152)$$

Odgovarajući izraz za elektrostatičku privlačnu silu koja dejstvuje po jedinici površine svake od dveju paralelnih natovarenih ploča (sl. 2-17*b*) je

$$\frac{f_{\text{el}}}{A} = \frac{1}{2}\frac{\mathfrak{D}^2}{\varepsilon_g} = \frac{1}{2}\varepsilon_g \mathfrak{E}^2 \qquad (2\text{-}153)$$

U jedn. 2-153, $\mathfrak{D}$ je električni pomeraj u procepu i ravan je gustini tovara ploča, $\mathfrak{E}$ je odgovarajuća jačina električnog polja, a ε_g permitivnost sredine u procepu, u racionalizovanim jedinicama.

U mašinama sa magnetnim dejstvom, magnetna indukcija koja se može proizvesti u vazdušnom procepu zavisi prvenstveno od karakteristika feromagnetnog materijala u ostalim delovima magnetnog polja. Na primer, postojeće trgovačke vrste silicijumskog čelika za jezgra rotacionih mašina imaju svoje najveće permeabilnosti pri magnetnim indukcijama od oko 0,6 T (oko 40 kilolinija/in²), a „koleno" krive magnećenja — tj. oblast u kojoj permeabilnost rapidno opada kad sila magnećenja raste — je u granicama od 1,1 do 1,4 T (oko 70 do 90 kilolinija/in²). Premda

je teorijski mogućno da se magnetna indukcija povećava beskonačno pojačavanjem m. m. s. pobudnog namotaja, taj postupak postaje neekonomičan s obzirom da snaga potrebna za pobudni namotaj, za magnetne indukcije u gvozdenom delu magnetnog kola znatno iznad kolena krive magnećenja, raste mnogo brže nego magnetna indukcija u procepu.

Prosta je stvar proizvesti magnetne indukcije u vazdušnom procepu reda 1 T (64,5 kilolinija/in²). Pri toj magnetnoj indukciji je

$$\frac{f_{\text{mag}}}{A} = \frac{1}{2} \times \frac{1^2}{4\pi \times 10^{-7}} = 3{,}98 \times 10^5 \text{N/m}^2 \qquad (2\text{-}154)$$

ili gustina nagomilane magnetne energije ravna je $3{,}98 \times 10^5$ Ws/m³. U engleskim jedinicama ova jačina sile je 57,7 funti/in². Ova sila je reda veličine sile koju u rotacionim mašinama ima radijalna magnetna sila između gvozdenih površina rotora i statora.

Koncentracija tovara potrebna da se elektrostatički proizvedu sile uporedljive po jačini sa silama koje se mogu dobiti magnetnim putem, zahteva gradijente potencijala koje je veoma teško izolovati. Na primer, vazduh pri atmosferskom pritisku može da izdrži gradijent potencijala od najviše oko 30 000 V/cm, ili 3×10^6 V/m. Njegova permitivnost u racionalizovanim jedinicama MKS je $8{,}85 \times 10^{-12}$. Prema jedn. 2-153, maksimalna jačina sile koja se može dobiti između ploča na sl. 2-17*b*, sa vazduhom kao izolacionom sredinom, je

$$\frac{f_{\text{el}}}{A} = \frac{1}{2} \times 8{,}85 \times 10^{-12} \times 9 \times 10^{12} = 39{,}8 \text{N/m}^2 \qquad (2\text{-}155)$$

ili maksimalna gustina pri kojoj se energija može elektrostatički nagomilati u vazduhu pri atmosferskom pritisku je oko 40 Ws/m³. U engleskim jedinicama, ova jačina sile je 0,00577 funti/in².

Znatno viši gradijenti potencijala mogu se izolovati kad se kao izolatorska sredina upotrebi visoki vakuum ili izvesni gasovi pod pritiskom od nekoliko atmosfera. Visoki vakuum je za rotacione mašine bolji jer se tada ventilacioni gubici mogu zanemariti. Proboj kroz vakuum ne zavisi samo od gradijenta potencijala, već je i funkcija ukupnog napona između elektroda. Pokazalo se da je mogućno izolovati katodne gradijente od nekoliko miliona volti po centimetru, čak i za srednje i visoke napone koji bi bili potrebni u mašinama za proizvodnju energije. Kad bi se gradijent mogao popeti na 3×10^8 V/m, jačina elektrostatičke sile bila bi 57,7 funti/in² (ili 398000 N/m²), ista kao jačina magnetne sile pri magnetnoj indukciji od 1 T. Takvi gradijenti potencijala bili bi potrebni za izradu elektrostatičkih rotacionih mašina koje bi se po kompaktnosti mogle uporediti s elektromagnetnim mašinama. Kad bi se takve mašine s vakuumskom izolacijom mogle izraditi, one bi nad elektromagnetskim mašinama imale to preimućstvo da nemaju ventilacione gubitke i gubitke u magnetnom jezgru, da imaju veoma male gubitke u dielektrikumu i neznatan gubitak u bakru. Njihov stepen korisnosti bio bi, dakle, veoma visok. One bi se, verovatno, primenjivale samo za visoke napone i velike snage.

2-7. Rezime. Magnetno i električno polje su sedišta nagomilavanja energije. Kad god energija polja zavisi od uzajamnog položaja mehaničkih delova koji predstavljaju granice polja, javljaju se mehaničke sile koje teže da mehaničke delove pokrenu tako da se energija iz polja prenese u mehanički sistem.

Maksvel je ukazao na korisnu analogiju između pojava nagomilavanja energije u magnetnom i u elektrostatičkom polju i odgovarajuće energije sabijanja i istezanja nagomilane u napregnutom elastičnom medijumu. On je opisao polja kao ekvivalentna stanja naprezanja duž linija fluksa kao napregnutih elastičnih traka,

analogija koja se može izraziti u tačnom matematičkom obliku. Iako je ovaj opis verovatno samo jedna analogija proizašla iz matematičke sličnosti između teorije pojava elektromagnetnog polja i teorije napregnutih elastičnih medijuma i ne znači da među mehanizmima na kojima se zasnivaju dve vrste pojava postoji identičnost, ipak prikaz apstraktnih pojava polja pomoću opipljivih elastičnih sredina može biti koristan, pri svem tom što se tačan mehanizam elasticiteta i ne može lakše shvatiti nego pojave polja. Privlačenje između gvozdenih površina u magnetnom polju i privlačenje između natovarenih ploča kondenzatora, na primer, mogu se lako očigledno prikazati pomoću analogije s elastičnim trakama.

Izrazi za silu mogu se lako ustanoviti polazeći od načela održanja energije. Najpre je u odeljku 2-1 razmatran magnetni sistem sa jednim pobudjivanjem ispitujući pri tom putem analize šta bi se desilo ako bi se mehaničkim delovima omogućilo da se za diferencijalni razmak pomere pod dejstvom mehaničkih sila koje stvara polje. Rezultat toga je osnovni izraz, jedn. 2-29, koji pokazuje da sile teže da uspostave raspored u kome je magnetni otpor minimalan.

Magnetne sile koje teže da kruta tela pokrenu u položaje najmanjeg magnetnog otpora korisno se primenjuju u raznim napravama s pokretnim gvoždem, koje se sastoje od pobudnog kalema namotanog u magnetnom kolu čiji je jedan deo pokretljiv. Veći deo sile dejstvuje između nepokretnog i pokretnog gvozdenog dela, s obzirom da je magnetni otpor takvog magnetnog kola određen prvenstveno vazdušnim procepom između tih delova. Sile dejstvuju i neposredno na pobudni kalem težeći da ga postave u položaj najmanjeg magnetnog otpora i da ga deformišu u oblik sa najmanjim magnetnim otporom, drugim rečima, deformacione sile teže da kalem sabiju aksijalno, da ga deformišu u krug i da ga radijalno raširе. Pod normalnim okolnostima, međutim, sile koje dejstvuju neposredno na kalem su male. Ali ove sile mogu postati izvanredno važne pod nenormalnim okolnostima kao što su kratki spojevi na velikim energetskim uređajima.

Kad se zanemari magnetna nelinearnost, sila ili obrtni momenat koji dejstvuje na bilo koji deo magnetnog sistema sa jednim pobuđivanjem može se lako izraziti u funkciji prvog izvoda magnetnog otpora, magnetnog provoda ili induktivnosti po pomeraju, kao u jedn. 2-29, 2-30 ili 2-33. Sila ili obrtni momenat dejstvuje u smeru smanjenja magnetnog otpora, povećanja magnetnog provoda i povećanja samoinduktivnosti. Sila ili obrtni momenat mogu se drukčije izraziti pomoću parcijalnih prostornih izvoda m. m. s., fluksa ili energije polja, kao u jedn. 2-31, 2-32, 2-34 ili 2-35; sila ili obrtni momenat dejstvuje u smeru smanjenja m. m. s. i energije polja pri konstantnom fluksu, ili povećanja fluksa odnosno energije polja pri konstantnoj m. m. s. Slični izrazi za elektrostatičko polje dati su u jedn. 2-143 do 2-145.

U odeljku 2-1*d* ispitano je dejstvo magnetne nelinearnosti i izveden je grafički metod analize. Srećom je veći deo energije polja obično nagomilan u vazdušnom procepu mehanizama s pokretnim gvožđem tako da linearna analiza iz odelj. 2-1*c* obično daje zadovoljavajuće rezultate.

U rotacionim mašinama dejstvo promenljivog magnetnog otpora predstavlja potencijalni proizvođač obrtnog momenta kad god je konfiguracija magnetnog kola takva da magnetni otpor zavisi od ugaonog položaja rotora. Osnovni odnos je jedn. 2-53 u kojoj je trenutni obrtni momenat srazmeran kvadratu fluksa i izvodu magnetnog otpora po uglu. Kad je fluks periodična funkcija vremena, kao kad se naizmenični napon priključi na pobudni namotaj, i kad se rotor obrće tako da je srednja kvadratna vrednost fluksa veća kad magnetni otpor opada nego kad raste, onda proizvedena srednja vrednost obrtnog momenta ima takav smer da potpomaže obrtanje, kao što je pokazano u odeljku 2-2. Budući da kvadrat fluksa prolazi celu periodu svoje promene za vreme dok kriva fluksa prođe kroz

polovinu svoje periode, rotor mora imati takvu brzinu da magnetni otpor prođe kroz celu periodu svoje promene u toku polovine periode krive fluksa. To je jedina brzina pri kojoj se proizvodi srednja vrednost obrtnog momenta i ta brzina se naziva sinhronom brzinom. Takva jedna mašina je sinhrona mašina reakcionog tipa. Ona se sama po sebi prilagođava promenama obrtnog momenta vratila podešavajući fazni odnos između krivâ kvadrata fluksa i promene magnetnog otpora, kao što pokazuje jedn. 2-67. Iz toga razloga se fazni ugao δ u jedn. 2-67 naziva uglom obrtnog momenta. Kad mašina radi kao motor promena magnetnog otpora kasni za krivom kvadrata fluksa; kad radi kao generator, promena magnetnog otpora prednjači pred krivom fluksa. Prosečni obrtni momenat je srazmeran sa sin 2δ, kao što se vidi u jedn. 2-67. Njegova maksimalna vrednost javlja se kad je $\delta = 45°$ i data je jednačinom 2-68.

Sinhrona mašina sličnog tipa koja upotrebljava elektrostatičko polje kao medijum za pretvaranje energije opisana je u od. 2-5, a u od. 2-6 izvršeno je upoređenje mogućnosti koje pružaju magnetno i elektrostatičko polje za elektromehaničko sprezanje. Poređenje mašina ova dva tipa može se izvesti upoređujući gustine sa kojima se energija može nagomilati u sprežnim poljima. Ustanovljeno je da su gradijenti potencijala od oko 3 miliona V/cm potrebni da bi se u elektrostatičkom polju nagomilala energija u gustini uporedivoj sa gustinom koja se lako postiže u magnetnom polju. Elektrostatičke mašine neće biti u stanju da se takmiče s magnetnim mašinama sve dok se na zadovoljavajući način ne reši problem izolacije takvih gradijenata potencijala.

Većina mašina za elektromehaničko pretvaranje energije, uključujući skoro sve rotacione mašine, opremljena je sa više namotaja, a korisni obrtni momenat ili sila proizvode se uzajamnim dejstvom magnetnih polja dve grupe namotaja. Ispitivanje osnovne teorije ovakvih sistema sa više pobuđivanja je predmet od 2-3. Videli smo da je dejstvo nelinearnosti obično od drugostepene važnosti kad postoje vazdušni procepi i da se, prema tome, sistemi sa više pobudivanja mogu proučavati na linearnoj osnovi. Obrtni momenat koji dejstvuje u prostoj mašini na sl. 2-10 može se, dakle, lako izraziti pomoću parcijalnih izvoda sopstvene i uzajamne induktivnosti po uglu, kao u jedn. 2-88 i 2-89, ili pomoću prvog izvoda energije polja po uglu pri konstantnim strujama, kao u jedn. 2-90. U članovima jedn. 2-88 i 2-89 koji sadrže izvode sopstvenih induktivnosti po uglu raspoznali smo reluktantne obrtne momente iz od. 2-1*c*. Oni kazuju samo to da polje stvoreno dejstvom jedne jedine struje proizvodi na magnetnom materijalu sile koje teže da ga pokrenu tako da se magnetni otpor magnetnog kola smanji. Članovi koji sadrže izvode uzajamne induktivnosti izražavaju obrtne momente proizvedene uzajamnim dejstvom magnetnih polja jedne i druge struje. Ovi članovi kazuju samo to da magnetna polja statora i rotora teže da se poravnaju u istom pravcu. S obzirom da oni predstavljaju glavne obrtne momente u većini rotacionih i mnogih drugih mašina, naša ispitivanja se svode na proučavanje ovih uzajamnih obrtnih momenata, kao u od. 2-3*a*. Za ovo proučavanje izabrana je prilično prosta mašina na sl. 2-11 i 2-12 zato što ona sadrži mnoge glavne odlike rotacionih mašina a nijednu njihovu komplikovanost. Obrtni momenat koji dejstvuje na rotor u sl. 2-11 može se onda ukratko izraziti pomoću izvoda fluksa kroz kolo rotora po uglu pri konstantnim statorskim strujama, kao u jedn. 2-95.

Čak i za tako prostu mašinu kao što je ona na sl. 2-11, tačno određivanje parcijalnog izvoda fluksa kroz kolo rotora nije prosta stvar. Baš i da se pretpostavi da je permeabilnost gvožđa beskonačna, dejstvom otvora žlebova izazivaju se teškoće. Potreba za daljim uprošćavanjima je očigledna, a ta potreba postaje sve imperativnija u sledećim glavama u kojima se proučavaju stvarne mašine. Tako se dolazi do pojma o idealizovanoj mašini s glatkim vazdušnim procepom, prema sl. 2-13*a*. Obrtni momenat na rotoru idealizovane mašine može se zgodno izraziti

pomoću magnetne indukcije u vazdušnom procepu kao u jedn. 2-99, što daje rezultat isti kao za obrtni momenat izračunat po formuli *Bli* za sile koje dejstvuju na provodnike kanure položene neposredno u polje vazdušnog procepa, kao na sl. 2-13*b*. Treba, međutim, upamtiti ovu važnu razliku: kad je kanura položena u žlebove, kao na sl. 2-13*a*, obrtni momenat dejstvuje neposredno na rotorsko jezgro a ne na namotaj.

U od. 2-3*b* razmatranja se skoro potpuno odnose na proizvodnju *mehaničke* sile; potpuno sličan ovome problemu je problem proizvodnje *elektromotorne* sile. Mehanička sila ili obrtni momenat je parcijalni izvod fluksa kroz kolo po *položaju*; elektromotorna sila je izvod tog fluksa po *vremenu*. Kad se polje kroz koje se rotor sa sl. 2-13*a* kreće i u vremenu istodobno menja, totalni izvod po vremenu fluksa kroz kolo je zbir dva parcijalna izvoda, prvog prouzrokovanog kretanjem rotora i drugog prouzrokovanog menjanjem amplitude polja. Prvi je napon usled rotacije i, za mašinu s konstantnim vazdušnim procepom, ekvivalentan je naponu *Blv*, proizvedenom „presecanjem linija fluksa", kao u ekvivalentnom namotaju u vazdušnom procepu sa sl. 2-13*b*. Napon usled rotacije i obrtni momenat uzeti zajedno sačinjavaju mehanizam akcije i reakcije kojim sprežno polje zahteva od izvora snagu da bi je odavalo opterećenju. Druga komponenta napona je napon transformacije; on nema neposrednog uticaja na proces elektromehaničkog pretvaranja energije jer nema nikakve veze s mehaničkim kretanjem.

Ova glava se odnosila na osnovna načela koja se uglavnom primenjuju na veoma različite naprave za elektromehaničko pretvaranje energije. Rotacione mašine i telefoni s pokretnim kale mom,na primer, rade u osnovi na isti način. Ne treba se iznenaditi, međutim, što njihove podrobnije teorije počinju da se razilaze na razne strane, i to prvenstveno zato što su im različite karakteristike od važnosti, i što njihove veličine i konstruktivni oblici (projektovani tako da se postignu željene karakteristike) moraju biti potpuno različiti. Ostatak ovih izlaganja je skoro potpuno posvećen razvijanju teorije elektromehaničkog pretvaranja energije u obrtnim mašinama. Rotaciona mašina predstavlja prilično složen skup električnih i magnetnih kola. Iako je u ranijim glavama teorija ustaljenog stanja rotacionih mašina bila izložena na malo uprošćenoj i uskoj osnovi, dosta iscrpne analize prostih mašina u ovoj glavi trebalo bi da posluže da se čitaocu omogući bolja preglednost i da mu se pruži osećaj da sigurno zna kako elektromagnetne mašine rade.

ZADACI

2-1. Vremenska konstanta L/R pobudnog namotaja otočnog generatora jednosmerne struje, 10 kW, 1 150 obr/min je 0,15 s. Pri normalnim radnim uslovima, gubici u bakru pobudnog namotaja iznose 350 W. Izračunati energiju nagomilanu u magnetnom polju, u vat-sekundama, pri normalnim radnim uslovima.

2-2. Cilindrični elektromagnet u gvozdenom oklopu, prikazan na sl. 2-18, upotrebljava se za okidanje prekidača, pokretanje ventila i druge primene u kojima se relativno velikom silom dejstvuje na neki deo koji prelazi relativno mali put. Kad je struja kroz namotaj ravna nuli, pokretno jezgro pada na graničnik postavljen tako da je procep $g = 0{,}50$ in (12,7 mm). Kad se kalem pobudi jednosmernom strujom dovoljne jačine, pokretno jezgro se popne do drugog graničnika postavljenog da procep bude $g = 0{,}10$ in (2,5mm). Pokretno jezgro je podešeno da se može slobodno kretati u aksijalnom pravcu. Može se uzeti da je vazdušni procep između oklopa i pokretnog jezgra ravnomeran i dug 0,01 in (0,25 mm). Pobudni kalem ima 1000 navojaka i prima konstantnu struju od 3,0 A.

Kad se m.m.s. potrebna za gvožđe zanemari:

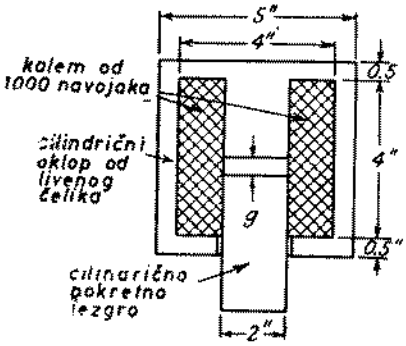
a) Izračunati magnetne indukcije, u teslama, između radnih površina središnog jezgra i pokretnog jezgra, kad procep g iznosi 0,10, 0,20 i 0,50 in (tj. 2,5, 5,1 i 12,7 mm).

b) Izračunati odgovarajuće vrednosti energije nagomilane u magnetnom kolu (u Ws).

c) Izračunati odgovarajuće vrednosti induktivnosti kalema (u H).

d) Kad se pokretno jezgro pusti da se polako kreće tako da se procep g smanji od 0,50 in na 0,10 in. (tj. od 12,7 na 2,5 mm), koliki je mehanički rad koji će pokretno jezgro izvršiti (u Ws)?

e) Pri uslovima pod *d* kolika energija treba da se izuzme od električnog izvora (ne računajući gubitke u bakru)?



Sl. 2-18. Magnet s pokretnim jezgrom za zadatke 2-2, 2-3 i 2-4

f) Naći brojni izraz za induktivnost (H) kao funkciju dužine procepa g (u m).

g) Naći brojni izraz za energiju nagomilanu u električnom polju (u Ws), kao funkciju dužine procepa g (u m).

2-3. Za magnet s pokretnim jezgrom iz zad. 2-2 naći izraz za silu koja dejstvuje na pokretno jezgro (u njutnima), kao funkciju hoda pokretnog jezgra g (u m), pomoću svake od sledećih metoda:

a) Prema tač. *f*) zadatka 2-2

b) Prema tač. *g*) zadatka 2-2

c) Nacrtati dijagram sile (u njutnima) kao funkciju hoda g (u m).

d) Pomoću površine ispod ove krive sila — hod izračunati rad koji pokretno jezgro izvrši kad krećući se polako smanjuje procep g od 0,50 in na 0,10 in (tj. od 12,7 na 2,5 mm). Uporedi s rezultatom iz zadatka 2-2, čl. *d*.

e) Kad bi se pokretno jezgro kretalo veoma brzo, umesto polagano, kako bi to uticalo na krivu sila — hod? Koliki bi bio izvršeni mehanički rad? Pri tim okolnostima može li struja u kalemu ostati konstantna, a ako ne može, šta će se dogoditi s njom?

2-4. Podaci o krivoj magnećenja gvozdenog dela magnetnog kola magneta s pokretnim jezgrom iz zadatka 2-2 su sledeći:

Fluks, Wb	$1{,}00\cdot10^{-3}$	$1{,}50\cdot10^{-3}$	$2{,}00\cdot10^{-3}$	$2{,}40\cdot10^{-3}$	$2{,}50\cdot10^{-3}$	$2{,}60\cdot10^{-3}$	$2{,}70\cdot10^{-3}$	$2{,}75\cdot10^{-3}$
M.m.s., amper - navojaka	60	95	150	250	305	425	600	725

Naći krive magnećenja celokupnog magnetnog kola (fluks u Wb, a ukupna m.m.s. u amper - navojcima) za sledeće uslove:

a) Procep $g = 0{,}50$ in (12,7 mm)

b) Procep $g = 0{,}10$ in (2,5 mm)

c) Iz ovih krivih naći grafičkim putem rad koji bi pokretno jezgro izvršilo kad bi bilo pušteno da se polako kreće od $g = 0{,}50$ in. do $g = 0{,}10$ in. (tj. od 12,7 na 2,5 mm) dok bi kroz kalem tekla konstantna struja od 3,0 A. Uporedi s rezultatom iz zad. 2-2, čl. *d*).

d) Isto tako naći energiju uzetu od električnog izvora (ne računajući gubitke u bakru). Uporedi s rezultatom tač. *c*) i zad. 2-2, tač. *e*).

2-5. Slika 2-19 prikazuje poprečni prečnik magneta s pokretnim jezgrom u kome se cilindrično pokretno jezgro slobodno kreće vertikalno u mesinganim vođičnim prstenovima koji ga drže centralno u dva vazdušna procepa. (Permeabilnost mesinga je ista kao vazduha). Graničnici održavaju pokretno jezgro u granicama gornjeg vazdušnog procepa. Dužina pokretnog jezgra je 10 in (254 mm).

a) Izvesti izraz za magnetnu silu f koja teži da izdigne pokretno jezgro, u zavisnosti od m.m.s. kalema F, dimenzija r, g i l prikazanih simbolima i položaja x vrha pokretnog jezgra. Primeniti racionalizovane jedinice MKS. Zanemariti dejstvo ivica, rasipanje i magnetni otpor putanje fluksa kroz čelik. Odnos g/r je dovoljno mali da se za vazdušni procep mogu usvojiti izvesne aproksimacije.

b) Nacrtati statičke krive sila—hod za konstantnu m.m.s. kalema.

c) Izračunati brojnu vrednosti sile za $x = 1{,}00$ in (25,4 mm) za pokazane dimenzije i za m.m.s. kalema od 1000 ampernavojaka.

2-6. Rešiti zadatak 2-5 kad je pokretno jezgro dugo 6 in (152 mm). Ostale dimenzije date su u sl. 2-19. Za tač. *c* izračunati silu za $x = 0{,}25$ in (6,35 mm) i za m.m.s. kalema od 2000 ampernavojaka.

2-7. Oblici indukta i magneta uprošćene dvopolne mašine za jednosmernu struju prikazani su u bočnom izgledu (*a*) i poprečnom preseku (*b*) na sl. 2-20. Zbog greške pri sklapanju, jezgro indukta je aksijalno pomereno za 0,5 in (12,7 mm) od svog ispravnog položaja. Ostali brojni podaci su sledeći:

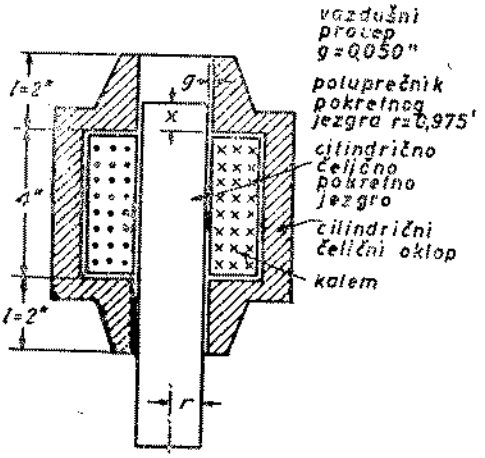
Dužina svakog vazdušnog procepa = 0,10 in (2,54 mm)
Prečnik indukta = 10,0 in (254 mm)

Magnetna indukcija u vazdušnom procepu = 50 kilolinija/in (0,775 T).

Ugao zahvaćen svakim polnim nastavkom = 100°.

Dužina vazdušnog procepa može se smatrati konstantnom ispod polnog nastavka, a za indukt se može smatrati da je gladak cilindar.

Naći aksijalnu silu, koja teži da dovede indukt u centralni položaj.

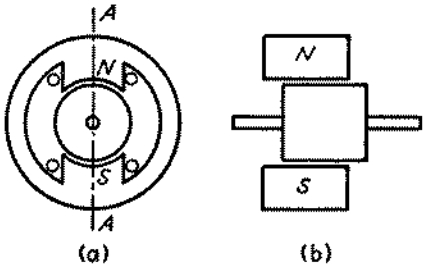


Sl. 2-19. Magnet s pokretnim jezgrom za zad. 2-5

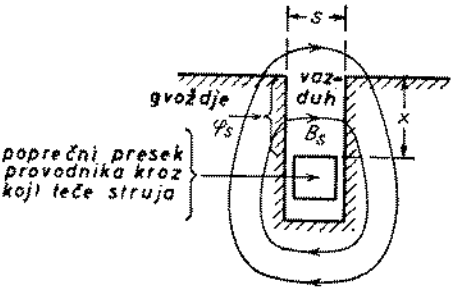
2-8. Slika 2-21 prikazuje opšti izgled rasutog fluksa proizvedenog strujom i u pravougaonom provodniku položenom u pravougaoni žleb u gvožđu. Pretpostavlja se da rasuti fluks žleba φ_s prolazi upravno na žleb u oblasti iznad provodnika i žleba.

a) Izvesti izraz za magnetnu indukciju B_s u oblasti između gornje strane provodnika i gornjih ivica žleba.

b) Naći izraz za rasuti fluks žleba φ_s koji prolazi kroz žleb iznad provodnika, u zavisnosti od visine x žleba iznad provodnika, širine žleba s i dužine l provodnika položenog upravno na crtež.



Sl. 2-20. Uprošćena mašina za jednosmernu struju, zad. 2-7



Sl. 2-21 Provodnik u žlebu, zad. 2-8

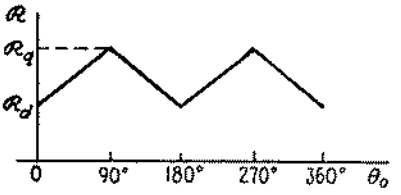
c) Naći izraz za silu f kojom magnetno polje dejstvuje na provodnik dužine l. Primeniti racionalizovane jedinice MKS. U kom pravcu deluje ta sila na provodnik?

d) Izračunati silu koja dejstvuje na provodnik dužine 1,0 stopa (0,305 m) u žlebu širine 1,0 in (25,4 mm) kad je struja u provodniku 1000 A.

2-9. Pretpostaviti da se u jednofaznom reakcionom sinhronom motoru (sl. 2-8*a*) magnetni otpor menja kao na sl. 2-22, a da se fluks menja sinusoidno u vremenu. Rotor se obrće sinhronom brzinom.

a) Nacrtati krive trenutnog obrtnog momenta kao funkcije vremena za vrednosti ugla obrtnog momenta $\delta = 0°, 30°, 45°$.

b). Izvesti izraz za srednju vrednost obrtnog momenta u zavisnosti od Φ_{max}, $\Re_d$, $\Re_q$ i δ.



Sl. 2-22. Promena magnetnog otpora za zadatak 2-9

2-10. Izvesti izraz za trenutnu struju koju uzima jednofazni reakcioni sinhroni motor u zavisnosti od Φ_{max}, $\Re_q$ $\Re_d$ i δ. Pretpostavlja se da su promene fluksa i magnetnog otpora sinusoidne, kao u sl. 2-8 *b*, i da se dejstvo gubitaka u jezgru i magnetna nelinearnost mogu zanemariti. Primenom izraza za struju izvesti izraz za srednju vrednost dovedene snage, zanemarujući dejstvo otpora u namotaju. Pokazati da je rezultat saglasan sa odnosima za obrtni momenat izvedenim u ovoj knjizi.

2-11. Obrtni momenat jednofaznog reakcionog sinhronog motora izraziti pomoću priključenog napona U_t, reaktansi X_d i X_q u podužnoj odnosno poprečnoj osi, ugla obrtnog momenta δ i ugaone brzine ω_0. Pretpostavlja se da se otpor namotaja može zanemariti i da su promene fluksa i magnetnog otpora sinusoidni. Reaktanse u podužnoj i poprečnoj osi su reaktanse namotaja kad je osa rotora u osi statorskih polova odnosno kad je upravna na tu osu.

2-12. Dva kalema imaju sopstvene i uzajamne induktivnosti u henrima kao funkcije pomeranja x u metrima, i to:

$L_{11} = 1 + x$

$L_{22} = 2(1 + x)$

$M_{12} = 1 - x$

Otpori se mogu zanemariti.

a) Za konstantne struje $I_1 = +10{,}0$ A i $I_2 = -5{,}0$ A, izračunati mehanički rad izvršen kad se x poveća od 0 do $+1{,}0$ m.

b) Da li sila koja se javlja u tač. *a* teži da poveća ili da smanji x?

c) Za vreme kretanja u tački *a*), koliku energiju isporučuje izvor 1, a koliku izvor 2?

d) Izračunati prosečnu vrednost sile koja se javlja za $x = 0{,}50$ m kad je kalem 2 kratko spojen a na kalem 1 je priključen sinusoidni napon čija je efektivna vrednost 377 V sa 60 Hz.

2-13. Sopstvene induktivnosti L_{11} i L_{22} i apsolutna vrednost uzajamne induktivnosti M_{12} mašine na sl. 2-10 date su u niže navedenoj tablici za dva ugaona položaja θ_0 rotora, gde je ugao θ_0 meren od horizontalne referentne ose u odnosu na osu rotora:

θ_0	L_{11}	L_{22}	M_{12}
45°	0,60	1,10	0,30
75°	1,00	2,00	1,00

Induktivnosti su date u henrima i može se uzeti da se menjaju linearno sa θ_0 u opsegu $45^0 < \theta_0 < 75^0$.

Za svaki od sledećih slučajeva izračunati elektromagnetni obrtni momenat u njutn-metrima kad rotor miruje u položaju $\theta_0 = 60^0$ (približno položaj pokazan na sl. 2-10) i naći da li taj obrtni momenat teži da rotor pokrene u smeru kazaljke sata ili obratno.

a) $i_1 = 10{,}0$ A, $i_2 = 0$

b) $i_1 = 0$, $i_2 = 10{,}0$ A

c) $i_1 = 10{,}0$ A a $i_2 = 10{,}0$ A u smeru strelica sl. (2-10).

d) $i_1 = 10{,}0$ A u smeru strelice, a $i_2 = 10{,}0$ A u suprotnom smeru.

e) $I_1 = 10{,}0$ A efektivne vrednosti sinusoidne naizmenične struje, sa kalemom 2 u kratkom spoju. U tom slučaju se otpor kalema 2 može zanemariti, a traži se srednja vrednost obrtnog momenta u odnosu na vreme.

2-14. Posmatrajmo rotacionu mašinu s dva namotaja, jednim na statoru a drugim na rotoru. Namotaji su raspoređeni tako da se pri obrtanju rotora međusobna induktivnost između statorskog i rotorskog namotaja menja kao kosinus ugla između njihovih magnetnih osa. Maksimalna vrednost uzajamne induktivnosti je M. Vazdušni procep je ravnomeran tako da se sopstvene induktivnosti L_{11} i L_{22} statora i rotora mogu smatrati konstantnim i nezavisnim od ugaonog položaja rotora. Vratilo je spojeno s uređajem koji može da primi odnosno isporučuje mehanički obrtni momenat u velikom opsegu brzina.

Ova mašina može da se priključi da radi na više načina. Na primer, uzmimo da se rotor pobuđuje jednosmernom strujom, a stator priključi na jednofaznu mrežu 60 Hz koja je u stanju bilo da prima bilo da odaje snagu. Mašina će tada imati osnovne odlike idealizovane jednofazne sinhrone mašine.

a) Opisati prirodu obrtnog momenta koji mašina razvija kad se brzina menja regulisanjem uređaja spregnutim sa vratilom.

b) Postoji li sinhrona brzina?

c) U potvrdnom slučaju, kolika je ona?

d) Da li će srednja vrednost obrtnog momenta postojati i pri nekoj drugoj brzini?

e) Izvesti izraz za prosečni obrtni momenat u funkciji jednosmerne struje rotora, efektivne vrednosti statorske struje od 60 Hz (za koju se pretpostavlja da je sinusoidnog oblika), maksimalne vrednosti M uzajamne induktivnosti između statora i rotora, i ma kojih drugih promenljivih koje su vam potrebne.

f) Pri pretpostavljenim uslovima da su promene uzajamne induktivnosti sinusoidne, da su statorske struje sinusoidne i da je jednosmerna rotorska struja konstantna, šta možete reći u pogledu oblika krive napona na krajevima statora i rotora?

g) Šta očekujete u pogledu oblika krive kad bi rotor bio pobuđivan iz izvora sa malom impedansom, kao što je akumulatorska baterija?

2-15. Pretpostavimo da su namotaji statora i rotora mašine iz zadatka 2-14 vezani na red i napajani iz izvora sa 60 Hz. Uprošćenosti radi uzeće se da je struja sinusoidna.

a) Kakva je priroda obrtnog momenta koji se stvara kad rotor miruje?

b) Da li će biti proizveden polazni obrtni momenat?

c) Da li postoji neka sinhrona brzina? Ako postoji, kolika je?

d) Izvesti izraz za srednju vrednost obrtnog momenta u zavisnosti od efektivne vrednosti struje I, maksimalne vrednosti M uzajamne induktivnosti i ostalih promenljivih koje vam budu potrebne.

2-16. Dva namotaja, jedan postavljen na stator a drugi na rotor, imaju sledeće sopstvene uzajamne induktivnosti

$$L_{11} = 2{,}20 \text{ H} \qquad L_{22} = 1{,}00 \text{ H}$$

$$M_{12} = 1{,}414 \cos\theta_0 \text{ H}$$

igde je θ_0 ugao između osa namotaja. Otpori namotaja se mogu zanemariti.

Namotaj 2 je kratko spojen, a struja u namotaju 1 kao funkcija vremena je $i_1 = 14{,}14 \sin \omega t$.

a) Kad rotor miruje, izvesti izraz za brojnu vrednost, u njutn-metrima, trenutnog obrt. nog momenta rotora u zavisnosti od ugla θ_0.

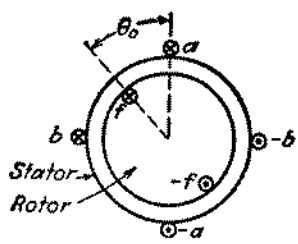
b) Izračunati srednju vrednost obrtnog momenta u njutn-metrima za $\theta_0 = 45^0$.

c) Kad se rotoru omogući da se obrće, da li će se on neprekidno obrtati ili će težiti da se zaustavi? U ovom drugom slučaju, pri kojoj vrednosti θ_0?

2-17. Slika 2-23 pokazuje poprečni presek mašine sa rotorskim namotajem *ff* i dva identična statorska namotaja *aa* i *bb*. Sopstvena induktivnost svakog statorskog namotaja je L_{aa}, a rotorskog namotaja L_{ff}. Vazdušni procep je ravnomeran. Statorski namotaji su međusobno upravni. Uzajamna induktivnost između namotaja statora i rotora zavisi od ugaonog položaja rotora i može se uzeti da je

$$M_{af} = M \cos \theta_0 \qquad M_{bf} = M \sin \theta_0$$

gde je M maksimalna vrednost uzajamne induktivnosti. Otpor svakog statorskog namotaja je r_a oma.



Sl. 2-23. Elementarna dvofazna sinhrona mašina sa cilindričnim rotorom, zadatak 2-17

a) Izvesti opšti izraz za obrtni momenat u zavisnosti od ugla θ_0, od konstanti induktivnosti i trenutnih struja i_a, i_b i i_f. Da li taj izraz važi i za stanje mirovanja? Da li važi kad se rotor obrće?

b) Pretpostaviti da rotor miruje i da se namotaji napajaju konstantnim jednosmernim strujama $I_a = 5$ A, $I_b = 5$ A, $I_f = 10$ A u smerovima naznačenim tačkama i krstovima u sl. 2-23. Kad se rotoru omogući da se obrće, da li će se neprekidno obrtati ili će težiti da se zaustavi? U ovom drugom slučaju, pri kojoj vrednosti θ_0?

c) Rotorski namotaj se sad pobuđuje konstantnom jednosmernom strujom I_f, a statorski namotaji primaju uravnotežene dvofazne struje

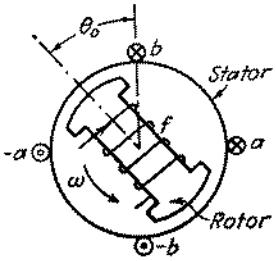
$$i_a = \sqrt{2}\, I_a \cos \omega t \qquad i_b = \sqrt{2}\, I_a \sin \omega t.$$

Rotor se obrće sinhronom brzinom tako da mu je trenutni ugaoni položaj θ_0 određen sa $\theta_0 = \omega t - \delta$, gde je δ fazni ugao koji označava položaj rotora za $t = 0$. Mašina je elementarna dvofazna sinhrona mašina. Izvesti izraz za obrtni momenat pri ovim uslovima. Opisati njegovu prirodu.

d) Pod uslovima navedenim u tač. c) izvesti izraz za trenutne napone na krajevima statorskih faza *a* i *b*.

2-18. Slika 2-24 prikazuje u poprečnom preseku mašinu sa dva identična statorska namotaja *aa* i *bb* međusobno upravna na jezgru od čeličnih limova. Rotor sa isturenim polovima je od čelika i nosi namotaj vezan za klizne prstenove. Mašina je elementarna dvofazna sinhrona mašina sa isturenim polovima.

Zbog neravnomernog vazdušnog procepa sopstvene i uzajamne induktivnosti statorskih namotaja su funkcije ugaonog položaja θ_0 rotora i to:



Sl. 2-24. Elementarna dvofazna sinhrona mašina sa isturenim polovima, zadatak 2-18

$$L_{aa} = L_0 + L_2 \cos 2\,\theta_0$$

$$L_{bb} = L_0 - L_2 \cos 2\,\theta_0$$

$$M_{ab} = L_2 \sin 2\,\theta_0$$

gde su L_0 i L_2 pozitivne konstante. Uzajamne induktivnosti između namotaja rotora i statora su funkcije ugla θ_0 i to:

$$M_{af} = M \cos \theta_0 \qquad M_{bf} = M \sin \theta_0$$

gde je M pozitivna konstanta. Sopstvena induktivnost L_{ff} rotorskog namotaja je konstantna i nezavisna od θ_0.

Rotorski (ili pobudni) namotaj f pobuđuje se jednosmernom strujom I_f, a statorski namotaji su povezani za izvor uravnoteženog dvofaznog napona. Struje u statorskim namotajima su

$$i_a = \sqrt{2}\, I_a \cos \omega t \qquad i_b = \sqrt{2}\, I_a \sin \omega t.$$

Rotor se obrće sinhronom brzinom tako da mu je trenutni ugaoni položaj određen izrazom

$$\theta_0 = \omega t - \delta$$

gde je δ fazni ugao koji označava položaj rotora za $t = 0$.

a) Naći izraz za elektromagnetni obrtni momenat koji dejstvuje na rotor. Opisati njegovu prirodu.

b) Da li mašina može da radi kao motor? A kao generator? Objasniti.

c) Da li će mašina nastaviti da se obrće kad se pobudna struja I_f spusti na nulu? U potvrdnom slučaju dati izraz za obrtni momenat i fizičko objašnjenje.

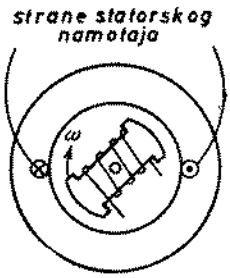
2-19. Za slučaj da se statorski namotaji idealizovane mašine sa sl. 2-13 raspoređe tako da kriva magnetne indukcije u vazdušnom procepu ima sinusoidnu raspodelu po obimu rotora, dokazati da se obrtni momenat može izraziti u obliku

$$M = \Phi_s F_1 \sin \delta$$

gde je Φ_s fluks po polu proizveden strujama statora, F_1 m.m.s. rotora a δ ugao između osa statorskog i rotorskog polja.

Jedna veoma slična jednačina, izmenjena utoliko da odgovara višepolnim mašinama sa namotajima raspoređenim i na statoru i na rotoru, služi kao osnova za analitičko proučavanje rotacionih mašina u gl. 3.

2-20. Slika 2-25 pokazuje dvopolni rotor koji se obrće u glatkom statoru; na rotoru je namotaj od 100 navojaka. Rotor proizvodi fluks raspoređen sinusoidno po površini statora, sa maksimalnom vrednošću krive magnetne indukcije 0,80 T kad je rotorska struja 10 A. Magnetno kolo je linearno. Unutrašnji prečnik statora je 0,10 m, a njegova aksijalna dužina 0,10 m. Rotor dobija pogon i kreće se brzinom od 60 obr/sec.



Sl. 2-25. Elementarni generator, zadatak 2-20

a) Rotor se pobuđuje jednosmernom strujom od 10 A. Uzimajući da je vreme $t = 0$ kad je osa rotora vertikalna, naći izraz za trenutni napon proizveden u otvorenom namotaju statora.

b) Rotor se sada pobuđuje sinusoidnom naizmeničnom strujom od 60 Hz čija je efektivna vrednost 7,07 A. Prema tome, struja rotora menja smer pri svakoj polovini obrtaja, a podešena je tako da je uvek ravna nuli kad osa rotora prolazi kroz vertikalu. Uzimajući da je vreme $t = 0$ kad je osa rotora vertikalna, naći izraz za trenutni napon proizveden u otvorenom namotaju statora.

Ponekad se ovakva šema predlaže kao generator jednosmerne struje bez komutatora, pri čemu se ima u vidu sledeće: kad naizmenični polociklusi naizmeničnog napona proizvedenog kao pod tačkom *a)* promene smer time što namotaj induktora (rotora) promeni polaritet onda se u statoru proizvodi pulzacioni jednosmerni napon. Objasniti da li bi ovaj izum funkcionisao kao što je ovde rečeno.

2-21. Uzmimo jednofaznu elektrostatičku sinhronu mašinu tipa pokazanog na sl. 2-16. Svrha ovog zadatka je da se ispitaju neke fizičke razmere takve mašine konstruisane da razvija

1 KS pri 3600 obr/min sa priključenim naponom od 60 Hz. Uzeće se u obzir razni naponi, a ispitivaće se izolacije kako vazduhom tako i vakuumom. Mogu se usvojiti sledeće pretpostavke:

1. Priključeni naponi se menjaju sinusoidno.

2. Ploče su takvog oblika da se kapacitet menja sinusoidno sa uglom rotora, a minimalni kapacitet je tako mali da se može zanemariti.

3. Iz mehaničkih razloga uzeće se da najmanji dozvoljeni zazor između ploča statora i rotora iznosi (više ili manje proizvoljno) 0,1 cm.

4. Dejstvo ivica će se zanemariti, a gradijenti potencijala između ploča statora i rotora smatraće se uniformnim. Uzima se da najveći dozvoljeni gradijenti potencijala u vazduhu iznose 10 kV/cm a u vakuumu 1000 kV/cm. Ove vrednosti odgovaraju faktoru sigurnosti od oko 3 zbog dejstva ivica.

Treba izračunati sledeće:

a) Naći najveću vrednost kapaciteta za rad sa naponom čija je efektivna vrednost 115 V.

b) Odrediti odgovarajuću ukupnu površinu rotora.

c) Kad svaka strana približno kružnih površina koje sačinjavaju polovinu svake ploče rotora u sl. 2-16 ima površinu od 200 cm^2, koliko će rotorskih ploča biti potrebno?

d) Koliki bi otprilike bio prečnik rotora?

e) Kad debljina svake ploče rotora i statora iznosi 0,1 cm (odrediti mehaničkim razmatranjima) koliko bi motor bio dug? (Nemojte se iznenaditi ako dobijete čudan rezultat!)

f) Odrediti minimalni efektivni napon koji bi bio najpovoljniji za najveći dozvoljeni gradijent potencijala u vazduhu. Za taj radni napon ponoviti računanja zadata od *a)* do *e)*.

g) Odrediti minimalni efektivni napon koji bi potpuno iskoristio najveći dozvoljeni gradijent potencijala u vakuumu. Za taj radni napon ponoviti računanja zadata od *a)* do *e)*.

GLAVA 3

OSNOVNI POJMOVI O RADU MAŠINA

Zadatak ove glave je da osnovna načela iz gl. 1 primeni na rotacione mašine. Usvojeno shvatanje sastoji se u suštini u tome da magnetna polja teže da se poravnaju među sobom proizvodeći u tome procesu obrtne momente i napone. Obrtni momenat se na osnovu toga izračunava iz jedn. 1-24 pomoću treće od četiri metode opisane u od. 1-7.

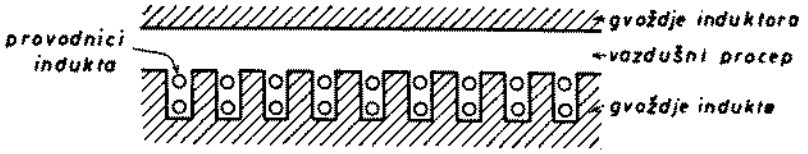
Važni analitički rezultati sastoje se u izrazima za obrtni momenat (jedn. 3-32) i indukovani napon (jedn. 3-36 i 3-38). Ovi izrazi su specifični obrasci koji se neposredno mogu primeniti za analizu ustaljenog stanja svih oblika rotacionih mašina, kao što će se pokazati u docnijim glavama. Kao dopuna njihovoj analitičkoj vrednosti oni pružaju bitnu osnovu za fizičko ispitivanje rada raznih tipova mašina. Prema tome, na zaključku ove glave čitalac će steći određenije fizičke pojmove o tome kako mašine rade a povrh toga i odskočnu dasku za potonje podrobne analize.

3-1. Namotaji indukta kao strujni plašt. Namotaji indukta većinom su raspoređeni u izvesnom broju žlebova po obimu mašine, kao što je prikazano u razvijenom obliku na sl. 3-1. Da bi se konačno i podrobno odredio obrtni momenat ili napon date mašine, mora se znati tačan raspored namotaja i priroda struja u njemu. Međutim u opštem ispitivanju proizvodnje obrtnog momenta i napona, priroda i raspored namotaja ne moraju biti određeni u potpunosti. U stvari, bliže odredbe koje moraju biti ispunjene da bi proizvodnja obrtnog momenta ili napona bila optimalna proizlaze iz rezultata ovakvog ispitivanja a ne predstavljaju prosto skup pretpostavki nužnih za tu proizvodnju.

Da bismo odredili obrtni momenat pretpostavićemo da je namotaj iz sl. 3-1 sasvim gusto raspoređen — drugim rečima, da indukt sadrži veliki broj provodnika, ravnomerno raspoređenih po svojoj površini, i da je ugaoni razmak između susednih provodnika veoma mali. Takav idealizovani namotaj je ekvivalenat *strujnom plaštu* ili površinskoj raspodeli struje koja pokriva površinu indukta. Da bismo takav strujni plašt prikazali, zamislimo da je cilindrična površina prekrivena veoma tankim slojem provodnog materijala. Zamislimo, osim toga, da u izvesnim delovima ove površine struja teče paralelno vratilu u jednom smeru, a da u preostalim delovima teče u suprotnom smeru. Slika 3-2 pokazuje šematski takav strujni plašt za dvopolne odnosno četvoropolne namotaje, sa strujama i njihovim smerovima označenim šrafiranim površinama. Podjednaka visina površina na sl. 3-2 predstavlja ravnomernu površinsku raspodelu struje ili istu jačinu struje po jedinici ugla oko celog obima. Ravnomerna ugaona gustina struje, kao što je ovde prikazana, predstavlja poseban primer izabran radi boljeg prikazivanja.

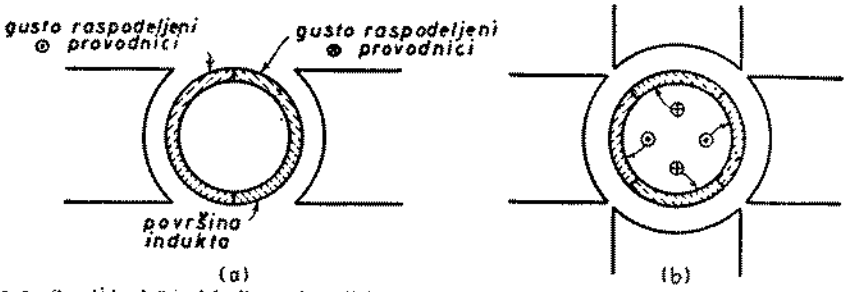
Priroda magnetnog polja proizvedenog strujnim plaštom može se prikazati pomoću ovog posebnog slučaja ravnomerne gustine struje. Za dvopolnu mašinu prema sl. 3-2*a* pretpostavimo da na gvožđu postoje na obema stranama vazdušnog

procepa glatke cilindrične površine i da je permeabilnost gvožđa beskonačna. M. m. s. strujnog plašta treba tada jedino da uspostavi fluks kroz magnetni otpor



Sl. 3-1. Razvijena šema raspodeljenog namotaja indukta, smeštenog u žlebove

ravnomernog vazdušnog procepa. Ravnomerni strujni plašt s odgovarajućim gvozdenim površinama prikazan je u razvijenom obliku na sl. 3-3*a*. Usled simetričnosti rasporeda očigledno je da će magnetna indukcija u vazdušnom procepu pri uglu θ biti ista po veličini kao pri uglu $\theta + \pi$, ali da ova polja imaju suprotne sme-



Sl. 3-2. Strujni plaštovi koji predstavljaju (*a*) dvopolni namotaj i (*b*) četvoropolni namotaj

rove. Treba se podsetiti da je, u racionalizovanim jedinicama MKS, m. m. s. koja dejstvuje na nekoj putanji ravna ukupnoj struji koju putanja obuhvata. Najpre ćemo izabrati baš putanju *abcd* (sl. 3-3*b*) koja preseca vazdušni procep kod uglova π i 2π. Pri ravnomernoj ugaonoj gustini struje J [A/rad], m. m. s. za putanju *abcd* je πJ. Razlika magnetnog potencijala kroz procep iznosi $\pi J/2$ kako za ugao π tako i za 2π. Kriva koja predstavlja razliku magnetnog potencijala za razne tačke duž vazdušnog procepa naziva se *kriva* ili *talas m. m. s.* Ordinate m.m.s. dobivaju pozitivne odnosno negativne znake prema tome da li fluks izlazi iz površine indukta ili ulazi u nju.

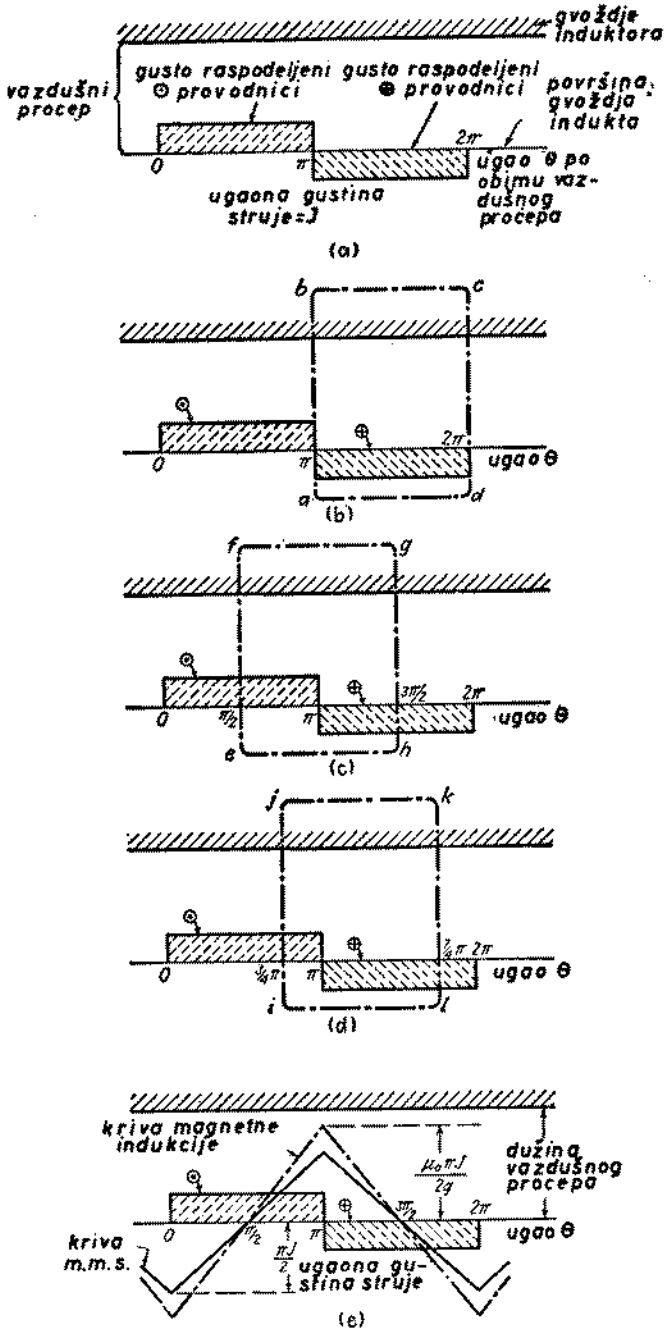
Zatim ćemo uzeti putanju *efgh* (sl. 3-3*c*) koja preseca vazdušni procep kod uglova $\pi/2$ i $3\pi/2$. Rezultantna struja je očigledno ravna nuli, jer je struja između $\pi/2$ i π jednaka i suprotna struji između π i $3\pi/2$. Ordinate krive m.m.s. za $\pi/2$ i $3\pi/2$ su, prema tome, ravne nuli.

Kao treću putanju izabraćemo *ijkl* (sl. 3-3*d*) koja preseca procep kod uglova $3\pi/4$ i $7\pi/4$. Veličina ukupne obuhvaćene struje biće

$$\left(\frac{7\pi}{4} - \pi\right) J - \left(\pi - \frac{3\pi}{4}\right) J = \frac{\pi}{2} J \tag{3-1}$$

a to je srednja vrednost između struja za dve ranije putanje. Ordinata krive m.m.s. u tim tačkama iznosi onda po $(\pi/4) J$.

M. m.s. koju stvara ravnomerni strujni plašt u svim tačkama procepa prikazana je krivom m.m.s. na sl. 3-3*e*. Iz gornjeg izlaganja proizilazi da kriva m. m. s. predstavlja trougao sa najvećim ordinatama $\pi J/2$ i sa ordinatama ravnim nuli u sredinama



Sl. 3-3 Ravnomerni strujni plašt s raznim putanjama m. m. s. i odgovarajućim krivama m. m. s. i magnetne indukcije

dveju strujnih traka. Pozitivne ordinate označavaju fluks koji sa površine indukta ulazi u procep (kao kod severnog magnetnog pola), a negativne ordinate označavaju fluks koji se iz procepa vraća u površinu indukta. Za idealizovanu mašinu na sl. 3-3, prostorna raspodela magnetne indukcije u ravnomernom procepu predstavljena je krivom istog oblika kao m. m. s. samo što se ordinate razlikuju za sačinitelj μ_0/g, gde je g dužina procepa, a μ_0 permeabilnost slobodnog prostora procepa. Linije fluksa presecaju vazdušni procep radijalno i zatvaraju svoju putanju kroz gvožđe indukta i induktora. Magnetna indukcija proizvedena krivom m. m. s. zavisi od dužine vazdušnog procepa, ali kriva m. m .s. zavisi samo od raspodele struje a ne i od geometrijskog oblika gvožđa. Kriva m.m.s. bila bi ista i kad bi mašina imala isturena polove; kriva magnetne indukcije, međutim, promenila bi se.

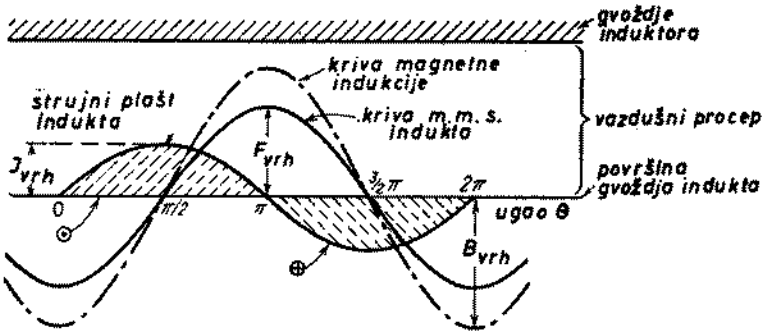
Ali strujni plašt sa ravnomernom ugaonom gustinom struje u svakoj traci ne predstavlja nipošto jedini metod podesan za analizu mašina. Za mnoge svrhe ima u stvari opštiju važnost strujni plašt sa sinusoidnom promenom ugaone gustine struje. Takav strujni plašt, sa odgovarajućim krivama m. m. s. i fluksa, pokazuje sl. 3-4. Ugaona gustina struje, umesto da je ravnomerna kao na sl. 3-3, menja se sinusoidno sa uglom θ po obimu indukta i data je izrazom

$$J = J_{vrh} \sin \theta \tag{3-2}$$

gde je J_{vrh} amplituda sinusoide za $\theta = \pi/2$. (Često ćemo imati da raspravljamo i crtamo sinusoidne raspodele ugaone gustine struje J, m. m. s. F i magnetne indukcije B. Da bismo naglasili činjenicu da su to sinusne krive *u prostoru*, za razliku od sinusne krive *u vremenu*, upotrebljavaćemo indeks „*vrh*" da bismo označili amplitudu odnosno vrhunačnu vrednost veličine uz koju je indeks stavljen.) Rezultantna struja bilo koje trake (na primer, one između $\theta = 0$ i $\theta = \pi$), dobivena integrisanjem po površini indukta koju ta traka obuhvata, je

$$\int_0^{\pi} J \, d\theta = \int_0^{\pi} J_{vrh} \sin \theta \, d\theta = 2J_{vrh} \tag{3-3}$$

Ponavljanjem postupka kao za slučaj sl. 3-3 dobiva se da je kriva m. m. s. sinusoida s pozitivnom amplitudom za $\theta = \pi$. Amplituda m. m. s. ravna je polovini re-



Sl. 3-4 Sinusoidni strujni plašt s odgovarajućim krivama m. m. s. i magnetne indukcije

zultantne struje u jednoj traci i sačinitelj $^1/_2$ pojavljuje se zato što ta struja mora da uspostavi fluks kroz vazdušni procep u oba smera. Dakle:

$$F_{vrh} = \frac{1}{2} \int_0^{\pi} J_{vrh} \sin \theta \, d\theta = J_{vrh} \tag{3-4}$$

a m. m. s. koja dejstvuje kroz vazdušni procep u bilo kojoj tački θ je

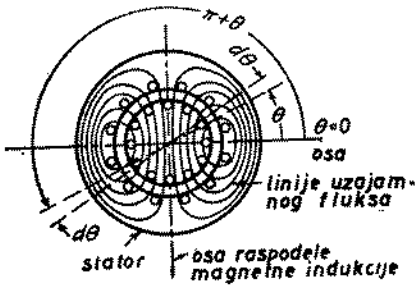
$$F = F_{vrh} \sin\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right) \tag{3-5}$$

Kao i ranije kriva magnetne indukcije dobiva se množenjem ordinata krive m. m. s. sa μ_0/g.

Za opšta razmatranja proizvodnje obrtnog momenta u rotacionim mašinama namotaj indukta može se prikazati strujnim plaštom ili njegovom odgovarajućom krivom m. m. s. Određivanje obrtnog momenta sastoji se onda u proučavanju uzajamnog delovanja strujnog plašta ili krive m. m. s. s jedne strane i rezultantne magnetne indukcije koja postoji u vazdušnom procepu s druge strane. Shvatanje po kome je pretvaranje energije rezultat težnje magnetnih polja da se poravnaju, počinje da dobiva opipljiviji oblik. Međusobno dejstvo sa sinusoidnim strujnim plaštom imaće, kao što ćemo videti, bitnu važnost u sledeća tri odeljka.

3-2. Obrtni momenat električnih mašina. Da bismo proučili veličine važne za proizvodnju obrtnog momenta, posmatrajmo uprošćenu mašinu na sl. 3-5. Prisustvo namotaja naznačeno je i na statoru i na rotoru, a za analitičke svrhe svejedno je koji je od njih indukt, a koji pobudni namotaj. Linije fluksa koje se vide na slici odgovaraju dvopolnoj mašini; dok ne dodemo do izvesnog rezultata naša pažnja biće usredsređena na slučaj dvopolne mašine, a posle ćemo pristupiti uopštavanju za mašinu sa p' polova. Da bismo olakšali analizu, učinićemo 5 grupa pretpostavki:

1. Smatra se da je vazdušni procep mašine ravnomeran. Prema tome, reluktantni obrtni momenti o kojima je bilo reči u od. 2-2 ne dolaze u obzir. Za one mašine kod kojih oni predstavljaju važan činilac (naime za sinhronu mašinu s isturenim polovima, vidi gl. 8), reluktantni obrtni momenti biće obuhvaćeni podrobnijim proučavanjem u docnijim glavama.



Sl. 3-5. Uprošćena dvopolna mašina, sa ucrtanim linijama uzajamnog fluksa

2. Uticaj zasićenosti, histereze i vihornih struja u gvoždu neće se zasad uzimati u obzir. U skladu s tim, uzeće se da je permeabilnost gvožđa beskonačna.

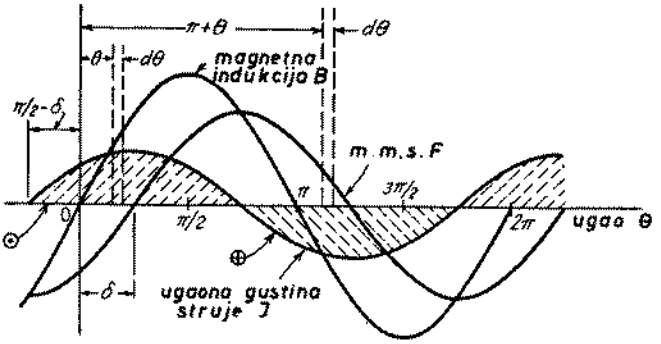
3. Dužina vazdušnog procepa g uzima se da je mala u poređenju s prečnicima rotora i statora. Pri proučavanju magnetne indukcije u vazdušnom procepu neće se praviti razlika između magnetnih indukcija na površini rotora, na površini statora ili na bilo kom radijalnom odstojanju u procepu. Dejstvo ivica gvožđa rotora i statora na fluks takođe će se zanemariti.

4. Magnetna indukcija B u vazdušnom procepu smatraće se da se menja sinusoidno oko obima, kao što pokazuje sinusna kriva magnetne indukcije u razvijenom dijagramu na sl. 3-6. Ugao θ je prostorni ugao izražen u električnim jedinicama, sa početkom proizvoljno uzetim u tački gde kriva magnetne indukcije prolazi kroz nulu. Položaj ove tačke zavisi uopšte od električnih uslova u namotaju. Maksimalne vrednosti krive magnetne indukcije odgovaraju *osi raspodele magnetne indukcije* naznačenoj na sl. 3-5, a dva polutalasa sinusne krive odgovaraju dvama polovima.

Sa tehničkog gledišta moglo bi izgledati smelo da se već sada, dok još nemamo ostale podrobne specifikacije, uzme u razmatranje sinusoidno raspoređena magnetna indukcija. Ovakvo razmatranje se zasniva na isticanju osnovne harmonične komponente bilo kakve raspodele koja stvarno postoji i donošenju eksperimentalnih

zaključaka zanemarujući sve prostorne više harmonike. Jedan očigledno zanemareni činilac je, na primer, dejstvo žlebova pokazanih za sl. 3-1, koji čak nisu ni naznačeni na sl. 3-5, uprkos činjenici da oni izazivaju harmonike u krivoj fluksa. Ovo nećemo izgubiti iz vida da bismo docnije ispitali red veličine i dejstvo ovih harmonika. Ustanovićemo u stvari da je normalna situacija u stvarnim mašinama naizmenične struje namerno stvorena tako da odgovara sonusoidnoj raspodeli fluksa i da su veličina i uticaj harmonika svedeni na najmanju meru. Naći ćemo, isto tako, da je obrtni momenat normalnih mašina jednosmerne struje nezavisan od raspodele fluksa dogod je ispred svakog pola raspodela istovetna, izuzev, naravno, razliku između jednog severnog i jednog južnog pola. Nema, dakle, znatnih kvalitativnih grešaka ni u slučaju jednosmerne ni u slučaju naizmenične struje.

5. Indukt će biti predstavljen sinusoidnim strujnim plaštom s odgovarajućom sinusoidnom krivom m. m. s., prikazanom na sl. 3-6. Kriva m. m. s. je pro-



Sl. 3-6 Sinusoidni strujni plašt, magnetna indukcija i m. m. s. za iznalaženje obrtnog momenta

storno pomerena u odnosu na krivu magnetne indukcije za proizvoljni ugao δ rad; sinusoida koja predstavlja strujni plašt prednjači za $\pi/2$ rad tako krivom m.m.s., pred da je pomerena za ugao $(\pi/2) - \delta$ od krive magnetne indukcije.

Pretpostavka sinusoidnog strujnog plašta i krive m. m. s. zahteva da se učine izvesne napomene slične onima kojima smo propratili pretpostavku o sinusoidnoj raspodeli magnetne indukcije. I ovoga puta je osnovna harmonična komponenta istaknuta i ostavljeno je da se uticaj viših harmonika docnije ispita; i ovoga puta će se pokazati da je pretpostavka dovoljno realna za stvarne mašine naizmenične struje, a raspodeli u mašinama jednosmerne struje biće docnije posvećena posebna pažnja; najzad, ni ovde se ne dolazi ni u jednom slučaju do znatnijih kvalitativnih grešaka.

Polazeći od ovakvih pretpostavki, naš postupak će se sastojati u tome da pomoću jedn. 1-24 odredimo element obrtnog momenta koji potiče od diferencijalnih delova strujnog plašta i da potom sve takve elemente saberemo integrisanjem za celi strujni plašt da bismo dobili ukupni obrtni momenat. Na sl. 3-6, magnetna indukcija B u vazdušnom procepu za neki ugao θ na obimu je

$$B = B_{vrh} \sin \theta \tag{3-6}$$

gde je B_{vrh} amplituda. Ugaona gustina struje za ugao θ je

$$J = J_{vrh} \sin\left(\theta + \frac{\pi}{2} - \delta\right) = J_{vrh} \cos(\theta - \delta) \tag{3-7}$$

gde je J_{vrh} amplituda krive gustine struje. Magnetna razlika potencijala u vazdušnom procepu, ili ordinata krive m. m. s. je

$$F = F_{vrh} \sin(\theta - \delta) \tag{3-8}$$

a, iz jedn. 3-4, amplituda m. m. s. F_{vrh} je

$$F_{vrh} = J_{vrh} \tag{3-9}$$

Izaberimo sada dva elementa ugla $d\theta$ na površini vazdušnog procepa, kod uglova θ i $\pi + \theta$ (vidi sl. 3-5 i 3-6). Ovi površinski elementi obrazuju elementtarni dijametralni navojak (tj. navojak čije strane su razmaknute za jedan polni korak ili 180 električnih stepeni) kroz koji teče struja

$$i = J\, d\theta = J_{vrh} \cos(\theta - \delta)\, d\theta \tag{3-10}$$

Ukupni fluks kroz elementarni namotaj je

$$\lambda = \int_{\theta}^{\pi+\theta} Blr\, d\theta \tag{3-11}$$

gde je l aksijalna dužina gvožđa mašine a r poluprečnik mašine u vazdušnom procepu. Primenom jedn. 3-6, ukupni fluks kroz kolo postaje

$$\lambda = \int_{\theta}^{\pi+\theta} B_{vrh}\, lr \sin\theta\, d\theta \tag{3-12}$$

$$= 2\, B_{vrh}\, lr \cos\theta \tag{3-13}$$

Prvi izvod ukupnog fluksa kroz elementarni namotaj po uglu je

$$\frac{d\lambda}{d\theta} = -2B_{vrh}\, lr \sin\theta \tag{3-14}$$

tj. ako bi se namotaj pokrenuo, fluks kroz kolo bi se promenio u toj meri.

Iz jedn. 1-24 napisane za slučaj 2 pola, elektromagnemi obrtni momenat je

$$M = i\frac{d\lambda}{d\theta} \tag{3-15}$$

Elemenat obrtnog momenta koji odgovara elementarnom namotaju dobiva se zamenom jedn. 3-10 i 3-14.

$$dM = -2J_{vrh}\, B_{vrh}\, lr \cos(\theta - \delta) \sin\theta\, d\theta. \tag{3-16}$$

Ukupni obrtni momenat je zbir svih takvih priraštaja i može se dobiti integrisanjem za ma koji ugaoni interval od π rad, recimo od 0 do π. Obrtni momenat je dakle

$$M = -2J_{vrh}\, B_{vrh}\, lr \int_{0}^{\pi} \cos(\theta - \delta) \sin\theta\, d\theta \tag{3-17}$$

$$= -\pi\, J_{vrh}\, B_{vrh}\, lr \sin\delta \tag{3-18}$$

ili, upotrebom jedn. 3-9

$$M = -\pi\, F_{vrh}\, B_{vrh}\, lr \sin\delta. \tag{3-19}$$

Negativni znak za obrtni momenat u ovim izrazima pokazuje da obrtni momenat dejstvuje u smeru smanjenja ugla pomeraja δ između krive magnetne indukcije i m.m.s. kad su, kao u sl. 3-6, za B i F uzete pozitivne vrednosti, tako da odgovaraju fluksu koji prolazi kroz vazdušni procep u istom smeru. Deo namotaja

koji proizvodi m. m. s. teži tada ulevo u sl. 3-6, a drugi deo teži udesno. Negativni znak može se izostaviti, a smer elektromagnetnog obrtnog momenta, kako za motore tako i za generatore, može se na podesan način odrediti iz činjenice da obrtni momenat teži da polja rotora i statora poravna tako da komponentni fluksovi presecaju vazdušni procep u istom smeru.

Jednačine 3-18 i 3-19 daju ukupni obrtni momenat za 2-polnu mašinu. Za višepolnu mašinu one daju obrtni momenat po paru polova kad je ugao δ izražen u električnim jedinicama; ukupni obrtni momenat za mašinu sa p' polova biće, dakle, izostavljajući znak minus,

$$M = \pi \frac{p'}{2} F_{\text{vrh}} B_{\text{vrh}} lr \sin \delta \tag{3-20}$$

Jedan drugi oblik dobiva se imajući u vidu da je fluks po polu

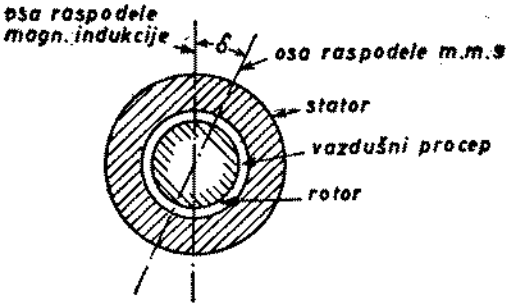
$$\Phi = \int_0^{\pi} lr \frac{2}{p'} B_{\text{vrh}} \sin \theta \, d\theta = \frac{4}{p'} lr B_{\text{vrh}} \tag{3-21}$$

Primenom izraza 3-21 u jedn. 3-20 dobiva se

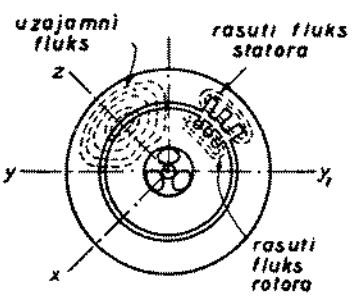
$$M = \frac{\pi}{2} \left(\frac{p'}{2} \right)^2 F_{\text{vrh}} \Phi \sin \delta. \tag{3-22}$$

U našem budućem radu služićemo se više oblikom jedn. 3-22 jer se često brže dolazi do zaključka kad se upotrebi fluks po polu i amplituda krive m. m. s. Obrtni momenat dejstvuje i na rotor i na stator i pokretaće onaj deo koji ima slobodu kretanja. Za izračunavanje obrtnog momenta, prema tome, može se uzeti m. m. s. F_{vrh} bilo statorskog bilo rotorskog namotaja, već prema tome šta bude pogodnije.

3-3. Tumačenje jednačina za obrtni momenat. Jednačina 3—22 za obrtni momenat je naročito važna zato što se pomoću nje može shvatiti u čemu se sastoji elektromagnetna proizvodnja obrtnog momenta, a time i elektromehaničko pretvaranje energije. Kvalitativno, ona neposredno potvrduje shvatanje da se obrtni momenat proizvodi uzajamnim dejstvom magnetnih polja statorske i rotorske struje. Kvantitavno, ona pokazuje da je obrtni momenat pri pretpostavljenim sinusoidnim uslovima, srazmeran amplitudi krive magnetne indukcije, amplitudi krive m. m. s. i sinusu ugla δ između njihovih osa. Ovaj ugao se obično naziva *ugao obrtnog momenta*. On je naznačen u šemi sl. 3-7.



Sl. 3-7. Uprošćena dvopolna mašina s naznačenim uglom obrtnog momenta

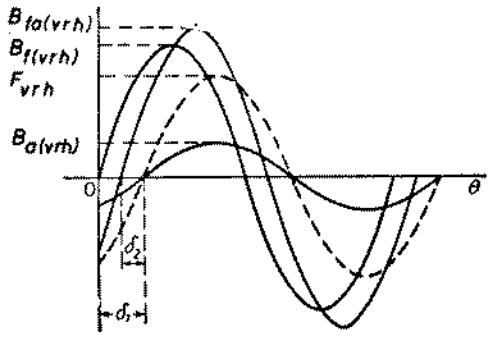


Sl. 3-8. Putanje uzajamnog fluksa i rasutog fluksa tipične mašine

Ovi kvantitativni podaci pružaju dragocene smernice za razvoj uspešnih tipova motora i dragocene kriterijume za ocenu vrednosti koju sadrže predložene

izmene. Oni se, na primer, mogu zgodno upotrebiti da bi se videlo da li se u datom slučaju proizvodi stalan ili vremenski promenljiv obrtni momenat. Oni isto tako predstavljaju osnovu za analizu rada mašine. Zajedno s pretpostavkama na kojima se zasnivaju, oni naglašavaju činjenicu da se oblici kriva magnetne indukcije i m. m. s. u električnim mašinama moraju brižljivo proučavati, jer se posredstvom tih kriva jednačine za obrtni momenat primenjuju na praktične mašine čije konstruktivne odlike zahtevaju da se odstupi od pretpostavljenih idealnih uslova.

Kao primer prirode fluksa koji ulazi u jednačine za obrtni momenat, sl. 3-8 prikazuje glavne linije fluksa u jednoj posebnoj vrsti rotacione mašine. Najveći deo fluksa proizvedenog u namotajima rotora i statora (otprilike 90 odsto ili više u tipičnim mašinama) preseca vazdušni procep i obuhvata oba namotaja; ovaj fluks se naziva *uzajamni (ili zajednički) fluks*. Mali procenat fluksa, međutim, ne preseca vazdušn procep već obuhvata samo rotorski ili samo statorski namotaj; to su *rasuti fluks rotora*, odnosno *rasuti fluks statora*. Za odredivanje obrtnog momenta neposrednog interesa ima samo uzajamni fluks, zbog čega se kriva magnetne indukcije na sl. 3-6 i odnosi samo na uzajamni fluks. Rasuti fluksovi ne utiču neposredno na proizvodnju obrtnog momenta. Situacija u tom pogledu može se fizički približno prikazati na sledeći način: s obzirom da rasuti fluks statora ne obuhvata namotaj rotora, taj namotaj „ne oseća" dejstvo rasutog fluksa, te ni m. m. s. rotora ne reaguje na statorski rasuti fluks da bi proizvela obrtni momenat.



Sl. 3-9. Komponente m. m. s. indukta i magnetne indukcije

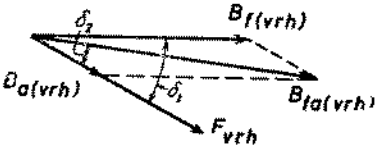
Slična konstatacija vredi i za rasuti fluks rotora i m. m. s. statora. Kao što ćemo videti u gl. 4, brzine promene statorskog i rotorskog rasutog fluksa kroz kolo utiču na rad mašine putem napona koje indukuju u sopstvenim namotajima. Međutim, ovo dejstvo ima samo sporednu a ne osnovnu ulogu u proizvodnji obrtnog momenta. U svakoj mašini, prema tome, primarna funkcija pobudnog namotaja sastoji se u tome da uspostavi krivu uzajamnog fluksa, a funkcija indukta da uspostavi krivu m. m. s.

Ali m. m. s. indukta, svojim delovanjem na magnetno kolo kroz koje prolazi uzajamni fluks, može uticati kako na veličinu tako i na raspodelu fluksa. Kao posledica toga prirodno se pojavljuje sledeće pitanje: da li pod magnetnom indukcijom B_{vrh} ili fluksom po polu Φ u jednačinama za obrtni momenat razumemo one vrednosti koje bi stvorio pobudni namotaj kad bi sam dejstvovao ili one koje postoje u namotajima magneta i indukta kad se oni istovremeno pobuđuju? Odgovor glasi, pod pretpostavkama idealizovane mašine iz prethodnog odeljka, da možemo upotrebiti bilo koju vrednost, pod uslovom da primenimo odgovarajuću vrednost ugla δ.

Da bismo opravdali ovaj odgovor podsećamo na pretpostavku da je vazdušni procep mašine ravnomerne dužine i da je permeabilnost gvožđa beskonačna. Mašina tada predstavlja ravnomerno linearno magnetno kolo tako da se može primeniti superpozicija. Kriva prikazana punom linijom, sa amplitudom $B_{f\,(vrh)}$ u sl. 3-9, je prostorna raspodela magnetne indukcije proizvedene pobudnim namotajem kad on sam dejstvuje. Crtkana kriva amplitude F_{vrh} je kriva m. m. s. indukta; kad dejstvuje sam, on proizvodi krivu magnetne indukcije amplitude $B_{a(vrh)}$, prostorno u fazi s krivom m. m. s. Kriva $B_{fa(vrh)}$ je zbir kriva $B_{f(vrh)}$ i $B_{a(vhr)}$ i predstavlja ra-

spodelu fluksa koja postoji kad istovremeno postoje m. m. s. pobude i indukta. Ove sinusne krive mogu se na zgodan način sabrati pomoću vektorskog dijagrama, na način kako se obično vektorski sabiraju dobro poznate sinusoidne struje ili naponi u teoriji kola naizmenične struje. Takvo vektorsko sabiranje pokazano je na sl. 3-10. (Ne sme se gubiti iz vida činjenica da sinusne krive sabirane na sl. 3-9 i 3-10 predstavljaju prostorne raspodele prikazane u zavisnosti od uglova po obimu vazdušnog procepa nanetih na apscisi. S druge strane, uobičajene sinusoidne struje i naponi iz teorije kola naizmenične struje, međutim, crtaju se u zavisnosti od vremena ili nekog ugla neposredno zavisnog od vremena, nanetog na apscisi. S obzirom da su vektorski dijagrami samo podesna veštačka sredstva za sabiranje sinusnih talasa iste matematičke periode, vektorsko sabiranje nije ograničeno na promene u vremenu.)

Imajući u vidu član sa sin δ u jednačinama za obrtni momenat, krive $B_{a(\text{vrh})}$ i m. m. s. indukta, s obzirom da se nalaze u prostornoj fazi, ne mogu međusobno dejstvovati da bi proizvele obrtni momenat — konstatacija koja fizički izražena kazuje da namotaj sa gvozdenim jezgrom ne teži sam po sebi da se obrće. Saglasno tome, isti rezultat se dobiva iz jedn. 3-20 zamenom $B_{f(\text{vrh})}$, F_{vrh} i δ_1 ili $B_{fa(\text{vrh})}$, F_{vrh} i δ_2.



Sl. 3-10. Vektorsko sabiranje magnetnih indukcija

Geometrijsko opravdanje sleduje iz vektorskog dijagrama na sl. 3-10, jer je očigledno

$$B_{f(\text{vrh})} \sin \delta_1 = B_{fa(\text{vrh})} \sin \delta_2 \tag{3-23}$$

a odatle

$$B_{f(\text{vrh})} F_{\text{vrh}} \sin \delta_1 = B_{fa(\text{vrh})} F_{\text{vrh}} \sin \delta_2 \tag{3-24}$$

Mogućnost da se donose zaključci bilo pomoću $B_{f(\text{vrh})}$ ili $B_{fa(\text{vrh})}$ predstavlja veliku pogodnost pri donošenju zaključaka o osobinama mašina.

Da dejstva magnetne zasićenosti u gvožđu nisu bila zanemarena u prethodnom dokazivanju ne bi se mogla primeniti linearna superpozicija magnetnih indukcija. U takvom slučaju bilo bi pravilnije da se upotrebi rezultantna magnetna indukcija koja proizlazi iz zajedničkog dejstva m. m. s. pobude i indukta. Zasićenost utiče takođe na harmonike sadržane u talasu fluksa. Videćemo da se mnoge postavke analize mašina zasnivaju upravo na pretpostavci da se zasićenost može zanemariti ili da je permeabilnost gvožda beskonačna. Ove pretpostavke imaju izvesne posledice koje se u praktičnim slučajevima ispravljaju na osnovu logike i iskustva.

Učinićemo još jednu napomenu u vezi sa jednačinama za obrtni momenat i sa rasuđivanjem pomoću koga su one dobivene. Strujni plašt, kriva m. m. s. ili kriva magnetne indukcije nisu ničim ograničeni da bi u prostoru morali ostati nepokretni. Oni mogu ostati nepokretni ili se mogu obrtati duž obima. U sinhronoj mašini, na primer, kriva fluksa proizvedenog pobudnim namotajem obrće se duž vazdušnog procepa kad se sam rotor obrće. Kad se na sličan način obrću i strujni plašt i kriva m. m. s. indukta, jednosmerni obrtni momenat može se pojaviti usled težnje statorskog i rotorskog polja da se poravnaju u skladu s jednačinama za obrtni momenat.

3-4. Optimalni uslovi za proizvodnju obrtnog momenta kod motora. Preduslovi koji moraju biti zadovoljeni za uspešno elektromehaničko pretvaranje energije mogu se zgodno izvesti iz oblika jednačine za obrtni momenat i iz pojma uzajamnog dejstva između kriva magnetne indukcije i m. m. s. Kao što je već napomenuto u od. 1-4, postoje tri opšte mogućnosti za proizvodnju ovih kriva u elektromotoru:

1. Namotaji i statora i rotora mogu se napajati naizmeničnom strujom. Najobičniji primer je asinhroni motor u kome se naizmenična struja dovodi neposredno u stator a putem indukcije (tj. transformatorskim dejstvom) u rotor. Drugi jedan običan primer je redni motor za naizmeničnu struju u kome su oba namotaja vezana na red tako da ista naizmenična struja postoji u oba namotaja.

2. Jedan namotaj (induktni) može se napajati naizmeničnom strujom, a drugi (pobudni) jednosmernom strujom. Motori sa takvim pobudama su sinhroni motori.

3. Namotaji i rotora i statora mogu se napajati jednosmernom strujom, što daje motor za jednosmernu struju.

Treba uočiti da je dejstvo motora najbolje kad obrtni momenat rotora dejstvuje uvek u istom smeru i kad je taj obrtni momenat stalan a ne promenljiv u vremenu. Pregledom jednačine za obrtni momenat videće se da treba da ugao obrtnog momenta δ bude konstantan u vremenu. Prema tome, da bi se proizveo stalan jednosmeran obrtni momenat treba *da osa raspodele magnetne indukcije i osa raspodele m. m. s. indukta budu međusobno nepokretne u prostoru.* Na sl. 3-7, na primer, ako je jedna osa nepokretna, morala bi i druga da bude nepokretna; ako se jedna osa obrće, i druga bi se morala obrtati u istom smeru i istom brzinom. S obzirom da je obrtni momenat srazmeran proizvodu amplituda dve krive, *najbolji rad će se postići kad se fluks po polu i m. m. s. indukta po polu ne menjaju s vremenom.* Inače dolazi do pulzacija obrtnog momenta kojima se mogu prouzrokovati nepoželjne vibracije motora i pokretanog uređaja. U nekim tipovima motora (na primer, jednofaznom rednom motoru za naizmeničnu struju), jačine pobudnog polja moraju se neizbežno menjati sinusoidno s vremenom. Vremenske promene m.m.s. i magnetne indukcije moraju u takvim slučajevima biti što je mogućno više u fazi (u rednom motoru one su potpuno u fazi) da bi proizvele najveći mogući rezultantni obrtni momenat u pozitivnom smeru po jedinici struje dovedene u motor. U stvari, obrtni momenat motora koji se napaja jednofaznom naizmeničnom strujom, mora neizbežno da pulzira zbog pulzacija trenutne električne snage svojstvenih jednofaznom kolu.

Iz ovih razmatranja možemo izvući nekoliko zaključaka koji se odnose na specifične tipove motora, pored činjenice da se namotaj rotora mora obrtati određenom brzinom. Uzmimo kao primer motor kao na sl. 1-7 čiji se i rotor i stator napajaju jednosmernom strujom. Očigledno je da je polje statorskog namotaja nepokretno u prostoru. Prema tome, mora se učiniti da i polje rotora bude u prostoru nepokretno uprkos obrtanju rotorskog namotaja. Kao što će se videti u od. 3-9, ovo se postiže pomoću komutatora.

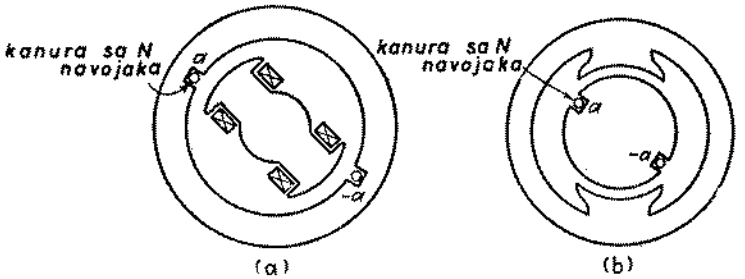
Razmotrimo zatim slučaj motora čiji se rotorski namotaj napaja jednosmernom strujom, tipa kao na sl. 1-8. Njegov rotor predstavlja skup obrtnih elektromagneta jednosmerne struje, a polje rotora obrće se u prostoru istom brzinom kao i sam rotor. Polje statora mora se prema tome obrtati tačno tom istom brzinom. U od. 3-6 videćemo da se ovakvo obrtno polje može električnim putem ostvariti odgovarajućom konstrukcijom namotaja za višefazne naizmenične struje. Drugim rečima, brzina rotora mora biti potpuno jednaka brzini obrtnog polja statora a ova je određena učestanošću mreže na koju je stator priključen i brojem polova.

Treća varijanta se sastoji od motora s namotajem za višefazne naizmenične struje i na statoru i na rotoru kao što se može naći kod višefaznih asinhronih motora. Svaki od ovih višefaznih namotaja proizvodi jedno obrtno polje. Polje rotora se tad obrće brzinom n_2 *u odnosu na samo telo rotora,* a tome treba dodati mehaničko obrtanje tela rotora brzinom n. Rotorsko polje rotora dakle u prostoru brzinom $n + n_2$, smatrajući n_2 pozitivnim kad je u istom smeru kao n. Da bi ose statorskog i rotorskog polja ostale međusobno nepokretne, statorsko polje mora se u prostoru obrtati brzinom

$$n_1 = n + n_2 \tag{3-25}$$

Očigledno je prema tome da postoje razni načini da se proizvede motorni obrtni momenat, pa dakle i razni tipovi motora, koji svi rade po istom principu ali imaju uopšte različite radne karakteristike. Otporni obrtni momenti, proizvedeni na sličan način u generatorima, utiču naravno na njihov rad. Pre nego što pristupimo ispitivanju opšte prirode ovih karakteristika i uticaja, proučićemo napone u namotajima.

3-5. Naponi indukovani u električnim mašinama. Proučavanje napona indukovanih u namotajima postavljenim na indukte mašina svodi se na proučavanje napona indukovanog u jednoj kanuri tih namotaja, a zatim na sabiranje napona pojedinih kanura na način koji zavisi od specifičnog načina povezivanja kanura iz kojih je sačinjen potpuni namotaj. Takva jedna kanura sa N navojaka prikazana je na sl. 3-11 dvema *stranama kanure* a i $-a$. Kanura obuhvata punih 180 električnih stepeni ili jedan celi polni korak, pa je to prema tome kanura s dijametralnim korakom. Radi uprošćenja uzeta je dvopolna mašina, a istureni polovi su izabrani samo u svrhu šematskog prikaza. Ovaj prosti namotaj razvijen je u sl. 3-12, gde je ucrtana i prostorna kriva magnetne indukcije. Pretpostavlja se da je raspodela magnetne indukcije sinusoidna. Opšta priroda indukovanog napona je već razmotrena u od. 1-3. Sad ćemo odrediti veličinu napona pomoću Faradejevog zakona (jedn. 1-1).



Sl. 3-11. Po jedna kanura sa N navojaka (a) na statoru i (b) na rotoru

Elemenat fluksa kroz kolo koji odgovara elementu ugla $d\theta$ na obimu vazdušnog procepa je

$$d\lambda = NBlr\frac{2}{p'}d\theta = NB_{\text{vrh}}lr\frac{2}{p'}\sin\theta\, d\theta \tag{3-26}$$

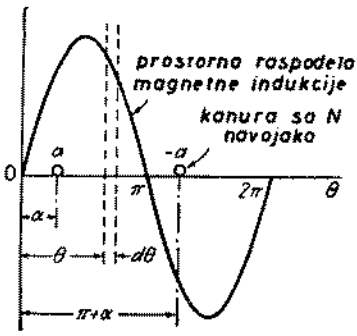
gde je l aksijalna dužina strane kanure položene u gvožđe, r poluprečnik kanure, p' broj polova i B_{vrh} amplituda talasa magnetne indukcije. Sačinitelj $2/p'$ pojavljuje se zato što se ugao θ računa u električnim jedinicama. U trenutku kad pomeraj stane a kanure iznosi α električnih radijana, računajući od tačke prolaska krive magnetne indukcije kroz nulu, ukupni fluks kroz kanuru je

$$\lambda = NB_{\text{vrh}}lr\frac{2}{p'}\int_{\alpha}^{\pi+\alpha}\sin\theta\, d\theta \tag{3-27}$$

$$= NB_{\text{vrh}}lr\frac{4}{p'}\cos\alpha \tag{3-28}$$

Kad relativna brzina kanure i krive magnetne indukcije iznosi ω, imamo

$$\alpha = \omega t \tag{3-29}$$



Sl. 3-12. Razvijeni dijagram kanure sa N navojaka sa sinusoidnim rasporedom fluksa

gde je t vreme (u sekundama), proizvoljno uzevši da je ono ravno nuli kad se strana a kanure nalazi u koordinatnom početku na sl. 3-12. Kad je relativna brzina n izražena u broju obrtaja na minut,

$$\omega = 2\pi \frac{p'}{2} \frac{n}{60} \tag{3-30}$$

pošto ugao α prolazi kroz vrednost 2π električnih radijana kad god prođe jedan par polova.

Fluks kroz kolo je, dakle,

$$\lambda = NB_{\text{vrh}}\, lr \frac{4}{p'} \cos \omega t \tag{3-31}$$

a prema jedn. 1-1, trenutni napon u namotaju je

$$e = \omega N B_{\text{vrh}}\, lr \frac{4}{p'} \sin \omega t \tag{3-32}$$

$$= 2\pi f N B_{\text{vrh}}\, lr \frac{4}{p'} \sin \omega t \tag{3-33}$$

U poslednjoj jednačini, učestanost f napona u hercima je

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{p'}{2} \frac{n}{60} \tag{3-34}$$

Jednačina 3-33 može se napisati u podesnijem i kraćem obliku kad uzmemo u obzir da u jedn. 3-21 izraz $B_{\text{vrh}}\, lr\,(4/p')$ predstavlja fluks po polu ϕ; tako dobivamo:

$$e = 2\pi f N \phi \sin \omega t \tag{3-35}$$

Efektivna vrednost sinusoidnog napona je

$$E = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} f N \phi = 4{,}44\, f N \phi \tag{3-36}$$

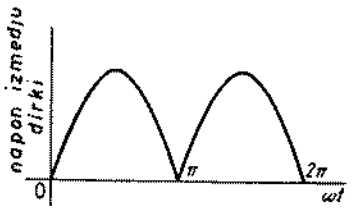
Oni koji su proučavali teoriju transformatora primetiće da su jedn. 3-35 i 3-36 identične s odgovarajućim jednačinama e. m. s. transformatora (vidi Dodatak A). Relativno kretanje jedne kanure i utvrđena prostorna raspodela gustine polja u rotacionim mašinama, proizvode isto naponsko dejstvo koje proizvodi vremenski promenljiva magnetna indukcija u nepokretnim namotajima transformatora. Pri proučavanju napona mašina moramo poznavati raspodelu magnetne indukcije i m. m. s. *u prostoru* jer od te prostorne raspodele, kao i od obrtanja, zavise promene *u vremenu* e. m. s. i struja u namotajima. Obrtanjem se u stvari uvodi element vreme i pretvara prostorna raspodela magnetne indukcije u vremensku promenu napona.

Napon indukovan u kanuri sa sl. 3-11*a* je, naravno, jednofazni napon. Da bi se proizveo skup trofaznih napona, trebalo bi upotrebiti tri kanure, fazno pomerene za 120 električnih stepeni u prostoru. Raspored induktnog namotaja za elementarne trofazne mašine pokazali smo već sa slikama 1-26 i 1-28. Za takve složenije slučajeve, jedn. 3-36 daje efektivni napon po fazi kad je N ukupan broj redno povezanih navojaka po fazi. Svi ovi namotaji su koncentrisani i dijametralni zato što su im dve strane, kao što su a i —a, za koju bilo kanuru medusobno razmaknute za 180 električnih stepeni i zato što su svi navojci te kanure koncentrisani

u jedan par žlebova. Kad namotaji nisu koncentrisani i dijametralni, u jedn. 3-36 mora se uvesti jedan redukcioni faktor da bi se dobio napon (vidi od. 4-1). Potpuno ista načela ipak važe pod uslovom da se kanure o kojima je ovde reč smatraju kao ekvivalentne koncentrisane dijametralne kanure kao zamena ma koje stvarno primenjene vrste namotaja.

Iz jedn. 3-35 je očigledno da je napon indukovan u nekoj kanuri indukta naizmenični napon, čak i kad je krajnji cilj dobijanje jednosmernog napona. Naizmenični oblik talasa mora se, dakle, usmeriti. Mehaničko usmeravanje se postiže komutatorom, o kome je već bilo reči u od. 3-4 kao o uređaju kojim se rotorsko polje održava nepokretno u prostoru, a u elementarnom obliku opisali smo ga u od. 1-3*b*. Za jednu kanuru iz sl. 3-11*b* komutator ostvaruje dvostrano usmeravanje. Ako opet pretpostavimo da je raspodela fluksa sinusoidna, kriva napona između dirki menja se i dobiva oblik prikazan na sl. 3-13. Srednja vrednost ili jednosmerna komponenta napona između dirki je

$$E_a = \frac{1}{\pi}\int_0^{\pi} 2\pi f N\phi \sin \omega t \, d(\omega t) = 4fN\phi. \quad (3\text{-}37)$$



Sl. 3-13. Usmerena naponska kriva elementarnog generatora jednosmerne struje

U slučaju jednosmerne struje obično je zgodnije da se napon E_a izrazi brojem obrtaja u minutu n umesto učestanošću f napona kanure. Zamenom jedn. 3-34 i 3-37 dobiva se

$$E_a = 2\,p'\phi\,N\frac{n}{60} \quad (3\text{-}38)$$

Namotaj od samo jedne kanure o kome je ovde reč, je, naravno, toliko uprošćen da je nerealan u praktičnom smislu, zbog čega će biti veoma važno da se docnije podrobno ispita rad komutatora i njegov uticaj na napon i m. m. s. odgovarajućih namotaja. Jedn. 3-38 daje u stvari isto tako tačne rezultate i za većinu praktičnih namotaja jednosmerne struje pod uslovom da se N uzme kao ukupan broj navojaka povezanih na red između krajeva indukta.

Za sve jednačine napona izvedene u ovom odeljku postavlja se pitanje, kao što je bilo i u slučaju obrtnog momenta, koju vrednost fluksa ili magnetne indukcije treba primeniti s obzirom na činjenicu da m. m. s. indukta utiče na magnetne uslove u mašini. Da li treba primeniti samo fluks ili magnetnu indukciju koja odgovara pobudnom polju ili one vrednosti koje odgovaraju zajedničkom dejstvu m. m. s. i pobude i indukta? Odgovor zavisi od analitičke metode usvojene za obradu ostalih pojedinosti postavljenog problema; ali se u svim metodama mora obuhvatiti i uticaj m. m. s. indukta. U slučajevima jednosmerne struje najčešći metod je primena fluksa koji odgovara rezultantnoj m. m. sili; izračunati napon razlikuje se tada od napona na krajevima samo za pad napona usled otpora indukta. Isti metod se često usvaja i u slučajevima naizmenične struje, s tim što se mora uzeti u obzir i rasuti fluks indukta kad kroz ovaj teče struja.

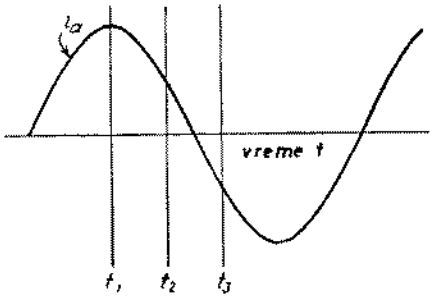
Priroda m. m. s. indukta mora se, dakle, proučiti ne samo zbog njene uloge u proizvodnji obrtnog momenta u motoru ili otpornog obrtnog momenta u generatoru, već i zbog njenog uticaja na e. m. s. u generatoru i kontra e. m. s. u motoru.

3-6. Obrtna magnetna polja. Načela za obrtni momenat i napon iz od. 3-2 i 3-5 mogu se zgodno primeniti za kvalitativno ispitivanje rada mašina u svetlosti kriterijuma izloženih u od. 3-4. Ali pre nego što se to uradi za mašine naizmenične struje, treba proučiti prirodu m. m. s. i magnetnog polja koje proizvodi namotaj u kome se struje menjaju u vremenu. Posebno ćemo proučiti oblike m. m. s. trofaznog namotaja koji predstavlja idealizovani namotaj statora trofaznih asinhro-

nih i sinhronih mašina. Veoma elementarni primeri takvih namotaja dati su šematski na sl. 1-26 i 1-27. I ovoga puta pažnju ćemo usredsrediti na dvopolnu mašinu ili na jedan par polova opštijeg namotaja sa p' polova. Proces će biti prikazan s gledišta posmatrača nepokretnog u odnosu na namotaj, tj. kad je namotaj na statoru, proces će se posmatrati sa statora.

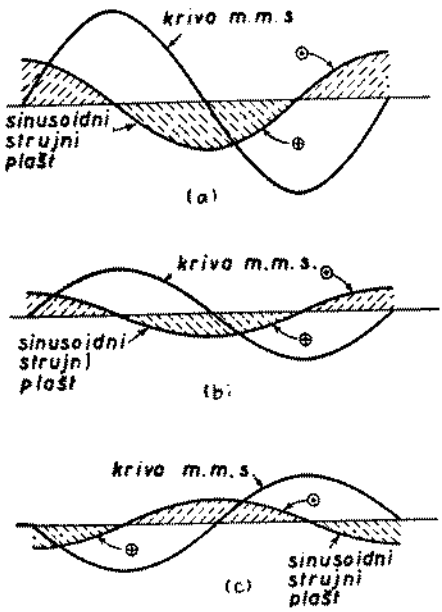
Idealizovani trofazni namotaj može se zamisliti kao sačinjen od tri superponovana sinusoidna strujna plašta, od kojih je svaki sličan jednom od prikazanih na sl. 3-4 ili 3-6 i svaki odgovara jednoj fazi mašine. Namotaji moraju biti postavljeni tako da sinusoide koje predstavljaju tri komponentna strujna plašta budu međusobno pomerene za po 120 električnih stepeni u prostoru oko obima vazdušnog procepa. Tri komponentne sinusoidne krive m. m. s. koje plaštovi proizvode biće shodno tome takođe međusobno pomerene u prostoru za po 120 električnih stepeni.

Ali svaka faza namotaja pobuduje se naizmeničnom strujom čija se jačina menja sinusoidno u vremenu. Gustina struje bilo gde na odgovarajućem komponentnom strujnom plaštu, kao i sve ordinate odgovarajućih komponentnih kriva m. m. s. menjaju se prema tome takođe po veličini sinusoidno u vremenu. Primera



Sl. 3-14. Sinusoidna naizmenična struja

radi prikazana je na sl. 3-14 sinusoidna promena u zavisnosti od vremena za struju i_a u fazi a. Za trenutak t_1, kad je i_a u pozitivnom maksimumu, prostorna raspodela komponentnog strujnog plašta i m. m. s. koju proizvodi faza a pokazana je na sl. 3-15a. Za trenutak t_2, kad je i_a na polovini pozitivnog maksimuma iste prostorne raspodele prikazane su na sl. 3-15b. Ove raspodele nisu se pomerile u prostoru jer je namotaj nepomičan u odnosu na posmatrača; sve ordinate su se smanjile, međutim, na polovinu onih sa sl. 3-15a. Na sličan način prikazane su u sl. 3-15c prostorne raspodele za trenutak t_3 u kome je i_a na negativnoj polovini maksimuma. Ni tu se krive nisu prostorno pomerile, ali su ordinate suprotne onima sa sl. 3-15b jer je struja i_a promenila smer. Dakle, kad se namotaj pobuđuje naizmeničnom strujom, komponentni strujni plašt i raspodela m. m. s. svake pojedine faze obrazuju pulzacione prostorno nepokretne krive, čije pulzacije odgovaraju sinusoidnim promenama fazne struje.

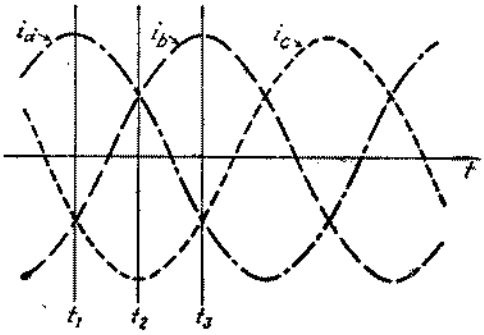


Sl. 3-15. Strujni plašt i m. m. s. za tri trenutka (a) t_1, (b) t_2 i (c) t_2 sa slike 3-14

Krajnji rezultat za trofazni namotaj može se dobiti podesnim superponovanjem komponenti proizvedenih u pojedinim fazama. Ovo superponovanje će se najpre izvesti grafički, pa zatim analitički. Da slike ne bi bile pretrpane, ucrtaće se samo krive m. m. s. a strujni plaštevi će biti izostavljeni.

Kad se namotaj pobuđuje uravnoteženim trofaznim strujama, trenutne fazne struje menjaju se u vremenu na način pokazan na sl. 3-16. Tri strujne amplitude su jednake, a sinusoide su vremenski pomerene za po 120 električnih stepeni; vremenski redosled faza u sl. 3-16 je *abc*. Prostorne raspodele m. m. s. u vazdušnom procepu po obimu mašine za tri trenutka t_1, t_2 i t_3 date su u sl. 3-17. Tri skice su, u stvari, snimci komponentnih i rezultantnih m. m. s. uzeti u tri posebna trenutka. Oznake *osa faze a, b,* ili *c* određuju mesto maksimalne ordinate komponentne krive m. m. s. za pojedine faze. Zbog rasporeda namotaja ove tri ose su prostorno međusobno razmaknute za po 120 električnih stepeni, a redosled faza u prostoru je *abc*. Položaji tri podjednake kanure koje proizvode krive m. m. s. naznačeni su kružićima *a* i —*a*, *b* i —*b* i *c* i —*c*.

U prvom trenutku t_1, struja faze *a* je u pozitivnom maksimumu, a struje faza *b* i *c* su na polovini negativnog maksimuma. Odgovarajuću prostornu raspodelu doprinosa m. m. s. za svaku fazu prikazuje sl. 3-17*a*. Komponentne m. m. s. za faze *b* i *c* nacrtane su sa svojim negativnim polutalasima na odgovarajućim faznim osama *b*, odnosno *c* zato što su te dve trenutne fazne struje negativne; njihove amplitude su ravne polovini amplitude faze *a*. Rezultantna kriva m. m. s., dobivena sabiranjem pojedinih doprinosa triju faza, je sinusoida sa pozitivnim polutalasom čija se osa poklapa s osom faze *a*, a njena amplituda je 3/2 puta veća od doprinosa samo faze *a*.



Sl. 3-16. Uravnotežene trofazne naizmenične struje

U docnijem trenutku t_2, struje faza *a* i *b* su na polovini pozitivnog maksimuma, a struja faze *c* na negativnom maksimumu. Pojedine komponente m. m. s. (sl. 3-17*b*) promenile su se u zavisnosti od novih trenutnih struja, ali rezultantna m. m. s. ima istu amplitudu kao u t_1. Međutim, ona se sada pomerila udesno za 60 električnih stepeni u prostoru. Na sličan način dobiva se za trenutak t_3 (kad je struja faze *b* u pozitivnom maksimumu, a struje faza *a* i *c* na polovini negativnog maksimuma) opet isti rezultantni raspored m. m. s., ali pomeren za 60 električnih stepeni dalje udesno (vidi sl. 3-17*c*). Znači, dok vreme protiče, rezultantn kriva m. m. s. zadržava svoj oblik i amplitudu, ali se postupno pomera duž namotaja. Ovo pomeranje odgovara polju koje se ravnomerno obrće oko obima vazdušnog procepa. Rezultati saglasni s ovim zaključkom mogu se dobiti prikazujući raspodelu grafički u bilo kom proizvoljnom trenutku vremena.

Za jednu periodu posle trenutka t_1, rezultantna m. m. s. mora se vratiti u položaj sl. 3-17*a*. Prema tome, kriva m. m. s. dvopolne mašine čini jedan obrtaj u toku jedne periode, a njena ugaona brzina iznosi $60f$ obr/min, gde je f učestanost struja u namotaju. U mašini sa p' polova, kriva čini $2/p'$ obrtaja za jednu periodu, te je njena brzina

$$n = \frac{120f}{p'} \text{ [obr/min]} \tag{3-39}$$

Ova brzina se obično naziva *sinhrona brzina*. Treba primetiti da je jedn. 3-39 istovetna sa jedn. 3-34, a ta istovetnost je u saglasnosti sa reverzibilnošću procesa elektromehaničkog pretvaranja energije u mašinama.

Da bismo analitički ispitali rezultantno polje uzećemo da početak za ugao θ duž obima vazdušnog procepa bude proizvoljno u osi faze *a* (sl. 3-17). U svakom trenutku *t*, sve tri faze doprinose stvaranju m. m. s. u vazdušnom procepu u ma kojoj tački θ. Doprinos faze *a* je

$$F_{a(\mathrm{vrh})} \cos \theta$$

gde je $F_{a(\mathrm{vrh})}$ amplituda krive komponentne m. m. s. u trenutku *t*. Doprinosi faze *b*, odnosno *c*, su slično:

$$F_{b(\mathrm{vrh})} \cos (\theta - 120°)$$

odnosno

$$F_{c(\mathrm{vrh})} \cos (\theta - 240°)$$

Pomeraji od 120° pojavljuju se zato što je namotaj mašine takav da su ose triju faza prostorno razmaknute za po 120 električnih stepeni. Rezultantna m. m. s. u tački θ je, dakle,

$$F_\theta = F_{a(\mathrm{vrh})} \cos \theta + F_{b(\mathrm{vrh})} \cos (\theta - 120°) + F_{c(\mathrm{vrh})} \cos (\theta - 240°) \qquad (3\text{-}40)$$

Ali amplitude m. m. s. se menjaju sa vremenom saobrazno promenama struje prema sl. 3-16. Tako, uzimajući proizvoljno kao početak vremena trenutak kad struja faze *a* prolazi kroz pozitivni maksimum,

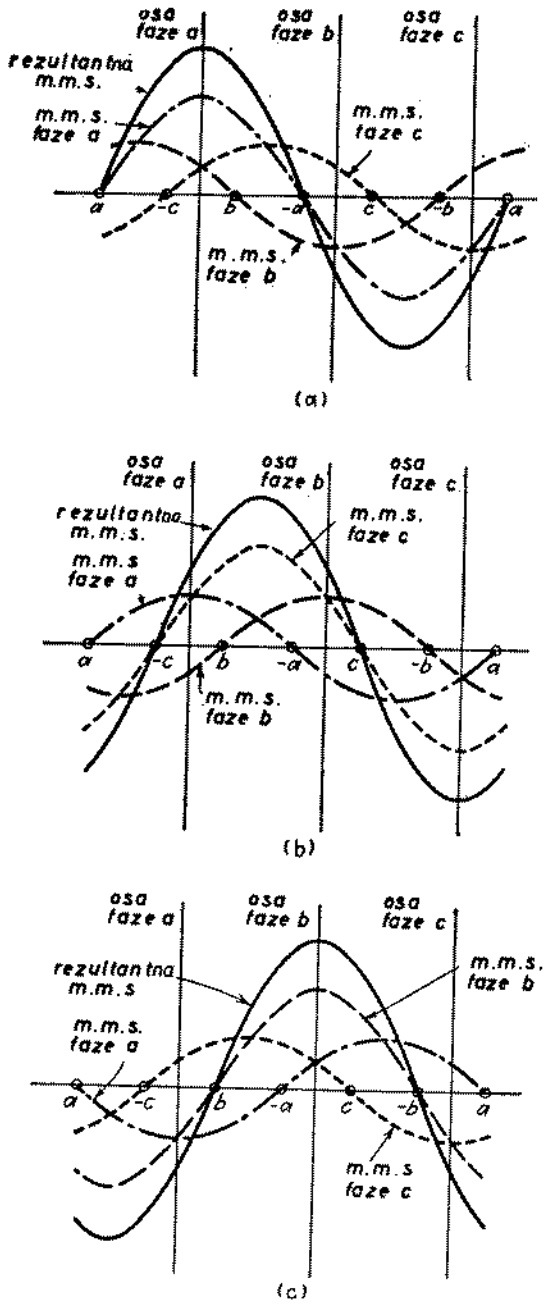
$$F_{a(\mathrm{vrh})} = F_{a(\max)} \cos \omega t \qquad (3\text{-}41)$$

$$F_{b(\mathrm{vrh})} = F_{b(\max)} \cos (\omega t - 120°) \qquad (3\text{-}42)$$

i

$$F_{c(\mathrm{vrh})} = F_{c(\max)} \cos (\omega t - 240°) \qquad (3\text{-}43)$$

Veličine $F_{a(\max)}$, $F_{b(\max)}$ i $F_{c(\max)}$ su respektivno vremenske maksimalne vrednosti amplituda $F_{a(\mathrm{vrh})}$, $F_{b(\mathrm{vrh})}$ i $F_{c(\mathrm{vrh})}$. Pomeraji od 120° se ovde pojavljuju zato što su tri struje fazno pomerene u vremenu za po 120°. S obzirom da su struje triju faza uravnotežene i da su im zbog toga amplitude jednake, tri amplitude $F_{a(\max)}$, $F_{b(\max)}$ i $F_{c(\max)}$ jednake su takode i simbol $F_{\max}$ može se upotrebiti za sve tri. Jednačina 3-40 postaje shodno tome



Sl. 3-17. Komponentne i rezultantna raspodela m. m. s. koju prouzrokuju struje iz sl. 3-16 u trofaznom induktnom namotaju. Dijagram (*a*) je za trenutak t_1, sl. 3-16; (*b*) za vreme t_2; (*c*) za vreme t_3.

$$F_\theta = F_{max} \cos\theta \cos\omega t + F_{max} \cos(\theta - 120^0) \cos(\omega t - 120^\circ)$$
$$+ F_{max} \cos(\theta - 240^\circ) \cos(\omega t - 240^\circ) \qquad (3\text{-}44)$$

Svaka od tri komponente na desnoj strani jedn. 3-44 predstavlja jednu nepokretnu pulzacionu krivu kao što su krive prikazane na sl. 3-15. U svakom članu trigonometrijska funkcija od θ definiše prostornu raspodelu kao stacionarnu sinusoidu, a trigonometrijska funkcija od t pokazuje da amplitude pulziraju sa vremenom. Prvi od tri izraza predstavlja komponentu faze a pokazanu na sl. 3-17; drugi i treći član predstavljaju komponente faze b odnosno c koje su takode prikazane na sl. 3-17.

Primenom trigonometrijske transformacije

$$\cos\alpha \cos\beta = \frac{1}{2}\cos(\alpha - \beta) + \frac{1}{2}\cos(\alpha + \beta) \qquad (3\text{-}45)$$

može se svaka komponenta iz jedn. 3-44 izraziti pomoću kosinusnih funkcija zbira i razlike uglova. Tako se dobiva:

$$F_\theta = \frac{1}{2} F_{max} \cos(\theta - \omega t) + \frac{1}{2} F_{max} \cos(\theta + \omega t)$$
$$+ \frac{1}{2} F_{max} \cos(\theta - \omega t) + \frac{1}{2} F_{max} \cos(\theta + \omega t - 240^\circ)$$
$$+ \frac{1}{2} F_{max} \cos(\theta - \omega t) + \frac{1}{2} F_{max} \cos(\theta + \omega t - 480^\circ) \qquad (3\text{-}46)$$

Tri kosinusna člana sa uglovima $\theta + \omega t$, $\theta + \omega t - 240^\circ$ i $\theta + \omega t - 480^\circ$ predstavljaju tri jednake sinusoide fazno pomerene za po 120°. (Treba primetiti da je ugao zaostajanja od 480° jednak uglu zaostajanja 480 — 360 = 120 stepeni.) Njihov zbir, prema tome, ravan je nuli, te se jedn. 3-46 svodi na

$$F_\theta = \frac{3}{2} F_{max} \cos(\theta - \omega t) \qquad (3\text{-}47)$$

što je traženi izraz za rezultantnu krivu m. m. s.

Kriva predstavljena jedn. 3-47 je sinusoidna funkcija prostornog ugla θ. Ona ima konstantnu amplitudu i prostorni fazni ugao ωt koji je linearna funkcija vremena. Uglom ωt uslovljeno je obrtanje cele krive oko vazdušnog procepa konstantnom ugaonom brzinom ω. Znači, u izvesnom određenom trenutku t_x kriva je sinusoidna u prostoru sa pozitivnim maksimumom pomerenim za ωt_x električnih radijana od određene tačke na namotaju koja predstavlja početak za θ; u nekom docnijem trenutku t_y, pozitivni maksimum iste krive je pomeren za ωt_y od početka, a kriva se pomerila za $\omega(t_y - t_x)$ oko procepa. Za $t = 0$, struja u fazi a je maksimalna, a pozitivni maksimum rezultantne krive m. m. s. je u osi faze a kao što pokazuje sl. 3-17a; za jednu trećinu periode docnije, struja u fazi b je maksimalna, a pozitivni maksimum m. m. s. je u osi faze b, kao što pokazuje sl. 3-17c, itd. Rezultat se, dakle, potpuno slaže sa rezultatima koje prikazuje sl. 3-17. Ugaona brzina krive je $\omega = 2\pi f$ [električnih radijana u sekundi]. S obzirom da $\pi p'$ električnih radijana odgovaraju jednom obrtaju za mašinu sa p' polova, ugaona brzina krive je $2f/p'$ [obr/s], ili $120 f/p'$ [obr/min], što se poklapa s rezultatom jedn. 3-39.

Uopšte uzev može se dokazati da se obrtno polje stalne amplitude dobiva dejstvom q-faznog namotaja, pobuđenog q-faznim uravnoteženim strujama, kad su odnosne faze namotane u prostornim odstojanjima od $2\pi/q$ električnih radijana. Konstantna amplituda biće ravna $q/2$ puta najveći doprinos bilo koje faze, a brzina krive je data jednačinom 3-39.

Pod idealizovanim pretpostavkama postavljenim na početku od 3-2, iz krive m. m. s. mogu se lako dobiti odgovarajuće krive magnetne indukcije. Odnos

između magnetne indukcije i m. m. s. zavisi jedino od vazdušnog procepa i izražen je sa

$$B = \frac{\mu_0 F}{g} \qquad (3\text{-}48)$$

gde je g dužina procepa a μ_0 njegova permeabilnost, koja iznosi $4\pi \times 10^{-7}$ u racionalizovanom sistemu MKS za slobodni prostor.

Pod ovim uslovima simbol F može se zameniti simbolom B za magnetnu indukciju u svim jednačinama ovog odeljka. Štaviše, krive sa sl. 3-17 mogu se drukčije nazvati *raspodela fluksa*. Prema tome, može se uzeti da višefazni namotaj pobuđen uravnoteženim višefaznim strujama proizvodi isto opšte dejstvo kao obrtanje permanentnog magneta oko ose upravne na magnet ili kao obrtanje rotorskih polova pobuđenih jednosmernom strujom.

3-7. Višefazne asinhrone mašine. Za prvu kvalitativnu primenu principa o obrtnom momentu, naponu i m. m. s. koji su bili izloženi, izabraćemo višefaznu asinhronu mašinu. Kao što je rečeno u od. 3-4, asinhroni motor je mašina čiji se stator napaja naizmeničnom strujom neposredno, a rotor indukovanjem ili transformatorskim dejstvom statora. Tip statorskog namotaja je onaj koji smo razmotrili u prethodnom odeljku. Kad se pobuđuje iz višefaznog izvora, on proizvodi komponentno polje u vazdušnom procepu, koje se obrće sinhronom brzinom prema jedn. 3-39. Ovu brzinu — brzinu statorskog polja u odnosu na stator označićemo sa n_1 u sledećem izlaganju. Smatraćemo da je i rotorski namotaj istog tipa, namotan za isti broj polova, ali s kratko spojenim krajevima.

a). Uslovi polaska motora. Pretpostavićemo najpre da rotor miruje i ispitaćemo uslove magnetnog polja da bismo ustanovili da li se proizvodi polazni obrtni momenat. Kad rotor miruje relativna brzina statorskog polja statora i rotorskih provodnika je n_1. Indukuje se, dakle, izvestan rotorski napon čija je učestanost, određena jedn. 3-34, ravna učestanosti statora ili mreže. Veličina napona je određena jedn. 3-36, a odgovarajuće rotorske struje zavise od veličine tog napona i impedanse rotora. S obzirom da je rotor namotan za isti broj polova kao stator, komponentna polja proizvedena ovim rotorskim strujama obrću se takođe brzinom n_1 u odnosu na rotor koji miruje. Komponentna polja rotora i statora su prostorno jedna prema drugom nepokretna i izvestan polazni obrtni momenat biva proizveden. Veličina obrtnog momenta je odredena jednačinom za obrtni momenat, 3-22; vrednost ugla obrtnog momenta δ zavisi od konstanti rotorskog kola, a ta zavisnost će biti razmotrena kasnije u odeljku 3-7*c*. Kad je ova veličina dovoljna da savlada otpor obrtanju izazvat opterećenjem na vratilu, motor će postići svoju radnu brzinu. Ali radna brzina ne može nikad da bude ravna sinhronoj brzini statorskog polja, jer bi onda provodnici rotora bili nepokretni u odnosu na to polje i u njima se ne bi indukovao nikakav napon.

Oni koji dobro poznaju teoriju transformatora primetiće da je motor čiji rotor miruje, kao u trenutku polaska, ekvivalentan kratko spojenom višefaznom transformatoru sa vazdušnim procepom u magnetnom kolu. Struja u rotoru izaziva kompenzacionu struju u namotaju statora — dejstvo istovetno dejstvu sekundarne struje u transformatoru. Rezultanta komponentnih polja statora i rotora u vazdušnom procepu indukuje statorski napon u skladu s jedn. 3-36. Ovaj indukovani statorski napon je jedna kontra e. m.s. i razlikuje se od napona na krajevima statora za pad napona u *impedansi rasipanja statora*. Osim toga, impedansa koja ograničava jačinu struje rotora predstavlja *impedansu rasipanja rotora* ako se kao rotorski napon uzme napon indukovan rezultantnim fluksom vazdušnog procepa. Ne treba se stoga iznenaditi kad se bude ustanovilo da su ekvivalentne šeme asinhronog motora pri puštanju u pokret i kratko spojenog transformatora istovetne; impedanse se

mogu svoditi s jedne strane na drugu primenjujući kvadrat efektivnog odnosa broja navojaka baš kao i za transformator.

b. Uslovi pri obrtanju motora. Da bismo ustanovili kako se obrtanje održava, posmatrajmo rotor koji se obrće stalnom mehaničkom brzinom n [obr/min] u pozitivnom smeru (tj. u istom smeru kao statorsko obrtno polje). Rotor se tada obrće brzinom $n_1 - n$ unazad u odnosu na statorsko obrtno polje, odnosno *klizanje* rotora je $n_1 - n$. Klizanje se obično izražava kao deo sinhrone brzine, tj.

$$s = \frac{n_1 - n}{n_1} \tag{3-49}$$

ili

$$n = n_1(1 - s) \tag{3-50}$$

Shodno jedn. 3-34, ovim relativnim kretanjem magnetnog polja i rotorskog namotaja naponi učestanosti sf, nazvane *učestanost klizanja*, indukuju se u rotoru. Odgovarajuće rotorske struje odredene su veličinama napona i impedanse rotora pri učestanosti klizanja. S obzirom da je učestanost ovih struja sada samo deo s od one koja je postojala dok je rotor mirovao, komponentno rotorsko polje koje ove struje stvaraju pomeraće se *u odnosu na telo rotora* samo za deo s od svoje ranije brzine; drugim rečima, obrće se brzinom $n_2 = sn_1$ u pozitivnom smeru u odnosu na rotor. Ali se ovom obrtanju dodaje mehanička brzina obrtanja rotora n. Brzina obrtanja rotorskog polja u prostoru je zbir ove dve brzine, dakle,

$$sn_1 + n, \text{ ili } sn_1 + n_1(1 - s), \text{ ili } n_1$$

Polja statora i rotora, prema tome, međusobno su nepomična, te se shodno jedn. 3-22 proizvodi obrtni momenat i obrtanje se održava. Ovakav obrtni momenat koji postoji pri svakoj mehaničkoj brzini n različitoj od sinhrone brzine, naziva se asinhroni obrtni momenat.

Primer 3-1. Stator trofaznog 6-polnog asinhronog motora za 60 Hz vezan je za trofaznu mrežu 60 Hz. Za svaki od sledećih uslova: (1) u trenutku stavljanja u pokret, (2) kad je mehanička brzina rotora ravna trećini sinhrone brzine i (3) kad se rotor obrće sa klizanjem 3%, odrediti učestanost rotora i sledeće brzine (u obr/min.):

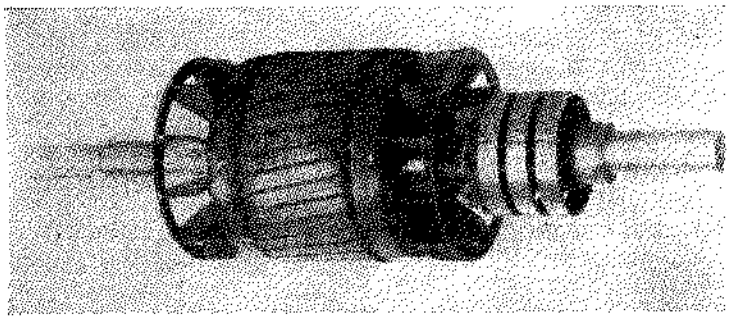
a) Brzinu statorskog polja u odnosu na stator
b) Brzinu statorskog polja u odnosu na rotor
c) Brzinu rotorskog polja u odnosu na rotor
d) Brzinu rotorskog polja u odnosu na stator
e) Brzinu rotorskog polja u odnosu na statorsko polje.

Rešenje. Rezultati, složeni u sledećoj tablici, proizlaze iz neposredne primene jednačina 3-34, 3-39, 3-49 i 3-50 i gore razmotrenih principa:

Uslov	Učestanost rotora Hz	Brzina *a*	Brzina *b*	Brzina *c*	Brzina *d*	Brzina *e*
1	60	1200	1200	1200	1200	0
2	40	1200	800	800	1200	0
3	1,8	1200	36	36	1200	0

Kao što se iz gornjeg vidi, neposredna ekvivalentnost transformatora i asinhronog motora čiji rotor miruje, menja se kad se rotor obrće i to u sledećem: dolazi još do menjanja učestanosti. Data učestanost statora f pretvara se u učestanost rotora sf i obratno. Ove činjenice primenjuju se često za izmenu učestanosti sistema u električnim energetskim sistemima. Za posmatrača na rotoru, ove pojave izgledaju po svojoj prirodi drukčije od pojava pri puštanju u pokret samo utoliko što obrtno polje u vazdušnom procepu promiče pored njega nešto manjom brzinom koja odgovara smanjenoj učestanosti sf. Impedansa koja ograničava jačinu rotorske struje je još uvek rasipna impedansa rotora, ali sada sa vrednošću koju ima pri učestanosti

klizanja. Za posmatrača na statoru, ove pojave ne izgledaju po svojoj prirodi ništa drukčije od pojava pri puštanju u pokret. Za ovoga posmatrača je prisustvo rotora očevidno po rotorskom komponentnom polju koje se obrće sinhronom brzinom kao što je bilo i pri puštanju u pokret. Rotorska struja, prema tome, nastavlja da stvara kompenzacionu struju statorske učestanosti u statorskom namotaju. Rezul-



Sl. 3-18. Rotor s prstenovima za trofazni asinhroni motor (*General Electic Company*)

tantno polje u vazdušnom procepu nastavlja da indukuje statorski napon shodno jedn. 3-36. Ovaj indukovani statorski napon je i dalje jedna kontra e. m. s. koja se razlikuje od napona na krajevima statora za pad napona usled rasipne impedanse statora. Neće nas prema tome iznenaditi da ustanovimo da je ekvivalentno kolo asinhronog motora pri radnim uslovima vrlo slično ekvivalentnom kolu transformatora; uticaj obrtanja mora se ipak uzeti u obzir svođenjem impedansa s jedne strane na drugu.

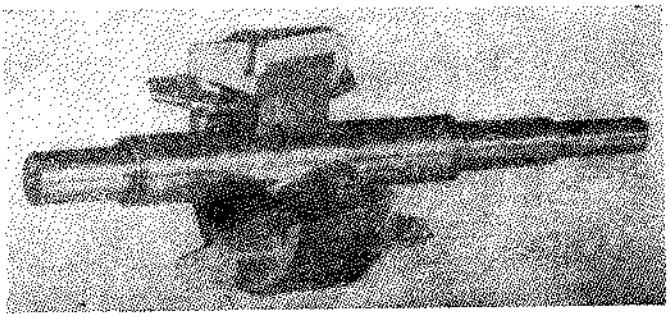
c. Reakcija rotora; kratko spojeni rotori. Motori kod kojih je namotaj rotora sličan namotaju statora imaju kraj svake faze vezan za odgovarajući *klizni prsten* na vratilu rotora i nazivaju se *motori s prstenovima.* Pomoću ugljenih dirki koje naležu na tim prstenovima mogu se u kolo rotora po potrebi uključiti dopunski otpori. Kad spoljni otpori nisu više potrebni, dirke se prosto kratko spoje. Tipični rotor s prstenovima prikazuje sl. 3-18.

Druga, vrlo mnogo upotrebljavana konstrukcija je *kratko spojeni* ili *kavezni rotor* čiji se namotaj sastoji od šipkastih provodnika smeštenih u žlebove gvožđa rotora, koji su kratko spojeni na oba kraja prstenastim provodnicima. Šema ovakvog namotaja data je na sl. 3-19; većina praktičnih kratko spojenih rotora ima obično više šipki nego što pokazuje slika, a šipke su često malo iskošene. Izgled kratko spojenog rotora u preseku prikazuje sl. 3-20. Veći motori s kratko spojenim rotorom imaju bakarne provodnike kružnog ili pravougaonog preseka, obično gole, zavarene ili tvrdo lemljene na bakarne bočne prstenove. Šipke i bočni prstenovi manjih motora su često od aluminijuma iz jednog komada, uliveni neposredno u žlebove. Velika jednostavnost i izdržljivost konstrukcije u obliku veveričinog kaveza glavna su preimućstva asinhronog motora.

Sl. 3-19. Šema kratko spojenog rotora

Kratko spojeni rotor može se upotrebljavati sa bilo kojim statorom za asinhroni motor koji mu mehanički odgovara (ukoliko se ne uzimaju u obzir mogući štetni uticaji harmonika u krivama m. m. s. i fluksa), jer je broj rotorskih polova

uvek jednak broju polova koje je indukovalo rotorske struje, odnosno jednak broju statorskih polova. Ova jednakost je u saglasnosti sa Lencovim zakonom prema kome su smerovi trenutnih struja u šipkastim provodnicima takvi da se protive promenama

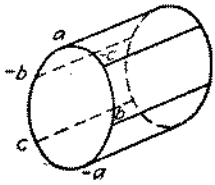


Sl. 3-20. Kratko spojeni rotor (sa isečenom trećinom) sa kaveznim namotajem od livenog aluminijuma i ventilacionim krilima izlivenim iz jednog komada s namotajem. Uzdužni presek provodnika se vidi na gornjem delu rotora *(General Electrical Company)*

fluksa kroz kolo kojima se te struje indukuju. Da bi se suprotstavila promenama fluksa, kriva m. m. s. rotora mora imati isti broj polova kao kriva komponentnog statorskog fluksa.

Prostorni fazni pomeraj δ između krive m. m. s. rotora i krive magnetne indukcije u vazdušnom procepu je od velikog uticaja na rad motora, jer ulazi u jednačinu za obrtni momenat 3-22. Činioci koji utiču na δ mogu se odrediti proučavanjem namotaja uprošćenog rotora s prstenovima, sličnog namotaju statora sa sl. 1-26 i 3-17, ili ekvivalentnog kaveznog namotaja prema sl. 3-21. Razvijeni obim takvog idealizovanog namotaja pokazuje sl. 3-22. Kriva magnetne indukcije kreće se udesno brzinom klizanja u odnosu na namotaj; sl. 3-22*a* pokazuje tu krivu u položaju maksimalnog trenutnog napona za fazu *a*. Kad je rasipna reaktansa rotora veoma mala u poređenju s otporom rotora (što je veoma približno slučaj za mala klizanja koja odgovaraju normalnom radu), struja u fazi *a* je takođe u maksimumu. Kao što je pokazano u od. 3-6 i sl. 3-17*a*, amplituda krive (talasa) m. m. s. poklapa se sa osom faze *a*. To je prikazano na sl. 3-22*a*. Ugao pomeraja ili ugao obrtnog momenta δ pod tim uslovima je na svojoj optimalnoj vrednosti od 90° (sin $\delta = 1$ u jedn. 3-22).

Kad je pak rasipna reaktansa rotora osetna, struja faze *a* zaostaje za indukovanim naponom za ugao φ_2 rasipne impedanse. Struja faze *a* postiže maksimum tek posle odgovarajućeg vremena. Amplituda krive m. m. s. rotora neće se tada poklopiti sa osom faze *a* dok kriva fluksa ne odmakne za ugao φ_2 duž procepa, kao što pokazuje sl. 3-22*b*. Ugao δ je sada $90° + \varphi_2$. Prema tome, uopšte uzev, ugao obrtnog momenta asinhronog motora je

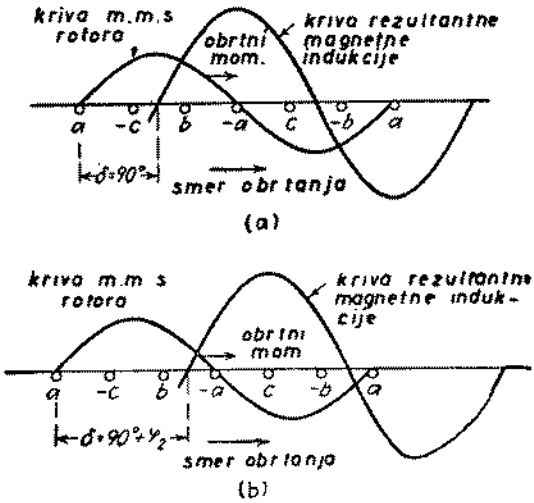


Sl. 3-21. Ekvivalentni kavezni namotaj asinhronog motora

$$\delta = 90° + \varphi_2 \tag{3-51}$$

On se od optimalne vrednosti razlikuje za ugao rasipne impedanse rotora pri učestanosti klizanja. Član sin δ u jedn. 3-22 može se za asinhroni motor po želji zameniti sa cos φ_2. Elektromagnetni obrtni momenat rotora je usmeren udesno na sl. 3-22, ili u smeru obrtnog polja.

d. Karakteristike rada motora. Tri od važnih radnih karakteristika svakog motora jesu polazni obrtni momenat, najveći ostvarljivi obrtni momenat i kriva obrtnog momenta u zavisnosti od broja obrtaja, koja pokazuje ponašanje motora pri promenljivom opterećenju. Opšta priroda ovih karakteristika može se izvesti iz jednačine 3-22 za obrtni momenat imajući u vidu jednakost člana sin δ i faktora snage rotora. Treba imati na umu da indukovana rotorska struja određuje amplitudu F_{max} krive m. m. s. rotora. Isto tako treba voditi računa da je veličina fluksa Φ u vazdušnom procepu u velikoj meri određena priključenim statorskim naponom, shodno jed. 3-36, i da je prema tome približno konstantna.



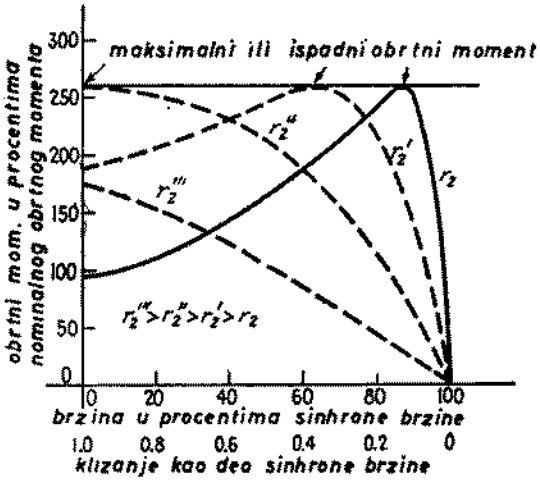
Sl. 3-22. Razvijeni namotaj rotora asinhronog motora sa krivama magnetne indukcije i m. m. s. u njihovim relativnim položajima

Pri puštanju motora u rad rotorske struje imaju učestanost statora, reaktansa rotora je obično visoka u poređenju sa otporom i ugao δ mnogo se razlikuje od 90°. Zato je polazni obrtni moment po jedinici struje obično relativno nizak. Jedna od svrha motora s prstenovima jeste da omogući uključenje spoljnih otpora u kolo rotora pri puštanju u rad, popravljajući time faktor snage rotora, dovodeći δ bliže njegovoj optimalnoj vrednosti i povećavajući polazni obrtni momenat po jedinici struje. Ali polazni momenat se ne povećava beskonačno s otporom rotora, jer iznad izvesne tačke povećana impedansa rotora, a time i slabije rotorsko polje, nadjačavaju dejstvo poboljšanja faktora snage. Slični rezultati mogu se postići i s kaveznim rotorom povećavajući otpor šipkastih provodnika ili bočnih prstenova, ali to ima tu nezgodnu stranu da se otpor ne može isključiti posle puštanja u rad, tako da se stepen korisnosti motora smanjuje zbog povećanih gubitaka u bakru rotora. (Motor s dvostrukim kaveznim rotorom, opisan u gl. 9, predstavlja u priličnoj meri izuzetak u pogledu ove poslednje konstatacije.)

Pod normalnim radnim uslovima, struje rotora imaju učestanost klizanja koja je veoma niska (oko 1 do 5 Hz za motor od 60 Hz). Kao posledica toga, omska komponenta impedanse rotora relativno je veoma velika, a ugao δ ostaje približno konstantan i blizak svojoj optimalnoj vrednosti od 90°. Pored toga, s obzirom da je struja rotora ovde ograničena uglavnom samo omskim otporom, rotorska m. m. s. je približno srazmerna naponu indukovanom u rotoru, pa dakle i klizanju. Znači da u toj oblasti treba očekivati da obrtni momenat bude približno linearna funkcija klizanja. Tipična karakteristika obrtnog momenta u zavisnosti od brzine odnosno klizanja prikazana je punom linijom na sl. 3-23. Maksimalna ordinata krive predstavlja *prevalni obrtni momenat* kojim je ograničeno kratkotrajno preopterećenje kome se motor može izložiti. Oblik ove krive kada brzina ima vrednost koja odgovara blizini maksimalnog momenta ili manju, podleže uticaju tri dejstva povećanog klizanja: povećan rotorski napon, a time i težnja da se poveća struja i m. m. s. rotora; povećana impedansa rotora, a time i težnja da se smanji struja i m. m. s. rotora; i smanjen sačinilac snage rotora, a time i smanjen ugao obrtnog momenta. Radi procenjivanja ovih raznih činilaca potrebno je primeniti matematička ispitivanja.

Motor s kavezním rotorom je po prirodi motor uglavnom konstantne brzine kome brzina varira za oko 5% izmedu praznog hoda i punog opterećenja. Brzina se može regulisati primenom motora s prstenovima i uključivanjem spoljnih otpora u kolo rotora. U normalnom radnom području, spoljni otpor prosto povećava impedansu rotora, uslovljavajući veće klizanje za željenu m. m. s. rotora i obrtni momenat. Uticaj povećanog otpora rotora na karakteristiku obrtni momenat—brzina pokazuju isprekidane krive na sl. 3-23. Promena polaznog obrtnog momenta u zavisnosti od otpora rotora može se videti na ovim krivama] uočavajući promene ordinata za brzinu ravnu nuli.

e. Generatorsko dejstvo. Specifičan primer reverzibilnosti elektromehaničkog pretvaranja energije, kao i osnovne sličnosti pojava u generatorima i motorima, pruža višefazna asinhrona mašina. Kad radi ispod sinhrone brzine, ona može da dejstvuje samo kao motor; kad pak dobija pogon brzinom većom od sinhrone, ona je sposobna da dejstvuje kao generator.



Sl. 3-23. Tipične krive obrtni momenat—brzina asinhronog motora.

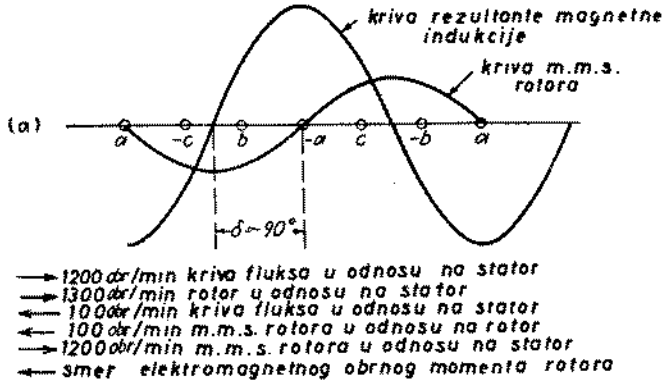
Dejstvo asinhronog generatora može se ispitati pomoću sl. 3-24 koja odgovara sličnoj slici 3-22 za motor. Smerovi relativnog kretanja naznačeni su strelicama između delova *a* i *b* slike 3-24; brojne vrednosti brzine date su za naročiti slučaj šestopolne mašine 60 Hz čiji rotor dobiva mehanički pogon sa 1 300 obr/min. Na sl. 3-24*a*, kao i na sl. 3-22*a*, kriva magnetne indukcije prikazana je u položaju kada je trenutni napon faze *a* maksimalan, ali su smerovi indukovanih rotorskih napona suprotni za ova dva slučaja zbog suprotno usmerenih relativnih kretanja fluksa i rotorskih provodnika. Pri neznatnoj reaktansi rotora, struja faze *a* je opet na maksimumu, a amplituda krive rotorske m. m. s. poklapa se sa osom faze *a*. U generatoru kriva rotorske m. m. s. ima polaritet suprotan polaritetu u motoru zato što je indukovani napon suprotnog smera a time i struja. Ugao obrtnog momenta δ je prema tome —90°. Elektromagnetni obrtni momenat rotora na sl. 3-24 usmeren je ulevo.

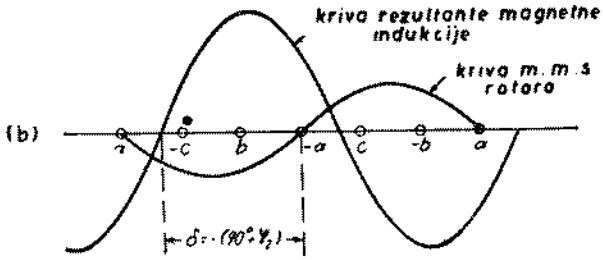
Kad je rasipna reaktansa rotora znatna, amplituda krive m. m. s. rotora ne poklapa se sa osom faze *a* sve dok kriva fluksa ne prede φ_2 stepeni duž procepa u odnosu na rotor. Ovaj put ide u sl. 3-24*b* ulevo umesto udesno kao na sl. 3-22*b*. Ugao obrtnog momenta je sada

$$\delta = -(90^\circ + \varphi_2) \tag{3-52}$$

Za generator, prema tome, elektromagnetni obrtni momenat na rotoru ima smer suprotan smeru obrtanja krive fluksa u prostoru. Obrtni momenat je jednosmeran jer su polja rotora i statora uzajamno nepokretna. Da bi se rotor održao u obrtanju sa istim smerom kao kriva fluksa, mora se primeniti suprotni mehanički obrtni momenat. Izgled karakteristike obrtni momenat—klizanje u oblasti generatorskog dejstva pokazuje sl. 3-25, u kojoj oblik krive određuju isti opšti uticaji kao u slučaju motora. Kad bi mašina bila priključena na sistem naizmenične struje

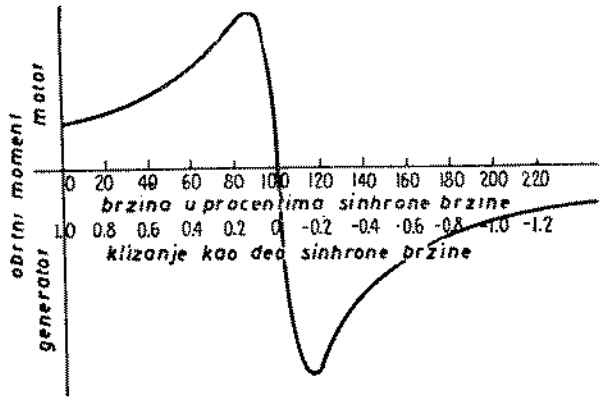
sposoban bilo da prima bilo da odaje snagu, ona bi tom sistemu odavala snagu kadgod bi bila terana brzinom iznad sinhrone. Kad bi mehanički obrtni momenat prestao, mašina bi usporila hod pod dejstvom otpornog elektromagnetnog obrtnog momenta dok situacija sa sl. 3-24 ne bi prešla u situaciju sa sl. 3-22. tj. dok se smer





Sl. 3-24. Razvijeni namotaj rotora asinhronog generatora sa krivama magnetne indukcije i m. m. s. u njihovim relativnim položajima (*a*) bez rasipne reaktanse rotora i (*b*) sa rasipnom reaktansom rotora

elektromagnetnog obrtnog momenta ne bi preokrenuo. Mašina bi dalje radila kao motor, a elektromagnetni obrtni momenat bi bio tačno toliki da savlađuje gubitke usled obrtanja.



Sl. 3-25. Kriva obrtni momenat—klizanje asinhrone mašine za oblasti motorskog generatorskog dejstva

Ispitivanje dejstva asinhronog generatora pomaže nam da teorijski sagledamo rad motora i generatora. Praktična vrednost ovakvih ispitivanja, međutim, neznatna je jer se asinhroni generatori retko upotrebljavaju za primarno elektromehaničko pretvaranje energije. Kad se u tu svrhu i primenjuju, sa njima moraju da rade paralelno generatori naizmenične struje drugih tipova kako radi uspostavljanja učestanosti tako i radi davanja pobude potrebne za stvaranje fluksa u asinhronim generatorima. Uopšte uzev, ukupna ekonomika pretvaranja mehaničke energije u električnu takva je da se asinhroni generator teško može takmičiti sa sinhronim generatorom.

Primer 3-2. Šestopolna trofazna asinhrona mašina sa prstenovima pokreće se drugom mašinom na njenom vratilu sa 900 obr/min. Rotor je priključen na trofaznu mrežu 60 Hz. Opisati magnetno polje u asinhronoj mašini i prirodu napona, ukoliko se on javlja na krajevima statora.

Rešenje. Rotorski namotaj će proizvesti polje za koje se uzima da je sinusoidno raspoređeno u prostoru. Shodno jedn. 3-39 polje će se obrtati brzinom 1200 obr/min u odnosu na rotor. Kad se rotor mehanički obrće u istom smeru, polje će se obrtati sa 1200 + 900 = 2100 obr/min u odnosu na stator. Prema jedn. 3-34, u statoru će se indukovati sinusoidni napon od 105 Hz.

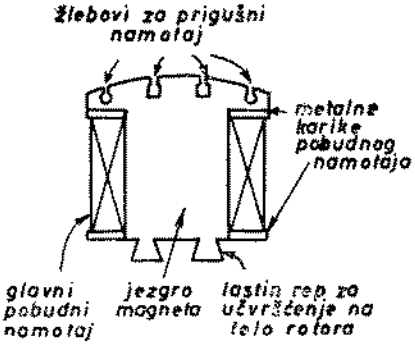
Kad se rotor mehanički obrće u suprotnom smeru, polje će se obrtati sa 1200 — 900 = = 300 obr/min u odnosu na stator. Prema jedn. 3-34, u statoru će se indukovati sinusoidni napon od 15 Hz.

Ovaj primer prikazuje opšti princip *asinhronog ili indukcionog pretvarača učestanosti.*

3-8. Višefazne sinhrone mašine. Kao što je objašnjeno u od. 3-4, sinhronom motoru se naizmenična struja dovodi u jedan namotaj, induktni namotaj, a jednosmerna struja u drugi namotaj, pobudni namotaj; sinhroni generator je, naravno, sličan, stim što se sa njegovog induktnog namotaja dobiva naizmenična struja. Jednosmerna pobudna struja dobiva se često od malog generatora jednosmerne struje, zvanog *pobudnica*, koji je većinom ugrađen na istom vratilu sa sinhronom mašinom. Induktni ili statorski namotaj je tipa opisanog u od. 3-6. Kad kroz njega prolaze višefazne struje, on proizvodi u vazdušnom procepu komponentno polje koje se obrće sinhronom brzinom datom jedn. 3-39.

Polje proizvedeno rotorskim namotajem za jednosmernu struju očigledno je nepomično u odnosu na rotor i obrće se zajedno s njim. Da bi obrtna polja statora i rotora bila međusobno nepokretna, potrebno je, dakle, da se rotor obrće tačno brzinom statorskog komponentnog polja, tj. tačno sinhronom brzinom. Samo pod tim uslovom može se proizvesti jednosmeran i neprekidan obrtni momenat i postići motorno dejstvo. Sinhroni motor radi, dakle, konstantnom brzinom bez obzira na opterećenje. Elektromagnetni obrtni momenat te vrste, koji ima jednosmernu vrednost pri samo jednoj brzini, naziva se *sinhroni obrtni momenat.*

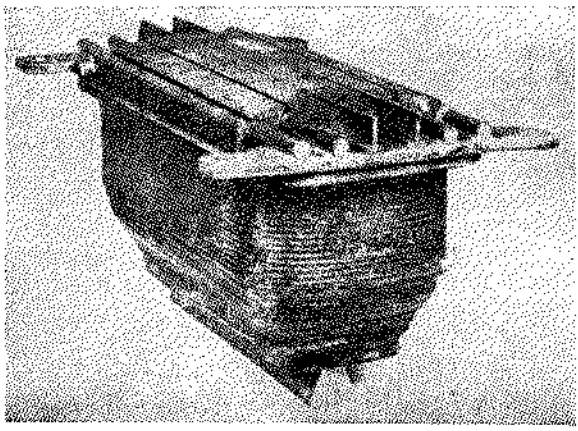
Dok rotor miruje, kao pri puštanju u rad sinhronog motora, obrtno polje statora kreće se sinhronom brzinom u odnosu na polje rotora, te se i obrtni momenat menja sinusoidno s vremenom, menjajući smer u svakoj periodi. Prema tome, sinhroni motor nema sam po sebi na svom vratilu polaznog obrtnog momenta. Da bi se motor mogao sam pustiti u rad, dodaje mu se jedan kavezni namotaj, nazvan *prigušni namotaj* ili *amortizator*, koji se smešta u polne nastavke kao što se vidi na šemi sl. 3-26 i na fotografiji sl. 3-27. Rotor se tako kao u asinhronom motoru dovede skoro na sinhronu brzinu, dok pobudni namotaj još ne dobiva struju. Kad se pobuda uključi, rotorsko i statorsko polje nisu još potpuno jedno prema drugome nepo-



Sl. 3-26. Šema poprečnog preseka isturenog pola jednog sinhronog motora

kretni već se kreću malom relativnom brzinom ravnom brzini klizanja — možda otprilike 5 do 10 obr/min, na primer. Sinhroni obrtni moment menja se još sinusoidno, ali sa veoma niskom učestanošću ravnom učestanosti klizanja. Kad opterećenje i inercija nisu suviše veliki, pozitivna polovina ciklusa krive sinhronog obrtnog momenta traje dovoljno dugo da bi se brzina rotora povećala od brzine klizanja do sinhrone brzine, drugim rečima, da bi *rotor ušao u sinhronizam*. U stvari, u kritičnim slučajevima, kumulaciono dejstvo nekoliko uzastopnih pozitivnih polovina ciklusa može biti potrebno da bi se postigla sinhrona brzina; tada se kaže da je motor ušao u sinhronizam tek *posle promicanja nekoliko polova*.

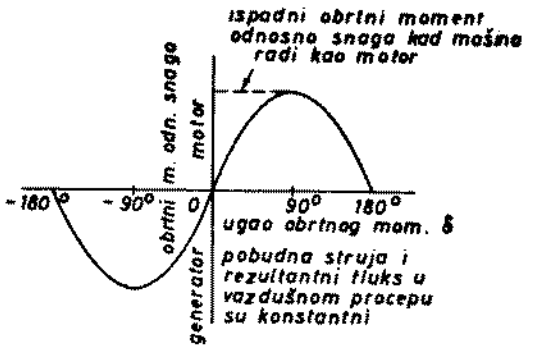
Ponašanje sinhronog motora u radnim uslovima može se lako shvatiti primenom jednačine za obrtni momenat 3-22. Uzmimo da m. m. silu proizvodi rotorski namotaj i da pri normalnom radu jednosmerna struja u tom namotaju ostaje konstantna. Setimo se da fluks Φ u vazdušnom procepu uglavnom zavisi od napona priključenog na stator, shodno jedn. 3-36, i da je, prema tome, približno konstantan. Promene obrtnog momenta u zavisnosti od opterećenja moraju se, dakle, odraziti na promenama ugla obrtnog momenta δ. Pri praznom hodu obrtni momenat je tačno toliki koliko je potrebno da se savladaju gubici usled obrtanja, pa je ugao δ veoma mali. Pri malom opterećenju vratila elektromagnetni obrtni momenat treba da se poveća relativno malo te je ugao δ još uvek mali. Kad opterećenje na vratilu raste, rotor mora da zaostaje u prostoru u odnosu na obrtnu krivu fluksa tačno toliko da δ dobije vrednost potrebnu za postizanje potrebnog obrtnog momenta. Prilagođavanje je u stvari dinamički proces praćen privremenim smanjenjem trenutne mehaničke brzine rotora i prigušenim mehaničkim oscilacijama rotora oko njegovog novog prostornog faznog položaja. U stvarnoj mašini mogu se pojaviti i izvesne promene amplituda krive rezultantne magnetne indukcije i m. m. s. zbog činilaca (kao što je zasićenost i pad napona usled rasipne impedanse) zanemarenih u ovom razmatranju. Prilagođavanje rotora svom novom faznom položaju posle promene opterećenja može se eksperimentalno posmatrati u laboratoriji, osvetljavajući rotor mašine stroboskopskom treptavom svetlošću, koja čini da rotor izgleda nepomičan kad se obrće normalnom sinhronom brzinom.



Sl. 3-27. Istureni pol rotora sinhronog motora, na kome se vide šipkasti provodnici prigušnog namotaja i pobudni namotaj. *(Westinghouse Electric Corporation)*

Kad ugao δ postane 90°, postiže se maksimum obrtnog momenta ili snage za određeni napon na krajevima i pobudnu struju, koji se zovu *ispadni obrtni momenat* odnosno *ispadna snaga*. Kad opterećenje prede tu vrednost, motor gubi brzinu pod dejstvom preteranog obrtnog momenta vratila i sinhronog obrtnog momenta više nema, jer polja rotora i statora nisu više uzajamno nepomična. Pod takvim uslovima motor se obično isključi iz mreže dejstvom automatskih prekidača. Ova pojava je poznata pod nazivom „*gubljenje sinhronizma*" ili „*ispadanje iz sinhronizma*". Ispadni obrtni momenat predstavlja granicu kratkotrajnog opterećenja koje motor može da podnese.

Promene sinhronog obrtnog momenta u zavisnosti od ugla obrtnog momenta, uslovljene jedn. 3-22, prikazane su *krivom obrtni momenat—ugao obrtnog momenta* δ na sl. 3-28. Za idealizovanu mašinu koja radi sa konstantnom strujom pobude i konstantnim rezultantnim fluksom u vazdušnom procepu, promena obrtnog momenta u zavisnosti od ugla obrtnog momenta je sinusoidna. Porastom bilo pobudne struje bilo napona na krajevima, prouzrokuje se povećanje amplitude krive. S obzirom da je radna brzina konstantna, snaga i obrtni momenat su sledstveno proporcionalni, te se ta kriva može crtati i kao *kriva snaga — ugao* δ, nanoseći snagu na ordinatu, a ugao obrtnog momenta na apscisu.



Sl. 3-28. Kriva obrtni momenat—ugao δ, odnosno snaga—ugao δ sinhrone mašine

Primer 3-3. Pretpostavimo da su i stator i rotor nekog sinhronog motora oslonjeni na ležišta tako da se mogu obrtati. Povežimo stator na izvor trofazne struje i pustimo ga da se obrće unazad sinhronom brzinom dok rotor miruje. Rotor dobiva pobudu jednosmerne struje.

a) Opisati šta će se dogoditi kad se stator zaustavi dejstvom kočnice na njegovo telo.
b) Kolikim obrtnim momentom mora kočnica dejstvovati da bi zaustavila stator?

Rešenje. a) Statorsko komponentno polje obrće se sinhronom brzinom u pozitivnom smeru u odnosu na telo statora. Na ovo obrtanje superponira se mehaničko obrtanje statora. Pre kočenja, prema tome, statorsko komponentno polje je u prostoru nepokretno u odnosu na komponentno polje rotora, tako da se obrtanje održava dejstvom sinhronog momenta.

Kad kočenje počne, mehanička brzina statora opada. Statorsko komponentno polje, obrćući se i dalje sinhronom brzinom u odnosu na telo statora, kreće se u prostoru u pozitivnom smeru brzinom ravnom razlici između sinhrone brzine i mehaničke brzine rotora. Sinhroni obrtni momenat dejstvuje tako da se i telo rotora okreće u pozitivnom smeru istom tom brzinom da bi komponentna polja rotora i statora ostala uzajamno nepomična. Kad se telo statora zaustavi, rotor se obrće u pozitivnom smeru sinhronom brzinom. Prema tome, pun sinhroni obrtni momenat sve do ispadne vrednosti stoji na raspoloženju za pokretanje opterećenja na vratilu rotora.

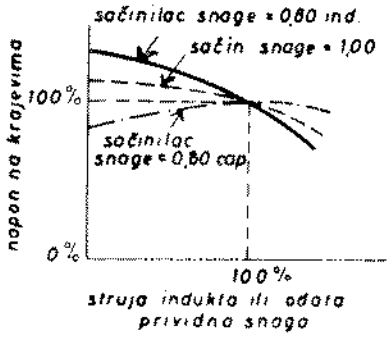
b) Obrtni momenat ravan elektromagnetnom obrtnom momentu deluje kako na telo rotora tako i na telo statora. U idealnom slučaju, kad su gubici usled trenja i ventilacije i gubici u jezgru zanemarljivi, kočni obrtni momenat mora biti ravan elektromagnetskom, a ovaj mehaničkom obrtnom momentu koji vratilo predaje opterećenju.

Ovaj primer pokazuje opšte linije principa takozvanog *supersinhronog motora* primenjenog u nekim pogonima papirne i cementne industrije, gde su uslovi puštanja u rad naročito teški.

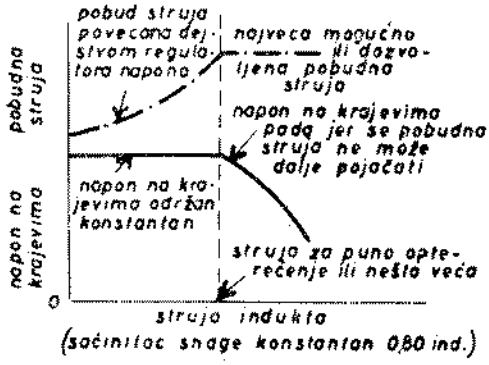
Kao i u asinhronom motoru, elektromagnetni obrtni momenat u sinhronom motoru dejstvuje u istom smeru u kome se obrće kriva fluksa. Kao i u asinhronom generatoru, elektromagnetni obrtni momenat rotora sinhronog generatora deluje u smeru suprotnom obrtanju krive fluksa. Taj obrtni momenat je jednosmeran jer su polja rotora i statora uzajamno nepokretna, a generator dobija pogon sinhronom brzinom pomoću mehaničkog obrtnog momenta neke pogonske mašine. Zbog toga što je elektromagnetni obrtni momenat promenio smer, ugao δ mora imati znak suprotan znaku u slučaju motora. Uzajamni odnos generatorskog i motornog dejstva i uticaj na ugao obrtnog momenta koji je s tim povezan, prikazani su na sl. 3-28, gde je generatorsko dejstvo predstavljeno produženjem krive motora u negativnu oblast. Kad bi sinhrona mašina bila priključena na mrežu naizmenične struje sposobnu da bilo prima bilo odaje snagu, mašina bi odavala snagu mreži kad bi se pokretala tako da m. m. s. rotora prednjači talasu fluksa. Kad bi mehanički obrtni momenat nestao, rotor bi prostorno zaostao u fazi pod dejstvom otpora elektromagnetnog obrtnog momenta dok se smer tog elektromagnetnog obrtnog momenta ne bi preokrenuo. Tada bi došlo do stalnog motornog rada sa elektro-

magnetnim obrtnim momentom upravo dovoljnim da se savladaju gubici usled obrtanja. Proces prilagođavanja pratile bi izvesne privremene kratkotrajne promene trenutne brzine i obično male *oscilacije* (*njihanje*) oko novog ravnotežnog položaja.

Jedna od važnih karakteristika generatora jeste promena napona na krajevima pod uticajem opterećenja. Napon na krajevima razlikuje se od indukovanog napona (jedn. 3-36) za pad napona usled impedanse namotaja. Da bi se predvidela promena napona na krajevima pri konstantnoj pobudnoj struji, u jedn. 3-36 mora se za Φ uzeti komponentni fluks stvoren samo pobudnim namotajem. Fluks Φ i napon indukovan u induktu E ostaju tada konstantni, a dejstvo m. m. s. indukta uzima se u obzir pripisujući mašini podesnu reaktansu. Tipični rezultati za opterećenja s različitim faktorima snage pokazani su na sl. 3-29. Na promenu napona utiče ne samo odata aktivna snaga, već i sačinilac snage odnosno odata reaktivna snaga. Rezultati navedeni na sl. 3-29 su u skladu sa rezultatima koji bi se mogli predvideti na osnovu proste teorije kola naizmenične struje za prenos snage i reaktivne snage kroz induktivni element kola sa utvrđenim naponom na krajevima izvora. U mnogim praktičnim slučajevima, generator je snabdeven automatskim regulatorom napona kojim se pobudna struja podešava tako da se napon na krajevima ne menja pri promenama opterećenja. Karakteristika generatora sa regulatorom data je na sl. 3-30.



Sl. 3-29. Promene napona na krajevima sinhronog generatora sa konstantnom pobudnom strujom, u zavisnosti od opterećenja.

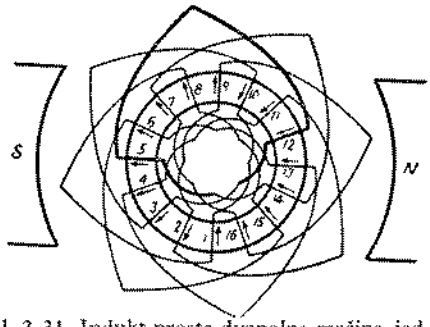


Sl. 3-30. Karakteristika sinhronog generatora s regulatorom napona

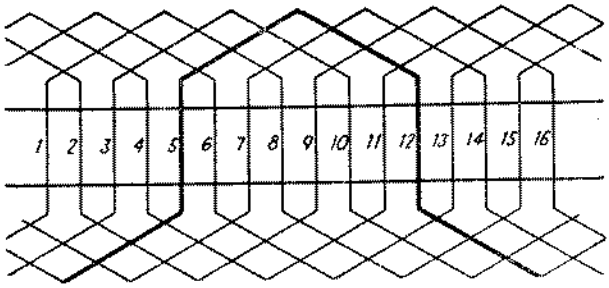
Za pretvaranje velikih količina mehaničke energije u električnu energiju danas se gotovo uvek primenjuju trofazni sinhroni generatori. Čak i kad se najveći deo ukupne električne energije koristi u obliku jednosmerne struje, ekonomski obziri nalažu da se primarno pretvaranje mehaničke energije u električnu, zajedno sa prenosom do centara potrošnje, izvodi pomoću naizmenične struje, a usmeravanje u jednosmernu struju, ukoliko je potrebno, vrši se potom na mestu potrošnje ili u njegovoj blizini.

3-9. Komutacija. Pre ispitivanja karakteristika mašina za jednosmernu struju potrebno je proučiti sredstva da se polje rotora učini prostorno nepokretnim uprkos obrtanja rotorskog namotaja, kao što je pokazano u od. 3-4; treba takođe razmotriti usmeravanje naizmenične struje u kanurama rotora da bi se na krajevima rotora ili indukta dobila jednosmerna struja, kao što je pokazano u od. 3-5. S obzirom da se ove dve funkcije vrše istom napravom, komutatorom, ovo ispitivanje svodi se na proučavanje dejstva komutatora.

a. Dejstvo na struju i polje rotora. Opšti izgled namotaja indukta dvopolne mašine za jednosmernu struju pokazan je šematski na sl. 3-31, koja nam približnije prikazuje stvarne namotaje nego sl. 1-34 elementarnog indukta s jednom kanurom. Da bi se potpunije prikazale pojedinosti namotaja i njihove međusobne veze, primenjeno je predstavljanje putem približne konusne projekcije. Cilindrični indukt je iskrivljen u oblik zarubljene kupe sa vrhom okrenutim ka čitaocu a osnovom na drugoj strani. Brojevima označene radijalne linije predstavljaju *provodnike indukta* koji na stvarnom valjkastom induktu idu uglavnom paralelno vratilu mašine. Strelice pored tih linija pokazuju stvarni ili pretpostavljeni smer struje u provodnicima; strelice upravljene radijalno iz centra znače struje koje se udaljuju od čitaoca ka ravni crteža, a strelice upravljene radijalno unutra znače struje usmerene u pravcu izlaza iz ravni crteža. Krive linije koje vezuju provodnike su *zadnje*

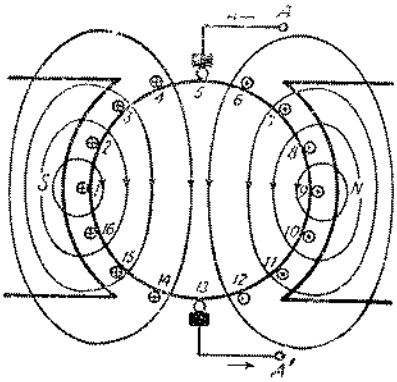


Sl. 3-31. Indukt proste dvopolne mašine jednosmerne struje



Sl. 3-32. Razvijena šema namotaja sa sl. 3-31

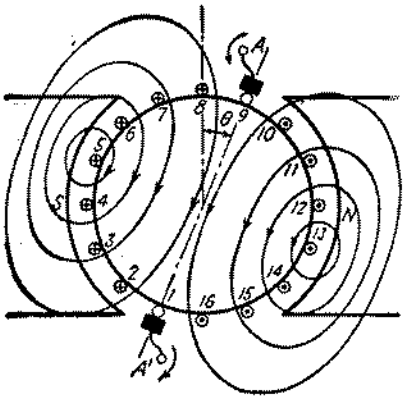
i prednje bočne veze; prednje veze su bliže središtu crteža. Dva provodnika, međusobno razmaknuta oko 180 električnih stepeni, zajedno sa svojom zadnjom vezom, sačinjavaju zasebnu kanuru, kao što pokazuje deblja linija koja obuhvata provodnike 5 i 12. Pojedini navojci su povezani prednjim vezama i obrazuju zatvoren namotaj. Odgovarajuću razvijenu šemu pokazuje sl. 3-32. Ni u jednoj od ove dve slike nisu pokazane veze samog namotaja sa spoljnim kolom indukta, jer u ovom odeljku treba da se pokaže kako te veze treba da se postave. Ove dve šeme odgovaraju inače stvarnim induktima jednosmerne struje, izuzev što je radi uprošćenja pokazan manji broj provodnika.



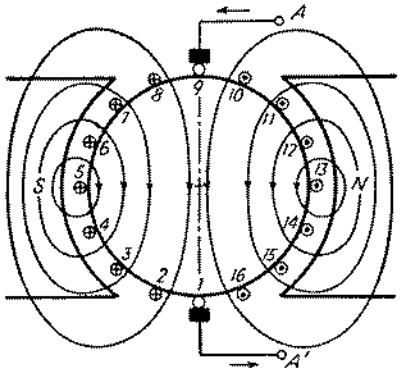
Sl. 3-33. Šematski presek namotaja sa sl. 3-31

Problem da se rotorsko polje učini nepokretnim uprkos obrtanju rotora može se u suštini shvatiti pomoću sl. 3-33. Namotaj na toj skici je isti kao u konusnoj projekciji sa sl. 3-31, a i pretpostavljeni smerovi struja su isti. Jednosmerna struja se dovodi u namotaj preko krajeva A i A', a pretpostavljeni smerovi struja

za dati trenutak naznačeni su za provodnike koji predstavljaju strane kanura. U tom trenutku linije induktnog fluksa izgledaju kao što pokazuje sl. 3-33, a namotaj indukta je ekvivalentan jednoj jedinoj kanuri sa vertikalnom osom. Osa magnetnog polja koje indukt proizvodi pomerena je, dakle, prema osi statorskog polja za 90°, a to je optimalni ugao pomeranja za proizvodnju elektromagnetnog obrtnog momenta. Kad bi krajevi A i A' bili stalno vezani za provodnike 9 i 1 (kao kad bi se struja dovodila na klizne prstenove koji bi bili vezani za provodnike 9 odnosno 1) smerovi struja u numerisanim provodnicima bi uvek ostali kao što je naznačeno.



Sl. 3-34. Šematski presek sa sl. 3-33 posle rotacije za ugao kad bi krajevi A i A' bili povezani za klizne prstenove



Sl. 3-35. Šematski presek sa sl. 3-33 posle rotacije za ugao 90°, kad su krajevi A i A' vezani za komutator

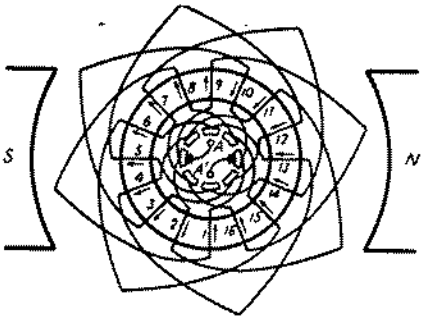
Posle obrtanja indukta za ugao θ, fluks indukta bi izgledao kao na sl. 3-34 sa osom pomerenom za ugao θ prema položaju iz sl. 3-33. Posle rotacije za osminu obrtaja, osa rotorskog polja zaklapala bi sa osom statorskog polja ugao od 45°, a posle četvrtine obrtaja obe ose bi se poklapale. Ukratko, osa rotorskog polja bi se obrtala zajedno s rotorom. Situacija koja se želi imati četvrt obrtaja (u smeru kazaljke sata) docnije je pokazana na sl. 3-35. Osa rotorskog polja zauzima ovde isti položaj u prostoru kao na sl. 3-33. Proučavanjem ovih skica dolazi se do zaključka, uopšte uzev, da se smer struje u kanuri mora da preokrene kad ona prolazi kroz prostor između polova ili *neutralnu ravan (neutralnu zonu)*. Drugim rečima, krajevi A i A' ne treba da budu vezani za određene tačke induktnog namotaja, već uzastopno za one dve tačke koje prolaze kroz neutralnu ravan — za 9 i 1 iz sl. 3-33, za 8 i 16 malo docnije, za 7 i 15 još docnije, zatim za 6 i 14 i za 5 i 13 iz sl. 3-35. Problem menjanja smera struje rešen je pomoću komutatora, cilindra sastavljenog od bakarnih segmenata, medusobno izolovanih liskunom i ugradenih na rotorsko vratilo ali izolovanih prema vratilu. Delimično sklopljen komutator prikazuje sl. 3-36. Nepokretne ugljene dirke priljubljene na površinu komutatora povezuju namotaj sa krajevima A i A'. Ovi krajevi mašine su na taj način u svakom trenutku vezani za provodnike koji zauzimaju određen položaj u prostoru, a nisu stalno vezani za određenu grupu provodnika.

Za dalje proučavanje dejstva komutatora, sl. 3-37 daje detaljnu šemu veza indukta iz sl. 3-33; to je isti namotaj kao na sl. 3-31 samo što su dodate lamele komutatora i dirke. Da bi se bolje prikazale pojedinosti veza namotaja sa komutatorom, primenjena je opet konusna projekcija. Kružni segmenti bliže središtu su lamele komutatora. Male crne površine, priljubljene uz dva komutatorska segmenta, predstavljaju nepokretne ugljene dirke. Dirke se zapravo naslanjaju na spoljnu površinu komutatora, ali su ovde nacrtane na unutrašnjoj strani da crtež ne bi bio utrpan. Električni položaj ovih dirki pokazuju crni pravougaonici na sl. 3-33.

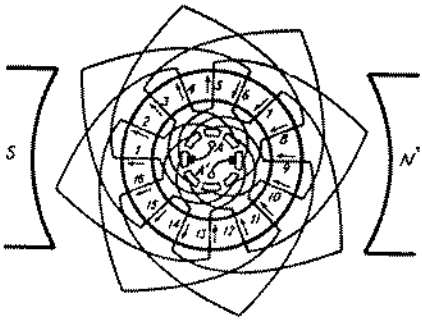
Za struju indukta koja ulazi kroz dirku *A* postoje dve mogućne putanje, jedna kroz provodnike 2, 11, 4, 13, 6, 15, 8 i 1, a druga kroz provodnike 9, 16, 7, 14, 5, 12, 3 i 10. Dobiveni smerovi struje prikazani na sl. 3-37, u skladu su, dakle,

Sl. 3-36. Sklapanje lamela komutatora i izolacije na prstenu sa žlebom u vidu lastinog repa pri gradenju komutatora za otočni generator jednosmerne struje 1200 kW, 525 V, 750 obr/min (*Allis-Chalmers Manufacturing Company*)

sa onima na sl. 3-33. Rezultantni elektromagnetni obrtni momenat izaziva obrtanje u smeru kazaljke sata. Za četvrt obrtaja docnije, kako pokazuje sl. 3-38, dve putanje između dirki sačinjavaju provodnici 14, 7, 16, 9, 2, 11, 4 i 13 i provodnici 5, 12,



Sl. 3-37. Šema namotaja dvopolnog indukta iz sl. 3-31 sa dodatim segmentima komutatora i dirkama

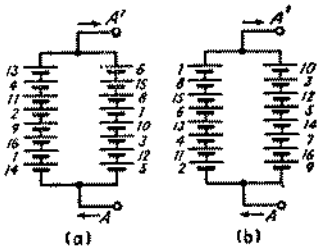


Sl. 3-38. Namotaj iz sl. 3-37 posle obrtanja za 90°

3, 10, 1, 8, 15 i 6. Smerovi struja su u skladu sa željenim smerovima iz sl. 3-35, a rotorsko polje je i dalje pomereno za 90° u odnosu na statorsko polje. Do istog zaključka bi se došlo ako bi se slike za ma koji docniji trenutak ponovo nacrtale.

Kad bi se osa dirki u sl. 3-33 pomerila za 22,5° u smeru kazaljke sata, tako da njihov električni položaj odgovara provodnicima 10 i 2, pomerila bi se na sličan način i osa rotorskog polja. Ona bi se pomakla iz svog optimalnog položaja od 90° za 22,5°, ali bi ostala nepomična u novom položaju. Za stvarni namotaj koji ima mnogo više provodnika i komutatorskih lamela, pomeranje ose rotorskog polja odgovara pomeranju ose dirki u električnim stepenima. Ali položaj 90°, pokazan na sl. 3-37 i 3-38, predstavlja normalan položaj. Prema tome, za mašine jednosmerne struje može se doneti zaključak da, *bez obzira na obrtanje rotora, komutator održava neprekidno osu rotorskog polja na prostorno nepokretnoj pravoj liniji koja je određena osom dirki.* Grubo rečeno, ukoliko se posmatra samo induktno polje, komutator otklanja dejstvo obrtanja indukta.

b. Dejstvo na napon. Kako se vrši usmeravanje naizmeničnog napona indukovanog u kanurama indukta može se videti iz ranijih slika. Ako se uzme da namotaj sa sl. 3-38 pripada generatoru koji pogonska mašina obrće u smeru suprotnom kazaljki sata, strelice će pokazivati smerove nastalih napona ili struja kad je generator opterećen. Napon između dirki je zbir napona pojedinih provodnika u bilo kojoj od dve paralelne putanje kroz namotaj, kao što pokazuje šema 3-39*a*, manje pad napona usled otpora. Svi provodnici bilo koje putanje daju napone istog smera. Uslovi posle jedne četvrtine obrtaja, pokazani na sl. 3-37 i šemi 3-39*b*, isti su, a provodnici se pregrupišu u ove dve paralelne putanje čim pređu iz zone jednog pola u zonu drugog.



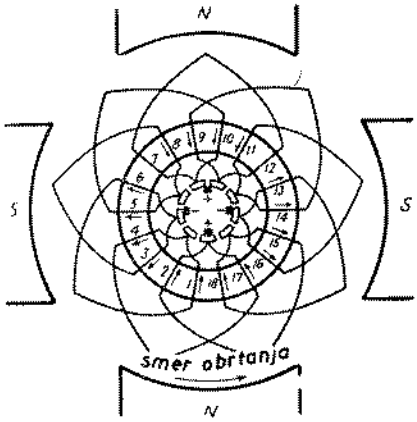
Sl. 3-39. Šematski prikaz napona pojedinih provodnika u namotaju (*a*) sl. 3-38 i (*b*) sl. 3-37 pri obrtanju indukta suprotno smeru kazaljke sata

Značilo bi preterano uprošćavati stvari ako bi se reklo da komutator u generatoru ima jednu funkciju, usmeravanje, a u motoru drugu funkciju, održavanje rotorskog polja nepokretnim. S obzirom da se u induktnom namotaju odvija i generatorsko i motorno dejstvo, komutator mora da vrši obe funkcije u svakoj mašini. Otporni obrtni momenat generatora je onda stalan jednosmerni obrtni momenat, a kontra e. m. s. motora je jednosmerni napon. Štaviše, ove dve funkcije se u stvari svode na jednu, jer prekopčavanje provodnika u svrhu dobivanja nepokretnog rotorskog polja u suštini je isto što i prekopčavanje potrebno pri usmeravanju.

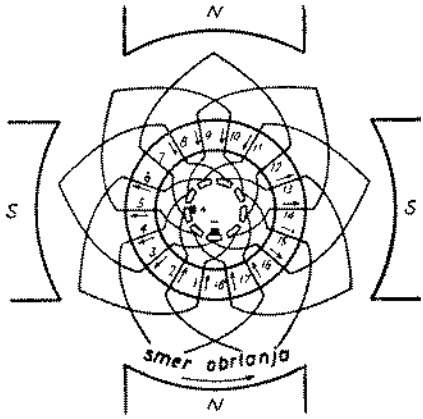
c. Višepolni namotaji. Kad mašina ima više od dva pola, postoje dva načina da se provodnici i lamele komutatora povežu u potpuni namotaj: provodnici koji odgovaraju jednoj grupi susednih polova mogu se podeliti u dve paralelne grupe, tako da namotaj ima toliko paralelnih putanja koliko mašina ima polova; ili, svi provodnici indukta podele se u samo dve grupe ili paralelne putanje povezujući polovinu od ukupnog broja provodnika na red u svakoj grupi. Ove dve mogućnosti pokazane su na sl. 3-40 i 3-41 za elementarnu četvoropolnu mašinu. Strelice označuju smer nastajanja napona pri obrtanju u smeru suprotnom kazaljki sata. U oba slučaja potrebna je po jedna dirka za svaku putanju ili grupu, tako da prvi način zahteva toliko dirki koliko ima polova, a drugi samo dve dirke.

Namotaj prema sl. 3-40 poznat je pod imenom *paralelni ili omčasti namotaj*; drugi naziv potiče od činjenice da se tok ma koje od paralelnih putanja vraća nazad obrazujući omču. Grupisanje provodnika u paralelne putanje pokazano je šematski na sl. 3-42 za trenutak predstavljen na sl. 3-40. Provodnici 7 i 12 ne pojavljuju se u ovim grupama, jer je kanura koju obrazuju kratko spojena gornjom pozitivnom dirkom u tom trenutku tj. izložena je komutaciji, a njeni provodnici su u prelaznom položaju između dve grupe. Oba ova provodnika nalaze se u međupolnom prostoru gde je magnetna indukcija ravna nuli ili je veoma niska.

Namotaj prema sl. 3-41 naziva se *redni* ili *talasasti namotaj*; drugi naziv potiče od činjenice da tok paralelnih putanja ide kroz namotaj obrazujući talasaste oblike. Grupisanje provodnika u dve paralelne putanje pokazuje šema sl. 3-43 za

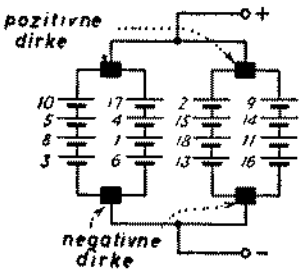


Sl. 3-40. Prost 4-polni omčasti namotaj

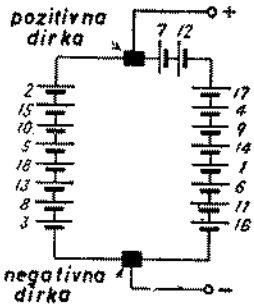


Sl. 3-41. Prost 4-polni talasasti namotaj

trenutak predstavljen u sl. 3-41. Provodnici 7 i 12 pojavljuju se kao višak u jednoj od putanja i pokazani su zasebno na sl. 3-43. Ova dva provodnika, nalazeći se u oblasti veoma niske ili nulte magnetne indukcije, ne doprinose osetno razlici napona između paralelnih putanja; u namotajima sa mnogo većim brojem provodnika ova razlika je neznatna. Samo dve dirke su potrebne i samo dve su pokazane na sl. 3-41.



Sl. 3-42. Šematski prikaz napona pojedinih provodnika u namotaju prema sl. 3-40



Sl. 3-43. Šematski prikaz napona pojedinih provodnika u namotaju prema sl. 3-41

Ali kad je broj provodnika indukta veliki postaje praktično da se postave i dopunske dirke. Tačke međusobno udaljene na namotaju za 360 električnih stepeni imaju isti potencijal, te se mogu međusobno povezati; zato se na tim tačkama mogu postaviti druge dirke i povezati paralelno sa postojećim dirkama istog polariteta. Za talasasti namotaj se stoga obično postavlja onoliko dirki koliko ima polova da bi se smanjila struja po kontaktu dirke. Ove dopunske dirke ne povećavaju broj paralelnih putanja, kojih ima svega dve bez obzira na broj polova ili dirki.

Upoređujući sl. 3-40 i 3-41 vidimo da se glavna razlika u geometrijskom obliku između omčastog i talasastog namotaja sastoji u načinu bočnog povezivanja sa lamelama komutatora. Ova razlika je prikazana na sl. 3-44 iz koje se takođe vidi

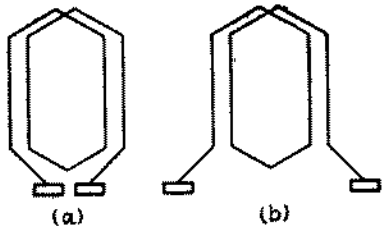
da se kanure indukta mogu sastojati iz dva ili više navojaka i da strana kanure može prema tome sadržavati dva ili više provodnika. U svakom žlebu ima obično po dve strane kanure, jedna iznad druge, sa namotajem raspoređenim tako da svaka kanura ima jednu stranu na vrhu jednog žleba a drugu stranu na dnu drugog žleba. U šemama namotaja može se uzeti da strane kanura obeležene neparnim brojevima leže u žlebovima odozgo, a one sa parnim brojevima odozdo.

Jedno od najočiglednijih preimućstava višepolnih namotaja sastoji se u tome da su bočne veze srazmerno kraće. Od ova dva tipa omčasti namotaj je podesniji za velike struje zbog većeg broja paralelnih putanja, a talasasti namotaj je povoljniji za visoke napone zbog većeg broja provodnika vezanih na red u svakoj putanji. Izuzev za mašine za veliku struju, talasasti namotaj je više u upotrebi.

d. Dejstvo komutatora u mašinama za naizmeničnu struju. Razumevanje uloge komutatora može se produbiti ispitujući njegovo dejstvo u slučaju da se namotaji o kojima je bilo reči u prednjim delovima ovog odeljka upotrebljavaju u mašinama u kojima se bar jedan namotaj pobuđuje naizmeničnom strujom. Jednovremeno će se pojaviti mogućnost za tipove mašina za naizmeničnu struju koje nismo dosada razmatrali.

Kad se, na primer, na dirke iz sl. 3-33 i 3-37 priključi naizmenični napon, situacija u namotaju biće u suštini slična situaciji koju smo razmatrali za ove namotaje, izuzev što će se smerovi strelica za struju preokretati kad god se preokrene struja u spoljnom kolu. Trenutna struja naspram prostorno utvrđene tačke u vazdušnom procepu menja se sa spoljnom strujom. Osa rotorskog polja ostaje i dalje nepokretna kako je određena dirkama, ali se m. m. s. rotora po veličini menja sinusoidno s vremenom. Obrtni momenat neće imati srednje vrednosti ako se statorski namotaj pobuđuje jednosmernom strujom, jer se u tom slučaju trenutni obrtni momenat menja sinusoidno zajedno sa m. m. s. rotora. Ako osa statorskog polja ostaje nepokretna, a njegova veličina se u vremenu menja sinusoidno sa jednom komponentom u vremenskoj fazi sa promenom rotorskog polja, jednosmerni obrtni momenat se proizvodi. U rednom motoru za naizmeničnu struju o kome je bilo reči u od. 3-4, rotor ima namotaj s komutatorom, a stator i rotor se pobuđuju istom strujom jer su oba namotaja povezana na red. Vremenske promene su prema tome u fazi; položaj dirki je utvrđen tako da je ugao obrtnog momenta 90°.

Višefazni naizmenični naponi mogu se takođe dobiti sa namotaja opremljenih komutatorom, ili priključivati na takve namotaje. Slika 3-45 prikazuje šemu trofaznog dvopolnog namotaja s komutatorom. Svaki zavojak može se smatrati jednom kanurom vezanom za druge kanure na način kao u sl. 3-37 i sa krajevima kanura vezanim za lamele komutatora; višepolne mašine mogu imati bilo omčasti bilo talasasti namotaj. Sa gledišta naizmenične struje to je običan trofazni namotaj spregnut u trougao. Lamele komutatora nisu radi uprošćenja prikazane, ali su sa *A*, *B* i *C* naznačeni električni položaji tri dirke međusobno razmaknute za 120 električnih stepeni. Tri stalna izvoda *a*, *b* i *c* su takođe prikazana i treba ih smatrati izvedenim iz rotora na klizne prstenove. Oni su dodati da bi se pokazala velika razlika između dejstva komutatora i kliznih prstenova.

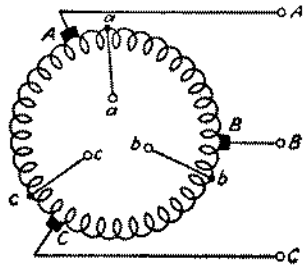


Sl. 3-44. Vezivanje induktne kanure za lamele komutatora za (*a*) omčasti namotaj i (*b*) talasasti namotaj

Uzmimo najpre da se taj namotaj upotrebljava sa statorom pobuđenim jednosmernom strujom koji proizvodi nepokretnu krivu fluksa. U kanurama se indu-

kuju naizmenični naponi sa učestanošću prema jedn. 3-34, a trofazni naponi te učestanosti se javljaju između kliznih prstenova *a*, *b* i *c*, baš kao na svakom sinhronom generatoru. Jednosmerni naponi se javljaju između dirki *A*, *B* i *C* baš kao na svakom generatoru jednosmerne struje.

Uzmimo sada da se namotaj upotrebljava sa statorom čiji namotaj ima višefaznu pobudu kao na sl. 3-17. Statorsko polje se prostorno obrće sinhronom brzinom, određenom učestanošću statora shodno jedn. 3-39. Naponi indukovani u kanurama rotora imaju učestanost klizanja (kao u rotoru asinhronog motora) koja, naravno, zavisi od brzine rotora. Trofazni naponi ove učestanosti javljaju se između kliznih prstenova *a*, *b* i *c* baš kao na kliznim prstenovima asinhronog motora s namotajem. Naponi koji se javljaju između dirki *A*, *B* i *C*, međutim, su trofazni naponi iste učestanosti kao na statoru, bez obzira na brzinu rotora. Ovaj zaključak može se proveriti ako se zapaze položaji u prostoru grupe rotorskih kanura između ma koje dve dirke (na primer *A* i *B*) nekog gusto raspodeljenog namotaja. U svakom trenutku postoji po jedna kanura rotora u jednom od mogućih položaja na ovom delu obima. Identičnost kanure u bilo kom položaju menja se kad se rotor obrće i jedna kanura se zamenjuje drugom; ali rezultantno dejstvo, u tom pogledu, je isto kao i dejstvo grupe kanura nepokretne u prostoru. Položaj grupe je određen jedino položajem dirki i potpuno je nezavisan od obrtanja rotora. Napon između dve dirke ima istu učestanost kao kad bi rotor bio nepokretan, i, prema tome, mora biti jednak učestanosti statora. Veličina napona zavisi, međutim, od brzine rotora. Ona je ravna nuli pri sinhronoj brzini.



Sl. 3-45. Trofazni dvopolni induktni namotaj sa komutatorom i kliznim prstenovima

Slična suprotnost postoji između uticaja kliznih prstenova i komutatora na brzinu krive m. m. s. rotora. Kad se trofazne struje uvode preko kliznih prstenova *a*, *b* i *c*, kriva m. m. s. rotora obrće se u odnosu na sam rotor sinhronom brzinom prema jedn. 3-39. Na tu brzinu mora se superponovati mehanička brzina rotora tako da je brzina krive m. m. s. u prostoru određena funkcija mehaničke brzine rotora. Kad se pak trofazne struje uvode preko dirki *A*, *B* i *C*, brzina krive m. m. s. rotora u prostoru je ravna sinhronoj brzini bez obzira na obrtanje rotora. Ovaj poslednji zaključak proizilazi opet iz činjenice da kanure između ma koje dve dirke zauzimaju prostorno nepokretan položaj. U svakom trenutku grupe *AB*, *BC* i *CA* obrazuju tri fazne grupe kao namotaji *a*, *b* i *c* u sl. 3-17. Bez obzira na mehaničku brzinu rotora, brzina krive m. m. s. u prostoru je ista kao kad bi rotor bio nepokretan.

Opšte dejstvo komutacije rotorskog namotaja je, dakle, da su *učestanost napona indukovanog u rotoru, kakva se javlja na dirkama, i brzina krive m. m. s. rotora u prostoru nezavisne od mehaničke brzine rotora, i da su, svaka ponaosob, ravne onima koje se javljaju kada je rotor nepokretan.* Da bismo sasvim uopštili, učestanost ravnu nuli treba smatrati kao slučaj jednosmerne struje. Za klizne prstenove, međutim, kako učestanost napona indukovanog u rotoru tako i prostorna brzina krive m. m. s. rotora zavise od brzine rotora; one se mogu dobiti superpozicijom dejstva obrtanja na vrednosti za nepokretan rotor, obraćajući pažnju na znake. Suprotnost je slična onoj koja postoji kad se rotor neke mašine posmatra pri stroboskopskoj svetlosti čija se učestanost treptaja neprekidno podešava tako da rotor izgleda nepokretan uprkos rotaciji i kad se taj rotor posmatra pri običnoj svetlosti pri kojoj je dejstvo brzine sasvim očigledno — komutator je u neku ruku stroboskop pomoću kojeg spoljno kolo „posmatra" rotorski namotaj.

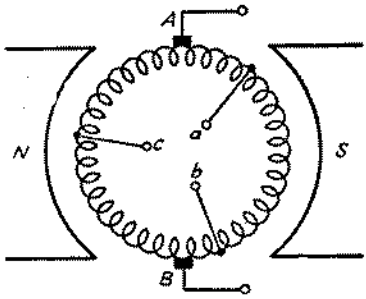
Postoje veoma različite mašine za naizmeničnu struju, od kojih su mnoge dosta retke, na kojima su primenjeni namotaji sa komutatorom. Opšte radne karak-

teristike komutatorskih mašina zavise od načina na koji su statorski i rotorski namotaji medusobno povezani preko kliznih prstenova i dirki na komutatoru i od učestanosti, veličine i relativnih faza napona na krajevima. Mnoge mogućne kombinacije omogućuju veliku raznovrsnost radnih karakteristika.

Primer 3-4. Slika 3-46 je šema dvopolne mašine sa statorom pobudenim jednosmernom strujom koji proizvodi polje nepokretno u prostoru. Namotaj rotora je istog tipa kao na sl. 3-45, sa komutatorom i dve dirke, A i B, postavljene u neutralnoj ravni. Mašina ima i tri klizna prstena a, b i c, stalno priključena na namotaj u tačkama medusobno razmaknutim za po 120 električnih stepeni.

Nabrojati načine po kojima ova mašina može da radi.

Rešenje. Mašina može da se upotrebi za vršenje ukupno sedam raznih funkcija.



Sl. 3-46. Trofazni namotaj s komutatorom, za primer 3-4

Kad se klizni prstenovi ne koriste, mašina može da radi: (1) kao običan generator jednosmerne struje ili (2) kao običan motor za jednosmernu struju.

Ako se dirke ne koriste, mašina može da radi kao: (3) trofazni sinhroni generator ili (4) trofazni sinhroni motor. U ovom poslednjem slučaju obično se predviđaju prigušni namotaji u polnim nastavcima radi puštanja u rad.

Mašina može da radi kao (5) *generator za obe vrste struje*, dajući jednosmernu struju preko komutatora i jednovremeno trofazne naizmenične struje preko kliznih prstenova. Struja u bilo kojoj kanuri indukta doprinosi tada kako jednosmernoj tako i naizmeničnoj struji.

Mašina može (6) da prima snagu u obliku trofazne struje preko kliznih prstenova, a da daje snagu u obliku jednosmerne struje preko dirki. Kad tako radi ona se naziva *obrtna usmerača (ili sinhroni konvertor)*. Takve mašine su ekvivalentne sinhronim motorima s obzirom na klizne prstenove, a generatorima jednosmerne struje s obzirom na dirke. Obrtne usmerače, nekad mnogo upotrebljavane za pretvaranje naizmenične struje u jednosmernu, danas su zastarele i iz ekonomskih razloga zamenjene usmeračama s živom i ignitronima. Kao i za sinhroni motor, prigušni namotaji bi se obično predvideli u polnim nastavcima za puštanje mašine u rad preko krajeva za naizmeničnu struju.

Najzad, mašina može da radi i na obratan način—kao (7) *invertor*, koji prima snagu u obliku jednosmerne struje preko dirki a odaje snagu u vidu trofazne struje preko kliznih prstenova. Takve mašine pokazuju naklonost da se zahukću pri izvesnim uslovima i ne upotrebljavaju se praktički. Kad se ovakvom pretvaranju mora da pribegne, kao u vazduhoplovima sa izvesnim uređajima za naizmeničnu struju a instalacijom jednosmerne struje, upotrebljava se obično motor-generatorski agregat.

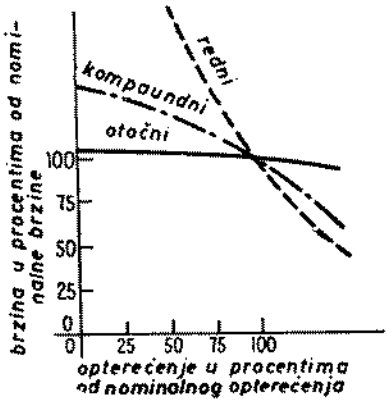
Dve kombinacije koje nisu navedene bile bi dovodenje jednofazne naizmenične struje na dirke i dovodenje jednosmerne struje na klizne prstenove. U prvom slučaju dobiva se prostorno nepokretna osa rotorskog polja, ali rotorska m. m. s. se menja sinusoidno u veličini; u drugom slučaju, osa rotorskog polja se obrće s rotorom. Ni u jednom slučaju ne proizvodi se jednosmerni obrtni momenat.

3-10. Mašine za jednosmernu struju. Osnovni činioci koji određuju ponašanje mašina za jednosmernu struju razlikuju se u dvema važnim stvarima od činilaca u ranije ispitivanim asinhronim i sinhronim mašinama: ugao obrtnog momenta utvrđuje se osom dirki, normalno na optimalnoj vrednosti od 90°, i vrednosti jednosmerne indukovane e. m. s. i napona na krajevima razlikuju se samo za pad napona u otporu indukta. Promena elektromagnetnog obrtnog momenta, prema tome, određena je samo promenama jačina rotorskog i statorskog polja, a promene indukovanog napona ili napona na krajevima mogu se lako ustanoviti sličnim rasuđivanjem. Promena jačine rotorskog i statorskog polja pri promenljivom opterećenju zavisi od načina vezivanja pobudnog ili statorskog kola. Za motor jednosmerne struje tri mogućnosti navedene u od. 1-4 prikazane su na sl. 1-42.

U otočnom motoru, statorska ili pobudna struja određena je priključenim naponom i otporom pobudnog namotaja, a nezavisna je od opterećenja motora. Fluks po polu statora je, dakle, skoro potpuno konstantan pri normalnom radu.

Pri povećanom opterećenju fluks može nešto oslabiti zbog razmagnećenja dejstvom povećane struje indukta, ali je ovo dejstvo obično slabo.) Shodno tome, povećanje obrtnog momenta mora biti praćeno približno srazmernim porastom m. m. s. indukta i struje indukta, a time i malim smanjenjem kontra e. m. s. da bi povećana struja mogla proći kroz mali otpor indukta. S obzirom da je kontra e. m. s. odredena fluksom i brzinom prema jedn. 3-38, brzina mora malo da padne. Kao i asinhroni motor s kaveznim rotorom, otočni motor ima približno stalnu brzinu sa oko 5 odsto smanjenja brzine od praznog hoda do punog opterećenja. Tipičnu karakteristiku brzina—opterećenje pokazuje kriva nacrtana punom linijom na sl. 3-47. Polazni i maksimalni obrtni momenat ograničeni su strujom indukta koja se može uspešno komutovati.

Znatno preimućstvo otočnog motora leži u lakom regulisanju brzine obrtanja. Otpornikom za regulisanje u otočnom pobudnom kolu mogu se pobudna struja i fluks po polu podesiti po volji, a promena fluksa dovodi do promene brzine ali u suprotnom smeru kako bi se kontra e. m. s. održala približno jednaka naponu priključenom na krajeve. Tim putem može se postići najveći opseg brzina od oko 4 do 5 prema 1, što opet ograničavaju uslovi komutovanja. Promenom napona priključenog na indukt može se brzina regulisati u veoma širokim granicama.



Sl. 3-47. Karakteristike brzina-opterećenje motora za jednosmernu struju

U rednom motoru povećanje opterećenja praćeno je porastom struje i m. m. s. indukta kao i pobudnog polja statora (pod pretpostavkom da gvožđe nije potpuno zasićeno). S obzirom da fluks s opterećenjem raste, brzina mora da opada kako bi se održala ravnoteža između priključenog napona i kontra e. m. s.; osim toga, porast struje indukta prouzrokovan povećanjem obrtnog momenta manji je nego u otočnom motoru zbog povećanog fluksa. Redni motor je, prema tome, motor sa promenljivom brzinom, sa izrazito opadajućom karakteristikom brzina—opterećenje oblika prikazanog crtkanom krivom na sl. 3-47. Ova karakteristika je naročito povoljna za primene u kojima se javljaju velika preopterećenja obrtnog momenta zato što se odgovarajuća preopterećenja snage održavaju u razumnijim granicama putem istovremenog smanjenja brzine. Povećanjem fluksa sa porastom struje indukta postižu se i veoma povoljne karakteristike pri puštanju motora u rad.

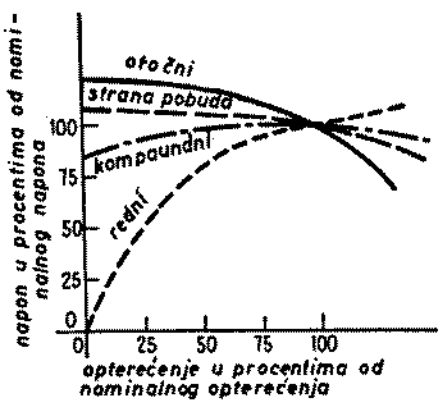
U kompaundnom motoru redna pobuda može se povezati bilo *aditivno*, tako da se njena m. m. s. dodaje otočnoj pobudi, bilo *diferencijalno*, tako da ovoj bude suprotna. Diferencijalna sprega se upotrebljava vrlo retko. Kao što pokazuje kriva izvučena tačkama i crtama na sl. 3-47, aditivno spregnuti kompaundni motor imaće karakteristiku brzina—opterećenje negde između odgovarajućih karakteristika otočnog i rednog motora sa sniženjem brzine usled opterećenja zavisnim od odnosa ampernavojaka u otočnom i rednom polju. Ovaj motor nema nedostatak da mu brzina bude preterana pri malom opterećenju kao što je slučaj sa rednim motorom, a zadržava u znatnoj meri preimućstva redne pobude.

U motoru za jednosmernu struju elektromagnetni obrtni momenat ima, naravno, smer obrtanja indukta. Napon E_a, indukovan u induktu, manji je od napona na krajevima. Kad mašina radi kao generator, E_a je veće od napona na krajevima, a relativni smer struje kroz namotaj indukta je obrnut. Zbog ovog izvrtanja menjaju se smer i m.m.s. indukta i elektromagnetni obrtni momenat, pri čemu ovaj

poslednji postaje otporni obrtni momenat koji se suprotstavlja obrtanju. Kad bi mašina bila priključena na mrežu jednosmerne struje sposobnu da bilo prima bilo odaje snagu, ona bi u tu mrežu odavala snagu pod uslovom da se pokreće tako da indukovani napon E_a bude veći od napona na krajevima. Kad bi mehanički obrtni momenat prestao da deluje, indukt bi usporio obrtanje pod uticajem otpornog elektromagnetnog obrtnog momenta sve dok napon E_a ne bi postao manji od napona na krajevima. Zatim bi se elektromagnetni obrtni momenat obrnuo i mašina bi nastavila da stalno radi kao motor sa elektromagnetnim obrtnim momentom tek dovoljnim da nadvlada gubitke usled obrtanja.

Za generatore se takođe može upotrebiti bilo koji od tri načina pobuđivanja. Takvi generatori se nazivaju *generatori sa samopobuđivanjem* i moraju u gvozđenom jezgru imati zaostale magnetnosti da bi se napon počeo stvarati. Generatori mogu imati i *nezavisnu (stranu) pobudu* iz kakvog spoljnjeg izvora jednosmerne struje. Sl. 3-48 prikazuje tipične spoljnje karakteristike opterećenje—napon za ove četiri vrste generatora jednosmerne struje; opšti oblici ovih krivih mogu se izvesti rasuđujući na isti način kao ranije za motore, pod pretpostavkom da pogonske mašine imaju konstantnu brzinu. S obzirom da elektroenergetski sistemi imaju po pravilu konstantan napon, redni generatori se upotrebljavaju veoma retko. Kompaundna karakteristika na sl. 3-48 je za *nadkompaundovani generator*, generator u kome je redna pobuda dovoljno snažna tako da napon pri punom opterećenju bude veći od napona u praznom hodu. Takav nadkompaundovani generator radi normalno sa naponom praznog hoda podešenim na nominalnu vrednost i prema tome sa većim naponom pri punom opterećenju pri čemu se viškom napona kompenzuje povećani pad napona usled otpora u vodu između generatora i opterećenja. Kad se redne pobude podese tako da naponi pri punom opterećenju i praznom hodu budu jednaki, dobiva se *tačno kompaundovani generator*; kad je napon pri punom opterećenju niži, dobiva se *podkompaundovani generator*.

3-11. Rezime. Retrospektivni pregled najvažnijih tačaka ove glave može se dobiti razmatrajući sledeće pitanje: Na koji način se došlo do osnovnih rotacionih mašina i njihovih raznih oblika iz malobrojnih osnovnih razmatranja magnetnih pojava u ranijim glavama?



Sl. 3-48. Karakteristike napon—opterećenje generatora jednosmerne struje

Teoretičar koji bi konstruisao na papiru neke od osnovnih tipova mašina danas tako dobro poznatih, mogao bi poći od pojma magnetnih polja i provodnika ili navojaka čijim se uzajamnim dejstvom proizvode naponi, a i snage ako kroz te provodnike ili navojke teku struje. Ovi pojmovi bi se mogli izraziti na više raznih načina; ovde su izraženi na poseban način pomoću odnosa između napona i prvog izvoda ukupnog fluksa kroz kolo po vremenu i između obrtnog momenta i prvog izvoda ukupnog fluksa kroz kolo po uglu. Razmišljanje o osobinama zajedničkim za ova dva načina, naročito imajući u vidu načelo održanja energije, navodi nas na pomisao da ćemo konstruišući motor uvek konstruisati i generator, i obratno.

Priroda namotaja i njihovih uzajamnih veza kao i veza sa spoljnim kolima isprva je nejasna. Isto tako je nejasna priroda raspodele magnetne indukcije. S obzirom da se u ispitivanja može krenuti samo sa izvesnim usvojenim pretpostav-

kama, usvojene su kao polazne pretpostavke sinusoidni oblik magnetne indukcije u vazdušnom procepu i strujnog plašta indukta ili, što se svodi na isto, sinusoidni oblik raspodele m. m. s. indukta. Pri ovom izboru oslanjali smo se na osećanje proizašlo iz iskustva sa Furije-ovim redovima, da će krajnji rezultati vredeti bez obzira kakva je stvarna raspodela koja se primenjuje na mašinama u praksi. Pri ovom izboru oslanjali smo se i na intuitivno uverenje da će ove pretpostavke dobiti svoju potvrdu u mašinama koje treba da proizvode sinusoidne napone i struje ili da rade pomoću ovih. Napomenuto je, međutim, da docnije treba ispitati uticaj zanemarenih harmonika. (Harmonici će delimično biti proučavani u sledećoj glavi, gde će se ustanoviti da oni, iako obično mali, mogu postati veoma štetni u mašinama za naizmeničnu struju, ako se ne nastoji da se svedu na najmanju meru. Ista glava obuhvata i neke izmene bliže stvarnom strujnom plaštu i raspodeli m. m. s. za mašine za jednosmernu struju.)

Na toj osnovi je dobivena jednačina za elektromagnetni obrtni momenat. Ona pokazuje da obrtni momenat zavisi od proizvoda amplituda talasa m. m. s. i magnetne indukcije i od sinusa prostornog ugla koji zaklapaju njihove ose, dovodeći važnom zaključku da polja statora i rotora moraju biti uzajamno nepomična da bi se proizveo stalan obrtni momenat istog smera. Ovaj zaključak važi ne samo za motore već i za proizvodnju stalnog otpornog obrtnog momenta istog smera u generatorima. On pruža dragocen kriterijum za ocenu tipova motora i generatora. Jednačina za napon indukovan u namotaju, zasnovan takođe na sinusoidnoj raspodeli fluksa u prostoru, predstavlja potrebnu dopunu jednačine za obrtni momenat. Ove dve jednačine uzete zajedno, uz pomoć prostih razmatranja odnosnih kola, omogućuju nam da procenimo efikasnost projektovanih tipova motora i generatora.

Sada bi se moglo preći na bliža specificiranja i ispitivanja. U tu svrhu su izabrane dve važne opšte vrste mašina: prve za proizvodnju ili primenu višefazne naizmenične struje, a druge za proizvodnju ili primenu jednosmerne struje. U prvoj vrsti su odabrana dva tipa: asinhrona mašina, sa naizmeničnom strujom u namotajima kako rotora tako i statora, i sinhrona mašina, sa jednosmernom strujom u jednom namotaju, obično rotorskom, i naizmeničnom strujom u drugom namotaju. Mašina za jednosmernu struju s jednosmernom strujom u oba namotaja, dopunjava mogućne kombinacije. Potvrđena je mogućnost mnogih varijanti ovih tipova, ali je pažnja ograničena na glavni pravac razvoja i istovremeno naglašeno da će taj razvoj biti direktivna načela za docnija ispitivanja ma koje predložene varijante.

Oblici namotaja počinju sad da dobivaju određeniji oblik. Na primer, pomeranje trofaznih napona za 120° u vremenu ukazuje na prostorno pomeranje za 120 električnih stepeni namotaja ili grupa namotaja odgovarajućih faza nekog trofaznog namotaja. Ispitivanje pokazuje da se takvim namotajem proizvodi polje konstantne amplitude koje se obrće brzinom određenom brojem polova i učestanošću. Prema tome, višefazne asinhrone i sinhrone mašine rade na osnovu uzajamnog dejstva statorskog i rotorskog polja koja se sinhrono obrću u vazdušnom procepu. Mašine za jednosmernu struju rade na osnovu uzajamnog dejstva statorskog i rotorskog polja koja su, međutim, prostorno nepomična, ali inače dejstvuju u skladu sa istim osnovnim načelima. Uvidelo se da se mašini za jednosmernu struju mora priključiti jedna naprava, komutator, kako bi rotorsko polje moglo biti nepokretno uprkos obrtanja rotora i kako bi se naizmenična struja iz namotaja indukta pretvorila u jednosmernu struju na krajevima mašine. Ustanovljeno je da se dejstvo komutacije rotorskog namotaja sastoji, uopšte uzev, u tome da učestanost napona indukovanog u rotoru i prostorna brzina talasa m. m. s. rotora budu nezavisne od mehaničke brzine rotora i ravne respektivno vrednostima koje postoje kad se rotor ne obrće; učestanost ravna nuli smatra se ovde kao slučaj jednosmerne struje.

Sleduju zatim kvalitativna ispitivanja važnih radnih osobina ovih mašina — ispitivanja čiji rezultati definitivno ocrtavaju razvoj mašina za pretvaranje energije

sa nizom poželjnih radnih karakteristika. U pogledu rada motora pri promenljivom opterećenju, na primer, ustanovljeno je da normalno asinhrona mašina radi sa uglavnom konstantnom brzinom, sinhrona sa apsolutno konstantnom a mašina jednosmerne struje sa brzinom koja se kreće počev od približno konstantne do promenljive u širokim granicama, što zavisi od vezivanja pobudnog kola. Utvrđeno je da otočni motor za jednosmernu struju ima to izvanredno preimućstvo da mu se brzina može u radu prilagođavati potrebama. Počinje se u stvari dobivati utisak da se komutatorske mašine lako mogu prilagoditi za rad sa podešljivom i promenljivom brzinom, a da su mašine u kojima postoji obrtno polje same po sebi podesnije za rad sa brzinom približnom brzini polja. Ovaj utisak se potkrepljuje činjenicom da komutator, u stvari, otklanja uticaj mehaničkog obrtanja rotora bar što se tiče polja rotora.

Uočene su i sličnosti između karakteristika. Potpuno je prirodno, na primer, ustanoviti da je kriva obrtni momenat—brzina asinhronog motora u normalnim radnim granicama u suštini ista kao kriva za otočni motor pri konstantnoj pobudnoj struji. U normalnim radnim granicama malih klizanja, ugao obrtnog momenta asinhronog motora iznosi približno 90° i malo se menja sa opterećenjem; za otočni motor, ugao obrtnog momenta od 90° utvrđuje osa dirki. Oba ova motora imaju približno konstantne magnetne indukcije u vazdušnom procepu. Za oba motora, prema tome, amplituda rotorske m. m. s. mora da raste približno srazmerno obrtnom momentu; rotori se moraju usporiti da bi se kompenzovao povećani pad napona u otporu rotora usled tako povećane rotorske struje. S obzirom da su unutrašnji procesi praktično identični, bilo bi čudnovato da i spoljne karakteristike ne budu slične.

Na ovome stupnju evolucije, glavni razvojni pravac ukazuje na dobre izglede za uspeh, bar u teoriji. U daljem će se pretpostavke podrobnije proučiti, naročito u pogledu oblika talasa magnetne indukcije i m. m. s., u svetlosti određenijih i praktičnijih oblika koji su sada usvojeni za raspored namotaja; zatim će se sprovesti izmene koje se pokažu potrebnim, postaviće se osnove za detaljnu analizu karakteristika mašina i te će se analize izvršiti. Ovo će biti predmet narednih glava.

Iako logična, prethodna sinteza je veštačka. Pravi, istorijski razvoj, sa svima svojim ekonomskim uzrocima i mnogim eksperimentalnim istraživanjima i greškama, potpuno je izostavljen. Ali kao primer uloge koju su odigrali ogledi, navešćemo da je pomisao na kavezni rotor prvi put bila ispitana na probnom stolu na taj način što su odsečene bočne veze rotora s namotajem, sa provodnika skinuta izolacija i oni međusobno zalemljeni kako bi obrazovali namotaj kratko spojen na krajevima svakog provodnika. Dodaćemo još da ovde nismo dodirnuli ni poboljšanja osobina materijala i proizvodnih metoda, činilaca koji su u velikoj meri doprineli sadašnjem visokom stepenu usavršenosti modernih mašina.

ZADACI

3-1. Cilj ovog zadatka je da pokaže kako se induktni namotaji nekih mašina (tj. mašina za jednosmernu struju) mogu približno predstaviti pomoću ravnomernih strujnih plaštova i da taj način odgovara utoliko bolje ukoliko je namotaj raspodeljen na veći broj žlebova po obimu indukta. U tu svrhu uzmimo indukt sa 8 žlebova, podjednako raspoređenih na 360 stepeni ili na jedan par polova. Vazdušni procep je ravnomerne dužine, otvori žlebova su veoma uski, a magnetni otpor gvožđa se može zanemariti.

Prikažimo 360 električnih stepeni indukta sa žlebovima u razvijenom obliku kao na sl. 3-1 i označimo žlebove brojevima 1 do 8 sleva udesno. Namotaj se sastoji od 8 kanura sa po jednim navojkom i kroz svaki teče struja od 10 A. Smer struje u kanurama smeštenim u žlebovima 1 do 4 je ka ravni crteža a u onima od 5 do 8 je suprotan.

a) Pretpostavimo da su svih osam kanura smeštene jednom stranom u žlebu 1, a drugom u žlebu 5. Ostali žlebovi su prazni. Nacrtati pravougaoni talas m. m. s. koju ove kanure proizvode.

b) Zatim uzmimo da su četiri kanure jednom stranom u žlebu 1 a drugom u žlebu 5, dok su ostale četiri jednom stranom u žlebu 3 a drugom u žlebu 7. Nacrtati pravougaone talase m. m. s. koje svaka grupa kanura proizvodi i superpozicijom komponenata naći rezultantni talas m. m. s.

c) Sad uzmimo da su dve kanure smeštene u žlebove 1 i 5, dve u 2 i 6, dve u 3 i 7 i dve u 4 i 8. Putem superpozicije komponentnih pravougaonih talasa naći opet rezultantni talas. Treba primetiti da se rad može sistematizovati i uprostiti s obzirom da je talas m. m. s. simetričan u odnosu na svoju osu i da kod svakog žleba ima stepenast skok zavisan od odgovarajućeg broja amperprovodnika u žlebu.

d) Uzmimo da indukt sad ima 16 žlebova na 360 električnih stepeni s jednom stranom kanure u svakom žlebu. Nacrtati rezultantni talas m. m. s.

e) Aproksimirati rezultantne talase od *a)* do *d)* pomoću ravnokrakih trouglova i uočiti da je takvo prikazivanje utoliko tačnije ukoliko je namotaj gušće raspodeljen.

f) Izračunati ravnomernu ugaonu gustinu struje u amperima po radijanu koja proizvodi pojedine od trougaonih talasa u tački *e*.

3-2. Drukčije približno predstavljanje talasa m. m. s. za zad. 3-1 dobiva se pomoću sinusoida. U tom cilju zadržaće se samo osnovna harmonička komponenta pravougaonog talasa m. m. s. koji proizvodi svaka pojedina kanura (kao što ćemo videti u gl. 4, viši harmonici se mogu na druge načine obuhvatiti u teoriji mašina).

Ponoviti tačke *a)* do *d)* zadatka 3-1 na ovoj osnovi sinusoida imajući u vidu da je amplituda osnovne harmoničke komponente pravougaonog talasa $= 4/\pi$ puta visina talasa. Za tač. *a)* i *b)* nacrtati kako komponentne sinusne talase za grupe kanura u istim žlebovima tako i rezultantni sinusni talas; za tač. *c)* i *d)* crtati samo rezultantne talase. Uočiti da se fazno pomereni sinusni talasi u prostoru mogu sabirati pomoću vektora kao i sinusni talasi u vremenu.

Odrediti amplitudu u amperima po radijanu za sinusoidne strujne plaštove koji proizvode četiri rezultantna talasa m. m. s.

3-3. Dvopolna mašina ima ravnomerni glatki vazdušni procep radijalne dužine g. Aksijalna dužina rotorskog i statorskog gvožđa je l, a dejstvo ivica se zanemaruje. Prečnik rotora je D i uzima se da je D mnogo veće od g. Pretpostavlja se da je permeabilnost gvožđa rotora i statora veoma visoka u poređenju s permeabilnošću vazdušnog procepa. Namotaji rotora i statora proizvode talase m. m. s. koji su prostorno sinusoidno raspodeljeni duž vazdušnog procepa tako da je: m. m. s. rotora

$$F_1 = F_{1(\text{vrh})} \sin(\theta + \delta)$$

m. m. s. statora

$$F_2 = F_{2(\text{vrh})} \sin \theta$$

gde θ i δ imaju isto značenje kao u od. 3-2.

a) Izvesti izraz za energiju nagomilanu u magnetnom polju mašine.

b) Pokazati da se elektromagnetni obrtni momenat može shvatiti kao prvi parcijalni izvod nagomilane energije i da se taj izvod može izračunati smatrajući m. m. s. konstantnom. Na toj osnovi izvesti jednačinu za obrtni momenat, 3-22, za mašinu sa p' polova, iz rezultata dobivenog pod *a)*.

3-4. Talasi m. m. s. indukta i magnetne indukcije u vazdušnom procepu kod mašina za jednosmernu struju prikazuju se katkad ravnokrakim trouglom amplitude F_A, odnosno pravougaonikom visine B. Imati u vidu da su nulte vrednosti ovih talasa pomerene uzajamno za električni ugao δ.

a) Izvesti izraz za obrtni momenat u zavisnosti od F_A, fluksa po polu ϕ, ugla δ i broja polova p'.

b) Svesti izraz pod *a)* u oblik podesan za mašine jednosmerne struje sa dirkama u normalnom položaju, $\delta = \pi/2$.

c) Odrediti u procentima grešku koja bi se prouzrokovala kad bi se za izračunavanje obrtnog momenta pod *b)* uzele samo osnovne harmonične komponente trougaone m. m. s. i pravougaone magnetne indukcije. Fluks po polu ϕ treba uzeti toliki da odgovara osnovnoj harmoničkoj komponenti magnetne indukcije.

d) Ponoviti zadatak pod *b)* zamenjujući pravougaoni talas magnetne indukcije sinusoidom koja ima isti fluks po polu ϕ. Upotrebiti samo osnovnu komponentu trougaonog talasa m. m. s. Odrediti procentualnu grešku u izračunavanju obrtnog momenta pod *b)*.

3-5. Ponoviti tač. *a)* i *b)* zadatka 3-4 sa talasom magnetne indukcije u vazdušnom procepu u obliku sinusoide amplitude $B_{(\text{vrh})}$. Talas m. m. s. indukta ostaje i ovde ravnokraki trougao amplitude F_A.

3-6. U vazdušnom procepu rotacionih mašina nalaze se sledeće raspodele m. m. s. i magnetne indukcije: (1) m. m. s. od rotorskih struja, (2) m. m. s. od statorskih struja, (3) rezultantna m. m. s., (4) magnetna indukcija od rotorskih struja, (5) magnetna indukcija od statorskih struja, (6) rezultantna magnetna indukcija. Za mašine sa ravnomernim vazdušnim procepom opravdana je pretpostavka da raspodela m. m. s. i magnetne indukcije ima oblik sinusoidnih talasa. Ako se

još pretpostavi da se ukupan magnetni otpor nalazi u vazdušnom procepu, pokazati da se jedn 3-22 može izraziti pomoću sledećih veličina, i navesti ugao za svaki slučaj:

a) veličine 1 i 5
b) veličine 2 i 4
c) veličine 1 i 6
d) veličine 1 i 2.

3-7. U primeru 1-2 je na prostoj fizičkoj osnovi pokazano da se elektromagnetni obrtni momenat ne može dobiti kad se 4-polni rotor upotrebi u 2-polnom statoru. Uopštavajući ovaj zaključak može se reći da sve rotacione mašine moraju imati isti broj polova u statoru i u rotoru. Da bismo do istog zaključka došli analitičkim putem, uzmimo da se funkcija jednog dela mašine sastoji u tome da proizvede sinusoidnu raspodelu magnetne indukcije sa $2m$ polova

$$B = B_{(\mathrm{vrh})} \sin m\,\theta$$

Uzmimo da je funkcija drugog dela mašine da proizvodi sinusoidni strujni plašt i odgovarajuću sinusoidnu raspodelu m. m. s. sa $2n$ polova

$$F = F_{(\mathrm{vrh})} \sin n\,(\theta - \delta)$$

U oba ova izraza θ i δ su u mehaničkim jedinicama.

Sledujući opštem postupku za iznalaženje jedn. 3-22, naći izraz za obrtni momenat u zavisnosti od harmoničkih komponenata magnetne indukcije i m. m. s., i pokazati da je ravan nuli, izuzev za $m = n$.

3-8. Mali opitni trofazni 4-polni alternator ima koncentrisane dijametralne namotaje spregnute u zvezdu, šematski prikazane na sl. 1-27 i 1-28. Svaka kanura (na primer, ona čije su strane a i $-a$) ima dva navojka, a svi navojci iste faze vezani su na red. Fluks po polu iznosi 0,25 Wb i raspodeljen je sinusoidno u prostoru. Rotor se okreće sa 1800 obr/min.

a) Odrediti efektivnu vrednost indukovanog faznog napona.

b) Odrediti efektivnu vrednost indukovanog linijskog napona (između faza).

c) Uzmimo da je fazni redosled abc i da nulto vreme pada u trenutku kad je ukupni fluks kroz kolo maksimalan za fazu a. Napisati grupu vremenskih jednačina za tri fazna napona između krajeva a, b, c i neutralne tačke.

d) Pod uslovima navedenim u tač. *c)* napisati grupu vremenskih jednačina za napone između faza a i b, b i c i c i a.

3-9. Izvođenje jedn. 3-38 za prosečnu e. m. s. E_a u kanuri sa N navojaka u induktu mašine za jednosmernu struju zasnovano je na sinusoidnoj raspodeli fluksa. Naći odgovarajući izraz za pravougaonu raspodelu fluksa u vazdušnom procepu.

3-10. Jednačina 3-35 za trenutnu vrednost napona indukovanog u kanuri sa N navojaka zasnovana je na pretpostavci da talas fluksa ima konstantnu amplitudu i da je sinusoidno raspodeljen u prostoru, obrćući se ravnomernom brzinom u odnosu na kanuru. Sve to važi za normalnu trofaznu mašinu koja radi pri uravnoteženim uslovima. Pri analizi jednofaznih motora, međutim, može se pojaviti drukčija situacija. Može se smatrati da se magnetna indukcija u vazdušnom procepu sinusoidno menja u prostoru po obimu, ali da se talas ne obrće. S obzirom da fluks proizvodi naizmenična struja koja se u vremenu menja sinusoidno sa kružnom učestanošću ω, amplituda talasa fluksa menja se takođe sinusoidno sa vremenom. Kanura sa N navojaka obrće se konstantnom brzinom n.

Ispitati prirodu napona koji se pri tim uslovima indukuje u kanuri. Naročito pokazati da se taj napon sastoji od dve komponente, prva sa amplitudom srazmernom kružnoj učestanosti struje u pobudnom namotaju, a druga sa amplitudom srazmernom brzini n indukta. Prva komponenta se zove *napon usled transformacije*, a druga *napon usled rotacije*.

3-11. Nacrtati u približnoj razmeri, po ugledu na sl. 3-17, raspodele fluksa statora za dvopolnu trofaznu, asinhronu ili sinhronu mašinu za sledeće trenutke vremena:

a) Kad je struja u fazi b ravna nuli.

b) Proizvoljno izabrani trenutak kad struja u bilo kojoj fazi nije ni maksimalna ni ravna nuli.

Pokazati doprinos svake od tri faze, kao i ukupnu raspodelu statorskog fluksa.

3-12. Nacrtati u približnoj razmeri raspodelu statorskog fluksa koja bi odgovarala sl. 3-17, ali za obrnuti redosled faza, tj. kad bi priključeni naponi imali svoje vremenske maksimume u redosledu cba umesto abc.

3-13. Nacrtati u približnoj razmeri dijagrame kao na sl. 3-17 za sledeće namotaje:

a) Namotaj se sastoji od 2 kanure razmaknute u prostoru za 90° sa priključenim naponima iste veličine ali fazno pomerenim za 90° u vremenu. Takav namotaj bi služio za dvopolni motor napajan iz dvofazne mreže sa tri voda.

b) Namotaj se sastoji od 4 kanure razmaknute u prostoru za po 90°, sa priključenim naponima iste veličine ali fazno pomerenim za po 90° u vremenu. Takav namotaj bi služio za 4-fazni motor.

c) Kad je učestanost mreže 60 Hz, kolika je sinhrona brzina za tač. *b)*?

d) Mogu li se rezultantna polja u tač. *a)* i *b)* razlikovati od polja trofaznog namotaja?

e) Objasniti dejstvo na polje u tač. *a)* kad su dva napona fazno pomerena samo oko 80° u vremenu. Ova situacija se javlja pri puštanju u rad nekih jednofaznih asinhronih motora.

3-14. U uravnoteženoj dvofaznoj mašini dva namotaja su u prostoru pomerena za 90 električnih stepeni a struje u namotajima su fazno pomerene u vremenu za 90 električnih stepeni. Po kome postupku će se za takvu mašinu doći do jednačine kao što je jedn. 3-47 za obrtni talas m. m. s.? Propratiti izvođenje ovoga postupka objašnjenjima i skicama kao na sl. 3-16 i 3-17.

3-15. U od. 3-6, odmah posle izvodenja i diskusije jedn. 3-47, rečeno je sledeće: „Uopšte se može dokazati da se dobija obrtno polje stalne amplitude dejstvom q-faznog namotaja, pobuđenog q-faznim uravnoteženim strujama, kad su odnosne faze namotane u prostornim odstojanjima od $2\pi/q$ električnih radijana. Konstantna amplituda će biti ravna $q/2$ puta najveći doprinos ma koje faze, a brzina talasa je data jednačinom 3-39."

Dokazati ova tvrđenja.

3-16. Trofazni asinhroni motor obrće se približno sa 1200 obr/min u praznom hodu, a sa 1140 obr/min pri punom opterećenju kad je priključen na trofaznu mrežu 60 Hz.

a) Koliko polova ima motor?

b) Koliko je u procentima klizanje pri punom opterećenju?

c) Kolika je odgovarajuća učestanost rotorskih napona?

d) Kolika je relativna brzina (1) rotorskog polja u odnosu na rotor? (2) Rotorskog polja u odnosu na stator? (3) Rotorskog polja u odnosu na statorsko polje?

e) Kolika bi bila brzina rotora pri klizanju od 10%?

f) Kolika je učestanost rotora pri toj brzini?

g) Ponovi tač. *d)* za klizanje od 10%.

3-17. „Elektropult" (vidi *Westinghouse Engr.*, septembar 1946, str. 161) je uređaj na principu asinhronog motora, zamišljen za zaletanje teško opterećenih aviona na kratkoj zaletnoj stazi. Sastoji se od kola koja se kreću po dugačkom koloseku. Kolosek se sastoji od razvijenog kaveznog namotaja, a kola, dužine 12 stopa (3,66 m) širine 3½ stope (1,07 m) i samo 5½ in (14 cm) visoka, imaju razvijeni trofazni osmopolni namotaj. Razmak osa susednih polova je 12/8 = 1½ stopa (45,8 cm). Kola se napajaju sa mreže 60 Hz preko klizača koji se pružaju kroz žlebove ka šinama ispod nivoa tla. Kola razvijaju 10000 HP i mogu da zalete avion za svega 4 sekunde duž staze od 340 stopa (oko 100 m).

a) Kolika je sinhrona brzina u km na čas?

b) Da li kola dostižu tu brzinu? Obrazložite svoj odgovor?

c) Kojoj učestanosti klizanja odgovara brzina kola od 120 km/čas?

d) Otpor šipki kaveznog namotaja na koloseku smanjuje se od maksimuma pri polasku do minimuma na mestu gde avion napušta zaletnu stazu. Objasniti svrhu i dejstvo ove konstrukcije.

e) Čim se avion odlepi, u trofazni namotaj se pušta jednosmerna struja. Objasniti kako to dejstvuje.

3-18. Stator asinhronog motora ima 4-polni trofazni namotaj, priključen na uravnoteženi trofazni izvor 60 Hz. Rotor ima 4-polni dvofazni namotaj kratko spojen na kliznim prstenovima.

a) Postoji li polazni obrtni momenat?

b) Koja je učestanost rotorskih e. m. sila pri 1200 obr/min?

c) Rezultantni sinusoidni fluks po polu je 0,04 Wb, a odnos rasipne reaktanse prema otporu rotora je 4,0 za 60 Hz i menja se linearno sa učestanošću rotora. Kolika je amplituda talasa m. m. s. rotora potrebna da se proizvede obrtni momenat od 50 Nm pri 1200 obr/min?

3-19. Objasniti kako bi na normalnu karakteristiku obrtni momenat—brzina asinhronog motora delovale sledeće promene:

a) Smanjenje priključenog napona na polovinu uz normalnu učestanost.

b) Smanjenje na polovinu i priključenog napona i učestanosti.

Skicirati odgovarajuće karakteristike obrtni momenat—brzina u njihovim približnim položajima u odnosu na normalnu karakteristiku. Dejstvo otpora i rasipne reaktanse statora ne uzeti u obzir.

3-20. Višefazni asinhroni motor sa rotorom s prstenovima i izvesnim spoljnim otporom dodatim u kolo rotora, opterećen je kočnicom tako da se obrće brzinom n (obr/min) i proizvodi obrtni momenat M_1 (Nm). Zatim se dodati spoljni otpor isključi tako da motor radi sa kratko spojenim kliznim prstenovima rotora. Otpor i rasipna reaktansa statora mogu se zanemariti.

a) Kad se sada opterećenje podesi tako da se motor još uvek obrće brzinom n, objasniti da li će se sledeće veličine smanjiti ili povećati u odnosu na vrednosti pri radu motora s dodatim otporom: obrtni momenat, ugao obrtnog momenta δ, m. m. s. rotora.

b) Kad se sada opterećenje podesi tako da motor ima obrtni momenat M_1, objasniti šta će se desiti sa m. m. s. rotora i uglom obrtnog momenta δ u poređenju s njihovim prvobitnim vrednostima.

3-21. Asinhroni trofazni motor 10 KS, 220 V, 60 Hz sa 6 polova i rotorom s prstenovima, ima otpor rotora od 0,2 oma po fazi i rasipnu reaktansu rotora od 0,6 oma po fazi pri 60 Hz.

Ukupan fluks po polu je 0,025 Wb. Sa izvesnim opterećenjem vratila, obrtni momenat potreban za pokretanje tereta i rotora je 40,7 Nm (30 funti-stopa).

a) Koja je najmanja amplituda m. m. s. rotora potrebna da bi motor mogao da se pusti u rad?

b) Kad je amplituda rotorske m. m. s. 250 ampernavojaka, koliki otpor se mora dodati svakoj fazi rotora da bi se razvio dovoljan obrtni moment za puštanje motora u rad?

3-22. Stator trofaznog asinhronog motora ima namotaj za 6 polova. Pod pretpostavkom da svi sledeći rotori mehanički odgovarajit, navesti koji od njih će sa statorom proizvesti motorsko dejstvo:

a) Četvoropolni trofazni rotor sa prstenovima
b) Četvoropolni 4-fazni rotor sa prstenovima
c) Šestopolni trofazni rotor sa prstenovima
d) Šestopolni 4-fazni rotor sa prstenovima
e) Kavezni rotor
f) Šestopolni rotor pobuđen iz izvora jednosmerne struje.

3-23. Stator neopterećenog trofaznog 6-polnog asinhronog motora s rotorom s prstenovima vezan je za izvor 60 Hz; rotor je vezan za izvor 25 Hz.

a) Da li će se javiti polazni obrtni momenat?

b) Pri kojoj brzini će nastupiti ustaljen rad motora? Postoje dva mogućna odgovora u zavisnosti od okolnosti u pojedinim slučajevima.

c) Šta određuje jednu od dvaju brzina u tač. *b)* sa kojom će se motor obrtati u određenom slučajit?

d) Pretpostavimo sad da se učestanost priključena na rotor menja u granicama od nule do 25 Hz. Skicirati krive koje će pokazivati brzinu motora u obr/min kao funkciju od učestanosti rotora, tumačeći učestanost ravnu nuli kao jednosmernu struju.

e) Koje promene u gornjim odgovorima treba izvršiti kad je motor pod punim opterećenjem umesto bez opterećenja.

3-24. Trofazni 8-polni, u zvezdu spregnuti, sinhroni alternator za 60 Hz ima 100 navojaka po fazi indukta koji se mogu smatrati kao koncentrisane dijametralne kanure. Mašina isporučuje 20 kW u uravnoteženu trofaznu mrežu linijskog napona 550 volti. Pod tim uslovima talas m. m. s. koji potiče samo od polova rotora proizvodi maksimalnu vrednost sinusoidne m. m. s. u središtu polova ravnu 1000 ampernavojaka. Otpor i rasipna reaktansa namotaja indukta mogu se zanemariti.

a) Koliki je rezultantni sinusoidni fluks u vazdušnom procepu po polu u Wb?

b) Koliki je ugao između polova rotora i talasa rezultantnog fluksa?

3-25. Sinhroni motor čiji stator je vezan za uravnotežen višefazni izvor radi sa faktorom snage 1,00 i konstantnim obrtnim momentom, koji je ravan polovini njegove vrednosti pri punom opterećenju. Objasniti u kom smeru (u smeru obrtanja ili suprotno smeru obrtanja) će se rotor pomaći u odnosu na talas rezultantne magnetne indukcije u vazdušnom procepu kad se pojača struja pobude.

3-26. Sinhroni motor napajan iz mreže konstantnog napona, opterećen je konstantnim obrtnim momentom. Dejstvo gubitaka i rasipne reaktanse indukta mogu se zanemariti. Pobudna struja se prvobitno podesi tako da motor radi s faktorom snage ravnim jedinici. Navesti i obrazložiti kako će smanjenje pobudne struje uticati na sledeće vrednosti:

a) Veličina talasa rezultantnog fluksa
b) Komponenta struje indukta u fazi s naponom
c) Prostorni fazni ugao δ između m. m. s. indukta i rezultantnog talasa fluksa.

3-27. Trofazni sinhroni motor, 100 KS, napajan iz mreže konstantnog napona, radi pod punim opterećenjem sa kapacitivnim sačiniocem snage 0,80. Rukovalac polako smanjuje pobudnu struju motora u nameri da je svede na nulu. Nikakve druge promene se ne sprovode. Ukratko objasniti važna zbivanja pri smanjivanju pobudne struje.

3-28. Trofazna mreža 60 Hz treba da snabdeva električnom energijom trofaznu mrežu 25 Hz preko motor-generatorskog agregata koji se sastoji od dve neposredno spojene sinhrone mašine.

a) Koliki je najmanji broj polova koji može imati motor?

b) Koliki je najmanji broj polova koji može imati generator?

c) Sa kojim brojem obrtaja u minuti treba da radi agregat određen pod *a)* i *b)*?

3-29. Sl. 3-49 prikazuje trofaznu asinhronu mašinu koja ima rotor s prstenovima i vratilom kruto spojeno sa vratilom trofaznog sinhronog motora. Krajevi trofaznog rotorskog namotaja asinhrone mašine izvedeni su na klizne prstenove kao što pokazuje slika. Sinhroni motor obrće asinhronu mašinu pogodnom brzinom u shodnom smeru tako da se na kliznim prstenovima dobiva trofazni napon 120 Hz. Asinhrona mašina ima 6-polni statorski namotaj.

a) Koliko polova mora imati rotorski namotaj asinhrone mašine?

b) Kad se statorsko polje asinhrone mašine obrće u smeru kazaljke sata, u kom smeru se mora obrtati njen rotor?

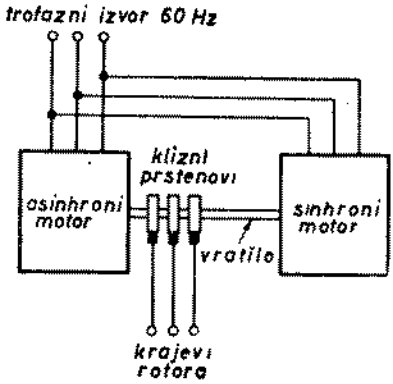
c) Koliki mora biti broj obrtaja u minuti?

d) Koliko polova mora imati sinhroni motor?

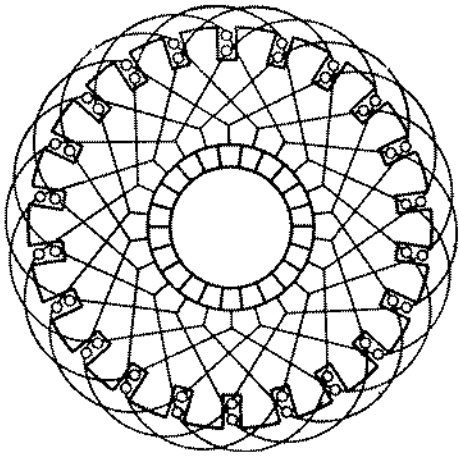
3-30. Uređaj prikazan na sl. 3-49 služi za pretvaranje napona učestanosti 60 Hz u druge učestanosti. Sinhroni motor ima 2 pola i okreće zajedničko vratilo u smeru kazaljke sata. Asinhrona mašina ima 12 polova, a njeni statorski namotaji su vezani za mrežu da bi proizveli polje koje se obrće u smeru suprotnom kazaljki sata (tj. suprotno smeru obrtanja sinhronog motora). Mašina ima na rotoru namotaj čiji su krajevi izvedeni na klizne prstenove.

a) Sa kojom brzinom radi motor?

b) Kolika je učestanost rotorskih napona asinhrone mašine?



Sl. 3-49. Međusobno povezani asinhroni i sinhroni motor, za zad. 3-29 i 3-30



Sl. 3-50. Induktni namotaj mašine za jednosmernu struju za zad. 3-31

3-31. Za šemu namotaja indukta mašine za jednosmernu struju pokazanu na sl. 3-50, odrediti:

a) Broj polova.

b) Da li je to omčasti ili talasasti namotaj?

c) Broj dirki.

d) Broj paralelnih kola.

Na šemi namotaja nacrtan je samo 1 navojak po kanuri. Koliko navojaka i koliki fluks po polu je potreban da bi se proizvodio napon od 110 volti pri 1750 obr/min, kad fluks po polu izosi približno $5 \cdot 10^{-3}$ Wb?

3-32. Indukt mašine prikazane na sl. 3-46 napaja se strujom učestanosti 60 Hz preko kliznih prstenova *a*, *b*, *c*. Pobudni namotaj se napaja jednosmernom strujom. Indukt se obrće kao u sinhronoj mašini sa 3600 obr/min. Koju učestanost očekujete na dirkama *A* i *B* kad se one obrću u istom smeru kao indukt sa (*a*) 3600, (*b*) 2400, (*c*) 1200 i (*d*) nula obr/min? I kad se dirke obrću u suprotnom smeru?

Odgovorite na gornja pitanja za slučaj da se indukt napaja strujom 60 Hz ali da se obrće sa 2400 obr/min dok se telo indukta napajanog jednosmernom strujom obrće u suprotnom smeru sa 1200 obr/min.

3-33. *a)* Uporedite dejstvo koje bi na brzinu otočnog motora za jednosmernu struju imale promene napona napajanja sa dejstvom koje bi imale promene ograničene samo na napon na krajevima indukta tako da struja pobude ostane nepromenjena.

b) Uporedite oba ova dejstva sa dejstvom promene ograničene na otočnu pobudnu struju, dok se napon na krajevima indukta ne bi menjao.

3-34. Navesti približno kako bi svaka od niže navedenih promena radnih uslova uticala na induktnu struju i brzinu otočnog motora za jednosmernu struju:

a) Smanjenje napona na krajevima indukta na polovinu, dok bi pobudna struja i otporni momenat ostali konstantni.

b) Smanjenje napona na krajevima indukta na polovinu, dok bi pobudna struja i odata snaga ostali konstantni.

c) Udvostručenje pobudnog fluksa, dok bi napon na krajevima indukta i otporni momenat ostali konstantni.

d) Smanjenje pobudnog fluksa i napona na krajevima indukta na polovinu, dok bi odata snaga ostala konstantna.

e) Smanjenje napona na krajevima indukta na polovinu, dok bi pobudni fluks ostao konstantan a otporni momenat bi se menjao s kvadratom brzine.

Za sve ove slučajeve traži se samo kratka kvantitativna procena reda veličine promene, na primer „brzina približno udvostručena".

3-35. Napišite kratak tehnički prikaz o mogućnosti i praktičnosti korišćenja jednofazne naizmenične struje za rad (*a*) otočnog, (*b*) rednog i (*c*) kompaundovanog motora. Ovog puta ne upuštati se u pitanja kao što su dobivanje komutacije bez varničenja i uticaj gubitaka usled histereze i vihornih struja na rad mašine.

GLAVA 4

UVOD U ANALIZU MAŠINA

Pripremno proučavanje rada mašina i njihovih mogućnosti u prethodnoj glavi zasnovano je na idealizovanim mašinama, a glavne pretpostavke za tu idealizaciju nabrojane su u pet grupa na početku od. 3-2. S druge strane, podrobna proučavanja pojedinih tipova mašina, izložena u glavama koje neposredno sleduju ovoj, moraju biti zasnovana na tačnijem predstavljanju stvarnih uslova običnih, praktično ostvarenih motora i generatora. Između ova dva stupnja teorijskog izlaganja moraju se idealizovani pojmovi pomiriti sa stvarnim, a to je glavni predmet ove glave.

Za postignuće ovog cilja najvažnije je ispitati oblike talasa indukovanog napona, magnetne indukcije i m. m. s. proizvedenih stvarnim namotajima. Veliku pažnju treba obratiti na uticaje izazvate odstupanjima od sinusoida pretpostavljenih u gl. 3, kao i sredstvima da se ta odstupanja i njihov uticaj svedu na najmanju meru kad god se pokažu štetnim. U pogledu ovog poslednjeg počinje da se javlja izvesno razmimoilaženje između detaljnih teorija mašina za naizmeničnu i mašina za jednosmernu struju, a to razmimoilaženje potiče uglavnom od prisustva namotaja sa komutatorom u mašinama jednosmerne struje. Tačnije rečeno, utvrđeno je da je kod običnih dobro konstruisanih mašina za naizmeničnu struju uticaj odstupanja od sinusoida veoma mali pod normalnim radnim uslovima; analiza njihovih karakteristika može se prema tome zasnivati neposredno na načelima izloženim u gl. 3. Za mašine jednosmerne struje, međutim, ustanovljeno je da se m. m. sila indukta vernije prikazuje trouglom i da specifična raspodela fluksa po polu duž obima indukta obično ne utiče na analitičke rezultate. Vodeći računa o ovim činjenicama izložene su ispravljene jednačine napona i obrtnog momenta.

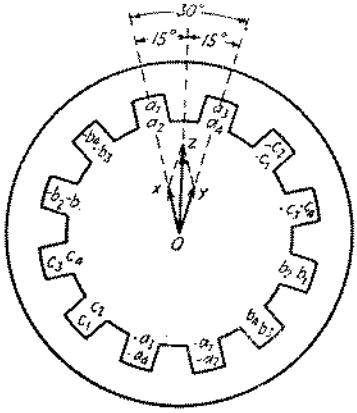
Kad se ova ispitivanja povežu sa ranije razvijenim idejama, dobiva se jedna mala grupa izraza između veličina mašine na kojima se osniva kasnije proučavanje radnih karakteristika. Ti izrazi su za indukovani napon i obrtni momenat mašina za jednosmernu struju 4-14 i 4-47, a za iste veličine mašina za naizmeničnu struju 4-38 i 4-56. Pažnja se mora posvetiti i pitanjima kao što su način obrade zasićenja i obračunavanja gubitaka i njihovih uticaja.

4-1. Višefazne mašine. — Indukovani naponi. Prelazeći sa prostih namotaja na one koji se stvarno upotrebljavaju, treba imati na umu dva važna činioca a to su: najštedljivija upotreba prostora i materijala u mašini i svođenje na najmanju meru dejstva dosad zanemarivanih harmonika. Polazeći od toga dobiveni su složeniji i bolje raspoređeni namotaji i oni se mogu ispitati pomoću jedn. 3-36 koja daje napon indukovan u jednoj kanuri sa N navojaka dejstvom obrtnog polja sa sinusoidnom raspodelom u prostoru. Jedan nov elemenat, međutim, sastoji se u sabiranju napona pojedinih kanura ili provodnika da bi se dobio napon jedne fazne grupe. Ovo sabiranje napona osnovne učestanosti čini predmet ovog odeljka. Razmatranje uticaja prostornih harmonika fluksa na napon odloženo je za od. 4-6.

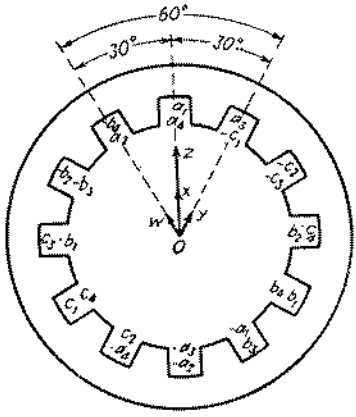
a. Raspodeljeni tetivni namotaji. Nezgodna strana prostih koncentrisanih namotaja sa sl. 1-26 je u tome što veliki deo unutrašnje površine statora ostaje stvarno neiskorišćen. U oba slučaja svakoj fazi je dodeljen po jedan žleb po polu. Posmatranje tih crteža navodi na pomisao da se između postojećih urežu dopunski žlebovi i da se još po dva žleba ili više uzastopnih žlebova po polu upotrebe za pojedine faze, čime bi se dobio namotaj u kome su strane kanura pojedinih faza raspodeljene po čitavim delovima površine statora. Razmak od 120° između faza trofazne mašine mora se, naravno, održati. Ustanoviće se da se ovakvom raspodelom namotaja smanjuje sadržaj harmonika u talasima napona i m. m. s.

Tako raspodeljen namotaj za trofaznu dvopolnu mašinu prikazan je na sl. 4-1. Ovaj slučaj sadrži sve odlike opštijeg slučaja sa bilo kojim celim brojem faza, polova i žlebova po polu i po fazi. Istovremeno je prikazan i *dvoslojni namotaj* za razliku od *jednoslojnog namotaja* iz sl. 1-26. Namotaji u dva sloja obično omogućuju da bočne veze budu prostije i troškovi proizvodnje manji, zbog čega ih nalazimo u svima mašinama izuzev malih motora ispod 10 KS. Jedna strana kanure, kao na primer a_1, stavi se obično na dno žleba, a druga, $-a_1$, odozgo u neki drugi žleb. Strane kanura, kao a_1 i a_3, ili a_2 i a_4 koje su u susednim žlebovima i pripadaju istoj fazi, obrazuju jedan *fazni pojas*. Svi fazni pojasi su jednaki kad se upotrebljava ceo broj žlebova po polu i po fazi, a za normalne mašine periferijski ugao zahvaćen faznim pojasom iznosi 60 električnih stepeni za trofazne mašine, a 90 električnih stepeni za dvofazne mašine.

Sve pojedine kanure na sl. 4-1 zahvataju pun korak ili 180 električnih stepeni, shodno tome ovakav namotaj se zove *dijametralni namotaj (s punim korakom)*. Pretpostavimo sada da se sve strane kanura na vrhu žlebova pomere za po jedan žleb u smeru suprotnom kazaljki sata, kao na sl. 4-2. Svaka kanura, kao a_1, $-a_1$, obuhvataće tada samo 5/6 polnog koraka ili (5/6) (180) = 150 električnih stepeni i tako se dobiva *tetivni namotaj*. Sličnim pomeranjem za dva žleba dobio bi se namotaj s korakom 2/3 itd. Faze su sad izmešane, jer neki žlebovi sadrže strane kanura iz faza *a* i *b*, *a* i *c* i, *b* i *c*. Pojedine grupe jedne faze, kao ona koju obrazuju a_1, a_2, a_3, a_4 na jednoj strani i $-a_1$, $-a_2$, $-a_3$, $-a_4$ na drugoj, još uvek su pomerene za 120 električnih stepeni od grupa ostalih faza, tako da se proizvode trofazni naponi. Osim manje važne osobine da skraćuju bočne veze, videćemo da tetivni namotaji smanjuju sadržaj harmonika u talasima napona i m. m. s.



Sl. 4-1. Raspodeljeni dijametralni namotaj za trofazni dvopolni indukt sa vektorskim dijagramom napona.



Sl. 4-2. Raspodeljeni tetivni namotaj za trofazni dvopolni indukt, sa vektorskim dijagramom napona.

Bočne veze između strana kanura leže obično u oblasti neznatne magnetne indukcije tako da njihova izmena ne utiče mnogo na uzajamni ukupni fluks kroz

namotaj. Raspored strana kanura u žlebovima jeste, dakle, činilac kojim je određen indukovani napon i samo taj raspored treba naznačiti u sl. 4-1 i 4-2. Jedino je potrebno da sve strane kanura iste faze budu obuhvaćene u povezivanju tako da se pojedini naponi sabiraju i doprinose ukupnom naponu. Praktična posledica toga jeste da se bočne veze mogu raditi saglasno uslovima što jednostavnije proizvodnje; teorijska posledica jeste da se prilikom nekih izračunavanja bočne strane kanura iste faze, u slučaju da se time postižu izvesne prednosti, mogu proizvoljno kombinovati da bi se obrazovale ekvivalentne kanure.

Nešto se ipak žrtvuje time što se umesto koncentrisanih dijametralnih namotaja prema sl. 1-26 upotrebljavaju raspodeljeni tetivni namotaji prema sl. 4-1 i 4-2. Za isti broj navojaka po fazi indukovani napon je niži. Uopšte rečeno, harmonici se, međutim, smanjuju u znatno većoj meri, a veći je i ukupan broj navojaka koji se mogu smestiti na gvožđu datog geometrijskog oblika. Dejstvo raspodele namotaja na sl. 4-1 jeste u tome da naponi kanura a_1 i a_2 nisu u fazi s naponima u kanurama a_3 i a_4. Tako se naponi kanura a_1 i a_2 mogu predstaviti vektorom OX u sl. 4-1, a naponi kanura a_3 i a_4 vektorom OY. Vremenska fazna pomerenost između ova dva napona je ista kao električni ugao između susednih žlebova, tako da OX i OY padaju u ose susednih žlebova. Rezultantni vektor OZ za fazu a očigledno je manji od aritmetičkog zbira OX i OY.

Osim toga, tetivni namotaj prema sl. 4-2 dejstvuje tako da kanura obuhvata manji deo ukupnog fluksa nego što bi obuhvatila kanura dijametralnog namotaja. Ovo dejstvo se može superponirati na dejstvo raspodeljenosti namotaja, smatrajući strane kanura a_2 i $-a_1$ kao ekvivalentnu kanuru s vektorom napona OW (sl. 4-2), strana kanura a_1, a_4 — a_2 i — a_3 kao dve ekvivalentne kanure sa vektorom napona OX (dvaput dužim od OW) i strane kanura a_3 i — a_4 kao ekvivalentnu kanuru sa vektorom napona OY. Rezultantni vektor OZ za fazu a očigledno je manji od aritmetičkog zbira OW, OX i OY, a takođe manji nego OZ u sl. 4-1.

Kombinacija ova dva dejstva može se uzeti u obzir pomoću *namotajnog sačinioca* k_w koji treba da se uvede u jedn. 3-36. Prema tome, indukovani napon po fazi je

$$E = 4{,}44\, k_w f N_{ph}\, \phi \tag{4-1}$$

gde je N_{ph} ukupan broj navojaka vezanih na red u jednoj fazi, a k_w faktor kojim se uzima u obzir odstupanje od koncentrisanog dijametralnog namotaja. Za trofazne mašine jedn. 4-1 daje linijski napon za namotaj spregnut u trougao i fazni napon za namotaj spregnut u zvezdu. Kao u svakoj uravnoteženoj zvezdastoj sprezi, napon između linija ovog poslednjeg namotaja ravan je $\sqrt{3}$ puta fazni napon.

Primer 4-1. Trofazna šestopolna mašina za naizmeničnu struju ima dijametralni namotaj, raspodeljen u 36 žlebova. Odrediti namotajni sačinilac k_w.

Rešenje. S obzirom da namotaj ima $36/(6 \times 3) = 2$ žleba po polu po fazi, položaj naspram bilo kog para polova je kao na sl. 4-1, pa i vektorski dijagram sa te slike važi. Uzmimo da dužina vektora OX i OY iznosi dve jedinice. Tada je

$$OZ = 2 \cos 15° + 2 \cos 15° = 3{,}863$$

Aritmetički zbir vektora OX i OY iznosi četiri jedinice; odatle je

$$k_w = \frac{3{,}863}{4} = 0{,}966$$

Primer 4-2. Namotaj iz primera 4-1 zamenjen je tetivnim namotajem sa skraćenjem 5/6. Naći novi namotajni sačinilac k_w.

Rešenje. Ovde važi vektorski dijagram iz sl. 4-2. Uzmimo da dužina vektora OW iznosi jednu jedinicu, a vektora OX dve jedinice. Tada je

$$OZ = (1) \cos 30° + 2 + (1) \cos 30° = 3{,}732$$

namotajni sačinilac je

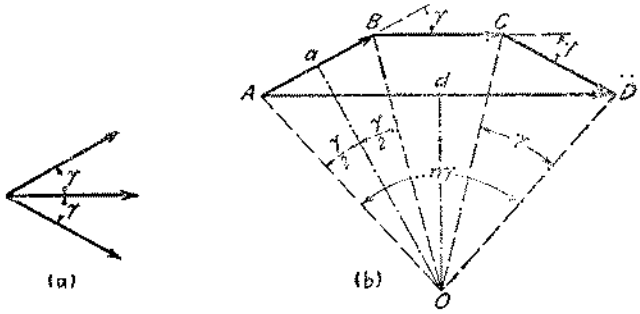
$$k_{w0} = \frac{3{,}732}{4} = 0{,}933$$

Uporedujući sa primerom 1 vidi se da je napon indukovan u ovom namotaju smanjen faktorom 0,966 zbog njegove raspodele na više od 1 žleba po polu po fazi i dopunskim faktorom

$$\frac{0{,}933}{0{,}966} = 0{,}966$$

zbog primene skraćenja na 5/6. Jednakost dva faktora je slučajna i bez značaja

b. Pojasni i tetivni sačinioci. Posmatrajući posebno dejstvo raspodele i dejstvo skraćenja namotaja, redukcioni sačinioci mogu se dobiti u opštem obliku, podesnom za kvantitativnu analizu. Dejstvo raspodele namotaja na n žlebova po faznom pojasu



Sl. 4-3. (*a*) Vektori napona za raspodeljeni namotaj i (*b*) sabiranje tih vektora

je u tome što se dobivaju n vektora napona fazno pomerenih za električni ugao γ između žlebova, pri čemu je γ ravno količniku 180 električnih stepeni i broja žlebova po polu. Takva grupa vektora prikazana je na sl. 4-3*a*, i u obliku podesnijem za sabiranje, u sl. 4-3*b*. Svaki vektor AB, BC i CD je tetiva kruga sa središtem u O kojoj odgovara središni ugao γ. Zbiru vektora AD odgovara središni ugao $n\gamma$, koji kao što je ranije primećeno iznosi 60 električnih stepeni za normalne trofazne mašine s ravnomernom raspodelom, odnosno 90 električnih stepeni za odgovarajuće dvofazne mašine. Iz trouglova OAa odnosno OAd je

$$OA = \frac{Aa}{\sin(\gamma/2)} = \frac{AB}{2\sin(\gamma/2)} \tag{4-2}$$

$$OA = \frac{Ad}{\sin(\gamma/2)} = \frac{AD}{2\sin(\gamma/2)} \tag{4-3}$$

Izjednačenjem dve vrednosti za OA dobiva se

$$AD = AB\frac{\sin(n\gamma/2)}{\sin(\gamma/2)} \tag{4-4}$$

Ali aritmetički zbir vektora je $n(AB)$. Prema tome, redukcioni sačinilac usled raspodele namotaja je

$$k_b = \frac{AD}{n(AB)} = \frac{\sin(n\gamma/2)}{n\sin(\gamma/2)} \tag{4-5}$$

Faktor k_b zove se *pojasni sačinilac* namotaja.

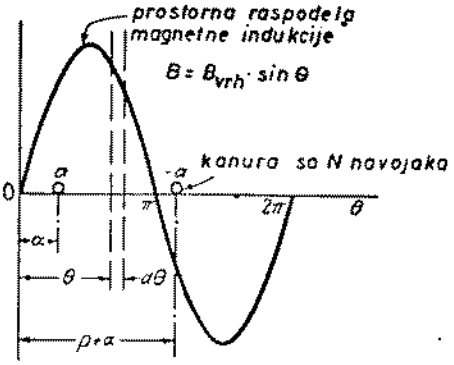
Dejstvo skraćenja na napon kanure može se dobiti jednom izmenom postupka po kome je dobivena jedn. 3-36. Osnovna skica iz sl. 3-12 ponovo je nacrtana na sl. 4-4 sa stranom kanure $-a$ samo za ρ električnih stepeni od strane a, umesto za punih 180°. Integracija u jedn. 3-27 za ukupni fluks kroz kolo vrši se ovde u granicama α i $\rho + \alpha$; prema tome je:

$$\lambda = NB_{vrh}\, lr \frac{2}{p'} \int_{\alpha}^{\rho+\alpha} \sin\theta \, d\theta \tag{4-6}$$

$$= NB_{vrh}\, lr \frac{2}{p'} [\cos\alpha - \cos(\alpha + \rho)] \tag{4-7}$$

ili, ako se α zameni sa ωt shodno jedn.3-29,

$$\lambda = NB_{vrh}\, lr \frac{2}{p'} [\cos\omega t - \cos(\omega t + \rho)] \tag{4-8}$$



Sl. 4-4. Kanura tetivnog namotaja u sinusoidnom polju

Sabiranje kosinusa u zagradi jedn. 4-8 može se sprovesti vektorski kao što je pokazano na sl. 4-5, iz koje sleduje da je

Sl. 4-5. Sabiranje vektora za kanuru tetivnog namotaja

$$\cos\omega t - \cos(\omega t + \rho) = 2\cos\frac{\pi - \rho}{2}\cos\left(\omega t - \frac{\pi - \rho}{2}\right) \tag{4-9}$$

Ovaj rezultat može se dobiti i neposredno iz članova jedn. 4-8 odgovarajućim trigonometrijskim transformacijama. Ukupni fluks kroz kolo je tada

$$\lambda = NB_{vrh}\, lr \frac{4}{p'} \cos\frac{\pi - \rho}{2} \cos\left(\omega t - \frac{\pi - \rho}{2}\right) \tag{4-10}$$

a trenutni napon koji odgovara jedn. 3-35:

$$e = \omega NB_{vrh}\, lr \frac{4}{p'} \cos\frac{\pi - \rho}{2} \sin\left(\omega t - \frac{\pi - \rho}{2}\right). \tag{4-11}$$

Fazni ugao $(\pi - \rho)/2$ u jedn. 4-11 samo ukazuje da trenutni napon nije više ravan nuli kad je α u sl. 4-4 ravan nuli. Sačinilac $\cos(\pi - \rho)/2$ je međutim sačinilac smanjenja amplitude, tako da se efektivni napon iz jedn. 3-36 menja u

$$E = 4{,}44\, k_p f N_{ph} \phi \tag{4-12}$$

gde je k_p *tetivni sačinilac* namotaja

$$k_p = \cos\frac{\pi - \rho}{2} \tag{4-13}$$

Kad se stave oba sačinioca, pojasni i tetivni, efektivni napon je

$$E = 4{,}44\, k_b\, k_p\, f N_{ph}\, \phi \tag{4-14}$$

a to je drugi oblik jednačine 4-1.

Primer 4-3. Pomoću jedn. 4-5 i 4-13 odrediti pojasni i tetivni sačinilac za namotaj iz primera 4-2 i uporediti rezultate.

Rešenje. Ugao između žlebova je $\gamma = 180/(3 \times 2) = 30°$, otud

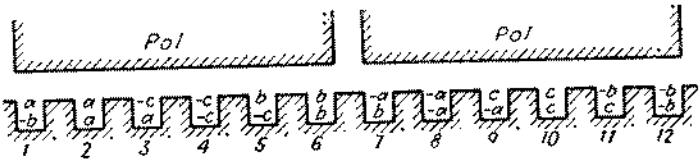
$$k_b = \frac{\sin 30°}{2 \sin 15°} = 0{,}966.$$

Ugao skraćene kanure $\rho = 5/6 \times 180 = 150°$, otud

$$k_p = \cos 1/2\,(180° - 150°) = 0{,}966$$

Ove vrednosti su, naravno, jednake odgovarajućim vrednostima iz primera 4-2.

c. Povezanost s izrazom Blv za napon. Prethodno razmatranje indukovanih napona, kao i ranija razmatranja u gl. 3, odnosila su se na napon celokupne kanure određen brzinom promene ukupnog fluksa kroz kolo te kanure. Kao što je ukazano



Sl. 4-6. Razvijena šema namotaja iz sl. 4-2

u od. 1-2, isti rezultati se mogu dobiti posmatranjem izraza *Blv* za napone pojedinih provodnika koji sačinjavaju strane kanura. Amplituda trenutnog napona u jedn. 3-35 dobiva se lako polazeći od izraza *Blv*, kao i amplituda u jedn. 4-11 kad se doda tetivni sačinilac namotaja. Primenom ovog izraza mogu se ponovo ustanoviti uloge pojasnog i tetivnog sačinioca, što pomaže da se dođe do još jednog drukčijeg tumačenja.

Slika 4-6 prikazuje isto što i sl. 4-2 samo u razvijenom obliku. Brojni indeksi za označavanje pojedinih kanura izostavljeni su s obzirom da bočne veze nisu važne sve dok svaki provodnik daje pozitivan doprinos. Žleb na levom kraju je žleb kroz koji prolazi tačkasto produženje vektora *OW* na sl. 4-2. U svakome od provodnika na sl. 4-6 indukuje se izvestan napon *Blv*, a vremenski fazni pomeraj ovih napona je isti kao prostorni fazni pomeraj odnosnih provodnika, izražen u električnim stepenima. Uloga pojasnog sačinioca za bilo koju fazu, kao, na primer, *a*, može se sada smatrati da je u tome da vektorski sabira napone provodnika faze *a* smeštenih u vrhovima žlebova, jer se takvo sabiranje vrši vektorskim dijagramima kao na sl. 4-3. Slično se može smatrati da se uloga tetivnog sačinioca sastoji u tome da u ovom zbiru obuhvati napone provodnika smeštene pri dnu žlebova, jer se takvo sabiranje vrši vektorskim dijagramima tačno kao u sl. 4-5.

Prema tome, pojasni i tetivni sačinioci samo uprošćavaju sabiranje time što ga zamenjuju množenjem; osnova za određivanje sačinilaca kojim će se množiti jeste sabiranje napona u pojedinim kanurama odnosno u pojedinim provodnicima, već prema tome da li je usvojen izraz promene ukupnog fluksa kroz kolo ili izraz *Blv*.

Primer 4-4. Uzmimo da je u proračunu izvedenom pomoću vrednosti *Blv* ustanovljeno da se za namotaj iz primera 4-2 i 4-3, kao i iz sl. 4-6, dobiva da se u svakoj strani kanure indukuje jedinica efektivne vrednosti napona. Odrediti rezultantni efektivni indukovani napon svake faze sabiranjem kompleksnih brojeva.

Rešenje. Neka je *a* izabrana faza, a napon u strani kanure *a*, žleba 1, sl. 4-6, neka posluži proizvoljno kao referentni vektor. Naponi faze *a* u pojedinim odgovarajućim žlebovima su sledeći:

Žleb 1: $1{,}00\ \underline{/0^\circ} = 1{,}00 + j0$
Žleb 2: $2{,}00\ \underline{/30^\circ} = 1{,}73 + j1{,}00$
Žleb 3: $1{,}00\ \underline{/60^\circ} = 0{,}500 + j0{,}866$
Žleb 7: $-1{,}00\ \underline{/180^\circ} = 1{,}00 + j0$
Žleb 8: $-2{,}00\ \underline{/210^\circ} = 1{,}73 + j1{,}00$
Žleb 9: $-1{,}00\ \underline{/240^\circ} = 0{,}500 + j0{,}866$

Vremenski fazni pomeraj od 30° između napona u stranama kanura susednih žlebova poklapa se sa električnim uglom između žlebova. Pretpostavka da naponi žleba 2 prednjače naponu žleba 1 ekvivalentna je pretpostavci da kretanje magnetnog polja ide sdesna ulevo na sl. 4-6. Negativni znaci u slučaju žlebova 7, 8 i 9 predstavljaju činjenicu da *razlika* napona u dvema stranama kanura čini napon ekvivalentne kanure.

Vektorsko sabiranje ovih šest napona daje rezultat $6{,}46 + j3{,}73 = 7{,}46\ \underline{/30^\circ}$. Namotajni sačinilac je očigledno

$$k_{w} = \frac{7{,}46}{8} = 0{,}933$$

U mnogim mašinama prostorna raspodela magnetne indukcije u vazdušnom procepu odstupa znatno od sinusnog talasa. Jednačine 4-1 i 4-14 daju tada komponentu napona s osnovnom učestanošću ako je fluks po polu Φ izražen pomoću osnovne prostorne harmonične komponente fluksa. Da bi ispitivanje bilo potpuno mora se svaki komponentni harmonik ispitati posebno pomoću uglavnom sličnih metoda, koje su podrobno izložene u od. 4-6. Tamo je pokazano da upotreba skraćenih namotaja, zajedno sa još nekim mogućnim pomoćnim sredstvima, znatno smanjuje veličinu harmonika napona u poređenju prema osnovnom. U normalnim postojećim mašinama ovi harmonici zabrinjavaju samo konstruktore mašina koji se moraju starati da ih suzbijaju.

4-2. Višefazne mašine — Magnetna polja. Raspodela namotaja u nekoliko žlebova po polu po fazi i primena skraćenih namotaja utiču ne samo na e. m. s. indukovane u namotajima već i na magnetno polje koje namotaj proizvodi. Postupak za procenu tog uticaja sastoji se u tome da se najpre ispita talas m. m. s. koji proizvodi jedna koncentrisana dijametralna kanura, a zatim da se nađe metod za sabiranje talasa pojedinih kanura kako bi se dobio rezultantni talas za ceo namotaj. Videćemo da je postupak za sabiranje ovih komponenata sličan postupku za sabiranje napona kanura: tetivni, pojasni i namotajni sačinioci igraju uglavnom iste uloge u oba slučaja. Glavna pažnja je posvećena osnovnim prostornim harmoničnim komponentama raspodela m. m. s., dok su viši harmonici i njihovo dejstvo odgođeni za docnije.

a. Talasi m. m. s.: koncentrisani dijametralni namotaji. Namotaji svih motora i generatora sastoje se od posebnih kanura raspoređenih po obimu vazdušnog procepa. Da bismo proučili proizvedeno magnetno polje, posmatrajmo najpre uprošćene oblike rotora i statora na sl. 4-7 sa samo jednom koncentrisanom kanurom od *N* navojaka na rotoru. Radijalna širina vazdušnog procepa *g* ravnomerna je i smatra se malom u poređenju sa prečnikom vazdušnog procepa. Magnetni otpor gvozdenih delova magnetnog kola je neznatan, a dejstvo dva žleba na magnetno polje ne uzima se u obzir. Odstupanje linija sila na obema bočnim površinama gvožđa rotora i statora se zanemaruje, takođe.

Struja u kanuri prouzrokovaće u vazdušnom procepu ravnomerno radijalno magnetno polje. Prostorna raspodela magnetne indukcije naznačena je isprekidanom krivom kružnog oblika na nerazvijenoj šemi mašine, sl. 4-7*a*, i isprekidanom pravougaonom linijom na razvijenoj šemi, sl. 4-7*b*. Kad je u kanuri konstantna jednosmerna struja, ovi tačkasto prikazani talasi su *prostorni talasi* koji su nepokretni u

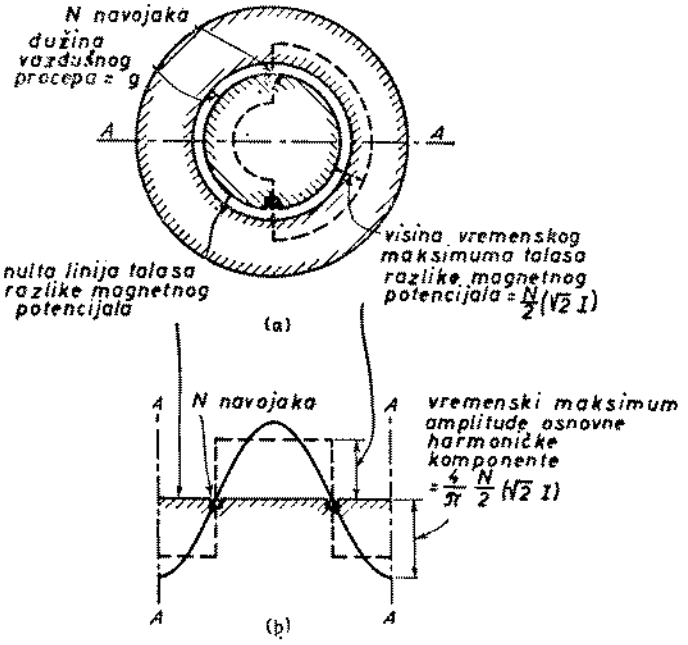
odnosu na kanuru. Kad se pobuđivanje vrši naizmeničnom strujom, talasi su pulzacioni i nepokretni u odnosu na kanuru. Sa sinusoidnom pobudom naizmenične struje, visina ovih krivih iznad njihove nulte linije menja se sinusoidno s vremenom; ako je efektivna vrednost struje I, vremenska maksimalna vrednost visine je

$$B_{k(\max)} = \frac{\sqrt{2}\, N I \mu_0}{2g} \tag{4-15}$$

gde je μ_0 permeabilnost procepa. Istovremeno se javlja i izvesna razlika magnetnog potencijala između bilo koje tačke na statoru i radijalno naspramne tačke na rotoru. Talas koji predstavlja razliku magnetnog potencijala duž obima vazdušnog procepa ima potpuno isti oblik kao talas raspodele fluksa. Vremenski maksimum visine talasa razlike magnetnog potencijala za kanuru od N navojaka je

$$F_{k(\max)} = \frac{N}{2}\sqrt{2}\, I \quad \text{[ampernavojaka]} \tag{4-16}$$

Našu pažnju ćemo usredsrediti na prostornu osnovnu harmoničku komponentu koju pokazuje sinusni talas u sl. 4-7*b*. Talas pravougaonog oblika amplitude



Sl. 4-7. (*a*) Samo jedna kanura od N navojaka u mašini sa ravnomernim vazdušnim procepom i (*b*) odgovarajuća pravougaona raspodela fluksa sa njenom osnovnom harmoničkom komponentom

y u zavisnosti od prostorne apscise može se predstaviti Furijeovim nizom

$$y = \frac{4}{\pi}\left(Y \sin x + \frac{Y}{3}\sin 3x + \frac{Y}{5}\sin 5x + \cdots\right) \tag{4-17}$$

u kome je osnovna harmonička komponenta predstavljena prvim članom na desnoj strani jednačine. Iz jedn. 4-16 proizilazi da je vremenski maksimum amplitude osnovne harmoničke komponente prostorne raspodele m. m. s.

$$F_{k(\max)1} = \frac{4}{\pi}\frac{N}{2}\sqrt{2}\, I \text{ [ampernavojaka]} \tag{4-18}$$

Jedn. 4-18 odnosi se na dvopolni jednofazni koncentrisani namotaj. Za koncentrisani jednofazni namotaj sa N navojaka za p' polova, svakom polu odgovara N/p' navojaka, a vremenski maksimum amplitude prostornog talasa m. m. s. je

$$\frac{4}{\pi}\frac{N}{p'}\sqrt{2}\, I \text{ [ampernavojaka po polu]} \tag{4-19}$$

Za višefazni koncentrisani namotaj amplituda za jednu fazu je

$$\frac{4}{\pi}\frac{N_{ph}}{p'}\sqrt{2}\, I \text{ [ampernavojaka po polu]} \tag{4-20}$$

gde je N_{ph} broj navojaka na red u jednoj fazi. Ova poslednja amplituda je označena simbolima $F_{a(\max)}$, $F_{b(\max)}$, i $F_{c(\max)}$ u jedn. 3-41 do 3-43, a zajedničkim simbolom F_{max} u slučaju tri uravnotežene faze na koji se odnose jedn. 3-44 do 3-47.

Svaka faza višefaznog koncentrisanog namotaja stvara takav pulzacioni talas m. m. s. nepomičan u prostoru. Ova situacija je u suštini ista kao situacija prikazana na sl. 3-15 i 3-17 i ona je osnova analize kojom se došlo do jedn. 3-47. Nova dodata pojedinost sastoji se u tome da su amplitude talasa sada izričito određene brojem navojaka, strujom i brojem polova. Jednačina 3-47, prema tome, može se pisati i u obliku:

$$F_\theta = \frac{3}{2}\frac{4}{\pi}\frac{N_{ph}}{p'}\sqrt{2}\; I\cos(\theta - \omega t) \tag{4-21}$$

Vidimo, dakle, da osnovni harmonici m. m. s. u trofaznoj mašini proizvode obrtni talas m. m. s. konstantne amplitude. Amplituda rezultantnog talasa m. m. s. trofazne mašine, u ampernavojcima po polu, je

$$F_A = \frac{3}{2}\frac{4}{\pi}\frac{N_{ph}}{p'}\sqrt{2}\, I = 0{,}90\frac{3N_{ph}}{p'}\, I \tag{4-22}$$

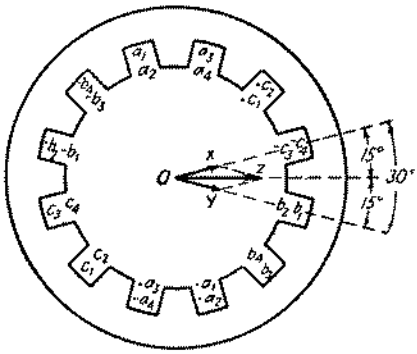
Na sličan način može se dokazati da je ova amplituda u slučaju mašine sa q faza:

$$F_A = \frac{q}{2}\frac{4}{\pi}\frac{N_{ph}}{p'}\sqrt{2}\, I = 0{,}90\frac{qN_{ph}}{p'}\, I \tag{4-23}$$

U jedn. 4-22 i 4-23, I je efektivna vrednost struje po fazi. Jednačine se odnose samo na osnovni harmonik stvarne raspodele i važe za koncentrisane dijametralne namotaje s uravnoteženom pobudom.

b. Talasi m. m. s.: razdeljeni tetivni namotaji. Kad su kanure svake faze namotaja razdeljene u više žlebova po polu, rezultantni osnovni harmonik prostorne m. m. s. može se dobiti superpozicijom na osnovu prethodnih prostijih razmatranja za slučaj koncentrisanog namotaja. Dejstvo raspodeljenosti vidi se iz sl. 4-8 koja predstavlja trofazni dvopolni dijametralni namotaj sa dva žleba po polu i fazi, prikazan ranije na sl. 4-1. Kanure a_1 i a_2, b_1 i b_2 i c_1 i c_2 sačinjavaju same po sebi ekvivalent koncentrisanog trofaznog dvopolnog namotaja kao što je namotaj na sl. 1-26 jer one obrazuju tri garniture kanura pobuđenih višefaznim strujama i mehanički pomerenih za po 120° među sobom. Prema tome, one proizvode prostorni osnovni harmonik m. m. s. sličan onome koji je prikazan na sl. 3-17 i određen jednačinom 3-47; amplitudu ovog doprinosa daje jedn. 4-22 kad se N_{ph} uzme kao zbir

rednih navojaka samo za kanure a_1 i a_2. Isto tako, kanure a_3 i a_4, b_3 i b_4, i c_3 i c_4 proizvode drugi, identičan talas m. m. s. ali fazno pomeren u prostoru za ugao ožljebljenja Υ u odnosu na raniji talas. Rezultantni osnovni harmonik m. m. s. za namotaj može se dobiti sabiranjem dva osnovna sinusoidna doprinosa.

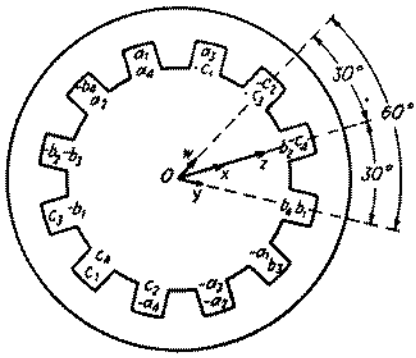


Sl. 4-8. Razdeljeni trofazni dvopolni dijametralni namotaj indukta sa vektorskim dijagramom m. m. s.

Doprinos kanura a_1a_2, b_1b_2, c_1c_2 može se predstaviti vektorom OX na sl. 4-8. Takvo je vektorsko predstavljanje podesno zato što su talasi o kojima se radi sinusoidni i što su vektorski dijagrami samo pogodno sredstvo za sabiranje sinusnih talasa. Ove sinusoide, međutim, su prostorne a ne vremenske. Vektor OX je nacrtan u prostornom položaju vrha m. m. s. za trenutak kad je struja faze a maksimalna. Dužina OX je srazmerna broju navojaka odnosnih kanura. Isto tako se doprinos kanura a_3a_4, b_3b_4, c_3c_4 može prikazati vektorom OY. Prema tome, vektor OZ predstavlja rezultantni talas m. m. s.. Baš kao u odgovarajućem dijagramu napona dobivena je rezultantna m.m. s. manja nego kad bi isti broj navojaka po fazi bio koncentrisan u jedan žleb po polu.

Na sličan način se mogu nacrtati vektori m. m. s. za skraćene namotaje kao na sl. 4-9 za trofazni dvopolni namotaj koraka 5/6, sa dva žleba po polu i fazi, ranije prikazan na sl. 4-2. Vektor OW predstavlja doprinos ekvivalentnih kanura koje obrazuju provodnici a_2 i $-a_1$, b_2 i $-b_1$, i c_2 i $-c_1$; OX za a_1 a_4 i $-a_3-a_2$, b_1 b_4 i $-b_3-b_2$, i c_1 c_4 i $-c_3-c_2$; i OY za $-a_3$ i $-a_4$, b_3 i $-b_4$, i c_3 i $-c_4$. Rezultantni vektor OZ je, naravno, manji od algebarskog zbira pojedinih doprinosa, a manji je i od OZ na sl. 4-8.

Ovi vektorski dijagrami su istovetni sa dijagramima na sl. 4-1 i 4-2 za indukovane napone. Iz toga se zaključuje da se ranije definisani pojasni i tetivni sačinioci mogu neposredno primeniti za određivanje rezultantne m. m. s.. Tako se za razdeljeni višefazni skraćeni namotaj može dobiti amplituda prostornog osnovnog harmonika m. m. s. kad se u jedn. 4-22 i 4-23 umesto N_{ph} unese k_b k_p N_{ph}. Te jednačina tada postaju



Sl. 4-9. Razdeljeni trofazni dvopolni tetivni namotaj indukta sa vektorskim dijagramom m. m. s.

$$F_A = \frac{3}{2}\,\frac{4}{\pi}\,\frac{k_b k_p N_{ph}}{p'}\sqrt{2}\,I = 0{,}90\,\frac{3\,k_b k_p N_{ph}}{p'}\,I \text{ [ampernavojaka po polu]} \qquad (4\text{-}24)$$

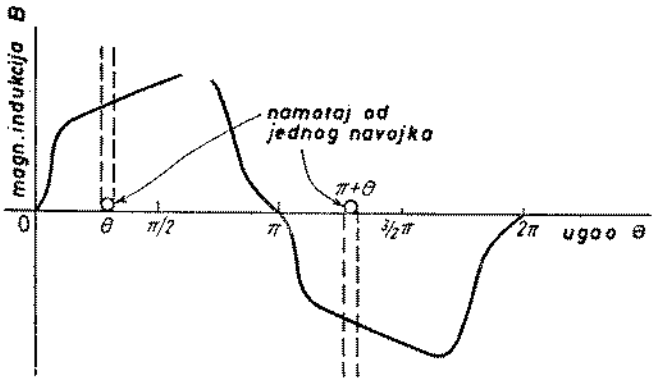
za trofaznu mašinu, a

$$F_A = \frac{q}{2}\,\frac{4}{\pi}\,\frac{k_b k_p N_{ph}}{p'}\sqrt{2}\,I = 0{,}90\,\frac{q\,k_b k_p N_{ph}}{p'}\,I \text{ [ampernavojaka po polu]} \qquad (4\text{-}25)$$

za mašinu sa q faza, gde je F_A u ampernavojcima po polu.

4-3. Mašine za jednosmernu struju. — Indukovani naponi. U prethodna dva odeljka bili su preduzeti koraci da se oblici talasa napona i m. m. s. u stvarnim namotajima naizmenične struje usklade sa idealizovanim verzijama usvojenim za proučavanja u gl. 3. Slični koraci moraju se sad preduzeti za mašine za jednosmernu struju.

Rezultantna prostorna raspodela magnetne indukcije u kojoj se obrću kanure indukta mašine za jednosmernu struju ima obično opšti oblik kao na sl. 4-10. Ona se vrlo primetno razlikuje od sinusnog talasa pretpostavljenog pri izvođenju elementarne jednačine indukovanog napona, 3-38, i ta razlika se mora uzeti u obzir pri izvođenju tačnijeg izraza za napon. Ispitivanje ove raspodele pokazuje da se napon pojedinačih kanura menja sa vremenom zbog toga što se magnetna indukcija menja u prostoru. Dejstvom komutatora ovi naponi daju ipak pozitivne doprinose naponu između dirki kad su ove pravilno postavljene. Zbog vremenske promene napona kanure, izlazni napon između dirki nema apsolutno stalnu vrednost, već se lako koleba oko jedne stalne prosečne vrednosti. Ovo kolebanje može biti osetno kad se upotrebljava mali broj kanura i žlebova po polu; vrlo veliko kolebanje, kao na sl. 3-13, javlja se pri upotrebi jedne jedine kanure u induktu. Za veliki broj ka-



Sl. 4-10. Dijametralni induktni namotaj od jednog navojka u raspodeli fluksa karakterističnog za mašine jednosmerne struje

nura razdeljenih po površini indukta izvedenih mašina, ovo kolebanje može biti zanemarljivo za većinu primena. *Prosečna vrednost* napona kanure predstavlja tada njen značajni doprinos e. m. sili indukovanoj u induktu. E. m. s. indukta može se odrediti sabiranjem prosečnih doprinosa napona svih kanura vezanih na red između dirki. Naravno da se sabira algebarski, a ne vektorski, jer se radi o sabiranju jednosmerne komponente ili prosečne vrednosti napona kanure.

Posmatrajmo, dakle, samo jednu dijametralnu kanuru s jednim navojkom (sl. 4-10) u trenutku kad je u položaju odredenom električnim uglovima θ i $\theta + \pi$ mašine s p' polova. Radi jednostavnijeg izlaganja naznačena su samo dva od p' polova. Početak za ugao θ na obimu vazdušnog procepa uzet je u tački gde talas rezultantne magnetne indukcije prolazi kroz nulu. Talas magnetne indukcije može imati bilo koji nepromenljivi oblik koji je konačan, neprekidan, jednoznačan i sa simetričnim polutalasima što će reći da vrednost magnetne indukcije za ugao $\theta + \pi$ bude negativna vrednost od one za θ. Ukupni fluks kroz kolo kanure je

$$\lambda = lr \int_{\theta}^{\theta+\pi} B_\theta \frac{2}{p'} \, d\theta \tag{4-26}$$

gde je l aksijalna dužina a r poluprečnik kanure. Kad se kanura pomeri za ugao $d\theta$, vrednost fluksa kroz kolo menja se u količini određenoj fluksom kroz priraštaj ugla $d\theta$ na mestima θ i $\theta + \pi$. Ova promena u položaju θ je srazmerna sa $-B\theta d\theta$, a u položaju $\theta + \pi$ sa $+ B_{\theta+\pi}\, d\theta$. Rezultantna promena fluksa kroz kolo

$$d\lambda = lr \frac{2}{p'} (- B_\theta\, d\theta + B_{\theta+\pi}\, d\theta) \tag{4-27}$$

Ali, s obzirom na simetričnost polutalasa fluksa

$$B_{\theta+\pi} = - B_\theta \tag{4-28}$$

Delimični izvod fluksa kroz kolo po uglu je dakle

$$\frac{d\lambda}{d\theta} = - 2lr \frac{2}{p'} B_\theta \tag{4-29}$$

S obzirom da je, uopšte uzev, trenutni indukovani napon

$$e = \frac{d\lambda}{dt} = \frac{d\lambda}{d\theta} \frac{d\theta}{dt} \tag{4-30}$$

trenutni napon u kanuri s jednim navojkom je

$$e_{\text{nav}} = 2\, lr \frac{2}{p'} B_\theta \frac{d\theta}{dt} \tag{4-31}$$

gde je znak minus izostavljen pošto se pozitivni pravac e. m. s. može odrediti pomoću Lencovog zakona, ako je potrebno. Ugaona brzina $d\theta/dt$ povezana je sa brojem obrtaja u minutu izrazom

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{2\pi n}{60} \frac{p'}{2} \tag{4-32}$$

za mašinu sa p' polova. Odatle je

$$e_{\text{nav}} = 4\pi \frac{n}{60} lr\, B_\theta \tag{4-33}$$

Sa dirkama u neutralnom položaju (tj. postavljenim tako da budu spojene sa provodnicima kad je $\theta = 0$ i $\theta = \pi$ (u sl. 4-10), doprinos kanure prosečnom indukovanom naponu indukta ravan je prosečnoj vrednosti e_{nav} za vreme potrebno da se leva strana kanure obrne iz položaja $\theta = 0$ u položaj $\theta = \pi$. Tada je

$$E_{a(\text{nav})} = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi e_{\text{nav}}\, d\theta \tag{4-34}$$

$$= 4 \frac{n}{60} \int_0^\pi B_\theta\, lr\, d\theta \tag{4-35}$$

Integral u jedn. 4-35 može se naći polazeći od činjenice da se on razlikuje od izraza za fluks po polu ϕ mašine sa p' polova samo za činitelj $2/p'$; dakle,

$$\Phi = \int_0^\pi B_\theta\, lr \frac{2}{p'} d\theta \tag{4-36}$$

tako je

$$E_{a(\text{nav})} = 2p'\phi\frac{n}{60} \tag{4-37}$$

Kad dirke ne bi bile u neutralnom položaju, prosečna vrednost za e_{nav} ne bi se uzimala za interval od $\theta = 0$ do $\theta = \pi$ već za interval koji odgovara stvarnom položaju dirki. Kad su dirke u svom normalnom neutralnom položaju, prosečni napon po kanuri indukta zavisi od fluksa po polu a ne zavisi od prostorne raspodele fluksa po obimu vazdušnog procepa. Jednačina 4-37 je stoga u saglasnosti sa jedn. 3-38 izvedenom na osnovu sinusoidne raspodele fluksa.

Kad u induktnom namotaju ima ukupno Z provodnika, onda postoji $Z/2$ navojaka i svaki od njih doprinosi prosečnom naponu iznosom određenim prema jedn. 4-37. Kad kroz indukt ide a paralelnih putanja (vidi od. 3-9c i seti se da je $a = 2$ za talasasti namotaj, a $a = p'$ za omčasti namotaj), samo $1/a$ od ovih navojaka vezani su na red između pozitivne i negativne dirke. Onda ima $Z/2a$ navojaka vezanih na red između dirki i rezultantna prosečna vrednost napona indukovanog u induktu je

$$E_a = p'\phi\frac{Z}{a}\frac{n}{60} \tag{4-38}$$

S obzirom da su vrednosti p' Z i a određene konstrukcijom i ostaju nepromenjene za datu mašinu, jedn. 4-38 se često piše u obliku

$$E_a = k_E\,\Phi\,n \tag{4-39}$$

gde je

$$k_E = \frac{p'}{60}\frac{Z}{a} \tag{4-40}$$

Sabiranje napona pojedinačnih provodnika putem množenja napona po provodniku sa brojem provodnika vezanih na red znači da svi provodnici u svakom trenutku daju pozitivan doprinos rezultantnoj elektromotornoj sili. Ovo pak podrazumeva pretpostavku da su dirke u neutralnom položaju, da su kanure indukta dijametralne i da se uticaj kratkog spoja jedne ili više kanura pri komutaciji na rezultantni napon može zanemariti. Kad bi se dirke pomerile iz neutralnog položaja ili kad bi kanure bile sa skraćenim korakom, doprinos provodnika bio bi negativan u onom delu njihovog obrtanja u kome se one nalaze blizu sredine međupolnog prostora. Kad je pomeraj dirki mali, što se ponekad dešava, ili kad su kanure indukta kraće od dijametralnih za izvestan mali ugao, broj provodnika na koje bi se to odnosilo u bilo kom trenutku relativno je mali. Osim toga, provodnici se u tom trenutku nalaze u oblasti veoma slabe magnetne indukcije u međupolnom prostoru, tako da je njihov doprinos naponu u tom periodu relativno veoma malen. Što se tiče komutacije, vreme u kome dirke dovode datu kanuru u kratak spoj relativno je kratko i odgovara opet međupolnom prostoru sa slabom magnetnom indukcijom. U krajnjoj liniji jedn. 4-38 daje možda nešto veći indukovani napon ali sa vrednošću koja ostaje u granicama tehničke tačnosti za praktično izvedene mašine. U stvari se dejstvo pomeranja dirki može obuhvatiti, ako se želi, ponovnim određivanjem fluksa po polu Φ. Najzad, treba istaći da su sva ova dejstva podesno obuhvaćena pri eksperimentalnom određivanju vrednosti k_E neke određene mašine.

Isti rezultat može se dobiti neposrednom primenom zakona Blv za određivanje napona pomoću vrednosti magnetne indukcije koju provodnik preseca; ovaj drugi postupak nećemo ovde ponavljati. I ovaj postupak pokazuje da napon E_a indukovan u induktu neposredno zavisi od fluksa po polu Φ, ali da ne zavisi od njegove raspodele sve dok su dirke na svom normalnom mestu. Osim toga, kad

se Φ posmatra kao rezltantni fluks po polu, određen i pobudnim poljem i m. m. silom indukta, obuhvaćene su sve vremenske promene fluksa kroz aktivne navojke indukta. Napon na krajevima indukta pod opterećenjem razlikuje se tada od E_a samo za padove napona usled otpora induktnog namotaja i na dirkama.

Primer 4-5. Indukt s talasastim namotajem četvoropolne mašine za jednosmernu struju, 250 V, 1750 obr/min, ima 37 žlebova sa po 6 strana kanura u svakom žlebu i po 2 navojka u kanuri. Prosečna dužina jednog navojka je 30 in (tj. 76,2 cm), a otpor provodnika indukta je 1,0 Ω na 1000 stopa (304,8 m).

a) Naći rezultantni fluks po polu potreban da se proizvede e. m. s. jednaka nominalnom naponu pri nominalnom broju obrtaja.

b) Odrediti otpor induktnog namotaja.

c) Uzmimo da se mašina pokreće nominalnim brojem obrtaja i da radi kao generator sa strujom indukta 40 A. Ukupni pad napona u dirkama na kontaktima dirki je 2,0 V. Na koju vrednost treba podesiti rezultantni fluks da bi napon na krajevima indukta bio ravan nominalnoj vrednosti?

d) Ako bi brzina pogonske mašine pala na 1600 obr/min, pri ostalim uslovima kao u tač. *c)*, na koju bi vrednost trebalo podesiti rezultantni fluks da bi napon na krajevima indukta ponovo bio ravan nominalnoj vrednosti?

e) Uzmimo da mašina radi kao motor sa nominalnim naponom na krajevima indukta i sa strujom indukta 40 A. Pad napona u dirkama i njihovim kontaktima je još uvek 2,0 V. Na koju vrednost treba podesiti rezultantni fluks da brzina motora bude 1500 obr/min?

Rešenje. a) Ukupan broj provodnika indukta je

$$Z = 37 \times 6 \times 2 = 444$$

Jednačina 4-38 daje tada

$$250 = 4\,\phi \times \frac{444}{2} \times \frac{1750}{60}$$

ili

$$\phi = 0{,}00965 \text{ Wb, ili } 965\,000 \text{ Mx}$$

b) Indukt ima ukupno $Z/2 = 222$ navojka, od kojih su po 111 u svakoj od dve paralelne putanje između pozitivnog i negativnog kraja. Otpor jedne od paralelnih putanja je

$$111 \times \frac{30}{12} \times \frac{1}{1000} = 0{,}28\,\Omega$$

Otpor induktnog namotaja između krajeva je dakle $0{,}28/2 = 0{,}14$.

c) Pod tim uslovima e. m. s. E_a mora biti veća od napona na krajevima indukta za iznos pada napona u namotaju i dirkama, tj.

$$E_a = 250 + 2 + 40 \times 0{,}14 = 257{,}6 \text{ V}$$

Prema tome je

$$\phi = 0{,}00965 \times \frac{257{,}6}{250} = 0{,}00993 \text{ Wb}$$

d) Napon E_a mora opet da bude 257,6 V. Prema jedn. 4-39, fluks se mora povećati na

$$\phi = 0{,}00993 \times \frac{1750}{1600} = 0{,}0109 \text{ Wb}$$

e) Pod ovim uslovima mora e. m. s. E_a biti manja od napona na krajevima indukta za iznos pada napona u namotaju i dirkama, tj.

$$E_a = 250 - 2 - 40 \times 0{,}14 = 242{,}4 \text{ V}$$

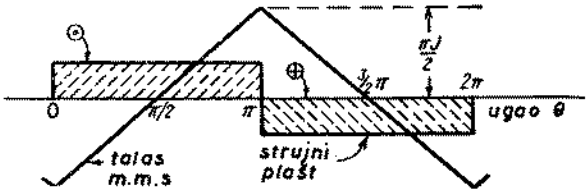
Da bi se ovaj napon indukovao pri brzini od 1500 obr/min fluks po polu mora da bude

$$\phi = 0{,}00965 \times \frac{242{,}4}{250} \times \frac{1750}{1500} = 0{,}0109 \text{ Wb}$$

4-4. Mašine za jednosmernu struju. — Magnetna polja. Dirke mašine za jednosmernu struju obično su na komutatoru tako postavljene da su neposredno spojene za provodnike u neutralnoj ravni ili međupolnom prostoru. Kroz sve aktivne provodnike indukta teku podjednake struje, a te struje imaju jedan

smer u svima provodnicima pod severnim magnetnim polom i suprotan smer u svim provodnicima pod južnim magnetnim polom. Ovi smerovi ostaju isti bez obzira na brzinu obrtanja: pri prelazu svakog pojedinog provodnika iz oblasti pod severnim magnetnim polom u oblast pod južnim magnetnim polom, smer struje u njemu menja se dejstvom komutatora. Prema tome lako je ispitati m.m.s. koju proizvodi induktni namotaj, jer obrtanje namotaja ne treba uzimati u obzir.

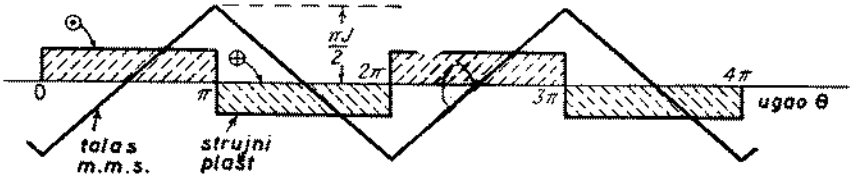
S obzirom da su provodnici indukta pod bilo kojim magnetnim polom ravnomerno razdeljeni po površini indukta i da kroz sve provodnike teče podjednaka struja u istom smeru prikazivanje pomoću strujnog plašta sa ravnomernom ugaonom gustinom struje nameće se samo po sebi. Tako se dvopolni namotaj za jednosmernu struju može prikazati kao na sl. 4-11, a četvoropolni namotaj kao na sl. 4-12. Ovo prikazivanje je tim tačnije što je broj žlebova i provodnika veći. Kao što se vidi iz sl. 3-3 i propratnog objašnjenja, odgovarajući talas m. m. s. indukta je trougaonog ob-



Sl. 4-11. Strujni plašt i talas m. m. s. za dvopolni gusto raspodeljeni induktni namotaj

lika sa maksimalnom vrednošću $\pi J/2$ (ampernavojaka po polu) kad je J ugaona gustina struje (u amperima po električnom radijanu).

Ugaona gustina struje može se izračunati izjednačujući broj amperprovodnika pod jednim polom stvarnog namotaja sa brojem amperprovodnika pod jednim polom u strujnom plaštu. Za namotaj sa Z provodnika, a paralelnih putanja, p' polova, sa strujom indukta I_a, struja u jednom provodniku je I_a/a. Broj provodnika indukta pod jednim polom je u svakom trenutku Z/p'. Broj amperprovodnika po polu je dakle $(Z/p')\ (I_a/a)$. U ravnomernom strujnom plaštu,



Sl. 4-12. Strujni plašt i talas m. m. s. za četvoropolni gusto raspodeljeni induktni namotaj

ukupna struja pod jednim polom je πJ, a plašt je ekvivalenat jednog velikog provodnika. Da bi magnetno dejstvo bilo ekvivalentno, mora biti

$$\pi J = \frac{Z}{p'}\frac{I_a}{a} \tag{4-41}$$

ili

$$J = \frac{Z}{\pi p'}\frac{I_a}{a} \text{ [ampera/elek. radijan.]} \tag{4-42}$$

U skladu sa sl. 3-3*e*, amplituda odgovarajućeg trougaonog talasa m. m. s. je

$$F_A = \frac{\pi J}{2} = \frac{Z}{2p'}\frac{I_a}{a} \text{ [ampernavojaka po polu]} \quad (4\text{-}43)$$

U našem narednom ponovnom ispitivanju obrtnog momenta mašina za jednosmernu struju pokazaće se da se ovo pitanje može veoma lako raspravljati neposredno pomoću trougaonog talasa m. m. s. i ravnomernog strujnog plašta. Prema tome, neće biti potrebno izdvajati osnovne i više harmonike i pojedinačno ih proučavati. U tom pogledu je analiza mašina za jednosmernu struju i njihovih namotaja sa komutatorom uprošćenija od analize mašina naizmenične struje.

4-5. Izmenjene jednačine obrtnog momenta. Pomoću tačnijih odnosa izraza za m. m. s. indukta i indukovani napon, u stanju smo da ponovo ispitamo osnovnu jednačinu obrtnog momenta 3-22. To ponovno ispitivanje je izvedeno najpre za višefazne mašine naizmenične struje, a zatim za mašine jednosmerne struje. Na taj način se dobivaju sažete jednačine za elektromagnetne obrtne momente u oblicima podesnijim za docniju podrobnu analizu pojedinih tipova mašina. U izlaganju koje se odnosi na mašine za jednosmernu struju obuhvaćeno je prikazivanje induktnog namotaja pomoću ravnomernog strujnog plašta.

a. Višefazne mašine za naizmenične struje. Osnovna jednačina za obrtni momenat, 3-22, može se preinačiti kad se Φ zameni svojom vrednošću iz jedn. 4-14, a F_{vrh} amplitudom m. m. s. iz jedn. 4-25. Tako se za celu mašinu dobiva:

$$M = \frac{\pi}{2}\left(\frac{p'}{2}\right)^2 F_A \Phi \sin\delta \quad (4\text{-}44)$$

$$= \frac{\pi}{8} p'^2 \left[\frac{E}{(2\pi/\sqrt{2})k_b k_p f N_{ph}}\right]\left(\frac{2\sqrt{2}}{\pi}\frac{q k_b k_p N_{ph}}{p'}\right)\sin\delta \quad (4\text{-}45)$$

$$= \frac{p'}{4\pi f} q E I \sin\delta \quad (4\text{-}46)$$

Sada kao što je pokazano u izlaganjima od 3-7*c* i *e* član $\sin\delta$, koji se odnosi na prostorni ugao između talasa magnetne indukcije i talasa m. m. s. ili talasa razlike magnetnog potencijala, može se zameniti članom $\cos\varphi$ koji se odnosi na vremenski ugao između vektora E i I pod uslovom da se na kraju obrati pažnja na određivanje smera obrtnog momenta. Kratak rezime ovih izlaganja u opštim izrazima sastoji se u sledećem: amplituda talasa m. m. s. poklapa se sa osom izvesne faze u trenutku kad je struja te faze maksimalna; amplituda talasa fluksa poklapa se sa osom te faze u trenutku vremenski pomerenom za 90 električnih stepeni ispred trenutka kad je indukovani napon maksimalan; prostorni ugao δ između ovih talasa i vremenski ugao φ između vektora E i I razlikuju se dakle za 90^0, te se mesto $\sin\delta$ može staviti $\cos\varphi$.

Jednačina 4-46, prema tome, može se pisati

$$M = \frac{p'}{4\pi f} q E I \cos\varphi \quad (4\text{-}47)$$

U ovoj jednačini član $4\pi f/p' = 2\omega/p'$ je mehanička ugaona brzina polja u odnosu na namotaj. Sem toga, član $q\,EI\cos\varphi$ je srednja vrednost snage u q-faznom namotaju. Jednačina 4-47 karakteriše, prema tome, proces pretvaranja energije na prost način time što izjednačava srednju vrednost mehaničke i električne snage u ustaljenom stanju. Ako je stvorena snaga pozitivna, elektromagnetni obrtni momenat ima isti smer kao relativna brzina magnetnog polja u odnosu na namotaj; ako je

stvorena snaga negativna, smer elektromagnetnog obrtnog momenta je suprotan relativnoj brzini ω. Jednačina 4-47 bi se mogla napisati neposredno na osnovu principa održanja energije uzimajući u obzir i činjenicu da je u ustaljenom stanju prosečna brzina nagomilavanja energije u magnetnom polju ravna nuli; drugim rečima, mogla bi se napisati neposrednom primenom prve od četiri metode određivanja obrtnog momenta koje su navedene u od. 1-7. Ona bi se isto tako mogla lako dobiti pomoću izraza *Blv* i *Bli* izloženih u od. 1-2*a*. Ako bismo se ograničili na to da jednačinu napišemo neposredno na osnovu održanja energije, bilo bi to nezgodno u tome smislu što bi to u stvari značilo da ovi izrazi moraju biti zadovoljeni *ako* mašina radi. Ne bi se dobio fizički pojam o tome *kako* mašina radi, koji kriterijumi moraju biti zadovoljeni za uspešan rad mašine ili koje razne mogućnosti postoje za izvođenje uspešnih tipova mašina. Postupak pomoću osnovnih elektromagnetnih načela i jednačine za obrtni momenat, 3-22, ili ma kog drugog oblika jednačine, mnogo je plodniji u tom pogledu. S obzirom na pretpostavke i idealizacije koje su bile potrebne u primeni ovoga postupka, činjenica da je nađen spoljašnji znak ispravnosti osnove na kojoj se radilo, a koji se sastoji u tome da je zakon održanja energije zadovoljen u dosadašnjim rezultatima, deluje ohrabrujuće.

Glavna preimućstva jedn. 4-47 sa gledišta proračuna dvostruka su. Na prvom mestu sugerira nam se neposredno metod knjigovodstva snage kad se radi o određivanju nekih karakteristika mašine. Takav metod bi se zasnivao na jednakosti između mehaničke ili električne dovedene snage i odnosne električne ili mehaničke odvedene snage, uključujući gubitke. Jednačina 4-47 i njoj srodni izrazi predstavljaju pogodnu vezu između snage i drugih veličina mašine. I drugo, činjenica da jednačina obuhvata samo veličine kola a ne i veličine pobude, olakšava njenu primenu u analizi mašina putem ekvivalentnih kola.

b. Mašine za jednosmernu struju. Treba dobiti revidirani izraz osnovne jednačine obrtnog momenta koja bi bila u skladu s trougaonim talasom m. m. s. koji stvaraju indukti mašina jednosmerne struje. Postupak je veoma sličan postupku po kome je dobivena jedn. 3-22, ali magnetne indukcije, m. m. s. indukta i strujni plašt indukta nisu više sinusoidni talasi. Osnovni odnos je opet jedn. 1-24 za elektromagnetni obrtni momenat M mašine sa p' polova u zavisnosti od ugaone promene ukupnog fluksa kroz kolo $d\lambda/d\theta$ i struje i, naime

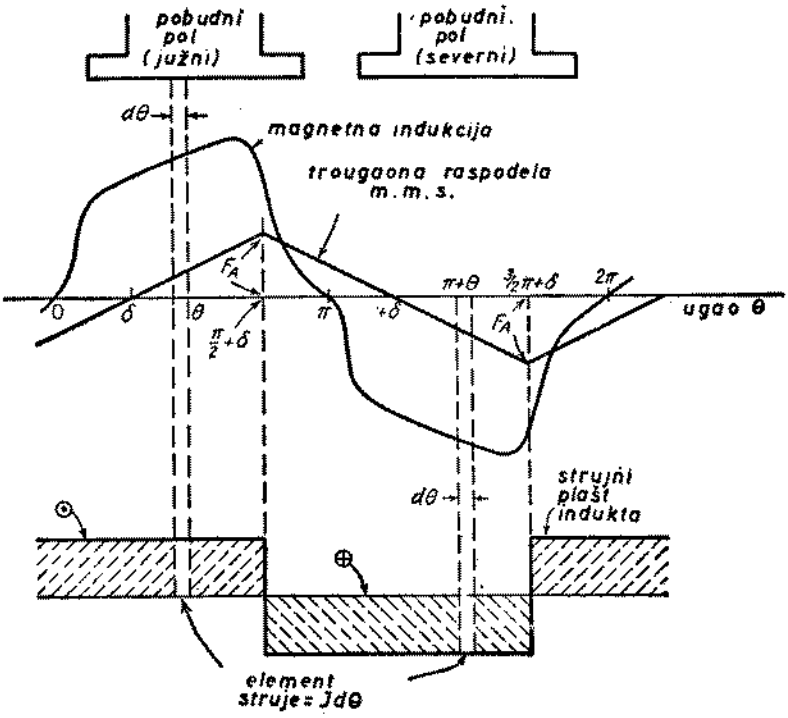
$$M = \frac{p'}{2} i \frac{d\lambda}{d\theta} \tag{4-48}$$

Kao pri izvođenju jedn. 3-22, najpre ćemo proučiti slučaj dvopolne mašine.

Posmatrajmo, dakle, mašinu za koju prostorna raspodela rezultantne magnetne indukcije i m. m. s. indukta odgovaraju sl. 4-13. Uzmimo da je za početak uzeta tačka u kojoj talas magnetne indukcije prolazi kroz nulu, a da je talas m. m. s. u odnosu na ovaj pomeren za ugao δ. Znake za talase magnetne indukcije i m. m. s. određujemo sporazumno na uobičajeni način smatrajući da je fluks pozitivan kad iz površine indukta izlazi kao iz severnog magnetnog pola na induktu. Talas magnetne indukcije može imati ma kakav konstantan oblik koji je konačan, neprekidan, jednoznačan i sa simetričnim polutalasima. Talas m. m. s. je trougaoni, sa amplitudom datom jedn. 4-43. Strujni plašt koji je proizvodi ima ravnomernu ugaonu površinsku gustinu struje datu jedn. 4-42.

Slika 4-13 pokazuje dva elementa struje obuhvaćena uglovima $d\theta$ koji su za po π električnih radijana međusobno pomereni u strujnom plaštu; prvi elemenat struje je pri uglu θ, a drugi pri uglu $\theta + \pi$. Oba elementa sadrže jednake i suprotne struje veličine $Jd\theta$ i obrazuju prema tome cirkulacionu struju ili su ekvivalentni dijametralnoj kanuri od jednog navojka kroz koji ta struja teče. Najpre ćemo od-

rediti obrtni momenat dM proizveden ovim elementima struje, a ukupni obrtni momenat ćemo dobiti integrišući tako da svi takvi elementi indukta budu obuhvaćeni.



Sl. 4-13. Magnetna indukcija, m. m. s. i strujni plašt u tipičnoj mašini za jednosmernu struju sa gusto raspodeljenim namotajem indukta

Ukupan fluks kroz kolo ove cirkulacione struje je

$$\lambda = \int_{\theta}^{\theta+\pi} B l r \, d\theta \tag{4-49}$$

Da bismo našli parcijalni izvod ovog fluksa po uglu pretpostavimo da se cirkulaciona struja pomeri iz svog sadašnjeg položaja za ugao $d\theta$ (udesno na sl. 4-13 odnosno u smeru povećanja θ). Vrednost fluksa kroz kolo se menja za iznos određen fluksom u elementima ugla $d\theta$ kod θ i kod $\theta + \pi$. Veličina promene fluksa kod θ je $B_\theta \, l r d\theta$, gde je B_θ vrednost za B kod ugla θ. Odgovarajuća veličina kod ugla $\theta + \pi$ je $B_{\theta+\pi} l r d\theta$ ili, s obzirom na simetričnost polutalasa magnetne indukcije opet $B_\theta \, l r \, d\theta$. Ove dve promene su obe u smeru smanjenja pozitivnog fluksa kroz kolo, i zbog toga se sabiraju, prema tome je:

$$\frac{d\lambda}{d\theta} = -2 B_\theta \, l r \tag{4-50}$$

gde negativni znak pokazuje da pozitivni fluks kroz kolo opada.

Držeći se uobičajenog sporazuma za znake fluksa i m. m. s. ekvivalentna cirkulaciona struja obrazovana dvema površinskim elementima smatra se pozitivnom kad joj je smer takav da se fluks koji napušta površinu indukta povećava,

drugim rečima kad se ugaoni elemenat kod θ nalazi iznad apscisne ose, a kod $\theta + \pi$ ispod apscisne ose. Cirkulaciona struja u površinskim elementima je, dakle,

$$J\,d\theta \text{ kada je } \delta - \frac{\pi}{2} < \theta < \delta + \frac{\pi}{2} \tag{4-51}$$

Odgovarajući diferencijal obrtnog momenta je, prema jedn. 4-48 i 4-50 i s obzirom da se zasad odnosi na samo dva pola,

$$dM = -J\,(2\,lr)\,B_\theta\,d\theta \text{ kad je } \delta - \frac{\pi}{2} < \theta < \delta + \frac{\pi}{2} \tag{4-52}$$

Ukupan obrtni momenat za mašinu sa p' polova dobiva se integrišući od ugla $\delta - \frac{\pi}{2}$ do ugla $\delta + \frac{\pi}{2}$ tako da se obuhvati ceo strujni plašt i množeći s brojem parova polova, što daje

$$M = -p'J\int_{\delta-\frac{\pi}{2}}^{\delta+\frac{\pi}{2}} B_\theta\,lr\,d\theta = -\frac{p^2}{2}J\int_{\delta-\frac{\pi}{2}}^{\delta+\frac{\pi}{2}} B_\theta\,lr\,\frac{2}{p'}\,d\theta \tag{4-53}$$

Jedn. 4-53 ne može se dovesti u prostiji oblik za opšti slučaj ugla pomeranja δ. Pri normalnom radu mašine za jednosmerne struje, međutim, dirke se postavljaju u neutralnu ravan, te imamo $\delta = \frac{\pi}{2}$. Integral jedn. 4-53 postaje tad fluks po polu ϕ. Prema tome za mašinu sa dirkama u neutralnoj ravni obrtni momenat je:

$$M = -\frac{p'^2}{2}J\phi \tag{4-54}$$

S obzirom na jedn. 4-43, obrtni momenat može se još pisati:

$$M = -\frac{p'^2}{\pi}F_A\phi \tag{4-55}$$

Ovaj izraz za elektromagnetni obrtni momenat izražava u suštini tumačenje momenta pomoću magnetnog polja, prema kome se, kao što je izloženo u od. 1-2*b*, obrtni momenat smatra rezultatom težnje magnetnih polja da se poravnaju tako da severni magnetni pol jednog dela mašine dođe spram južnog pola drugog dela mašine. Negativni znak u jedn. 4-55 takođe je u skladu sa tim tumačenjem; on pokazuje da obrtni momenat dejstvuje u smeru koji teži da ugao δ učini manjim od 90° — drugim rečima, deluje tako da se pozitivne polutke dva talasa u sl. 4-13 uzajamno privlače, što odgovara težnji severnog pola rotora da se poravna prema južnom polu statora.

Imajući u vidu da elektromagnetni obrtni momenat dejstvuje u smeru poravnanja statorskog i rotorskog polja, znak minus se može izostaviti iz jedn. 4-54 i 4-55, a dobiveni odnosi mogu se smatrati kao odnosi koji određuju samo veličinu obrtnog momenta. Drugom jednom kombinacijom jedn. 4-42 i 4-54, obrtni momenat se može napisati u obliku

$$M = \frac{p'}{2\pi}\,\frac{Z}{a}\,\Phi I_a\,[\text{Nm}] \tag{4-56}$$

gde je izostavljen znak minus. Fluks ϕ se meri u Wb, a induktna struja u amperima. S obzirom da broj polova p', broj provodnika indukta Z i broj paralelnih

putanja indukta a predstavljaju konstrukcione konstante koje se ne menjaju za datu mašinu, jedn. 4-56 se često piše u obliku

$$M = k_M \phi I_a \qquad [\text{Nm}] \tag{4-57}$$

gde je

$$k_M = \frac{p'}{2\pi} \frac{Z}{a} \tag{4-58}$$

U anglosaksonskom sistemu mera je

$$M = 0{,}738 \frac{p'}{2\pi} \frac{Z}{a} \phi I_a = k'_M \phi I_a \ [\text{funti-stopa}] \tag{4-59}$$

gde je

$$k'_M = 0{,}738 \frac{p'}{2\pi} \frac{Z}{a} \tag{4-60}$$

Analiza koja dovodi do jedn. 4-56 do 4-60 pokazuje jasno da elektromagnetni obrtni momenat mašine za jednosmernu struju, kao i napon indukovan u induktu razmatran u od. 4-3, zavisi samo od fluksa po polu a ne od njegove raspodele, sve dok su dirke u svom normalnom neutralnom položaju. Dejstva viših harmonika ne moraju se posebno proučavati, a proučavanje rada u ustaljenom stanju može se, prema tome, zasnivati na jedn. 4-38 za napon i 4-56 za obrtni momenat. Ove jednačine mogu se kombinovati u jedinstven izraz koji proces pretvaranja energije karakteriše izjednačujući mehaničku snagu sa električnom, kao što je učinjeno u od. 4-5a za višefazne mašine. Tako se zamenom vrednosti za ϕ iz jedn. 4-38 u jedn. 4-56 dobiva

$$M = \frac{60}{2\pi n} E_a I_a = \frac{1}{\omega_0} E_a I_a \tag{4-61}$$

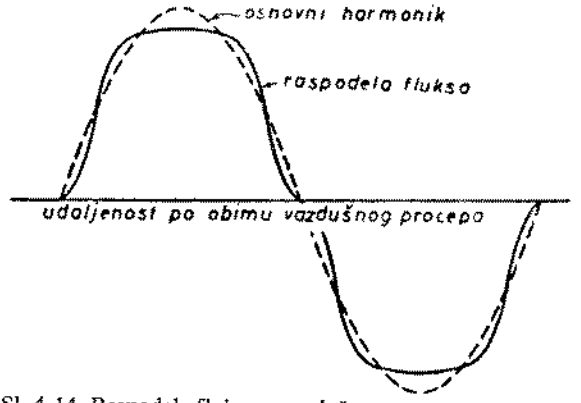
gde je ω_0 ugaona brzina vratila. Jednačina 4-61 za mašine za jednosmernu struju je u svemu ekvivalentna jedn. 4-47 za mašine za naizmeničnu struju. Svi zaključci dva poslednja stvarna odeljka 4-5a mogu se, dakle, ponoviti ovde za slučaj mašina za jednosmernu struju u vezi sa jedn. 4-61.

4-6. Viši harmonici indukovanog napona. Za mašine jednosmerne struje jednačinom indukovanog napona, 4-38, uzima se na podesan način u obzir svaka raspodela fluksa koja bi postojala u stvarnoj mašini samo ako su dirke u normalnom položaju. Za mašine naizmenične struje, međutim, jednačinom indukovanog napona, 4-14, uzimaju se u obzir samo komponente osnovne učestanosti. U ovom odeljku ćemo proučiti harmonike u indukovanom naponu mašina naizmenične struje. Postupak je veoma sličan postupku iz od. 4-1, s tom razlikom što se primenjuje na pojedine komponente veće učestanosti.

a. Harmonici napona višefaznih mašina. Prostorna raspodela magnetne indukcije u vazdušnom procepu mašina nije nikad potpuno sinusoidna. Nekoliko činilaca tesno povezanih sa ograničenjima mehaničke konstrukcije, doprinose tome udaljavanju od sinusoide. Raspodela fluksa pobudnog namotaja ili induktnog namotaja kad deluju sami može da bude samo približno sinusoidnog oblika, kao što pokazuje sl. 4-14 za sinhronu mašinu. Sem toga, kad je mašina opterećena, kako indukt tako pobudno polje, odnosno m. m. s. i statora i rotora, sudeluju u stvaranju rezultantnog fluksa u vazdušnom procepu, što može da bude povod za dalja odstupanja od sinusoide. Dejstva ove vrste dolaze naročito do izraza kod mašina sa isturenim polovima zbog velikih razlika u obliku vazdušnog procepa u osi pola i osi međupolnog prostora. Mogućna zasićenost pojedinih oblasti gvožđa može, takođe,

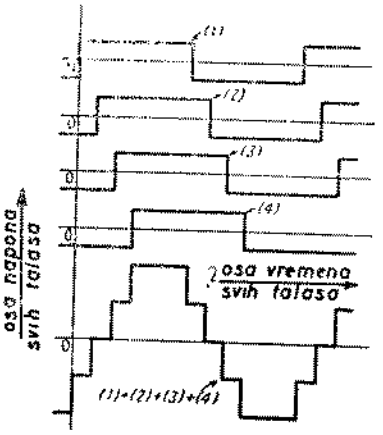
doprineti distorziji krive. Pored toga, žlebovi za namotaje u gvožđu rotora i statora utiču na raspodelu fluksa kako neopterećene tako i opterećene mašine, što nije uzeto u obzir u sl. 4-14. Zasada ćemo obratiti pažnju na raspodele fluksa čiji oblici talasa u prostoru zadržavaju svoj oblik dok se obrću u odnosu na induktni namotaj. Ovome ograničenju odgovara najbliže fluks pobudnog namotaja jednosmerne struje u sinhronoj mašini i to samo ako je dejstvo žlebova zanemareno.

Zanemariti više harmonike znači smatrati da osnovni harmonik, prikazan crtkanom krivom u sl. 4-14, predstavlja dovoljno dobro stvarnu raspodelu. Analize zasnovane na sinusoidama mogu se, međutim, primeniti ne samo na osnovni harmonik već i na svaki viši harmonik, da bi se dobili rezultati koji više odgovaraju stvarnom obliku talasa. Ovi viši harmonici postaju činioci potencijalne važnosti ako se ima u vidu da je, saglasno jednačini *Blv* pri konstantnoj brzini v, vremenski oblik talasa napona indukovanog u nekoj strani kanure identičan sa prostornim oblikom talasa raspodele magnetne indukcije. Ali kad se posmatra ukupan napon svih strana kanura koje obrazuju celu fazu, može se ustanoviti da su viši harmonici napona znatno smanjeni u poređenju sa osnovnim harmonikom.



Sl. 4-14. Raspodela fluksa u vazdušnom procepu, sa njegovim osnovnim harmonikom, koju stvara glavni pobudni namotaj sinhrone mašine

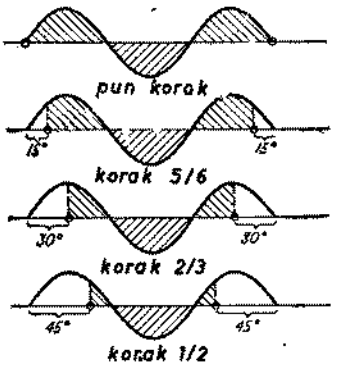
Dejstvo raspodele namotaja može se videti na sl. 4-15 koja predstavlja dijametralne kanure razdeljene u četiri žleba po polu i fazi. Pretpostavlja se da je raspodela fluksa pravougaona; shodno tome talasi napona u kanurama (1), (2), (3) i (4) su isto tako pravougaoni. Četiri napona su u vremenu pomerena za električni ugao između žlebova. Iz toga proizilazi da je oblik talasa njihovog zbira mnogo bliži sinusoidi nego što je oblik pojedinačnih komponenti, te je sadržaj viših harmonika u odgovarajućoj meri smanjen.



Sl. 4-15. Oblici talasa napona pojedinih kanura u razdeljenom namotaju indukta naizmenične struje i rezultantni oblik talasa za grupu kanura

Da bismo grafički prikazali dejstvo skraćivanja koraka namotavanja na oblik naponskog talasa kanure, primetimo u jedn. 3-31 i 3-33 da je napon, indukovan u kanuri dejstvom sinusoidnog prostornog talasa fluksa srazmeran najvećoj vrednosti ukupnog fluksa kroz kanuru, a da maksimalni fluks za sinosoidnu komponentu raspodele fluksa nastaje kad je kanura simetrično postavljena u odnosu na sinusoidu. Slika 4-16 nacrtana je specijalno za treći harmonik raspodele fluksa i pokazuje kanure za četiri vrednosti koraka u trenutku najvećeg fluksa kroz kolo. Vrednost fluksa kroz kanuru za ma koju od četiri skice srazmerna je algebarskom zbiru površina između sinusoide i apscisne ose.

Za kanuru sa punim korakom ova vrednost je najveća i srazmerna je površini polutalasa. Za kanuru sa korakom 5/6 ona je znatno manja. Za kanuru sa korakom 2/3 vrednost je ravna nuli i ostaje uvek ravna nuli bez obzira na relativni položaj kanure i talasa fluksa. Za kanuru sa korakom 1/2 vrednost je ista kao za kanuru sa korakom 5/6 samo obratnog znaka, što ukazuje na promenjen smer napona trećeg harmonika. Naporedo sa smanjenjem koraka kanure smanjuje se naravno i fluks osnovnog harmonika magnetne indukcije, ali ni blizu ne u istoj srazmeri. Pogodnim izborom koraka kanure može se tako treći harmonik napona kanure smanjiti za bilo koji željeni iznos pa i učiniti ravnim nuli upotrebom koraka 2/3. Na sličan način se peti harmonik može poništiti korakom 4/5, sedmi korakom 6/7 itd. Sa gledišta *Blv*, ove konstatacije su ekvivalentne tvrđenju da se harmonik napona u jednoj strani kanure može fazno pomerati za bilo koji iznos u odnosu na drugu stranu tako da im se za bilo koji pojedinačni harmonik njihov zbir može smanjiti za željeni činilac.



Sl. 4-16. Fluks trećeg harmonika magnetne indukcije kroz kanure punog koraka i razne kanure sa skraćenim korakom. Svi uglovi su mereni u razmeri prvog harmonika

Veličine naponskih harmonika u razdeljenom tetivnom namotaju mogu se lako izračunati. Fazni pomeraj stvoren žlebnim uglom od γ električnih stepeni u razmeri osnovnog harmonika, postaje $h\gamma$ za harmonik reda h u razmeri tog harmonika; na sličan način tetivni ugao od ρ električnih stepeni u osnovnoj razmeri postaje $h\rho$ u razmeri harmonika. Pojasni, tetivni i namotajni sačinilac je tada:

$$k_{bh} = \frac{\sin(nh\,\gamma/2)}{n\sin(h\,\gamma/2)} \tag{4-62}$$

$$k_{ph} = \cos\frac{h(\pi-\rho)}{2} \tag{4-63}$$

i

$$k_{wh} = k_{bh}k_{ph} \tag{4-64}$$

za harmonik reda h. Obično se samo neparni harmonici uzimaju u obzir, zato što u normalnim mašinama kriva raspodele fluksa ima simetrične polutalase. Efektivna vrednost harmonika indukovanog napona koja bi odgovarala vrednosti iz jedn. 4-14, izražava se obično pomoću harmonika reda h fluksa ϕh po polu harmonika reda h kao

$$E_h = 4{,}44\, k_{bh}k_{ph}\, h\, f\, N_{ph}\phi_h \tag{4-65}$$

gde je f i dalje osnovna učestanost, a dodati činilac h pojavljuje se zato što je broj polova harmonika reda h pređenih za jedan obrtaj ravan h puta broj pređenih polova osnovnog harmonika.

Primer 4-6. U primerima 4-2 i 4-3 pojasni, tetivni i namotajni sačinilac izračunati su za osnovni harmonik e. m. s. trofazne šestopolne mašine sa namotajem koraka 5/6, razdeljenim u 36 žlebova. Uzmimo sad da je raspodela magnetne indukcije pravougaona i da treba uzeti u obzir više harmonike zaključno do sedmog. Uporediti relativne veličine harmonika e. m. s. sa harmonicima magnetne indukcije.

Rešenje. Pojasni, tetivni i namotajni sačinioci, dobiveni pomoću jedn. 4-62, 4-63 i 4-64 su sledeći:

Sačinilac	$h = 1$	$h = 3$	$h = 5$	$h = 7$
k_{bh}	0,966	0,707	0,259	—0,259
k_{ph}	0,966	0,707	0,259	—0,259
k_{wh}	0,933	0,500	0,067	0,067
k_{wh}/k_{w1}	1	0,536	0,072	0,072

Odnos k_{wh}/k_{w1} pokazuje relativno ublaženje viših harmonika u poređenju s osnovnim.

Fluks harmonika reda h po polu tog harmonika je funkcija amplitude $B_{(vrh)h}$ harmonika reda h magnetne indukcije i površine pola harmonika reda h koji iznosi $1/h$ od površine osnovnog pola. Znači da je

$$\frac{\phi_h}{\phi_1} = \frac{B_{(\mathrm{vrh})h}}{hB_{(\mathrm{vrh})1}}. \tag{4-66}$$

Odnos indukovanih napona je, prema jedn. 4-65,

$$\frac{E_h}{E_1} = \frac{hk_{bh}k_{ph}\Phi_h}{k_{b1}k_{p1}\Phi_1} = \frac{k_{wh}B_{(\mathrm{vrh})h}}{k_{w1}B_{(\mathrm{vrh})1}} \tag{4-67}$$

Odnos $B_{(vrh)}\ h/B_{(vrh)1}$ se dobiva pomoću Furijeovih redova za pravougaoni talas, jedn. 4-17. Dobiveno upoređenje odnosa između harmonika fluksa i napona je sledeće

Odnos	$h = 1$	$h = 3$	$h = 5$	$h = 7$
$B_{(vrh)h}\ h/B_{(vrh)1}$	1	0,333	0,200	0,143
E_h/E_1	1	0,179	0,014	0,010

Primer 4-7. Dokazati da su za q-faznu mašinu harmonični pojasni i tetivni sačinioci isti kao za osnovni harmonik kad je red harmonik dat izrazom:

$$h = 2\,S_p \pm 1$$

gde je S_p broj žlebova po polu.

Rešenje. Vratimo se na sl. 4-3 i podsetimo se da pojasni sačinilac pruža mogućnost da se sabere grupa jednakih vektora međusobno pomerenih za određeni ugao. Pomeraj vektora osnovnog harmonika je

$$\frac{180^\circ}{S_p} = \gamma.$$

Pomeraj vektora harmonika reda $2\,S_p \pm 1$ je

$$(2S_p \pm 1)\frac{180^\circ}{S_p} = 360^\circ \pm \frac{180^\circ}{S_p} = 360^\circ \pm \gamma$$

Jasno je da će n jednakih vektora, uzajamno pomerenih za $360^\circ \pm \gamma$ imati isti odnos vektorskog zbira prema algebarskom zbiru kao n jednakih vektora uzajamno pomerenih za γ. Zbog toga imaju isti pojasni sačinilac.

Isto tako, pozivajući se na sl. 4-5, podsetimo se da je tetivni sačinilac samo sredstvo za sabiranje dva jednaka vektora međusobno pomerena za određeni ugao. Pomeraj u osnovnom harmoniku je

$$\rho = m\gamma = m\frac{180^\circ}{S_p}$$

gde je m ceo broj. Ova jednačina kazuje, u stvari, da dve strane kanure moraju biti smeštene u žlebove i da zbog toga moraju biti međusobno pomerene za izvestan umnožak ugla između žlebova. Pomeraj vektora harmonika reda $2\ S_p \pm 1$ je

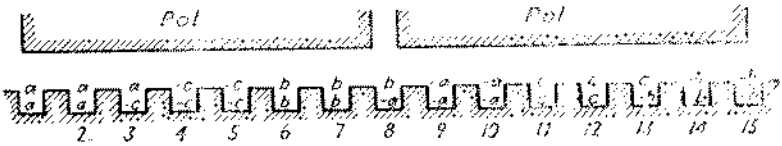
$$(2S_p \pm 1)m\frac{180^\circ}{S_p} = m(360^\circ) \pm m\frac{180^\circ}{S_p} = m(360^\circ) \pm \rho$$

Dva jednaka vektora pomerena za $m\,(360^\circ) \pm \rho$ imaju očevidno isti odnos između veličina vektorskog zbira i aritmetičkog zbira kao dva jednaka vektora pomerena za ρ. Zato su njihovi tetivni sačinioci isti.

Ovi harmonici su poznati pod nazivom *žlebni* ili *zubni harmonici*. Oni su ponekad veoma nezgodni jer im se veličine u odnosu na osnovni harmonik ne smanjuju pojasnim i tetivnim sačiniocima kao za ostale harmonike. Smanjivanje žlebnih harmonika putem iskošenja razmatrano je u od. 4-6.

b. Namotaji s razlomljenim brojem žlebova. Svi višefazni namotaji koje smo dosad proučavali imali su ceo broj žlebova po polu i fazi — to su bili *namotaji sa celim brojem žlebova*. To ima za posledicu da izgled namotaja ispred svakog pola bude isti. Na sl. 4-6, na primer, vidi se da je redosled slovnih oznaka za strane kanura isti za sve polove izuzimajući negativne znake. Valja primetiti i to da u gornjem redu strana kanura one koje su označene sa $-a$ idu tačno za 180 električnih stepeni iza onih koje su označene sa a i da isto važi i za donji red.

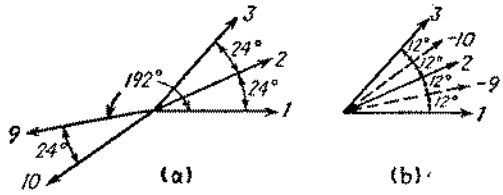
Pronađen je duhovit i koristan način za smanjenje sadržaja harmonika pomoću *namotaja s razlomljenim brojem žlebova* u kojima broj žlebova po polu i fazi nije ceo broj. Ovaj način je naročito podesan za sporohode mašine u kojima se, zbog toga što zahtevaju mnogo polova, može smestiti veoma malo žlebova po polu, te se ne može računati da će normalni namotajni sačinilac znatno umanjiti harmonike. Osim toga, primena namotaja s razlomljenim brojem žlebova daje veću slobodu u



Sl. 4-17. Razvijena šema trofaznog namotaja sa 2 1/2 žleba po polu i fazi

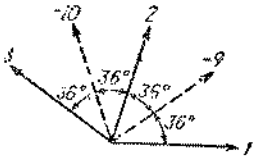
izboru limova što vodi jevtinijoj mašini omogućujući upotrebu limova za čije isecanje već postoji alat. Na sl. 4-17 dat je jedan primer trofaznog namotaja sa 2½ žleba po polu i fazi. Kao što se vidi, izgled namotaja ispred pojedinih polova nije ovde isti. Ali ako se upotrebi više od dva pola, izgled namotaja ispred svakog para polova je isti kao za ovde pokazani par, tako da dva pola čine jedan više puta ponovljeni deo za ovaj poseban primer. Korak namotaja je sedam žlebova; otuda početak u donjem redu osmog žleba predstavlja ponavljanje gornjeg reda s promenjenim znakom. Proizvedeni napon je trofazan jer je grupa bilo koje faze a pomerena za 120 električnih stepeni od odgovarajućih grupa faza b i c.

Što se tiče smanjenja dejstva viših harmonika, glavna razlika između namotaja na sl. 4-6 i 4-17 je u tome što kod ovog drugog strane kanura sa oznakom $-a$ u gornjem redu (ili u donjem redu) ne sleduju stranama sa oznakom a za tačno 180 električnih stepeni. Na sl. 4-17 one dolaze posle 192°. Sl. 4-18*a* pokazuje vektore osnovnog harmonika faze a za strane kanura gornjeg reda, sa istim brojnim oznakama kao za žlebove na sl. 4-17. Kad se vektori 9 i 10 preokrenu pre nego što se saberu s ostalim, dobiva se dijagram sl. 4-18*b*. Ali je ovaj dijagram ekvivalentan dijagramu koji bi se dobio pri određivanju pojasnog sačinioca namotaja sa celim i znatno većim brojem žlebova po polu i fazi. Ispravljeni pojasni sačinilac k'_b, jednak odnosu vektorskog zbira prema algebarskom zbiru u sl. 4-18*b*, iznosi 0,957. Na sličan način se može konstruisati dijagram sl. 4-19 za treći harmonik napona, koji nam daje ispravljeni pojasni sačinilac $k'_{b3} = 0{,}647$. U stvari, svi ispravljeni pojasni sačinioci k'_{bh} za ovaj na-



Sl. 4-18. Sabiranje osnovnih harmonika napona u fazi a namotaja sa slike 4-17

motaj su istovetni sa pojasnim sačiniocima za namotaj sa celim brojem žlebova sa pet žlebova po polu i fazi. Preimućstva gušće razdeljenog namotaja sačuvana su, dakle, uprkos tome što se raspolaže ograničenim brojem žlebova. Tetivni sačinioci određeni su samo žlebnim korakom i isti su kao za namotaje sa celim brojem žlebova.



Sl. 4-19. Sabiranje trećih harmonika napona u fazi *a* namotaja sa slike 4-17

Činjenica da višefazni namotaji treba da budu uravnoteženi ograničava kombinacije brojeva žlebova i polova koji se uspešno mogu primeniti za namotaje s razlomljenim brojem žlebova. Svaki predloženi namotaj treba ispitati u pogledu uravnoteženosti, a namotajni sačinioci se mogu izračunati po metodi vektorskog dijagrama prikazanoj u prethodnom stavu.

c. Trofazni linijski naponi. Oblik talasa napona na krajevima podleže još uticaju načina međusobnog povezivanja grupa kanura koje sačinjavaju višefaznu mašinu. Ovaj uticaj se može prikazati razmatrajući trofaznu mašinu sa zvezdastom spregom (sl. 4-20). Kad je raspodela fluksa data jednačinom

$$B = B_{(\text{vrh})1} \sin x + B_{(\text{vrh})3} \sin (3x + \alpha_3) + B_{(\text{vrh})5} \sin (5x + \alpha_5) + \ldots \quad (4\text{-}68)$$

izraz za napon faze *a* je

$$e_{an} = \sqrt{2}\, E_1 \sin \omega t + \sqrt{2}\, E_3 \sin (3\omega t + \theta_3) + \sqrt{2}\, E_5 \sin (5\omega t + \theta_5) + \ldots \quad (4\text{-}69)$$

Uglovi $\theta_3, \theta_5 \ldots \theta_h$ su fazni uglovi harmonika višeg reda u odnosu na osnovni harmonik. U jedn. 4-69, napon e_{an} predstavlja iznos za koji je potencijal na krajevima *a* veći od potencijala zvezdišta *n*; svaki simbol za napon sa takvim dvoslovnim indeksom treba uopšte tumačiti kao iznos za koji je potencijal u tački sa prvim slovom veći od potencijala u tački sa drugim slovom. Kao početak za vreme u jedn. 4-69 proizvoljno je izabran trenutak u kome je osnovni harmonik od e_{an} ravan nuli. Efektivne napone $E_1, E_3, E_5 \ldots\ldots, E_h$ daje jedn. 4-65. Za redosled *abc* faza osnovnih harmonika napona, naponi faza *b* i *c* su

Sl. 4-20. Trofazni indukt spregnut u zvezdu

$$e_{bn} = \sqrt{2}\, E_1 \sin (\omega t - 120°) + \sqrt{2}\, E_3 \sin (3\omega t + \theta_3 - 3 \times 120°) + \sqrt{2}\, E_5 \sin (5\, \omega t + \theta_5 - 5 \times 120°) + \ldots \quad (4\text{-}70)$$

i

$$e_{cn} = \sqrt{2}\, E_1 \sin (\omega t + 120°) + \sqrt{2}\, E_3 \sin (3\, \omega t + \theta_3 + 3 \times 120°) + \sqrt{2}\, E_5 \sin (5\, \omega t + \theta_5 + 5 \times 120°) + \ldots \quad (4\text{-}71)$$

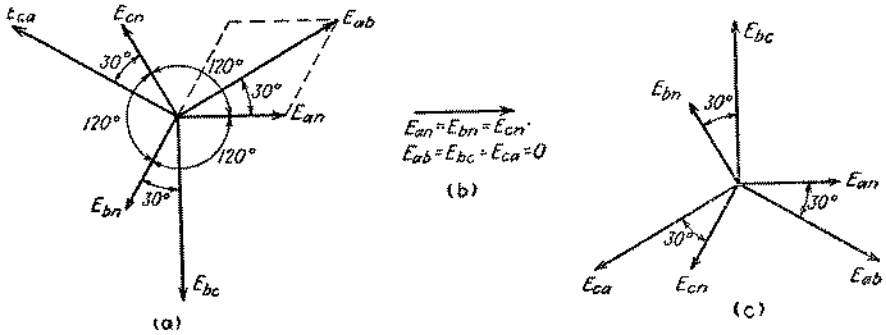
Ako se brojne vrednosti faznih uglova svedu na najmanje njima ekvivalentne vrednosti, jedn. 4-70 i 4-71 se mogu napisati

$$e_{bn} = \sqrt{2}\, E_1 \sin (\omega t - 120°) + \sqrt{2}\, E_3 \sin (3\, \omega t + \theta_3) + \sqrt{2}\, E_5 \sin (5\, \omega t + \theta_5 + 120°) + \ldots \quad (4\text{-}72)$$

i

$$e_{cn} = \sqrt{2}\, E_1 \sin (\omega t + 120°) + \sqrt{2}\, E_3 \sin (3\, \omega t + \theta_3) + \sqrt{2}\, E_5 \sin (5\, \omega t + \theta_5 - 120°) + \ldots \quad (4\text{-}73)$$

Vektorski dijagrami faznih napona u odnosu na zvezdište E_{an}, E_{bn} i E_{cn} za osnovni, treći i peti harmonik dati su na sl. 4-21. Treba primetiti da su fazni naponi



Sl. 4-21. Fazni naponi prema zvezdištu i linijski naponi za (*a*) osnovni harmonik, (*b*) treći harmonik i (*c*) peti harmonik alternatora spregnutog u zvezdu

trećeg harmonika svi u fazi, a naponi petog harmonika imaju suprotan redosled prema naponima osnovnog harmonika

Linijski napon e_{ab} je

$$e_{ab} = e_{an} + e_{nb} = e_{an} - e_{bn} \tag{4-74}$$

Vektorska konstrukcija kojom se dobiva linijski napon osnovnog harmonika E_{ab} pokazana je na sl. 4-21*a*. Na sličan način je ustanovljeno za ostale linijske napone osnovnog i ostalih harmonika da su onakvi kakvim ih prikazuju sl. 4-21*b* i 4-21*c*. S obzirom da su fazni naponi trećeg harmonika u fazi po vremenu, razlike su im ravne nuli, te se komponente trećeg harmonika ne pojavljuju u linijskim naponima. Isti zaključak važi za sve harmonike čiji red je sadržatelj broja 3. Iz toga se vidi da se oblik talasa linijskih napona razlikuje od oblika talasa faznih napona. Sem toga, s obzirom da se efektivni napon E sastoji od osnovnog harmonika efektivne vrednosti E_1 i viših harmonika efektivnih vrednosti E_3, E_5 itd., i da je dat izrazom

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_3^2 + E_5^2 + \dots} \tag{4-75}$$

efektivni linijski napon se nešto razlikuje od efektivnog faznog napona pomnoženog sa $\sqrt{3}$ kad ovaj poslednji sadrži treći, šesti, deveti itd. harmonik.

Kad se umesto zvezdaste primeni trougaona sprega, naponi trećeg harmonika oko zatvorenog trougla su u fazi, a u namotaju postoji treći harmonik cirkulacione struje. U linijskom naponu, međutim, ne postoje komponente trećeg harmonika, jer se naponi indukovani trećim harmonikom kompenzuju padom napona usled impedanse izazvatim cirkulacionom strujom.

Primer 4-8. Indukt trofaznog zvezdasto spregnutog osmopolnog alternatora 60 Hz ima 24 žleba po polu. Korak kanure je 5/6, a svaka kanura ima 4 navojka vezana na red. Promena magnetne indukcije u vazdušnom procepu data je izrazom

$$B_\theta = B_{(\text{vrh})1}(\sin\theta + 0{,}35\sin 3\theta - 0{,}40\sin 5\theta)$$

gde je θ ugaono odstojanje u električnim radijanima, mereno od tačke u kojoj je magnetna indukcija ravna nuli.

Alternator radi sinhronom brzinom, neopterećen, sa ukupnim fluksom u vazdušnom procepu od $4{,}80 \times 10^{-2}$ Wb po polu.

Naći efektivne fazne i linijske napone.

Rešenje. Ako je ϕ_0 ukupni fluks po polu, onda je

$$\phi_0 = \phi_1 + \phi_3 + \phi_5$$

i, prema primeru 4-6

$$\phi_0 = \phi_1 + \frac{0,35}{3}\phi_1 - \frac{0,40}{5}\phi_1 = 1,037\,\phi_1$$

S obzirom da je $\phi_0 = 4,80 \times 10^{-2}$ Wb,

$$\phi_1 = 4,63 \times 10^{-2} \quad \phi_3 = 0,540 \times 10^{-2} \quad \phi_5 = 0,370 \times 10^{-2}.$$

Ugao između žlebova je 180/24 = 7,5 električnih stepeni, a ima $n = 8$ žlebova po polu i fazi. Žlebni korak $\rho = 150°$. Iz jedn. 4-62 i 4-63 odgovarajući pojasni i tetivni sačinioci su:

$$k_{b1} = 0,956 \quad k_{b3} = 0,641 \quad k_{b5} = 0,195$$
$$k_{p1} = 0,966 \quad k_{p3} = 0,707 \quad k_{p5} = 0,259$$

Prema jedn. 4-65, efektivni fazni naponi su:

$$E_1 = 2910 \text{ V} \qquad E_3 = 501 \text{ V} \qquad E_5 = 63,6 \text{ V}$$

Prema jedn. 4-75, efektivni fazni i linijski naponi su:

$$E_{an} = \sqrt{2910^2 + 501^2 + 63,6^2} = 2954 \text{ V}$$

odnosno:

$$E_{bc} = \sqrt{3}\,\sqrt{2910^2 + 63,6^2} = 5040 \text{ V}.$$

4-7. Harmonici m. m. s. Kao što postoji potreba da se ispitaju harmonici indukovanog napona i sredstva da se oni što više smanje, kako bi se dobila potpuna i zadovoljavajuća predstava o radu mašine, isto tako je potrebno ispitati harmonike m. m. s. i njihova dejstva. Pored toga što ovi harmonici delujući na fluks mašine utiču na indukovani napon oni još mogu da utiču i na elektromagnetni obrtni momenat usled zavisnosti obrtnog momenta od oblika prostornog talasa m. m. s. Oblici talasa magnetomotorne sile biće u ovom odeljku proučeni nešto podrobnije, najpre za višefazne mašine a zatim za mašine jednosmerne struje.

a. Harmonici m. m. s. u trofaznim mašinama. Naša ispitivanja će se zasada odnositi naročito na harmonike koje proizvodi trofazni namotaj sa celim brojem žlebova u idealizovanoj mašini kao što je ona u od. 4-2. Polazeći od dejstva pravougaonog talasa m. m. s. proizvedene samo jednom kanurom, našu pažnju ćemo usmeriti na harmoničke komponente. Naročito će se istaći harmonik reda h da bi se pokazao postupak pri ispitivanju pojedinačnih harmonika jednog za drugim.

Izraz 4-20 daje vremenski maksimum amplitude prostornog prvog harmonika za jednu fazu mašine sa p' polova sa koncentrisanim dijametralnim namotajem koji ima N_{ph} rednih navojaka po polu. Prema jedn. 4-17 za Furijeove nizove, odgovarajuća jednačina za harmonik reda h pravougaone prostorne raspodele je

$$F_{(\max)h} = \frac{4}{\pi}\,\frac{1}{h}\,\frac{N_{ph}}{p'}\sqrt{2}\,I \text{ [ampernavojaka po polu]} \qquad (4\text{-}76)$$

Treba primetiti da se u jedn. 4-17 ne javljaju parni harmonici, tako da je h ograničeno na cele neparne brojeve. Kao u slučaju jedn. 3-44, trenutna vrednost harmonika reda h rezultantne m. m. s. za sve tri faze u tački θ prostora je

$$F_{\theta h} = F_{(\max)h}[\cos h\theta \cos \omega t + \cos(h\theta - h \times 120°)\cos(\omega t - 120°)$$
$$+ \cos(h\theta - h \times 240°)\cos(\omega t - 240°)] \qquad (4\text{-}77$$

Činilac h se pojavljuje u prostornim članovima kao što su $h\theta - h \times 120°$ zato što se jedn. 4-77 odnosi na prostorne harmonike reda h; on se ne pojavljuje u vremenskim članovima kao što je $\omega t - 120°$ jer talas struje ima sinusoidan oblik u zavisnosti od vremena.

Za naročite vrednosti h član u srednjim zagradama u jedn. 4-77 može se radi tumačenja uprostiti primerom iste trigonometrijske transformacije kao u jedn. 3-47. Tako za $h = 3$ i sve sadržatelje broja 3, član u zagradama postaje ravan nuli. Prema tome, u rezultantnoj m. m. s. uravnoteženog trofaznog namotaja nema trećeg devetog, petnaestog itd. harmonika.

Za $h = 7$, 13 i koji bilo neparan broj veći za 1 od bilo kog sadržatelja broja 3, član u srednjim zagradama postaje $3/2 \cos(h\theta - \omega t)$. Protumačen na isti način kao jedn. 3-47, taj rezultat predstavlja polje konstantne amplitude koje se obrće u istom smeru kao i osnovni harmonik ali, zbog činioca h ispred ugla θ, brzinom ravnom $1/h$ puta brzina osnovnog harmonika.

Za $h = 5$, 11 ili ma koji neparan broj veći za 2 od bilo kog sadržatelja broja 3, član u zagradama postaje $3/2 \cos(h\theta + \omega t)$. To je polje konstantne amplitude koje se obrće brzinom ravnom $1/h$ puta brzina osnovnog harmonika, ali je, zbog pozitivnog znaka ispred ωt, smer obrtanja obratan.

Za razdeljene tetivne namotaje mogu se za harmonike nacrtati vektori m. m. s. kao u sl. 4-8 i 4-9, s tom razlikom što su uglovi prostornog pomeraja između vektora harmonika h puta veći nego za odgovarajuće vektore osnovnog harmonika. Pojasni i tetivni sačinioci harmonika mogu se upotrebiti za određivanje rezultantne m. m. s., pri čemu je situacija jednom više potpuno ista kao za indukovane napone. Prema tome, amplituda harmonika reda h m. m. s. trofaznog namotaja sa celim brojem žlebova je u ampernavojcima po polu

$$F_{Ah} = \frac{3}{2}\frac{4}{\pi}\frac{1}{h}\frac{k_{bh}k_{ph}N_{ph}}{p'}\sqrt{2}\,I = 0{,}90\,\frac{3\,k_{bh}k_{ph}N_{ph}}{hp'}\,I \tag{4-78}$$

gde je h neparan ceo broj koji ne sadrži 3. Pojasni i tetivni sačinioci harmonika k_{bh} i k_{ph} koje daju jedn. 4-62, 4-63, imaju na smanjenje harmonika m. m. s. isti uticaj kao u slučaju harmonika indukovanog napona.

b. M. m. s. u mašinama za jednosmernu struju. U ponovljenom proučavanju proizvođenja obrtnog momenta u mašinama jednosmerne struje (od. 4-3*b*), indukt je predstavljen ekvivalentnim ravnomernim strujnim plaštom sa odgovarajućim trougaonim talasom m. m. s. Da bismo dobili potpuniju i veriju sliku, trebalo bi da znamo da li stvarni oblik talasa m. m. s. ne odstupa od trougaonog oblika u izvesnoj meri.

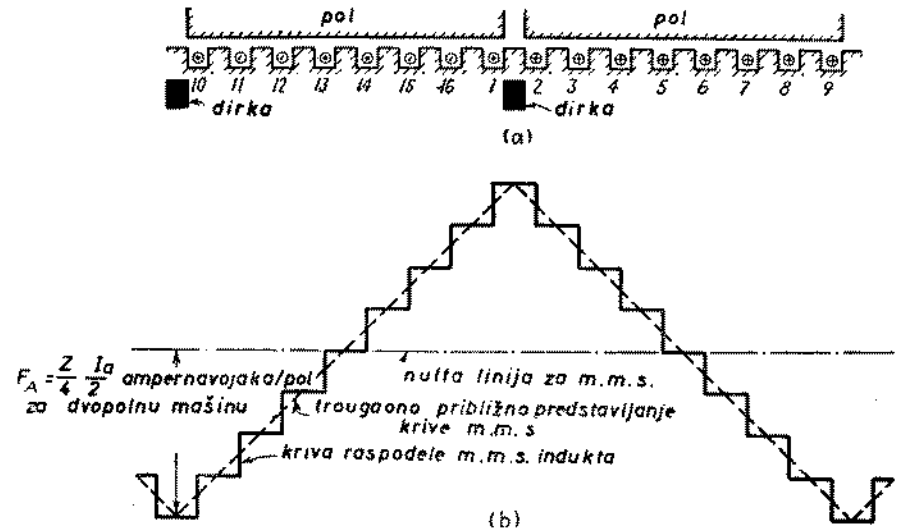
Za ispitivanje m. m. s. indukta može se uzeti prost dvopolni indukt mašine za jednosmernu struju prema sl. 3-31 do 3-33. Na sl. 4-22*a* on je pokazan u razvijenom obliku sa označenjem smerova struja. Talas m. m. s., prikazan stepenastom krivom na sl. 4-22*b*, može se nacrtati pod pretpostavkom da je vazdušni procep ravnomeran, da gvožđe nema magnetnog otpora i da se dejstvo žlebova može zanemariti. Smatra se, dakle, da je priraštaj m. m. s. u svakom žlebu ravan broju ampernavojaka u žlebu. Prema tome, treba poći od bilo koje tačke na obimu namotaja ucrtavajući horizontalne linije između žlebova i umećući vertikalan stepen za svaki žleb; kad se prođe jedan potpun ciklus, osa simetrije rezultantnog talasa daje nultu liniju dijagrama. Pozitivne ordinate označuju linije fluksa koje izlaze iz onih tačaka površine indukta koje igraju ulogu severnih magnetnih polova. Pri konstantnoj struji indukta talas je isti u svakom trenutku vremena. Visina od vrha do vrha krive mora biti ravna broju amperprovodnika pod jednim polom, a amplituda F_A krive je polovina te vrednosti. Prema tome, za dvopolnu mašinu je

$$F_A = \frac{Z}{4}\frac{I_a}{2}\ \text{[ampernavojaka po polu]} \tag{4-79}$$

gde je Z ukupan broj provodnika u namotaju, a I_a struja indukta. Struja I_a deli se sa 2 jer kroz dvopolni indukt idu dve paralelne putanje. Za mašinu sa p' polova je

$$F_A = \frac{Z}{2p'}\frac{I_a}{a} \text{ [ampernavojaka po polu]} \tag{4-80}$$

gde je a broj paralelnih putanja kroz indukt. Ova vrednost je ista vrednost kao jedn. 4-43 dobivena na osnovu ravnomernog strujnog plašta.



Sl. 4-22. (*a*) Razvijeni dijagram prostog dvopolnog namotaja indukta mašine za jednosmernu struju, i (*b*) odgovarajući talas m. m. s

Dejstva m. m. s. indukta na rezultantni fluks u vazdušnom procepu često se nazivaju *reakcija indukta*. M. m. s. indukta čini da se fluks u vazdušnom procepu i njegova raspodela u opterećenoj mašini za jednosmernu struju razlikuje od fluksa u istoj mašini sa istom pobudnom strujom ali bez struje indukta; m. m. s. indukta povećava fluks pod jednom polovinom magnetnog pola, a smanjuje ga pod drugom njegovom polovinom. Ovo dejstvo distorzije reakcije indukta ima izvesne važne praktične posledice koje se moraju razmotriti u potpunosti pri podrobnom proučavanju radnih karakteristika mašina za jednosmernu struju i mogućnosti njene primene.

Primer 4-9. Indukt s talasastim namotajem četvoropolne mašine jednosmerne struje 250 V, 1750 obr/min, ima 37 žlebova sa 6 strana kanure u žlebu i 2 navojka u kanuri.

a) U grafikonu sličnom stepenastom talasu. sl. 4-22 za m. m. s. indukta, kolika mora biti visina vertikalnog stupnja za svaki žleb indukta, kad je struja indukta 40 A?

b) Kolika je amplituda talasa m. m. s. indukta?

c) Kad se namotaj indukta zameni ekvivalentnim strujnim plaštom, kolika mora da bude površinska gustina struje plašta?

Rešenje. a) U svakom žlebu ima $6 \times 2 = 12$ provodnika. S obzirom da talasasti namotaj ima dve paralelne grane, struja u svakom provodniku je $40/2 = 20$ A. Prema tome, u svakom žlebu se m. m. s. povećava ili smanjuje za $12 \times 20 = 240$ ampernavojaka.

b) Prema jedn. 4-80, sa $Z = 37 \times 6 \times 2 = 444$ provodnika ukupno, biće

$$F_A = \frac{444}{2 \times 4} \cdot \frac{40}{2} = 1110 \text{ ampernavojaka po polu}$$

c) Prema jedn. 4-42

$$J = \frac{444 \times 40}{\pi \times 4 \times 2} = 707 \text{ A/elek. rad.}$$

ili 12,35 A po električnom stepenu. Za indukt prečnika 8,5 in (oko 21,5 cm) (što bi odgovaralo za tu mašinu), gustina je $707 \times 4\pi/8{,}5\pi$ ili 333 A po inču dužine po obimu indukta (oko 131 A/cm).

4-8. Dejstvo viših harmonika. Za mašine jednosmerne struje, jednačine obrtnog momenta i napona zasnivaju se na raspodelama m. m. s. i magnetne indukcije koje su veoma približne stvarno postojećim raspodelama. Odgovarajuće jednačine za mašine naizmenične struje, međutim, zasnivaju se samo na komponentama osnovne učestanosti. Trebalo bi, prema tome, ispitati uticaj viših harmonika u mašinama za naizmeničnu struju pre nego što bi se ove jednačine primenile u podrobnoj analizi.

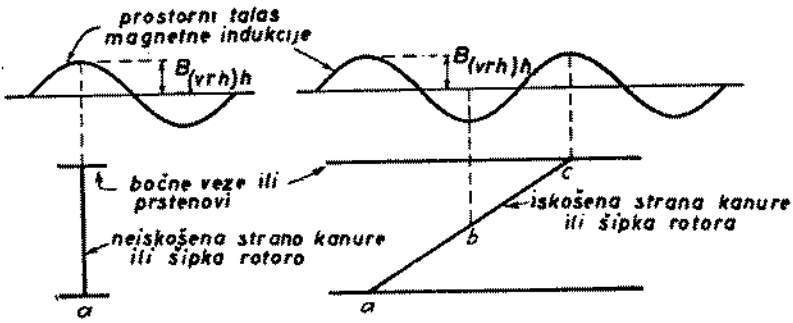
Iz onih delova poslednja dva odeljka koji su posvećeni višefaznim mašinama, mogla se dobiti izvesna opšta slika o tome, u kojoj meri raspodele kako fluksa tako m. m. s. odstupaju od sinusnih talasa i kakva je priroda tih odstupanja. Načela izložena u gl. 3 mogu se primeniti na važne harmonike da bi se ocenio njihov uticaj na rad mašine. Takva ocena dovodi do zaključka da je uticaj harmonika mali u dobro konstruisanoj mašini kad ona radi pod normalnim radnim uslovima.

Najveći harmonici su harmonici nižeg reda — na primer, peti i sedmi za trofazne mašine — i *žlebni (ili zubni) harmonici*, čiji je red za trofazne mašine dat izrazom (vidi primer 4-7)

$$h = 2\,S_p \pm 1 \tag{4-81}$$

gde je S_p broj zuba po polu. Harmonici nižeg reda važni su zato što im je amplituda obično znatna u poređenju s amplitudom osnovnog harmonika. Međutim, videli smo da se ovi harmonici mogu svesti na veoma male razmere podesnim skraćenjem namotaja po tetivi i raspodelom namotaja. Žlebni harmonici važni su zato što im se amplitude u odnosu na osnovni harmonik ne mogu smanjiti ni skraćivanjem ni raspodelom namotaja. Njihova važnost je potencirana dejstvom otvora žlebova, zanemarenog u našim ranijim razmatranjima, koje prouzrokuje varijacije magnetnog provoda u vazdušnom procepu po čemu se ova naročita polja razlikuju od ostalih.

Iskošenje žlebova rotora predstavlja mahom efikasno sredstvo za smanjenje smetnji izazvatih žlebnim harmonicima. Dejstvo iskošenja na talas harmoničke komponente napona indukovanog u strani kanure ili šipki rotora može se videti



Sl. 4-23. Harmonička komponenta talasa magnetne indukcije koju preseca (*a*) neiskošena šipka rotora i (*b*) iskošena šipka rotora

kvalitativno iz prostog dijagrama na sl. 4-23, koji pokazuje samo jedan provodnik ili šipku namotaja i talas harmonika magnetne indukcije u jednom trenutku vremena. U sl. 4-23*a* gde šipka nije iskošena, cela šipka *ac* leži u magnetnoj indukciji $B_{(vrh)h}$,

a indukovani napon u skladu sa tumačenjem Blv, proporcionalan je sa $B_{(vrh)h}$. U sl. 4-23*b*, međutim, šipka je tako iskošena da pokriva ceo ciklus vrednosti talasa magnetne indukcije. Napon indukovan u jednom dužinskom elementu šipke potire se, prema tome, sa isto tolikim naponom u drugom elementu, izloženom jednakoj i suprotnoj magnetnoj indukciji. Ovaj zaključak važi bez obzira na trenutne relativne položaje šipke i talasa fluksa. Ovaj harmonik fluksa ne stvara, dakle, nikakvu struju u namotaju indukta; on je potpuno eliminisan iskošenjem žlebova. Sa manjim iskošenjem postiglo bi se, naravno, samo delimično poništenje dejstva harmonika, ali se uopšte uzev ovo dejstvo smanjuje u znatnoj meri. Kao što se vidi iskošenje deluje slično raspodeli namotaja; raspodelom se *fazna grupa* strana kanure ili šipki razastire na znatan deo talasa fluksa; iskošenjem se *pojedinačne strane kanura ili šipke* razastru isto tako. U oba ova pomoćna sredstva radi se o vektorskom a ne o algebarskom sabiranju kao postupku za smanjenje dejstva harmonika. Iskošenje koje se u praksi obično primenjuje iznosi oko jedan žlebni korak.

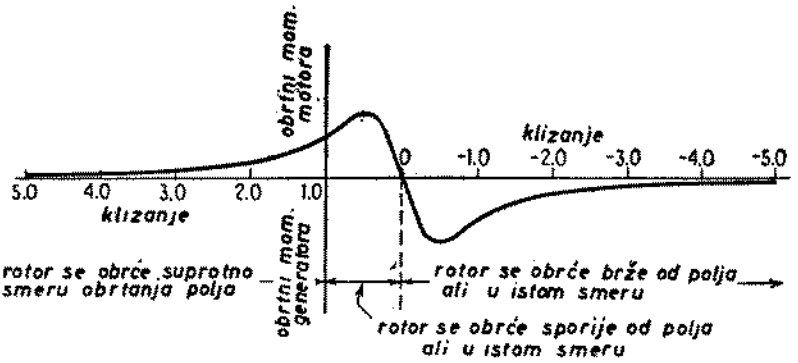
Među dejstvima viših harmonika fluksa i m. m. s., koja su sva škodljiva, četiri su najvažnija: uvođenje harmonika u indukovani napon, uzajamno dejstvo harmonika rotora i statora u proizvođenju *parazitnih obrtnih momenata*, uvođenje vibracija, i, tesno povezano s trećim, uvođenje brujanja. Harmonici fluksa doprinose unekoliko i gubicima u mašini, proizvodeći gubitke u gvožđu relativno visoke učestanosti, naročito u zupcima i polnim nastavcima.

Prvo dejstvo se tiče uglavnom sinhronih generatora, kao što se vidi iz primera 4-6 i 4-8. Harmonici u m. m. s. indukta ne stvaraju neposredno harmonike u naponu na krajevima, ali oni utiču na veličinu osnovnog napona. S obzirom da harmonik m. m. s. reda h uspostavlja obrtno polje sa hp' polova, koje se u odnosu na indukt obrće brzinom od $1/h$ sinhrone brzine, on indukuje u namotaju napon osnovne učestanosti a ne harmonik napona. Tako indukovani napon je fazno pomeren za 90 električnih stepeni u vremenu od harmonika fluksa kroz kolo, a time i od struje koja izaziva pojavu harmonika. Kao što ćemo pokazati u od. 4-9, dejstvo ovog indukovanog napona na napon na krajevima uzima se u obzir putem izvesnog reaktivnog pada napona koji se smatra upravno srazmernim sa strujom indukta.

Suzbijanje poslednja tri gore navedena dejstva može da predstavlja osobito težak problem kod asinhronih motora s kaveznim rotorom zato što u kombinaciji statorskih harmonika m. m. s. i njihove reakcije na kavezni rotor leži bogat izvor različitih harmonika na obema stranama vazdušnog procepa. Uzrok i priroda parazitnih obrtnih momenata, na primer, može se ispitati imajući u vidu da talasi sinusoidne m. m. s. i magnetne indukcije sudeluju u proizvođenju jednosmernog obrtnog momenta shodno jedn. 3-22 kad oba talasa imaju isti broj polova i kad su međusobno nepokretni u prostoru. Kad su ova dva talasa relativno nepomična jedan prema drugom za svaku brzinu rotora, proizvodi se asinhroni obrtni momenat sličan glavnom obrtnom momentu asinhronog motora. Kad su oni relativno nepomični samo za jednu brzinu rotora, samo pri toj brzini se proizvodi sinhroni obrtni momenat sličan momentu u sinhronom motoru.

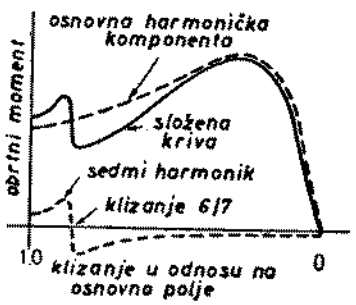
Kriva obrtni momenat—klizanje koja predstavlja promenu *asinhronog parazitnog obrtnog momenta* proizvedenog sadejstvom dve harmonične komponente slična je krivoj na sl. 3-25 za osnovne harmonike, premda uslov da napon na krajevima bude konstantan ne važi za više harmonike. Slika 3-25 je precrtana u sl. 4-24 i proširena na veći opseg klizanja. Klizanje u sl. 4-24 mora se odrediti u odnosu na brzinu talasa nekog višeg, a ne osnovnog harmonika. Tako, na primer, sedmi harmonik m. m. s. motora sa p' polova proizvodi polje od $7\,p'$ polova koje se obrće brzinom ravnom $1/7$ brzine osnovnog polja i u istom smeru. Njegovo dejstvo je prema tome slično dejstvu malog motora sa $7\,p'$ polova spojenog sa vratilom glavnog motora, na način prikazan na sl. 4-25. Treba primetiti da doprinos sedmog harmonika obrtnom momentu može da bude osetan samo pri malim

brzinama motora, a nipošto pri normalnim radnim brzinama. Ako bi pak sedmi harmonik bio velik, karakteristika pri puštanju motora u rad bila bi ozbiljno poremećena i motor bi se mogao obrtati malom brzinom u blizini klizanja od 6/7 (oko

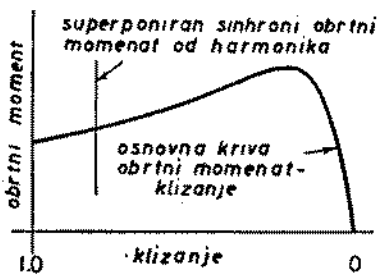


Sl. 4-24. Kriva obrtni momenat—klizanje asinhrone mašine za široki opseg klizanja

1/7 normalne brzine) umesto da postigne svoju normalnu radnu brzinu kada je klizanje veoma malo. Takva pojava se mora, naravno, izbeći da bi motor bio upotrebljiv.



Sl. 4-25. Kriva obrtni momenat—klizanje asinhronog motora, sa asinhronim ulegnućem usled sedmog harmonika fluksa



Sl. 4-26. Kriva obrtni momenat—klizanje asinhronog motora sa superponiranim sinhronim obrtnim momentom, stvorenim dejstvom harmonika fluksa

Sinhroni parazitni obrtni momenti stvoreni sadejstvom viših harmonika statora i rotora mogu dati povoda sličnim nepovoljnim dejstvima, kao što pokazuje kriva obrtni momenat—klizanje na sl. 4-26. U ovom slučaju se rotor može obrtati malom podsinhronom brzinom, umesto da postigne svoju normalnu radnu brzinu. Ako se jedan par ili niz parova ovakvih harmonika uzajamno zakvače pri brzini ravnoj nuli, može se desiti da se motor uopšte ne pokrene čak i kad nije opterećen. Loše izabrana kombinacija brojeva žlebova statora i rotora, kojom bi se izazvala pojava kako sinhronog tako i asinhronog ulegnuća, mogla bi dovesti do toga da kriva obrtni moment—klizanje bude u oblasti male brzine veoma nepovoljna.

Da bi se pravilno ocenile mogućnosti pojave sinhronih momenata, vibracija i brujanja, treba shvatiti u kojoj meri motor predstavlja obilan izvor magnetnih harmonika. Kad je namotaj kaveznog rotora izložen dejstvu osnovnog, petog, sedmog itd. harmonika statorskog polja, glavna polja proizvedena indukovanim rotorskim strujama jesu osnovni odnosno peti, sedmi itd. harmonik polja rotora. Ali pored ovih glavnih polja proizvode se i viši harmonici svakog od njih, dajući dug niz rotorskih harmonika. Mimo potencijalne važnosti koju imaju u proizvodenju

parazitnih obrtnih momenata, ovi rotorski talasi mogu u velikoj meri doprineti stvaranju brujanja i vibracija.

Glavni izvor brujanja koje se pronosi kroz vazduh su vibracije statorske i rotorske konstrukcije pod dejstvom magnetnih sila koje ih periodično deformišu u vremenu; drugim rečima, mašina se ponaša kao ogroman elektro-magnetni zvučnik. U proučavanju brujanja motora obuhvata se uopšte proučavanje magnetnih sila i mehaničkog odziva konstrukcija prema tim silama. U magnetne sile o kojima se ovde radi ubrajaju se i radijalne sile koje deluju na statorske i rotorske pakete pri vazdušnom procepu, sile slične onima o kojima je bilo reči u od. 2-1 čije su veličine srazmerne kvadratu magnetne indukcije. U tom pogledu se proučavanjem vibracija i brujanja dopunjuje proučavanje proizvodnje normalnog obrtnog momenta jer je u prvom proučavanju obuhvaćena radijalna komponenta magnetne sile a drugo se odnosi samo na tangencijalnu komponentu. U ovom proučavanju ne možemo se ograničiti samo na polja koja imaju isti broj polova i koja su nepokretna jedna prema drugima jer to više nije merodavno u proučavanju vibracija i brujanja. Navešćemo tri primera: dva polja sa istim brojem polova koja se obrću različitim brzinama mogu dovesti do ozbiljnih pulzacija u obrtnom momentu čak i kad je srednja vrednost obrtnog momenta ravna nuli; dva polja koja se razlikuju za dva pola proizvode neuravnoteženu magnetnu vučnu silu koja dejstvuje kao mehanička neuravnoteženost rotora; i najzad, jedno dvopolno polje samo sobom ili kombinacija dva polja koja se razlikuju za 4 pola teže da delove iskrive u obrtnu elipsu. Sve ove mogućnosti moraju se pažljivo ispitati kao potencijalni izvori smetnji, kako bi se izbegle vibracije i brujanja u mašinama.

Osim smanjivanja harmonika putem pojasnih i tetivnih sačinilaca i pomoću iskošenja, štetni uticaji harmonika otklanjanju se brižljivim izborom kombinacije brojeva statorskih i rotoskih žlebova. Predložene kombinacije se proučavaju da bi se odredili važni rotorski i statorski harmonici i da bi se poništili oni koji bi mogli proizvesti škodljiva dejstva. Viši harmonici igraju, dakle, ulogu potencijalnih smetnji koje se mogu otkloniti, pa se toj ulozi mora posvetiti puna pažnja.[1)]

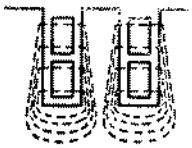
4-9. Reaktansa rasipanja. Jasno je da analiza rada mašine, zasnovana na izrazima za indukovani napon i elektromagnetni obrtni momenat, obuhvata kvantitativna određivanja magnetnog polja u mašini. Premda je rezultantno magnetno polje znatno složenije u mašini nego u transformatoru, zbog kompleksnijih oblika bakra i gvožđa, u analizi se primenjuju ista opšta načela. Smatra se da se rezultantno polje sastoji od tri komponente: *zajednički fluks* koji obuhvata namotaje i rotora i statora, *polje rasipanja statora*, koje obuhvata samo statorski namotaj a stvara ga struja statora i *polje rasipanja rotora*, koje obuhvata samo rotorski namotaj a stvara ga struja rotora. Ova tri polja imaju, naravno, odliku zajedničku svima komponentama jednog fizičkog sistema: one ne postoje same po sebi kao posebne fizičke bitnosti kad su oba namotaja pobudena; u mašini postoji tada stvarno samo rezultantno polje. Ako bi se polje prikazalo samo sa pobuđenim rotorskim namotajem, linije fluksa jasno bi se mogle raspoznati i jasno razdvojiti na fluks rasipanja rotora

---

[1)] Ovde navodimo izbor iz literature o harmonicima, parazitnim obrtnim momentima vibraciji i brujanju mašina: F. T. Chapman: „A Study of the Induction Motor", gl. VII i XII, John Wiley & Sons, Inc., Njujork, 1930; B. Hague, The Mathematical Treatment of the MMF of Armature Windings, *J. IEE*, vol. 55, str. 489, 1917; Q. Graham, The MMF of Polyphase Windings, *Trans. AIEE*, vol. 56, str. 118, 1927; G. Kron, Induction Motor Slot Combinations, *Trans. AIEE*, vol. 50, str. 757, 1931; E. E. Dreese, Synchronous Motor Effects in Induction Machines, *Trans. AIEE*, vol. 49, str. 1033, 1930; Q. Graham, Dead Points in Squirrel-cage Motors, *Trans. AIEE*, vol. 49, str. 637, 1930; L. E. Hildebrand, Quiet Induction Motors, *Trans. AIEE*, vol. 49, str. 848, 1930; M. J. Morrill, Harmonic Theory of Noise in Induction Motors, *Trans. AIEE*, vol. 59, str. 474, 1940; P. L. Alger: „The Nature of Polyphase Induction Machines", John Wiley & Sons, Inc., Njujork, 1951.

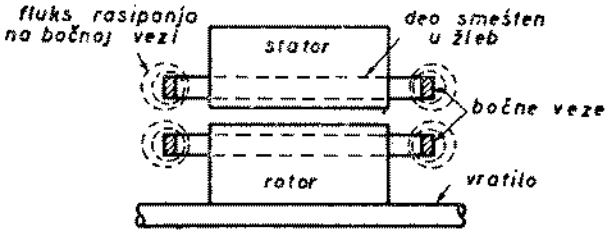
i na zajednički fluks. Isto tako, ako bi se polje prikazalo samo sa pobuđenim statorskim namotajem, linije fluksa bi se mogle jasno raspoznavati i jasno razdvojiti na fluks rasipanja statora i na zajednički fluks. Ali ako bi se zatim prikazalo rezultantno polje kombinovane m. m. s. nijedna od ranije razlikovanih linija ne bi se pojavila razgovetno, jer bi izgubile svoj poseban lik stapanjem dva uzroka koje predstavljaju m. m. s. rotora i statora. Međutim, analitički postupak se znatno uprošćuje kad se posmatraju izrazi komponentnih polja i zato se rezultantno polje retko i prikazuje i retko izričito pojavljuje u analizi mašina. Primena superpozicije koja se podrazumeva u takvom postupku, sadrži u sebi ograničenje da se komponentna polja imaju odrediti služeći se onim magnetnim propustljivostima gvožđa koje odgovaraju rezultantnom polju. No ovo ograničenje srećom nije ozbiljno jer su putanje fluksa rasipanja većim delom u vazduhu, a fluks rasipanja ne utiče znatno na zasićenost putanja glavnog fluksa.

Dosad je pažnja bila uglavnom ograničena zajedničkom fluksu. Polje rasipanja namotaja u mašini s ravnomernim vazdušnim procepom ne doprinosi obrtnom momentu koji odgovara tom namotaju s obzirom da je, sa gledišta jednačine obrtnog momenta, 3-22, ugao obrtnog momenta δ za to komponentno polje ravan nuli. Pri svem tom rasuta polja utiču na karakteristike mašina za pretvaranje energije. Prema tome, napon indukovan promenom rasutog fluksa može se neposredno upotrebiti prilikom određivanja napona E, struje I ili faznog ugla φ za primenu u jedn. 4-47 kad su ove veličine određene drugim datim uslovima rada mašine.



Sl. 4-27. Fluks žlebnog rasipanja

Kao u transformatoru, dejstvo promene rasutog fluksa kroz kolo nekog namotaja obuhvata analitički pripisujući namotaju izvesnu *induktivnost rasipanja* ravnu odnosu rasutog fluksa kroz kolo i struje u tom namotaju, kao i odgovarajuću *reaktansu rasipanja*. Veličini reaktanse rasipanja najviše doprinosi fluks rasipanja u žlebu, fluks rasipanja na bočnim vezama kanura i fluks viših harmonika. Pretpostavlja se da fluks žlebnog rasipanja, kao što pokazuje sl. 4-27, prolazi kroz žleb i zatvara svoju putanju kroz gvožđe zupca i jezgra; ovaj fluks obuhvata deo provodnika smešten u žlebu. Očigledno je da je rasipanje veće u dubokom uskom žlebu nego u plitkom i širokom. Fluks žlebnog rasipanja može doprineti i neravnomernoj raspodeli struje u poprečnom preseku provodnika. Izgled *fluksa rasipanja na bočnim vezama* koji se obuhvata sa bočnim vezama ili delovima provodnika



Sl. 4-28. Fluks rasipanja na bočnim vezama

izvan žlebova, prikazan je šematski na sl. 4-28. U reaktansi rasipanja obuhvaćeni su i oni viši harmonici fluksa koji se obrću nesinhrono zato što i njihove putanje idu većinom kroz vazduh i što napon koji oni indukuju, kao što je istaknuto u od. 4-8, ima osnovnu učestanost te je, kao svaki reaktivni napon, fazno pomeren za 90° od odgovarajuće struje. Iz ovoga se vidi da je dejstvo harmonika u teoriji usta-

ljenog stanja mašina za naizmeničnu struju uklopljeno u dva pravca: dejstva napona obuhvaćena su kao deo pada napona usled reaktanse rasipanja, a dejstva parazitnih obrtnih momenata, brujanje i vibracije obuhvaćeni su u posebnim proučavanjima da bi se obezbedila proizvodnja mašina u kojima nema smetnji ove vrste.

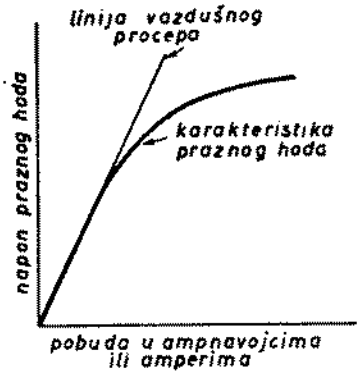
Reaktansa rasipanja namotaja zavisi od toga kako je namotaj raspoređen[2]). Ona je manja za razdeljeni nego za koncentrisani namotaj i manja je za tetivni nego za dijametralni namotaj. U svim namotajima, naravno, pojavljuje se fluks rasipanja bez obzira da li kroz njih teče naizmenična ili jednosmerna struja. U namotajima za jednosmernu struju, kao što su pobudni namotaji sinhronih mašina ili namotaji mašina za jednosmernu struju, fluksovi rasipanja ne indukuju napone u stacionarnom stanju, tako da odgovarajuće induktivnosti i reaktanse ne ulaze u odnosne analize. Što se pak tiče problema skopčanih sa prelaznim stanjima u mašinama, induktivnosti rasipanja imaju posebnu važnost kako za ove namotaje tako i za namotaje naizmenične struje.

4-10. Uticaj zasićenosti. Kako elektromagnetni obrtni momenat tako i indukovani napon u svima mašinama zavise od prvog izvoda ukupnog fluksa kroz namotaje tih mašina; obrtni momenat od izvoda po uglu, a napon od izvoda po vremenu. Za odredene m. m. s. u namotajima, fluksovi zavise od reluktansa kako gvozdenih delova magnetnih kola tako i od vazdušnih procepa. Zasićenost može, prema tome, znatno uticati na karakteristike mašina. Drugi jedan aspekt zasićenosti, tananiji i teži za procenu bez eksperimentalnih i teorijskih uporedenja, tiče se njenog uticaja na osnovne postavke na kojima je zasnovano analitičko proučavanje mašina. Naime, svi izrazi za m. m. s. osnovani su na pretpostavci da je magnetni otpor gvožđa zanemarljiv. Kad se ti izrazi primene na praktične mašine sa različitim stupnjevima zasićenosti gvožđa, stvarna mašina se u stvari zamenjuje u tim razmatranjima izvesnom ekvivalentnom mašinom čije gvožde ima zanemarljiv magnetni otpor ali čija je dužina vazdušnog procepa povećana za iznos dovoljan da se apsorbuje pad magnetnog potencijala u gvožđu stvarne mašine. Iako se to retko čini eksplicitno, do ovakve zamene dolazi u stvari uvek kada se ranije izvedene jednačine m. m. s. upotrebljavaju u vezi sa vrednostima fluksa ili magnetne indukcije odredenim uzimajući u obzir magnetni otpor gvožđa. Uzgredno se, posredstvom ekvivalentnog glatkog vazdušnog procepa, obuhvataju i dejstva neravnomernosti vazdušnog procepa, kao što su žlebovi i ventilacioni kanali, a ova zamena, suprotno gore pomenutoj, vrši se izričito u proračunu magnetnog kola pri konstruisanju mašine. Prema tome, čine se ozbiljni napori da se magnetni uslovi u vazdušnom procepu verno reprodukuju a proračunske karakteristike mašina zasnivaju se najvećim delom na tim uslovima. Konačno uverenje o opravdanosti ovog postupka mora se naravno zasnivati na praktičnim činjenicama, pribavljenim putem temeljnih eksperimentalnih proveravanja.

Podatke o magnetnom kolu, važne za postupanje u vezi sa zasićenosti, daje *karakteristika praznog hoda, kriva magnećenja* ili *kriva zasićenosti*. Jedan primer je pokazan u sl. 4-29. U osnovi, ta karakteristika je kriva magnećenja za odredene geometrijske oblike gvožđa i vazdušnog procepa posmatrane mašine. Često se na apscisu nanosi struja pobude ili struja magnećenja umesto m. m. s. u amper navojcima. Sem toga, poznato je da je indukovani napon, dok je struja indukta ravna nuli, upravno srazmeran fluksu pri konstantnoj brzini. Tada se, radi lakše upotrebe, na ordinati nanosi napon na krajevima otvorenog kola umesto fluksa po polu u vazdušnom procepu, a cela kriva se crta za datu stalnu brzinu, obično za nominalnu brzinu. Prava linija tangentna na donji deo krive je linija vazdušnog procepa,

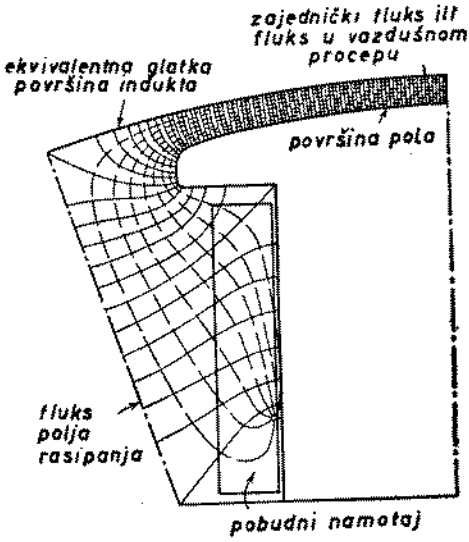
[2]) Za metode izračunavanja reaktansa rasipanja, v. P. L. Alger, The Calculation of the Armature Reactances of Synchronous Machines, *Trans. AIEE*, vol. 47, str. 493, 1928; L. A Kilgore, Calculation of Synchronous Machine Constants, *Trans. AIEE*, vol. 50, str. 1201, 1931.

koja veoma približno pokazuje m. m. s. potrebnu za savladivanje magnetnog otpora u vazdušnom procepu. Kad ne bi bilo zasićenosti, linija vazdušnog procepa i karakteristika praznog hoda poklapale bi se, tako da odstupanje krive od linije vazdušnog procepa predstavlja merilo stupnja postojeće zasićenosti. U normalnoj mašini, pri nominalnom naponu, odnos ukupne m. m. s. prema m. m. s. potrebnoj samo za vazdušni procep leži obično između 1,1 i 1,25.



Sl. 4-29. Tipična karakteristika praznog hoda i linija vazdušnog procepa

Karakteristika praznog hoda može se izračunati iz konstruktivnih podataka po metodima teorije magnetnih kola, često uz pomoć crteža koji prikazuju fluks. Jedan primer crteža koji pokazuje raspodelu fluksa oko pola mašine s isturenim polovima vidi se na sl. 4-30. Raspodela fluksa u vazdušnom procepu nađena pomoću ovog crteža, sa osnovnom i trećom harmoničnom komponentom, pokazana je na slici 4-31. Crtež je izrađen pod pretpostavkom da je propustljivost gvožđa beskonačna, za glatku površinu indukta sa dužinom vazdušnog procepa, povećanom da bi se izravnao uticaj žlebova indukta na fluks po polu. Uticaj žlebova može se proučavati posebno bilo na analitičkoj bilo na grafičkoj osnovi. Uticaj žleba na inače ravnomerno polje pokazan je grafički na sl. 4-32 i 4-33. Treba primetiti da se u sl. 4-32 razmera u kojoj je polje nacrtano povećava na mestima gde je linija fluksa povučena samo do tačke u kojoj preseca ekvipotencijalnu liniju. Imajući na umu ovu promenu, uviđa se da je magnetna indukcija u žlebu mnogo manja nego u zupcu. Opšti izgled talasa magnetne indukcije sa superpozicijom dejstva žleba pokazuje sl. 4-34. Uticaj fluksa je ovde jače izražen zbog toga što je upotrebljen samo mali broj relativno širokih žlebova po polu. Crteži fluksa kao oni na sl. 4-30 i 4-32 predstavljaju precizne, kvantitativne rezultate jer su to rešenja Laplasove jednačine za pretpostavljene granične uslove[3]).



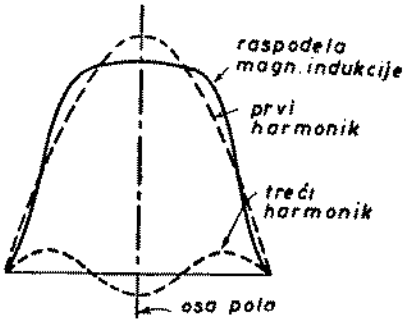
Sl. 4-30. Raspodela fluksa oko isturenog pola. Pune linije predstavljaju linije fluksa, a isprekidane vezuju tačke jednakog magnetnog potencijala

Za već postojeću mašinu, kriva magnećenja najčešće se određuje kad se mašina pusti da radi kao neopterećeni generator pa se na krajevima indukta čitaju

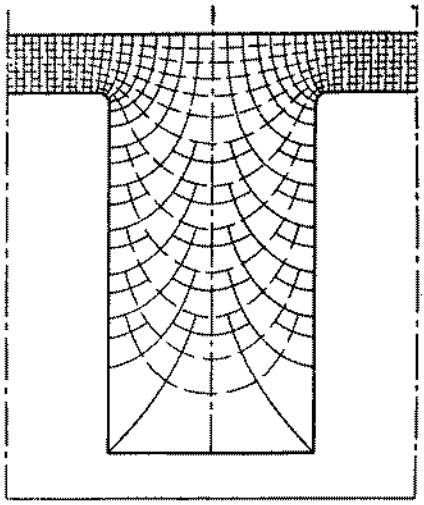
[3]) Za iscrpne prikaze metoda grafičkog predstavljanja fluksa za električne mašine, vidi A. R. Stevenson i R. H. Park, Graphical Determination of Magnetic Fields, *Trans. AIEE*, vol. 46, str. 112, 1927; R. W. Wieseman, Graphical Determination of Magnetic Fields, *Trans. AIEE*, vol. 46, str. 141, 1927.

Slike 4-30 do 4-33 podešene su prema slikama iz navedenih izvora.

vrednosti napona koje odgovaraju nizu vrednosti pobudne struje. Za asinhroni motor može se prilagoditi postupak koji se upotrebljava za transformatore: motor se pusti da radi sinhronom brzinom ili blizu nje, pa se za niz vrednosti napona priključenog na stator odrede vrednosti struje magnećenja.

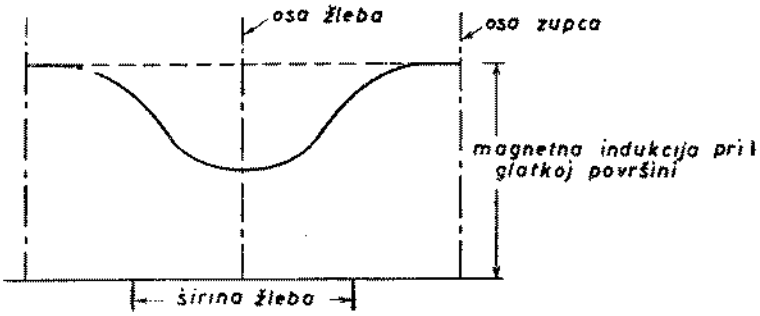


Sl. 4-31. Talas magnetne indukcije koji odgovara sl. 4-30, sa svojim prvim i trećim harmonikom



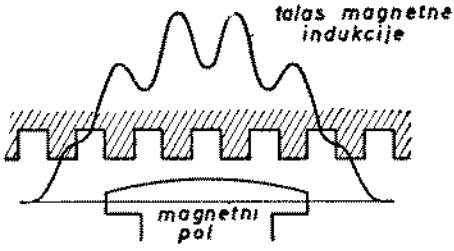
Sl. 4-32. Raspodela fluksa u žlebu. Pune linije su linije fluksa; isprekidane linije vezuju tačke jednakog magnetnog potencijala

Određivanje elektromagnetnih uslova u takvim pretvaračima energije ima očigledno dosta zajedničkog sa istim problemom u transformatorima s gvozdenim



Sl. 4-33. Dejstvo žleba na magnetnu indukciju u vazdušnom procepu.

jezgrom. Magnetomotorne sile rotorskog i statorskog namotaja kombinuju se u rezultantnu m. m. s. koja uspostavlja zajednički fluks, umnogome na isti način kao u transformatoru, iako se prostorni odnos komponentnih m. m. s. mora pažljivo razmotriti u slučaju rotacionih mašina. Indukovani napon u namotaju mašine veoma je sličan naponu indukovanom dejstvom rezultantnog fluksa jezgra u transformatorskom namotaju, a sa fluksovima rasipanja postupa se na približno isti način, premda fluksovi rasipanja onih namotaja mašine kroz koje teku jednosmerne struje ne ulaze neposredno u određivanje radnih karak-



Sl. 4-34. Raspodela fluksa glavnog polja sa superpozicijom dejstva žlebova. Dejstva žlebova su preuveličana jer je pokazan mali broj širokih žlebova po polu

teristika. Ova sličnost može se naravno očekivati, jer se i transformatori i mašine sastoje od dva električna kola ili više njih, spregnutih zajedničkim magnetnim kolom. Mnogi razni manevri i lukavstva kojima se mora pribeći da bi se dobila praktična rešenja za probleme u osnovi nerešljive, zajednički su, prema tome, za obe vrste naprava.

4-11. Gubici u električnim mašinama Razmatranje gubitaka u mašinama važno je iz tri razloga: gubici određuju stepen korisnosti mašine i osetno utiču na njene pogonske troškove; gubici određuju zagrevanje mašine a time i nominalnu ili odatu snagu koja se može postići bez preteranog pogoršavanja izolacije dejstvom toplote; najzad, padovi napona ili komponente struje u vezi sa nadoknađivanjem gubitaka moraju biti tačno uzeti u obzir u predstavljanju mašine. Stepen korisnosti mašine, kao i svakog pretvarača energije, dat je odnosom

$$\text{Stepen korisnosti} = \frac{\text{odata snaga}}{\text{primljena snaga}} \tag{4-82}$$

što se još može izraziti u obliku

$$\text{Stepen korisnosti} = \frac{\text{primljena snaga} - \text{gubici}}{\text{primljena snaga}} = 1 - \frac{\text{gubici}}{\text{primljena snaga}} \tag{4-83}$$

$$= \frac{\text{odata snaga}}{\text{odata snaga} + \text{gubici}}. \tag{4-84}$$

Obrtne mašine, uopšte uzev, imaju dobar stepen korisnosti izuzev kad su slabo opterećene. Stepen korisnosti pri punom opterećenju iznosi za prosečne motore, na primer, približno 74 odsto za motor veličine od 1 KS, 89 odsto za motore od 50 KS, 93 odsto za motore od 500 KS i 97 odsto za motore od 5000 KS. Stepen korisnosti sporohodnih motora obično je manji za 3 do 4 odsto od stepena korisnosti brzohodnih motora.

Izrazi u obliku jedn. 4-83 i 4-84 često se upotrebljavaju za električne mašine zato što se njihov stepen korisnosti najčešće određuje merenjem gubitaka umesto neposrednim merenjem primljene i odate snage pod opterećenjem. Merenja gubitaka imaju to preimućstvo da su lakše izvodljiva i jevtinija, a daju ispravnije i tačnije vrednosti stepena korisnosti, jer se datim procentom greške pri merenju gubitaka prouzrokuje procentualno oko deset puta manja greška u stepenu korisnosti. Stepeni korisnosti određeni merenjem gubitaka mogu poslužiti za upoređivanje međusobno uporedljivih mašina pod uslovom da se u svima slučajevima upotrebljavaju potpuno iste metode merenja i izračunavanja rezultata. Iz toga razloga su razni gubici i uslovi za njihovo merenje tačno definisani od strane Američkog udruženja za standardizaciju (American Standards Association, skr. ASA). Sledeći pregled pojedinih gubitaka sadrži mnoge od tih određaba onako kako su date u biltenu C 50-1943 američkog standarda za električne obrtne mašine, mada u njemu nisu obuhvaćene sve pojedinosti pomenutog biltena.

1. *Gubici u bakru* nastaju, naravno, u svima namotajima mašine. Ovi gubici se po sporazumu računaju na osnovu otpora namotaja prema jednosmernoj struji na 75°C. U stvari, gubici u bakru zavise od efektivnog otpora namotaja pri uslovima radne učestanosti i fluksa. Priraštaj gubitka, predstavljen razlikom između otpora prema jednosmernoj struji i efektivnog otpora, obuhvaćen je dopunskim gubicima o kojima će biti docnije govora. U pobudnim kolima sinhronih mašina i mašina za jednosmernu struju, samo se gubici u pobudnom namotaju računaju kao gubici u mašini; gubici u otporniku za regulisanje pobudne struje i svi gubici u spoljnim izvorima za napajanje pobude idu na teret postrojenja u čijem je sastavu mašina. Sa gubicima u bakru blisko su povezani *gubici na kontaktima dirki* na kliznim prste-

novima i komutatorima. Ovi gubici se po sporazumu obično zanemaruju za asinhrone i sinhrone mašine, a kod mašina za jednosmernu struju industrijskog tipa smatra se da je pad napona na dirkama konstantan i da iznosi 2 volta kad se upotrebljavaju ugljene i grafitne dirke sa kapom i bakarnim užetom.

2. *Mehanički gubici* se sastoje od trenja dirki i ležišta i ventilacionih gubitaka uključujući i snagu potrebnu za cirkulisanje vazduha kroz mašinu i ventilacioni uređaj, ako ovaj postoji, bilo u vidu ugrađenih ili spoljnih ventilatora (izuzev snage potrebne za potiskivanje vazduha kroz dugačke ili uske kanale izvan mašine). Gubici trenja i ventilacioni gubici mogu se meriti određujući snagu koju mašina prima obrćući se nominalnom brzinom u praznom hodu i bez pobuđivanja. Ovi gubici se često priključuju gubicima u jezgru i odreduju sa ovima istovremeno.

3. *Gubici u gvožđu u praznom hodu* sastoje se od gubitaka usled histereze i vihornih struja usled promena magnetne indukcije u gvožđu mašine kada je uključen samo glavni pobudni namotaj. U mašinama za jednosmernu struju i sinhronim mašinama, ovi gubici su ograničeni uglavnom na limove indukta, iako pulzacije fluksa prouzrokovane otvorima žlebova izazivaju i gubitke u gvožđu indukta, naročito u polnim nastavcima ili na spoljnim površinama gvožđa indukta. U asinhronim mašinama ovi gubici su uglavnom ograničeni na gvožđe statora. Gubici u gvožđu u praznom hodu mogu se odrediti merenjem primljene snage mašine koja se obrće nominalnom brzinom (odn. daje napon nominalne učestanosti) bez opterećenja i pod odgovarajućim uslovima fluksa ili napona, uz odbitak gibitaka trenja dirki, ležišta i vazduha i, ako se mašina obrtala sopstvenom snagom pri ispitivanju, uz odbitak gubitka u bakru neopterećenog indukta (gubitak u bakru statora pri praznom hodu za asinhrone motore). Obično se uzimaju podaci za krivu gubitka u gvožđu izraženu kao funkcija napona indukta u blizini nominalnog napona. Kao gubitak u gvožđu pri opterećenju smatra se tada vrednost koja odgovara nominalnom naponu, korigovanom za pad napona u omskom otporu indukta (za mašine naizmenične struje korektura se vrši vektorski). Za asinhrone motore, međutim, ova korektura se ne vrši, a upotrebljava se gubitak u gvožđu pri nominalnom naponu. Kad se odreduje samo stepen korisnosti, nema potrebe da se gubitak u gvožđu pri praznom hodu odvaja od gubitaka trenja i ventilacije; zbir svih ovih gubitaka naziva se *gubici usled obrtanja u praznom hodu.*

Gubitak usled vihornih struja zavisi od kvadrata magnetne indukcije, učestanosti i debljine limova. Pri normalnim uslovima rada mašine on se sa dovoljnom približnošću može izraziti kao

$$P_v = K_v (B_{\max} f \tau)^2 \tag{4-85}$$

gde je τ debljina lima, $B_{\max}$ maksimalna vrednost magnetne indukcije, f učestanost, a K_v sačinilac proporcionalnosti čija vrednost zavisi od primenjenih jedinica, zapremine gvožđa i otpornosti gvožđa. Promenljivost gubitka usled histereze može se izraziti samo empiričkim obrascima. Najčešće se upotrebljava obrazac

$$P_h = K_h f B^n_{\max} \tag{4-86}$$

gde je K_h sačinilac proporcionalnosti koji zavisi od karakteristika i zapremine gvožđa i primenjenih jedinica, a eksponent n se kreće između 1,5 i 2,5 usvajajući za svrhe procene u oblasti mašina često vrednost 2,0. U jedn. 4-85 i 4-86 učestanost se može zameniti brzinom a magnetna indukcija odgovarajućim naponom, ako se sačinioci proporcionalnosti shodno promene. Takve zamene dolaze u obzir kad se gubitak u gvožđu ispituje pri nominalnoj brzini i odgovarajućem naponu.

Kad je mašina opterećena, prostorna raspodela magnetne indukcije znatno se menja usled m. m. s. strujâ opterećenja. Stvarni gubici u gvožđu primetno se povećavaju. Na primer, harmonici m. m. s. o kojima je ranije govoreno prouzro-

kuju znatne gubitke u gvoždu u blizini površina vazdušnog procepa. Ukupno priraštaj gubitka u gvoždu beleži se kao deo dopunskih gubitaka snage.

4. *Dopunski gubici* pri opterećenju sastoje se od gubitaka koji potiču od neravnomerne raspodele struje u bakru i naknadnih dodatih gubitaka u gvoždu usled distorzije magnetnog fluksa pod uticajem struje opterećenja. Ove gubitke je teško odrediti tačno. Po sporazumu uzima se da iznose 1 odsto od odate snage kod mašina za jednosmernu struju. Za sinhrone mašine mogu se odrediti ispitivanjem u kratkom spoju kao što je opisano u gl. 7. Za asinhrone motore može se primeniti ispitivanje pobuđivanjem jednosmernom strujom, koji opit neće biti opisan u ovoj knjizi.[4])

Proučavanje prethodne klasifikacije raznih gubitaka mašina i odgovarajućih metoda ispitivanja pokazuje da ona ima, sa osnovnog gledišta posmatrana, nečega izveštačenog. To pokazuje podela gubitaka u gvoždu na gubitke u gvoždu pri praznom hodu i priraštaj koji se pojavljuje pri opterećenju, podela gubitaka u bakru na gubitak usled omskog otpora i na priraštaj usled neravnomerne raspodele struje, a zatim združivanje ova dva priraštaja u kategoriju dopunskih gubitaka. Ovu izveštačenost diktuje, međutim, lakoća ispitivanja i ona se može opravdati činjenicom da se glavni motivi standardne klasifikacije sastoje u tome da se odrede ukupni gubici i jedna vrednost stepena korisnosti koja bi bila podesna za ekonomska upoređenja i, u isto vreme, što je mogućno približnija stvarnoj vrednosti stepena korisnosti. Kao što se vidi, značaj stepena korisnosti znatno je veći no što se ponekad misli i možda nije nepotrebno još jednom naglasiti da u radu mašina gubici igraju važniju ulogu od one kada predstavljaju samo stavke u knjigovodstvu energetskog bilansa.

U generatoru, na primer, komponente mehaničkog prijemnog obrtnog momenta na vratilu treba očigledno da pokrivaju gubitke u bakru i gvoždu, kao i gubitke trenja i otpora vazduha pored odate snage generatora. Ovi gubici mogu, dakle, biti važni činioci u prigušivanju električnih i mehaničkih prelaznih pojava u mašini. Komponente dopunskih gubitaka snage, premda pojedinačno mogu da iznose samo deo procenta odate snage, mogu biti od prvorazredne važnosti za konstruisanje mašine. Tako zagrevanje rotora obično predstavlja faktor ograničenja u građenju velikih brzohodnih alternatora, a komponente dopunskih gubitaka snage na površini tela rotora su od velike važnosti jer utiču neposredno na dimenzije alternatora date snage. U ranije prikazanim teorijskim izlaganjima još neposredniji značaj ima uticaj histereze i vihornih struja koje čine da fluks zaostaje u odnosu na m. m. s. Ovaj uticaj je istovetan sa uticajem koji u transformatoru čini da fluks zaostane za pobudnom strujom za ugao zavisan od odnosa gubitaka usled histereze i vihornih struja prema prividnoj snazi magnećenja. Na sličan način, obrtni talasi magnetne indukcije zaostaju za izvestan mali ugao iza odgovarajućih komponentnih talasa m. m. s. iz od. 3-6 i 4-2. U vezi sa ovim uticajem, na magnetnom materijalu u obrtnom polju javlja se obrtni momenat srazmeran gubicima usled histereze i vihornih struja u tom materijalu. Iako je obrtni moment kojim su ovi gubici praćeni relativno mali u normalnim mašinama on se neposredno primenjuje u jednoj vrsti malih motora, u histereznom motoru.

Primer 4-10. Trofazni osmopolni asinhroni motor, 60 Hz, 550 V, 50 KS ima pri punom opterećenju stepen korisnosti 89,0%. On radi pod punim opterećenjem 8 h/dan 300 dana u go-

---

[4]) Za potpune opise svih usvojenih metoda za merenje gubitaka mašina treba pogledati sledeće standarde AIEE:

Test Code for Polyphase Induction Machines, No. 500, avgust 1937.

Test Code for Direct-current Machines, No. 501, juli 1941.

Test Code for Polyphase Synchronous Machines, No. 503, juli 1945.

Videti takođe C. W. Ricker i C. E. Tucker: „Electrical Engineering Laboratory Experiments", 4. izd. Mc Graw-Hill, Inc. Njujork, 1940.

dini. Za računanje stalnih rashoda usvojena je interesna stopa od 5% godišnje, a koristan vek opreme se uzima da je 10 godina. Priraštaj troškova na električnu energiju je 1,0 centi po kilovatčasu.

Koliko vredi jednoprocentno povećanje stepena korisnosti pri punom opterećenju pod ovim uslovima?

Rešenje. Ovaj primer daje uprošćenu sliku izvesnih činilaca koji se pojavljuju u ekonomskom poređenju međusobno uporedljive opreme i procene troškova rada mašina. Za takve analize se ukupni izdaci dele na stalne i pogonske rashode.

Stalni rashodi se odnose na *vlasništvo* opreme i zasnivaju se na izdacima početnog kapitala. Oni obuhvataju interes (ili iznos koji bi investirani kapital mogao da zaradi kad bi se upotrebio na neki drugi način), dažbine, osiguranje, smanjenje vrednosti i zastarevanje (otplate predviđene da bi se oprema mogla zameniti ekvivalentnom kad ona ili postupak u kome se primenjuje zastari ili postane neupotrebljiva). U ovom primeru amortizacione otplate uzimaju se po takozvanoj linearnoj metodi tj. na osnovu procenjenog veka od 10 godina, tako da se 10% od početne investicije otplaćuje svake godine. Ako se dažbine i osiguranje zanemare u ovom primeru, godišnji stalni rashodi će iznositi 15% od početne investicije.

Pogonski rashodi su izdaci pri *radu* opreme i obuhvataju potrošne stavke kao što je energija, troškove održavanja, nadzor i radnu snagu. U ovom primeru godišnji pogonski troškovi dva motora različitih stepena korisnosti razlikuju se jedino za vrednost razlike u gubicima.

Primenom jedn. 4-84, dobivaju se

$$\text{Gubici} = 50 \times 746 \times \frac{1{,}00 - 0{,}89}{0{,}89} = 4\,610 \text{ W}$$

za stepen korisnosti 89% i

$$\text{Gubici} = 50 \times 746 \times \frac{1{,}00 - 0{,}90}{0{,}90} = 4\,150 \text{ W}$$

za stepen korisnosti 90%. Godišnja ušteda u pogonskim rashodima je, dakle,

$$\frac{4\,610 - 4\,150}{1\,000} \times 8 \times 300 \times 0{,}01 = 11 \text{ dolara.}$$

S obzirom da se pogonski troškovi smanjuju za 11 dolara godišnje, godišnji stalni rashodi ne smeju se povećati iznad tog iznosa. Stalni godišnji rashodi su

$$FC_{0,89} = 0{,}15 \times (\text{početni kapital})_{0,89}$$
$$FC_{0,90} = 0{,}15 \times (\text{početni kapital})_{0,90}.$$

Godišnja razlika u stalnim rashodima je, prema tome,

$$0{,}15\,(\text{razlika početnog kapitala}) = 11 \text{ dolara}$$

ili

$$\text{razlika početnog kapitala} = 73{,}30 \text{ dolara.}$$

Prema tome, poboljšanje stepena korisnosti za 1 odsto vredi pod ovim uslovima 73,30 dolara. Ako se takvo poboljšanje može postići izdatkom ispod 73,30 dolara, trebalo bi ga usvojiti; ako zahteva veći izdatak treba predlog odbaciti.

4-12. Nominalna snaga i zagrevanje. Jedan od najvažnijih faktora u konstrukciji i pogonu električnih mašina je odnos između veka izolacije i radne temperature mašine. Organski izolacioni materijal stari, odnosno razlaže se pod dejstvom toplote; ove promene su uglavnom funkcija vremena i temperature i vode najzad do ugljenisanja, krtosti, gubitka mehaničke postojanosti i dielektrične čvrstoće. Jedno grubo empiričko pravilo, koje ukazuje na toplotnu nestabilnost organskih izolacionih materijala, glasi da za svakih daljih 8 do 10° C povišenja temperature, vreme propadanja izolacije je upola kraće. Zbog toga su određena najveća dozvoljena povišenja temperature za izolaciju mašina, propisana od strane organizacija ASA, Američkog instituta elektroinženjera (AIEE) i Nacionalnog udruženja elektrotehničkih proizvođača (NEMA). Povećanje temperatura koje izazivaju gubici razmatrani u prethodnom odeljku predstavlja, prema tome, važan a često i odlučujući činilac u pogledu nominalne snage mašine. Taj faktor ipak nije jedini; najveći obrtni momenat, polazni obrtni momenat i polazna struja, stepen korisnosti

i faktor snage jesu karakteristične veličine koje moraju odgovarati određenim zahtevima. Ove veličine, više nego povišenje temperature, određuju ponekad količinu materijala upotrebljenog za mašinu date nominalne snage, kao što je slučaj sa mnogim tipovima otvorenih i poluoklopljenih motora za opšte svrhe.

U cilju postavljanja temperaturnih granica, izolacioni materijali se klasifikuju prema svom sastavu. Tri najvažnije faze za mašine definisane su na sledeći način:[5])

Izolacija klase A sastoji se od (1) pamuka, svile, papira i sličnih organskih materijala, bilo impregnisanih ili potopljenih u tečan dielektrikum; (2) kalupovanih ili slojevitih materijala sa celuloznom ispunom, fenolnim smolama i drugim smolama sličnih osobina; (3) opni ili listova acetata celuloze i drugih derivata celuloze sličnih osobina, i (4) lakova (emajla) kao premaza provodnika.

Izolacija klase B sastoji se od liskuna, azbesta, staklene svile i sličnih neorganskih materijala, spojenih organskim vezivnim supstancama. Izvestan manji deo materijala klase A može se upotrebiti samo kao vezivno sredstvo.

Izolacija klase H sastoji se od (1) liskuna, azbesta, staklene svile i sličnih neorganskih materijala, spojenih vezivnim supstancama od silikonskih masa ili materijala ekvivalentnih osobina; (2) silikonske mase gumastog ili smolastog oblika, ili materijala ekvivalentnih osobina. Veoma mali deo materijala klase A može se dodati samo gde je to neophodno kao vezivno sredstvo u toku proizvodnje.

Preporučene vrednosti temperatura „najtoplije tačke", utvrđenih kao granica dozvoljene temperature pojedinih delova mašine, su sledeće za ove tri klase izolacije:

Klasa A : 105°C
Klasa B : 130°C
Klasa H : 180°C.

S obzirom da se kao granična temperatura okoline uzima normalno temperatura od 40°C, ove temperature odgovaraju porastu temperature od 65, 90 i 140°C u najtoplijim tačkama mašine.

Da bi se pokazala opšta priroda i red veličina standardnih propisa za dozvoljena povišenja temperatura, u tabeli 4-1 date su granice za razne delove izabranih motora. Glavni izuzetak u primeni ovih temperaturnih granica predstavlja vazduhoplovna oprema za koju se ne zahteva vek trajanja izolacije približan veku za industrijska postrojenja, pa su dozvoljene više temperature. U drugoj koloni tabele, izraz *motor za opšte svrhe* odnosi se na sve motore do uključno 200 KS i najmanje 450 obr/min, sagrađene za neprekidan rad, koji su konstruisani i vode se u katalogu, odnosno nude se prema standardnom nominalnom pogonu ne ograničavajući njihovu primenljivost na posebnu vrstu primene. Obratno, *motor za naročite svrhe* specijalno je konstruisan i vodi se u katalogu kao motor za naročite primene u kojima su zahtevi opterećenja i ciklus rada potpuno poznati. Dozvoljeno povišenje temperature je za 10°C niže kod motora za opšte svrhe nego kod motora za naročite svrhe kako bi se imao veći sačinilac sigurnosti u slučajevima gde uslovi rada nisu poznati. Ali se ova niža granica delimično nadoknađuje time što se za motore za opšte svrhe kad rade pri nominalnom naponu odobrava „radni faktor" od 1,15. *Radni faktor* je činitelj kojim se može pomnožiti nominalna odata snaga da bi se dobilo dozvoljeno opterećenje koje se može koristiti neprekidno pod uslovima propisanim za taj radni faktor*). Radne karakteristike pri dozvoljenom opterećenju propisanom radnim faktorom razlikuju se, uopšte uzev, malo od radnih karakteristika pri nominalnom opterećenju.

---

[5]) Iz standarda AIEE 1, General Principles upon Which Temperature Limits Are Based in the Rating of Electrical Machinery and Apparatus, juni 1947.

*) Ovde čitaoca treba podsetiti da je reč isključivo o američkim propisima. To, uostalom, važi za ceo tekst ove knjige.

Primedba redaktora.

Tablica 4-1 pokazuje, sem toga, da je dozvoljeno da se porast temperatura poveća za 20°C kad se umesto izolacije klase A upotrebi izolacija klase B. Uprkos toplotnoj stabilnosti staklene svile, liskuna itd., ovo povećanje je ograničeno na tu vrednost zato što je raspadanje izolacije klase B uglavnom određeno organskim vezivnim materijalom i lakovima. Važan korak ka potpunijem korišćenju povoljnih osobina ovih neorganskih materijala predstavlja razvoj *silikona*, grupe organsko-silicijevih jedinjenja dobivenih od silicijuma, čije su molekularne strukture zasnovane na nizovima naizmeničnih atoma silicijuma i kiseonika vezanih za razne organske grupe. To su poluorganska jedinjenja visoke toplotne stabilnosti i otpornosti prema vlazi. Zbog njihove mehaničke mekoće i male otpornosti opne, njihova glavna primena kao izolacionih materijala nije u tome da se upotrebe sami, već da pruže smolasti dielektrikum potreban za međusobno povezivanje neorganskih materijala kao i za njihovo povezivanje sa gvožđem i bakrom, i da isključe vlagu. Opsežna ispitivanja i proučavanja vršena su počev od 1942. godine u pogledu primene silikonske izolacije u električnim mašinama, ali ona nisu u tehničkom i ekonomskom pogledu još dovršena. Potencijalna vrednost silikonskih smola upotrebljenih zajedno sa staklenom svilom i liskunom može se ceniti upoređujući preporučene temperature „najtoplije tačke" čiju smo vrednost ranije naveli. Vrednost od 180°C za izolaciju klase H privremeno je odobrena od strane AIEE za izvestan

TABLICA 4—1[1])

GRANIČNI MERLJIVI PORASTI TEMPERATURE MOTORA U STEPENIMA PO CELZIJUSU

Temperature merene termometrom ako nije drukčije propisano
(Temperatura vazduha za hlađenje ne iznad 40°C; nadmorska visina ispod 3 300 stopa ~ 1000 m)

Deo mašine	Motori za opšte svrhe	Motori potpuno oklopljeni, potpuno oklopljeni hlađeni ventilatorom, obezbeđeni od eksplozije, vode, prašine, motori za po tapanje u vodu (za jednosmernu struju i asinhroni)		Ostali motori za jednosmernu struju i asinhroni	
	Izolacija klase A	Izolacija klase A	Izolacija klase B	Izolacija klase A	Izolacija klase B
Namotaj izuzev kaveznih rotora i pobudnih namotaja	40	55	75	50	70
Izolovani pobudni namotaji*)	50**)	60	80	60	80
Limovi i mehanički delovi u dodiru sa izolacijom ili blizu nje	40	55	75	50	70
Klizni prstenovi i komutatori	55	65	85	65	85
Namotaji kaveznih rotora i razni delovi (držači dirki, dirke, rogovi polova itd.) mogu dostići temperature koje ni u kom pogledu ne škode mašini					

[1]) Sastavljena prema podacima iz standarda ASA: *Rotating Electrical Machinery*, C50-1943, American Standards Association, New York, 1943. Ova tablica treba jedino da posluži kao opšte obaveštenje o ograničenjima temperature. Za tačnije i potpunije podatke treba videti poslednje izdanje standarda.

*) Povišenje temperature putem merenja otpora izuzev za redne pobudne namotaje. Gde su propisana i povišenja temperature pobudnog namotaja merena termometrom, ona su za 10°C niža od onih koja se mere otporom.

**) Izuzev sinhronih motora sa faktorom snage 0,8, gde je za izolaciju klase A dozvoljeno povećanje od 60° C mereno otporom.

probni period. Dalje podatke sadrži tablica 4-2 u kojoj su navedena predložena dozvoljena povećanja za mašine jednosmerne struje zasnovana na programu ispitivanja koji zajednički sprovodi jedna grupa proizvođača.[6] Može se očekivati da će izolacije klase H naći svoju glavnu primenu u aparatima gde su od velike važnosti veličina i težina, koje se povećanjem radne temperature mogu smanjiti ne škodeći mnogo radnim osobinama i za koje se mora predvidati visoka okolna temperatura, kao što je slučaj sa motorima za pomoćne pogone u elektranama i sa drugim mašinama za naročite svrhe.[7]

Primena silikona predstavlja, međutim, samo jedan od mnogih primera o tome kako usavršene osobine materijala utiču na mašine i na nominalnu snagu ostvarljivu iz date količine gvožđa i bakra. Još važniji primer o tome pruža nam usavršenje magnetnih karakteristika gvožđa postignuto tokom godina. Ti primeri nam služe kao opomena da je za razvoj komercijalno uspešne proizvodnje mašina i razvoj tehnike uopšte potrebno mnogo više no što pokazuje niz jednačina zasnovanih na matematičkoj fizici.

Najuobičajeniji pogon mašina je *trajni pogon* kojim se definiše odata snaga (električna snaga u kilovatima za generatore jednosmerne struje, električna prividna snaga u kilovoltamperima uz određeni faktor snage za generatore naizmenične struje i mehanička snaga u kilovatima ili konjskim snagama za motore) koja se može odavati neprekidno ne prekoračujući utvrđena ograničenja. Za pogon sa prekidima, periodičan ili promenljiv, može se mašini propisati *kratkotrajni pogon*, kojim se

TABLICA 4—2*)

PREDLOŽENA GRANIČNA MERLJIVA POVEĆANJA TEMPERATURE U STEPENIMA PO CELZIJUSU ZA MAŠINE JEDNOSMERNE STRUJE

Deo mašine	Način merenja temperature	Mašine za kratkotrajni pogon						Mašine za naročite svrhe sa trajnim pogonom**)		
		Pogon 30 min. do 2 časa			Pogon od 15 min. ili manje					
		Klasa A	Klasa B	Klasa H	Klasa A	Klasa B	Klasa H	Klasa A	Klasa B	Klasa H
Namotaji indukta	termometrom	55	75	100	55	75	100	50	70	90
	otporom	80	110	140	90	120	160	60	85	110
Namotaji otočne pobude	termometrom	55	75	100	55	75	100	50	70	90
	otporom	70	90	120	70	100	130	70	90	120
Jednoslojni pobudni namotaji s pristupačnim bakrom	termometrom	65	85	110	65	85	110	60	80	100
	otporom	80	110	140	90	120	160	60	85	110
Limovi i mehanički delovi	termometrom	55	75	100	55	75	100	50	70	90
Komutatori i klizni prstenovi	termometrom	65	85	110	65	85	110	65	85	110

*) Preuzeta i delom reprodukovana tablica 1 iz standarda navedenog u primedbi 6.

**) Generatori sa dozvoljenim dvočasovnim preopterećenjem od 25% imaće za trajni pogon temperaturne granice za 10°C niže od propisanih u tri poslednje kolone; na kraju dvočasovnog preopterećenja imaće iste vrednosti kao za mašine sa nominalnim pogonom od 2 časa.

[6]) Za pojedinosti o ovim ispitivanjimap i redlozima videti: AIEE Subcommittee on D-C Machines of the AIEE Rotating Machine Committee, Temperature Rise Values for Direct-current Machines, *Trans. AIEE*, vol. 68, str. 206 do 212, 1949. U tabeli 4-2 su citirane samo vrednosti predložene za mašine s kratkotrajnim pogonom i za naročite svrhe.

[7]) Za obaveštenja o razvoju i potencijalnim primenama silikona u električnim mašinama, videti: T. A. Kauppi i G. L. Moses, Organo-silicon Compounds for Insulating Electric Machines, *Trans. AIEE*, vol. 64, str. 90 do 93, 1945; J. De Kiep, L. R. Hill, i G. L. Moses, The Application of Silicone Resins to Insulation for Electric Machinery, *Trans. AIEE*, vol. 64, str. 94 do 98, 1945.

definiše opterećenje za određeno vreme. Standardni periodi kratkotrajnog pogona su 5, 15, 30 i 60 min. Sa vrstom pogona propisuju se i brzine, naponi i učestanosti, a predviđaju se i mogućne varijacije napona i učestanosti. Motori, na primer, moraju da rade uspešno pri naponu 10% višem ili nižem od nominalnog, a motori za naizmeničnu struju i sa učestanostima 5% većim ili manjim od nominalne učestanosti; zbir odstupanja napona i učestanosti ne treba da prekorači 10%. Ostali uslovi rada postavljeni su tako da se mogu podneti snošljiva kratkotrajna preopterećenja. Tako korisnik nekog motora može očekivati da će sa dovoljnim stepenom sigurnosti moći da preoptereti motor sa 25% u toku izvesnog kraćeg vremena pri naponu od 90% od normalnog napona.

Problem obratan određivanju snage mašine, koji se sastoji u izboru veličine mašine za datu primenu, relativno je prost kad se zahtevi opterećenja u suštini ne menjaju. Za mnoge primene motora, međutim, zahtevi opterećenja menjaju se manje ili više ciklično i u širokom opsegu. Ciklus rada tipičnog motora za dizalicu ili kran može se lako zamisliti kao primer. Sa termičkog gledišta, prosečno zagrevanje motora mora se iznaći podrobnim proučavanjem gubitaka u mašini u toku raznih delova ciklusa. Moraju se imati u vidu promene ventilacije u zavisnosti od brzine motora za otvoren ili poluokloplјen motor. Za pravilan izbor treba se osloniti na veliki broj eksperimentalnih podataka i veliko iskustvo sa motorima o kojima se radi. Pri oceni potrebne veličine motora koji rade uglavnom konstantnom brzinom, pretpostavlja se ponekad da se zagrevanje izolacije menja sa kvadratom snage — pretpostavka koja očigledno preterano ističe ulogu gubitka u bakru indukta na račun gubitka u gvožđu. Srednja kvadratna vrednost mehaničke snage u toku radnog ciklusa dobiva se na isti način kao i srednja kvadratna (efektivna) vrednost periodično promenljivih struja, pa se nominalna snaga motora bira na osnovu tog rezultata, tj.

$$\text{srednja kvadratna vrednost snage} = \sqrt{\frac{\Sigma(\text{snaga})^2 \times (\text{vreme})}{\text{vreme pogona} + (\text{vreme mirovanja}/k)}} \tag{4-87}$$

gde konstanta k izražava pogoršanje ventilacije pri mirovanju i obično iznosi oko 4 za otvorene motore. Vreme potpunog ciklusa mora biti kratko u poređenju s vremenom potrebnim da motor dostigne ustaljenu temperaturu.

Iako grub, metod srednje kvadratne vrednosti snage upotrebljava se prilično često. Potreba da se rezultat zaokrugli na veličinu komercijalno raspoloživog motora otklanja potrebu za tačnijim proračunom; ako bi srednja kvadratna vrednost bila 87, na primer, izabran bi bio motor od 100 KS. Naročitu pažnju treba obratiti na motore koji se često puštaju u rad i menjaju smer obrtanja, jer je takav način rada u termičkom pogledu ekvivalentan velikom preopterećenju. Isto tako treba obratiti pažnju na radne cikluse koji imaju velike vrhove obrtnih momenata, kod kojih motori za trajan pogon izabrani na čisto termičkoj osnovi ne bi mogli da daju obrtne momente koji se traže. Za takve radne cikluse često se primenjuju motori za specijalne svrhe sa kratkotrajnim pogonom. Motori za kratkotrajan pogon su uopšte sposobniji da proizvedu jače obrtne momente nego motori predviđeni za istu snagu pri trajnom pogonu, iako su u termičkom pogledu naravno manje izdržljivi. Obe ove osobine potiču iz činjenice da je motor za kratkotrajan pogon konstruisan za visoke magnetne indukcije u gvožđu i velike gustine struje u bakru. Uopšte uzev, odnos maksimalnog obrtnog momenta prema termičkoj izdržljivosti je tim veći što je period kratkotrajnog pogona manji. Kao što je navedeno u četvrtoj koloni tablice 4-1, dopuštena su veća povećanja temperature nego za motore za opšte svrhe. Motor od 150 KS za jednočasovni pogon na 50°C, na primer, može u pogledu obrtnog momenta biti ravan motoru za trajni pogon od 200 KS, ali bi u trajnom pogonu mogao dati samo 0,8 svoje nominalne snage, odnosno 120 KS. U mnogim

slučajevima bi to bilo ekonomično rešenje za pogon kome je potrebno trajno 120 KS ali sa vrhovima obrtnog momenta koji zahtevaju motor od 200 KS za trajni pogon.

4-13. Rezime. Analiza mašina. Sinhrona mašina je poseban slučaj asinhrone mašine u kojoj se rotor napaja strujom učestanosti nula ili jednosmernom strujom i koja zato mora da radi sa klizanjem nula ili sinhronom brzinom; mašina za jednosmernu struju je poseban slučaj sinhrone mašine u kojoj je namotaju indukta dodata mehanička naprava za preokretanje smera struje. U ovim dvema postavkama odražavaju se mnogi ograničeni i specifični izrazi osnovnog jedinstva na kome počivaju razni tipovi mašina. Ovo jedinstvo je glavna tema gl. 3, u kojoj su polazeći od prostih pojmova u vezi s obrtnim momentom, naponom i promenom ukupnog fluksa kroz kolo kvalitativno izvedene osobine mašina i u znatnom obimu razvijene i same mašine.

U gl. 3 prethodna analiza upotrebljivosti ovih mašina za pretvaranje energije zasnovana je na sinusoidnim talasima magnetne indukcije i m.m.s. U ovoj glavi je ispitan uticaj odstupanja od ovih pretpostavki i učinjene su ispravke gde god je to bilo potrebno radi dovoljne tačnosti i zbog neposrednog ili posrednog dejstva tih odstupanja. S obzirom da su oblici talasa uglavnom funkcije rasporeda namotaja i opšte geometrije mašine, koji sa svoje strane moraju što bolje odgovarati nameni mašine, analitičke pojedinosti za mašine naizmenične i jednosmerne struje počinju se odvajati kao grane na osnovnom stablu. Na slično razilaženje između analitičkih pojedinosti u teoriji asinhronih i sinhronih mašina naići će se i u sledećim glavama.

U mašinama za naizmeničnu struju glavno dejstvo viših harmonika koji predstavljaju odstupanje od sinusnih talasa jeste u tome da prouzrokuju distorziju oblika talasa indukovanog napona, da unose ozbiljne mogućnosti brujanja i vibracija i, od naročite važnosti za asinhrone motore, da pri mirovanju ili maloj brzini proizvode parazitne obrtne momente koji otežavaju puštanje motora u rad. Neophodno je, dakle, da se preduzmu mere za otklanjanje harmonika. Ove mere se sastoje u raspodeli namotaja na nekoliko žlebova po polu i fazi, skraćivanju kanura, primeni namotaja s razlomljenim brojem žlebova, iskošenju žlebova rotora i pažljivom izboru kombinacija broja žlebova rotora i statora. Ako su preduzete odgovarajuće mere za suzbijanje štetnog dejstva harmonika, sva njihova dejstva u uslovima ustaljenog rada mogu se zanemariti, izuzev dejstva harmoničkih komponenti fluksa na reaktansu rasipanja. Analiza mašina za naizmeničnu struju, prema tome, može se zasnovati neposredno na načelima razmatranim u gl. 3. Važne jednačine koje čine osnovu podrobnih analiza u sledećim glavama jesu jed. 4-14 za indukovani napon i jed. 4-5 i 4-13 za pojasne i tetivne namotajne sačinioce; 4-23 za amplitudu obrtnog talasa m.m.s. u vezi sa pomenutim namotajima sačiniocima; i 4-46 i 4-47 za elektromagnetni obrtni momenat u zavisnosti od struje i napona mašine.

Kod mašina za jednosmernu struju pažljivo ispitivanje namotaja indukta pokazuje da se on može vernije predstaviti strujnim plaštom ravnomerne ugaone gustine struje pod svakim polom (ali, naravno, sa promenom smera struje pri prelasku iz oblasti pod severnim polom u oblast pod južnim polom), dakle, pre trougaonim nego sinusoidnim talasom m.m.s. Ovaj nalaz zahteva da se ponovo ispita izraz za obrtni momenat. Ponovno ispitivanje pokazuje da kod normalne mašine za jednosmernu struju, sa dirkama u neutralnom položaju, kako obrtni momenat tako i prosečni napon zavise samo od fluksa po polu, a ne od raspodele fluksa. Tako su dobivene jednačine 4-56 i 4-61 za obrtni momenat i 4-38 za indukovani napon. Povezanost jednačina za obrtni momenat sa principom održanja energije navodi nas na primenu jednoga postupka koji može da bude vrlo plodan.

Idealizovano predstavljena mašina je potreban uvod u buduća ispitivanja, pri čemu su glavne pretpostavke u tome da je vazdušni procep gladak i ravnomerne dužine, da se magnetni otpor gvožda može zanemariti i da nema histereze i vihornih struja. Ovaj postupak idealizovanja pre analizovanja veoma je čest postupak u tehnici, a zaista je malo problema kod kojih se radi uprošćenja ne bi morale usvojiti izvesne pretpostavke koje ih čine pristupačnim za matematičku obradu. Takve pretpostakve ne smeju, naravno, biti suviše nerealne, jer bi se inače dobila analiza bez vrednosti. Pretpostavke se obično formulišu na osnovu ranijeg iskustva sa sličnim problemima i uvek se brižljivo proveravaju opitima. Nije redak slučaj da se neke od idealizacija, koje izgledaju poželjne na samom početku kakvog novog ispitivanja, pokažu docnije nepotrebnim ili zamenljivim manje drastičnim pretpostavkama. Suprotnost između postupka sa strujnim plaštom, magnetne indukcije i m.m.s. u gl. 3 i postupka u ovoj glavi ilustruje ovu okolnost. U gl. 3 je pretpostavljeno da su svi ovi talasi sinusoidni. U ovoj glavi je ustanovljeno da te pretpostavke nisu ni malo preterane za rad u ustaljenom stanju normalnih mašina za naizmeničnu struju; kod mašina za jednosmernu struju pretpostavke za strujni plašt i m.m.s. zamenjene su novima koje ih bolje prikazuju, a za pretpostavku o magnetnoj indukciji nađeno je da je potpuno nepotrebna u normalnom slučaju.

Analizi idealizovane mašine mora da sleduje drugi korak, veoma čest u tehnici: prilagođavanje analize stvarnoj mašini. Ovaj korak zahteva da se prouče odstupanja od idealizovanog slučaja i da se pronađu manevri i pomoćna sredstva pomoću kojih bi se uzela u obzir ona dejstva ovih odstupanja koja su vredna pažnje. Upotreba krive magnećenja pri određivanju pada magnetnog potencijala u gvoždu je samo jedan od mnogih primera. Ova pomoćna sredstva imaju obično svoj koren u temeljnom fizičkom razumevanju procesa i, u svom krajnjem obliku, mogu biti rezultat dugogodišnjeg eksperimentisanja i proučavanja. U stvari, istorija teorije mašina pokazuje nam da se put do današnjih metoda često kretao od fizičke slike ka manje ili više gruboj formulaciji te slike i najzad ka produbljenom matematičkom ispitivanju kojim se potvrđivalo ili delimično ispravljalo poluintuitivno prilaženje problemu. U toku tog procesa bilo je grešaka, katkad ozbiljnih. Na primer, reaktansa rasipanja indukta sinhrone mašine bila je ranije uglavnom primenjivana u vezi sa karakteristikom praznog hoda za izračunavanje napona alternatora pod opterećenjem. Docnije i detaljnije studije su pokazale da su se po metodu izračunavanja reaktanse rasipanja pomoću konstruktivnih podataka dobivale vrednosti, koje su za nekih 25 do 100 odsto bile suviše visoke i da je neslaganje bilo približno nadoknađeno pogrešnim ocenjivanjem dejstva polja rasipanja na zajednički fluks. Neprekidnim napretkom tehnike, matematičke analize i eksperimentalnih metoda sve više se smanjuje mogućnost sličnih grešaka i znatno ubrzava postizanje sveobuhvatnih i zadovoljavajućih rezultata.

U knjizi će docnije radi uprošćenja biti uvedene dopunske ili drukčije pretpostavke koje će se odnositi samo na određene probleme. Potreba za pretpostavkama neće, dakle, prestajati i njena osnova se može pomerati od problema do problema, već prema potrebi za prostijim metodama, za većom tačnošću, ili prema novim problemima koji se u praksi pojavljuju i traže da se neki dosada zanemarivani činilac uzme u obzir. Jednu ilustraciju toga već smo susreli u drastičnim pretpostavkama koje su bile usvojene u vrlo gruboj metodi određivanja veličine motora pomoću srednje kvadratne vrednosti mehaničke snage. Pravljenje prihvatljivih pretpostavki u prilaženju nekom novom tehničkom problemu i tumačenje rezultata u svetlosti ovih pretpostavki jesu dva najteža koraka u tehničkoj analizi; rad koji se odvija između toga dvoga je obično stvar matematičke rutine. Sa tog gledišta, produbljena analiza bilo koje naprave doprinosi znatno sposobnosti da se analizuje svaka druga naprava.

Ponekad se smatra da je pogrešno što se za osnovne probleme mašina ne primene u punoj meri jednačine Maksvelove elektromagnetne teorije. Jedan obuhvatan frontalni napad ne bi se, međutim, mogao sprovesti primenom te teorije. Kompleksni oblici mašina i potreba da se obuhvate odgovarajuće feromagnetne karakteristike čine da bi rešavanje i najprostijih problema bilo tegobno, a drugih problema i nemogućno tim putem. Teorija polja često se koristi za pojedinosti — prikazivanje fluksa slikama, pomenuto u od. 4-10, je jedan primer — i u svrhu dobivanja dragocenih direktiva i omogućenja proveravanja pri razvijanju konvencionalne teorije.[8]) Međutim, najplodniji opšti način pristupanja ovom poslu je na prostoj osnovi magnetnog kola.

Pogodnost izvesnog analitičkog metoda može se ceniti i na osnovu primena u kojima se metod može najdalje koristiti. Kao što je već pomenuto, karakteristike obrtni momenat—brzina motora i karakteristike napon—opterećenje generatora uz poznavanje granica u kojima se ove karakteristike mogu menjati i načina kako se takve promene mogu postići, predstavljaju činioce od izvanredne važnosti u primenama mašina. U mnogim problemima glavno interesovanje je usredsređeno ne toliko na zbivanja u samoj mašini koliko na uzajamno delovanje između mašine i električnog ili mehaničkog sistema sa kojim je ona povezana — drugim rečima, na ponašanje mašine kao elementa sistema. Običan električni energetski sistem, na primer, sastoji se od stotina električno spojenih mašina čije radne karakteristike su uzajamno zavisne u veoma različitim stepenima. Na jednom manjem fizičkom razmeru često se ukazuje potreba da se grupa od nekoliko mašina, povezanih međusobno i sa drugim elementima, upotrebi za postizanje željene podešljivosti radnih karakteristika i regulisanja.

Ako se mašina posmatra samo kao problem elektroenergetskog sistema, onda je vrlo poželjno da se ona predstavi ekvivalentnim kolom čiji su krajevi stvarni krajevi mašine. Najpodesnije je da ova kola budu sastavljena od linearnih elemenata kola sa konstantnim naponima. Ona se obično sastoje od prilično jednostavnih mreža impedansi sa dva kraja ili mreža sa konstantnim ili lako odredljivim naponima, a krajevi su obično vezani za izvore ili velike potrošače energije. Takva ekvivalentna kola su opširno objašnjena u sledećih šest glava za razne mašine u ustaljenom stanju. Jednostavnost dobivenih ekvivalenata je očigledno potrebna kad se radi o velikoj grupi mašina, a ova činjenica je u neposrednoj vezi sa teorijskim razmatranjima pojedinačnih mašina. Istovremeno se oblast važenja prostih ekvivalentnih kola mora brižljivo proučiti i uzeti u obzir. Na taj način se složene pojave elektromagnetne energije uklapaju u matematičku tananost teorije linearnih kola.

Kad se uglavnom radi o dinamičkom ponašanju ukupnog sistema, uključujući neelektrične i električne komponente, ekvivalent mašine mora obično da bude obuhvatniji prikazujući kako čisto elektromagnetne tako i mehaničke osobine. Ulazni krajevi ekvivalenta mogu biti vezani za neki veliki izvor električne energije, ali češće su to krajevi koji primaju kakav regulacioni signal na koji se treba odazvati odatom snagom — kao, na primer, kad promena pobudne struje motora za jednosmernu struju zahteva promenu brzine vratila. Veličina koja se pojavljuje na izlazu ekvivalenta može da bude električna snaga, ali često je to elektromehanički ekvivalenat promene položaja vratila, brzine ili ubrzanja. Ekvivalentna kola ovog tipa obično su mreže sa dva para krajeva (kao, na primer, ekvivalentna kola transformatora sa dva namotaja) u kojima je mašina prenosnik ili spojni elemenat između dva priključna i dva odvodna kraja. Često se njihova karakteristika izražava prenosnim

---

[8]) Videti, na primer, B. Hague: „Electromagnetic Problems in Electrical Engineering", Oxford University Press, Njujork, 1929, knjigu skoro potpuno posvećenu primeni teorije elektromagnetnih polja na rotacione mašine. Većina analiza se zasniva na beskonačnoj propustljivosti gvožđa i ravnomernom vazdušnom procepu.

konstantama ili prenosnim parametrima, baš kao i za odgovarajuće mreže u teoriji električnih kola. Zbog njihove opsežnosti elektromagnetne pojave u mašini moraju se u tim kolima prikazati jednostavnije nego u ekvivalentnim kolima koja predstavljaju samo električne pojave; time izazvato smanjenje tačnosti može takođe da bude znatno veće. Zato je proučavanje ovih kola odloženo do gl. 13 kako bi se ponašanje mašine prethodno što bolje upoznalo. Postojanje ovih problema, međutim, utiče uslovljavajući na teorijsko proučavanje pojedinačnih mašina.

Iako je električna mašina u svojoj suštini pretvarač energije, veoma je korisno da se — postupno pristupajući pomenutim dinamičkim problemima — na mašine gleda i kao na pojačavače — elektromašinske pojačavače snage koji imaju mnogo čega zajedničkog s elektronskim pojačavačima. Generator jednosmerne struje s posebnim pobuđivanjem, na primer, može se za izvesne svrhe smatrati sličnim jednostepenom elektronskom pojačavaču. Funkcija generatora jednosmerne struje može se shvatiti kao regulisanje srazmerno velikog toka električne snage indukta pomoću male snage pobudnog kola. Pobudno kolo, dakle, igra istu ulogu kao kolo rešetke elektronskog pojačavača, a kolo indukta sa njegovim opterećenjem odgovara anodnom kolu. Mehanička snaga na vratilu generatora postaje ekvivalent snage za napajanje anode. Brzina odziva kao u elektronskom pojačavaču ne može se sigurno postići, ali velika sposobnost mašine u pogledu veličine snage predstavlja izvrsno preimućstvo. Na taj proces može se drukčije gledati kao i na proces modulacije u kojoj je odata snaga indukta uslovljena jedino naponskim signalom na krajevima pobudnog kola; kad se doda i redna pobuda, pretvarajući mašinu u kompaundni generator u kome odata snaga u izvesnoj meri neposredno reguliše rad mašine, situacija biva slična kao u pojačavaču sa povratnom spregom; kad se mašina preinači u generator sa samopobuđivanjem, proces se može smatrati sličnim procesu u reakcionom oscilatoru. Upoređenje sa pojačavačima može se primeniti i na motore ako se odata snaga ne uzima kao električna veličina već u vidu mehaničke snage ili položaja, brzine ili ubrzanja vratila. Kad postoji potreba za pojačanje električne snage na višem nivou, može se javiti i problem izbora između pojačanja pomoću cevi visokog vakuuma, pomoću cevi napunjenih gasom sa regulisanjem, pomoću elektrodinamičkih metoda upotrebom mašina ili pak kombinujući razne mogućnosti u kaskadama.

Ove analogije sa pojačavačima služe za mnoge korisne svrhe. Zapažanje izvesne sličnosti očigledno je korisno u proučavanju naprava. Od još veće je koristi raspoznavanje sličnosti u metodologiji — na primer, primena ekvivalentnih kola da bi se mogao iskoristiti veliki izbor osobina kola i načina rada, kao i upotreba grafičkih metoda u slučajevima gde je nelinearnost važna. Najvažnija je, ipak, činjenica da se sve više mogu uzajmljivati specijalne metode. Tako se metode frekventnih karakteristika i kriterijumi stabilnosti, razrađeni za elektronska kola, mogu u suštini primenjivati za dinamičke analize sistema mašina. Drugim rečima, mašina postaje funkcionalno jedan element kola u širem smislu reči *kolo* i kao takva dopunjuje ili se takmiči sa drugim sličnim elementima kola kao što su elektronski pojačavači ili hidraulični, pneumatički i mehanički elementi.

ZADACI

4-1. Trofazni osmopolni namotaj dvoslojnog tipa, opisan u od. 4-1, treba da se stavi na stator sa 96 žlebova. Korak namotaja treba da bude 5/6.

a) Nacrtati skicu sličnu sl. 4-6 koja će pokazati u razvijenom poprečnom preseku raspored dva pola ovog namotaja.

b) Nacrtati vektorski dijagram sa osnovnim harmonicima napona indukovanim u stranama kanura jedne faze.

c) Na osnovu vektorskih odnosa u *b)* izračunati osnovni namotajni sačinilac k_w.

d) Izračunati osnovni tetivni i pojasni sačinilac

e) Kad svaka kanura ima 2 navojka i kad su sve kanure svake faze vezane na red, naći broj navojaka na red po fazi.

f) Kad su faze vezane u zvezdu, naći osnovni fluks po polu u Wb za linijski napon 440 V pri 60 Hz.

g) Izračunati maksimalnu vrednost osnovne harmoničke komponente talasa m.m.s., u ampernavojcima po polu, za uravnotežene trofazne linijske struje od 100 A.

4-2. Trofazni alternator vezan u zvezdu, 25 Hz, sa 12 polova, treba da odaje 7500 kVA pri linijskom naponu 12 000 V. Stator ima 180 žlebova sa 4 provodnika po žlebu koji obrazuju dvoslojni namotaj.

a) Koliki je linijski napon na krajevima pri praznom hodu kad fluks u vazdušnom procepu iznosi 0,52 Wb po polu a raspoređen je sinusoidno?

b) Kad alternator radi sa statorskom strujom punog opterećenja, kolika je amplituda osnovne harmoničke komponente talasa statorske m. m. s.?

4-3. Trofazna dvopolna sinhrona mašina, 60 Hz, sa cilindričnim rotorom ima 12 žlebova. Svaki žleb statora sadrži dve strane kanura. Svaka kanura ima 100 navojaka. Korak namotaja je 5/6. Razvijena šema namotaja je data na sl. 4-6.

Za sinusoidne uravnotežene struje od 1,0 A po fazi sa faznim redosledom *abc*, naći analitički izraz za talas m. m. s. uzimajući za θ početak u osi žleba 2 sl. 4-6. Uzeti u obzir samo osnovni harmonik i zanemariti uticaj žlebova. Za smer struje uzeti da je $+i_a$ struja koja ulazi u kraj *a*, i da, prema tome, za žleb 2 struja izlazi iz ravni crteža.

4-4. Za mašinu u zadatku 4-3 izračunati indukovanu e. m. s. u fazi *a* (između njenog kraja i zvezdišta) koju stvara talas magnetne indukcije koji odgovara talasu m. m. s. određen gore. Smatrati da pozitivni znak za indukovanu e. m. s. znači da je kraj *a* pozitivan u odnosu na zvezdište. Uzeti efektivni vazdušni procep 0,002 m, prečnik rotora 0,198 m i dužinu rotora 0,20 m. Zanemariti dejstvo žlebova i smatrati da gvožđe ima beskonačnu permeabilnost.

4-5. Napon indukovan u namotaju indukta mašine za jednosmernu struju dat je jedn. 4-38.

a) S obzirom na činjenicu da je znatan deo ukupnog broja provodnika kratko spojen dirkama, da li *Z* treba da bude ukupan broj provodnika ili broj aktivnih provodnika? Pretpostavlja se da su dirke u neutralnom položaju.

b) Prodiskutovati vrednost ovog izraza kad su dirke pomerene iz neutralnog položaja.

4-6. Trofazni šestopolni sinhroni generator 25 kVA, vezan u zvezdu, ima 12 žlebova po polu u namotaju statora. Pojasni sačinilac statorskog namotaja je 0,958 a žlebni korak je 10 žlebova, za koji tetivni sačinilac iznosi 0,966. Svaki žleb sadrži 2 strane kanura, a svaka kanura ima 4 navojka. Pobudni namotaj stvara sinusoidno raspoređeni talas fluksa od 0,0212 Wb po polu. Generator dobiva pogon konstantnom brzinom od 1200 obr/min.

a) Naći linijski napon na krajevima generatora pri praznom hodu.

b) Generator je vezan za trofazno opterećenje koje izuzima linijsku struju od 25A. Faktor snage je takav da struja u statorskom namotaju zaostaje za 30° iza napona indukovanog pobudnim fluksom. Naći obrtni momenat (u njuton metrima) koji mora da daje pogonska mašina. Zanemariti sve gubitke.

4-7. Otočni motor za jednosmernu struju, 230 V, 25 KS, sa 6 polova, sa talasastim namotajem, ima 56 žlebova u induktu. Svaki žleb sadrži 2 strane kanure, a svaka kanura se sastoji od 8 navojaka. Otpor svake kanure je 0,0143 Ω. Dirke su u neutralnom položaju.

a) Koliki spoljni otpor se mora dodati na red induktu da bi se struja koju indukt izuzima pri puštanju u rad ograničila na 200 A kad se priključi na napon od 230 V?

b) Pri radu motor ima opterećenje za koje je potreban obrtni momenat od 95 Nm nezavisno od brzine. Struja koju tada primaju krajevi indukta iznosi 50 A pri nazivnom naponu krajeva i bez spoljnog otpora. Pretpostavlja se da je elektromagnetni obrtni momenat koji mašina razvija ravan korisnom obrtnom momentu. Naći brzinu sa kojom motor radi.

4-8. Magnetna indukcija idealizovane mašine ima talas pravougaonog oblika, visine B_{vrh} Oblik talasa m. m. s. indukta je ravnokraki trougao visine F_{vrh}. Prostorni fazni pomeraj između osa dva talasa je 90°.

a) Napisati jednačine za obrtni momenat i napon u zavisnosti od B_{vrh} i F_{vrh} i ostalih potrebnih veličina (1) za stvarne navedene talase i (2) uzimajući u obzir samo osnovne harmonike tih talasa. Uporediti rezultate.

b) Prodiskutovati zašto se pri analizovanju sinhronih i asinhronih mašina harmonici proučavaju posebno, dok se pri izvođenju osnovnih jednačina za mašine za jednosmernu struju uzimaju u obzir stvarni talasi.

4-9. Mašine za jednosmernu struju su skoro uvek opremljene sa namotajima skraćenog koraka. Jednačine za obrtni momenat i napon, međutim, izvedene su ne obraćajući nikakvu pažnju na tu činjenicu. Šta mislite da li bi u tom pogledu trebalo da se što preduzme? U potvrdnom slučaju, u čemu bi trebalo da se te jednačine isprave? U određnom slučaju, potkrepite vaš odgovor potpunim objašnjenjem.

4-10. Trofazni 20-polni sinhroni generator, 60 Hz, vezan u zvezdu, ima 300 statorskih žlebova. Namotaj indukta se sastoji od kanura koraka 4/5.

a) Odrediti pojasni i tetivni sačinilac za osnovni, treći i peti harmonik.

b) Amplituda trećeg odnosno petog harmonika talasa magnetne indukcije u vazdušnom procepu iznosi 30 odnosno 20 odsto od amplitude osnovnog harmonika. Odrediti procente trećeg i petog harmonika koji će se javiti u indukovanom naponu po fazi.

c) Pod uslovima u *b)* odrediti efektivnu vrednost linijskog napona neopterećene mašine u zavisnosti od efektivne vrednosti osnovne komponente faznog napona.

4-11. Trofazni dvopolni alternator, 60 Hz, vezan u zvezdu, ima 36 statorskih žlebova. U svakom žlebu su dve strane kanura, a svaka kanura ima 1 navojak. Osnovni harmonik fluksa po polu je 2,0 Wb. Namotajni korak je 2/3. Osnovni harmonik faznog napona ima efektivnu vrednost 5300 V, a peta harmonička komponenta je 218 V.

a) Kolika je relativna vrednost maksimuma petog harmonika magnetne indukcije u odnosu na osnovni harmonik indukcije?

b) Koliki je peti harmonik fluksa po njegovom polu?

4-12. Primećeno je da trofazni alternator spregnut u zvezdu, sa poljem pobude u pravougaonoj prostornoj raspodeli, ima treću i petu harmoničku komponentu svog linijskog napona ravnu nuli. Sa kolikim sačiniocem bi se osnovna harmonička komponenta povećala kad bi se upotrebili dijametralni namotaji? Pretpostaviti da se dobiva maksimalni osnovni harmonik u saglasnosti sa navedenim višim harmonicima i sa relativnim korakom manjim od 1,00.

4-13. Trofazni 16-polni sinhroni generator, spregnut u zvezdu, 60 Hz, ima 192 statorska žleba. Induktni namotaj se sastoji od namotaja sa korakom 5/6. Fazni pojas je 1/3 od polnog koraka. Svi namotaji jedne faze su povezani na red.

Oscilogram napona indukovanog u jednoj od kanura, pri otvorenom kolu indukta, pri pobuđivanju jednosmernom strujom i pri okretanju rotora sinhronom brzinom, pokazuje da napon kanure sadrži prvu, treću i petu harmoničku komponentu čije efektivne vrednosti su 100, odnosno 25 i 5 volti.

a) Naći relativne amplitude treće i pete harmoničke komponente talasa magnetne indukcije u vazdušnom procepu u poređenju sa osnovnom harmoničkom komponentom.

b) Naći efektivnu vrednost linijskog napona.

4-14. Indukt trofaznog četvoropolnog alternatora ima 30 žlebova. Projektovati dvoslojni induktni namotaj koraka 0,8 pri čemu treba dati:

a) Vektorski žlebni dijagram.

b) Šemu potpunog namotaja. Naznačiti polaznu i završnu tačku svake faze na šemi namotaja.

c) Izračunati namotajni sačinilac.

4-15. Trofazni statorski namotaj ima 15 žlebova po polu i namotajni korak 4/5. Kad se taj namotaj pobuđuje uravnoteženim sinusoidnim trofaznim strujama čija efektivna vrednost je 10 A, amplituda osnovnog harmoničkog obrtnog talasa m. m. s. je 490 ampernavojaka po polu.

Kolika je amplituda višeg harmonika najnižeg reda m. m. s. koji se javlja u vazdušnom procepu?

4-16. Asinhroni motor sa prstenovima uključen je na trofaznu mrežu 60 Hz. Pri punom opterećenju brzina mu je 1720 obr/min. Pregledom statorskog namotaja nađeno je da ima 3 žleba po fazi i polu i po 2 strane kanura u svakom žlebu. Dve strane iste kanure su razdvojene za 80 mehaničkih stepeni.

a) Izračunati odnos amplitude svake harmoničke komponente prema amplitudi osnovne komponente rezultantnog talasa m. m. s., do petog harmonika uključno.

b) Koji su praktični razlozi nastojanja da se otklone viši harmonici talasa m. m. s.?

4-17. Rešiti zadatak 4-3 uzimajući u obzir, pored osnovnog harmonika talasa m. m. s., njegov treći i peti harmonik.

4-18. Rešiti zadatak 4-4 uzimajući u obzir, pored osnovnog harmonika talasa magnetne indukcije, i njen treći i peti harmonik.

4-19. Kvantitativna analiza višefaznih sinhronih i asinhronih mašina zasniva se neposredno na jednačini obrtnog momenta, 3-22, izvedenoj u gl. 3. Izložite ukratko, vlastitim rečima, opravdanje očitog zanemarivanja harmonika u tom postupku.

4-20. Kriva magnećenja generatora jednosmerne struje sadrži sledeće tačke, sve uzete pri brzini od 1000 obr/min:

Pobudna struja, A	1,5	1,25	1,00	0,50
Indukovani napon, V	250	230	200	100

a) Kad je pobudna struja podešena na 1,25 A, koliku brzinu treba da ima generator da bi indukovao napon od 250 V u praznom hodu?

b) Kolika treba da je pobudna struja da se dobije 200 V pri 800 obr/min u praznom hodu?

c) Kad se mašina priključi kao motor na mrežu 230 V i pobudna struja podesi na 1,0 A, kojom brzinom će ići u praznom hodu? Gubitke usled obrtanja zanemariti.

4-21. Sledeći podaci pripadaju induktu sa talasastim namotajem četvoropolne mašine za jednosmernu struju, 250 V, 1750 obr/min:

Broj provodnika indukta = 444.
Otpor namotaja indukta = 0,14 Ω.
Pad napona na dirkama pod opterećenjem = 2,0 V.

Gubici usled obrtanja, pri 1750 obr/min i naponu 250 V indukovan u induktu, iznose 700 W. Dopunski gubici snage mogu se zanemariti.

a) Mašina radi sa nominalnom brzinom, sa induktnom strujom od 40 A i naponom od 250 V indukovanom u induktu. Naći elektromagnetni obrtni momenat.

b) Odrediti mehaničku snagu primljenu na vratilu i električnu snagu koju odaje indukt kad mašina prema t. *a)* radi kao generator.

c) Odrediti električnu snagu koju prima indukt i mehaničku snagu odatu na vratilu kad mašina prema t. *a)* radi kao motor.

d) Uzmimo da motor prema t. *c)* ima mehaničko opterećenje takve vrste da elektromagnetni obrtni momenat koji se traži od motora ostaje konstantan bez obzira na brzinu s kojom motor radi. (Veoma približna formulacija bi bila da je mehanički obrtni momenat koji se traži od motora nezavisan od brzine — jedinu razliku predstavlja promena gubitaka usled obrtanja motora.) Kolika će biti brzina motora kad se napon na krajevima indukta smanji na polovinu dok rezultantni fluks po polu ostaje kao ranije?

e) Uzmimo da motor prema t. *c)* ima mehaničko opterećenje takve vrste da elektromagnetna snaga koja se traži od motora ostaje konstantna bez obzira na brzinu. Napon na krajevima indukta ostaje kao u *c)* ali se rezultantni fluks smanjuje na 0,80 od svoje ranije vrednosti slabljenjem pobude. Koliko će se promeniti brzina motora?

4-22. U nekoj mašinskoj radionici upotrebljava se pet bušilica, pa se želi da se uporede ukupni godišnji rashodi grupnog pogona i pojedinačnog pogona bušilica. Za grupni pogon potreban je motor od 20 KS, a za pojedinačni pet motora po 5 KS.

Na osnovu procene usvojeni su sledeći podaci:

	motor 20 KS	motor 5 KS
primljena snaga pri opterećenju	16 200 vata	3 650 vata
primljena snaga u praznom hodu	2 000 vata	700 vata
troškovi instalacije	700 dolara	315 dolara
očekivani vek	10 godina	10 godina
godišnji troškovi održavanja	30 dolara	15 dolara

Primljena snaga pod opterećenjem za motor od 20 KS procenjena je za pogon četiri od pet postojećih bušilica.

Transmisija sa ležajima i kajišnicima, uključivo sa montažom, staje 500 dolara, ima procenjeni vek od 10 godina, a godišnji troškovi njenog održavanja su 30 dolara. Uzima se da električna energija košta 1,5 cent po kilovatčasu.

Uzeti da radionica radi 8 časova dnevno 300 dana u godini i da svaka bušilica radi četiri petine vremena. Kad je pogon pojedinačan praktikuje se da se zaustavi motor bušilice dok se na njoj ne buši. Uzeti da linearna amortizacija i ostali stalni rashodi iznose 7,5 odsto.

Izračunati godišnje rashode za obadva načina rada.

4-23. Za jedno elektrohemijsko postrojenje električna energija se nabavlja u vidu trofazne struje napona 13200 V, 60 Hz po ceni od 0,48 centi za kilovatčas. Potrebno je da se proizvodi 4000 kW na 600 V jednosmerne struje za izvestan proces fabrikacije. Predviđeno je da pogonska mašina generatora jednosmerne struje 4000 kW, 600 V bude trofazni sinhroni motor 6000 KS, 2300 V. Sinhroni motor se napaja iz trofaznog transformatora koji spušta napon od 13200 na 2300 V. Opterećenje motorgeneratora može se smatrati konstantnim na 4000 kW u toku 24 časa dnevno, 7 dana u nedelji.

Za puno opterećenje generatora raspolaže se sledećim podacima:

Gubici generatora jednosmerne struje pri punom opterećenju:

Gubici u gvožđu i gubici trenja vazduha = 120 kW.
Dopunski gubici snage = 40,0 kW.
Gubici otočne pobude (uključivo regulacioni otpornik) = 20,0 kW.
Gubici u bakru induktnog kola (uključivo redna pobuda) = 64,4 kW.
Gubitak u kontaktu dirki = 13,3 kW.

Sinhroni motor:

Stepen korisnosti motora pri punom opterećenju generatora (uključivo gubici pobudnice) = = 96,2 odsto.

Transformator:

Stepen korisnosti pri punom opterećenju generatora = 99,1 odsto. Troškovi instalisanog motorgeneratora, transformatora i potrebnih komandnih i zaštitnih uređaja iznose 92 000 dolara. Opravke i opsluživanje iznose prosečno 500 dolara godišnje. Stalni rashodi su 15 odsto godišnje.

Izračunati koštanje kilovatčasa jednosmerne struje.

4-24. Trofazni asinhroni motori za opšte svrhe 60 Hz mogu se dobiti kao motori sa 2, 4, 6 ili 8 polova, u veličinama od 2, 3, 5, 7, 10, 15, 20 itd. KS. Ovi motori razvijaju nominalnu snagu sa klizanjem od oko 5 odsto i imaju najveći obrtni momenat od 200 odsto od nominalnog obrtnog momenta pri klizanju od oko 15 odsto.

Izabrati pogodan motor za primenu koja zahteva obrtni momenat od 50 funti stopa (tj. 67,8 Nm) pri oko 1500 obr/min za period od 30 s, posle čega motor radi 4 minuta naprazno, uz ponavljanje istog radnog ciklusa. Odrediti nominalnu snagu i nominalnu sinhronu brzinu.

4-25. Treba izabrati kompaundni motor za pogon dizalice. Motorom treba da se stalno pokreće čelično uže koje obilazi oko užetnika u dnu i u vrhu dizalice. Kad se teret spušta, motor radi kao generator i vraća snagu u mrežu, a otporni momenat deluje kao kočnica.

Radni ciklus je sledeći i ponavlja se celog dana:

Dizanje tereta (1 min) = 75 KS

Utovarni period pri vrhu (2 min) = 5 KS

Spuštanje tereta (1 min) = — 60 KS

Utovarni period pri dnu (3 min) = 5 KS

Na osnovu zagrevanja izabrati najmanji motor podesan za ovu primenu. Motori se mogu dobiti u sledećim veličinama: 25, 30, 40, 50, 60, 75 i 100 KS.

Koje bi ostale činioce, osim zagrevanja, trebalo uzeti u obzir?

4-26. Pri projektovanju dizalice sa kašikom za istovar uglja sa šlepa u bunker, proučavani su mehanički zahtevi da bi se utvrdio radni ciklus motora. Rezultati su dati u sledećoj tablici za prosečni ciklus:

Deo ciklusa	Proteklo vreme sekundi	Potrebna odata snaga KS
Zatvaranje kašike	6	40
Dizanje	10	80
Otvaranje kašike	3	30
Spuštanje kašike	10	45
Pauza	16	0

Zbog radnih uslova se uzima oklopljen motor obezbeđen od prašine, bez prinudne ventilacije, a za konstantu k koja se odnosi na vreme mirovanja može se uzeti da je ravna jedinici.

a) Putem metode kvadratne srednje vrednosti odrediti snagu za trajan pogon motora. Izabrati motor veličine koja se može dobiti u trgovini.

b) Ponude za isporuku su podnela dva proizvođača. One sadrže sledeće garantije stepena korisnosti i cene:

Motor	Stepen korisnosti, odsto					
	1/4 tereta	1/2 tereta	3/4 tereta	1,0 tereta	1¼ tereta	1½ tereta
A	83,4	90,5	90,3	88,0	86,8	85,0
B	81,3	88,6	90,3	90,6	90,3	89,6

Motor A, cena neto 2 145 dolara; motor B, cena neto 2 415 dolara. (Obe cene fob fabrika, uz odbitak vozarine).

Prosečna neto cena energije u ovom postrojenju je 1,5 cent po kilovatčasu. Kamatna stopa je 5 odsto. Uobičajena je linearna amortizacija i otpisivanje cele opreme za 5 godina. Dizalica radi prosečno 2000 sati godišnje.

Koji od ova dva motora biste preporučili?

GLAVA 5

MAŠINE ZA JEDNOSMERNU STRUJU: ANALIZA RADNIH KARAKTERISTIKA

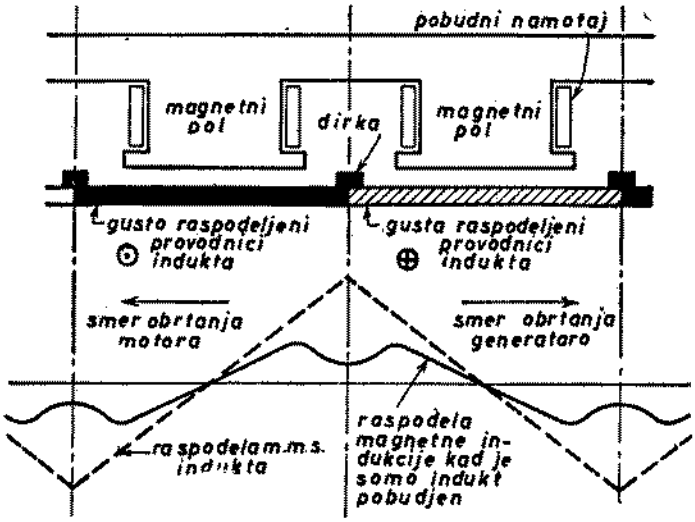
Pri proučavanju svih vrsta električnih mašina naš krajnji cilj je da dobijemo dovoljno potpunu fizičku i analitičku predstavu procesa pretvaranja energije, karakteristika rada mašine, činilaca koji teže da ograniče uslove pri kojima mašina može uspešno da radi i praktičnih sredstava pomoću kojih se ovi činioci mogu suzbiti i ove granice proširiti. Ovakva proučavanja obično se sama po sebi dele na dva dela. Prvi deo, prikazan u gl. 1 do 4, prikazuje, polazeći od osnovnih zakona fizike, izvođenje izraza za indukovani napon i elektromagnetni obrtni momenat za mašine o kojima se radi, zajedno sa ispitivanjem propratnih fizičkih procesa. Drugi deo, prikazan u sledećih šest glava, čini studija specifičnih postupaka koji vode ka najlakšoj primeni ovih izraza da bi se dobili brojni podaci o radnim karakteristikama zajedno sa kratkim pregledom glavnih radnih osobina otkrivenih u proučavanju ovih radnih karakteristika.

Sa analitičkog gledišta, glavni ciljevi ove glave su da razvije metode pomoću kojih se mogu odrediti karakteristike mašina i njihova dejstva na spoljašnja kola. Među najvažnije karakteristike spadaju promena brzine sa opterećenjem, za motore, i promena napona na krajevima sa opterećenjem, za generatore. Osim toga kvalitativno se moraju razmotriti izvesne potencijalne teškoće pri radu i sredstva za njihovo savlađivanje. Tako se u našim ranijim izlaganjima nismo osvrtali na preokretanje smera struje koje se mora izvršiti svaki put kad neka lamela prođe ispod dirke, mada je za uspešan rad mašina od bitne važnosti da se ovo neprekidno preokretanje izvodi bez varničenja ili stvaranja luka. Zatim, u našim ranijim razmatranjima raspravljali smo o ulozi m. m. s. indukta u proizvodnji elektromagnetnog obrtnog momenta ali nismo razmatrali njeno dejstvo na distorziju rezultantnog fluksa u vazdušnom procepu pri čemu ona utiče kako na problem komutacije tako i na karakteristike mašina.

5-1. Raspodele fluksa i m. m. s. M. m. s. indukta ili reakcija indukta utiče na određeni način kako na prostornu raspodelu fluksa u vazdušnom procepu tako i na veličinu rezultantnog fluksa po polu. Uticaj na raspodelu fluksa važan je jer se njime neprosredno upliviše na granice uspešne komutacije; dejstvo na veličinu fluksa je važno jer se njime utiče kako na indukovani napon tako i na obrtni momenat po jedinici struje indukta. Ovi uticaji i problemi koji iz njih proističu opisani su u ovom i u sledećem odeljku.

a. Dirke u neutralnoj zoni. U od. 4-4 i na sl. 4-11 do 4-13 pokazano je da se talas m. m. s. indukta može veoma približno predstaviti trouglom koji odgovara talasu proizvedenom od strane gusto razdeljenog namotaja indukta ili strujnog plašta. Za mašinu sa dirkama u neutralnom položaju idealizovani talas m. m. s. je ponvo prikazan crtkanim trouglom u sl. 5-1, gde pozitivna ordinata m. m. s.

predstavlja linije fluksa koje izlaze iz površine indukta. Smer struje u svim namotajima izuzev pobudnog naznačen je crnom i šrafiranom trakom. S obzirom da skoro sve mašine za jednosmernu struju imaju isturene magnetne polove, odgovarajuća prostorna raspodela fluksa nije trougaona. Raspodela magnetne indukcije u vazdušnom procepu kad je samo indukt pobuđen data je krivom na sl. 5-1. Kao što se lako



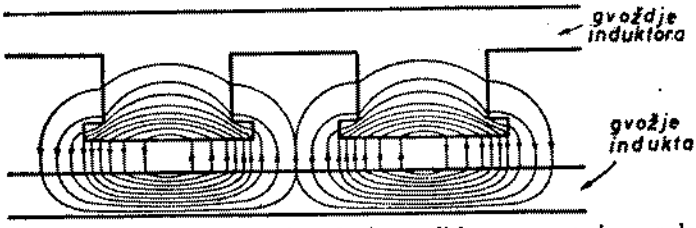
Sl. 5-1. Raspodela m. m. s. indukta i magnetne indukcije sa dirkama u neutralnom položaju, kad je samo indukt pobuđen

može videti, javlja se znatno smanjenje zbog dužine putanje kroz vazduh u prostoru između polova.

Približan izgled odgovarajućeg fluksa prikazan je u obliku spektra na sl. 5-2 na kojoj nije uzet u obzir uticaj žlebova u gvožđu indukta. Radi uporedenja data je na sl. 5-3 slična približna slika fluksa glavne pobude za mašinu kod koje je pobuđen samo pobudni namotaj. Ali razmer fluksa u ova dva crteža nije isti; jedna linija fluksa na sl. 5-3 predstavlja više stvarnog fluksa normalne mašine nego neka linija na sl. 5-2. Kao što se vidi, dejstvo m. m. s. indukta je da stvara fluks koji se prostire kroz polne nastavke; znači da se njegova putanja kroz te polne nastavke ukršta sa putanjom fluksa pobudnog polja. Zbog toga se ova vrsta reakcije indukta naziva *poprečna magnetna reakcija indukta*. Ona očigledno smanjuje rezultantni fluks u vazdušnom procepu pod jednom polovinom pola, a povećava ga pod drugom.

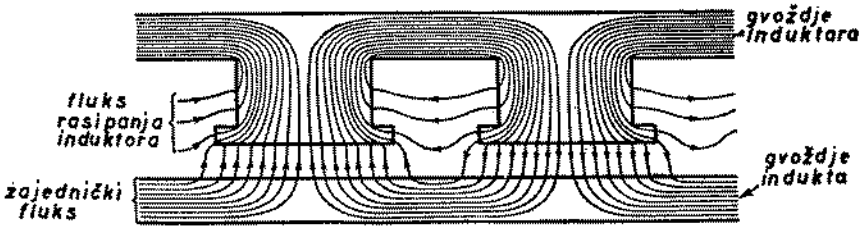
Kad su pobuđeni i induktni i pobudni namotaji, raspodela rezultantne magnetne indukcije u vazdušnom procepu dobiva oblik prikazan punom krivom na sl. 5-4. Na istom dijagramu su ucrtane i krive raspodele fluksa kad je pobuđen samo indukt (duže crtice) i kad je pobuđen samo induktor (kraće crtice). Dejstvo poprečne magnetne reakcije indukta da smanjuje fluks pod jednim vrhom pola a da ga poveća pod drugim, može se videti upoređujući punu krivu i isprekidane krive. Uopšte uzev, puna ktiva nije algebarski zbir dveju isprekidanih krivih zbog nelinearnosti magnetnog kola u kome ima gvožđa. Usled zasićenja gvožđa magnetna indukcija se smanjuje više pod jednim rogom pola nego što se povećava pod drugim rogom. Zbog toga je rezultantni fluks po polu slabiji nego što bi ga stvarao sam pobudni namotaj; ova pojava se naziva *dejstvo razmagnećenja poprečne magnetne*

reakcije indukta. S obzirom da je izazvana zasićenošću, ona je nelinearna funkcija i pobudne struje i struje indukta. Za rad normalnih mašina sa magnetnim induk-

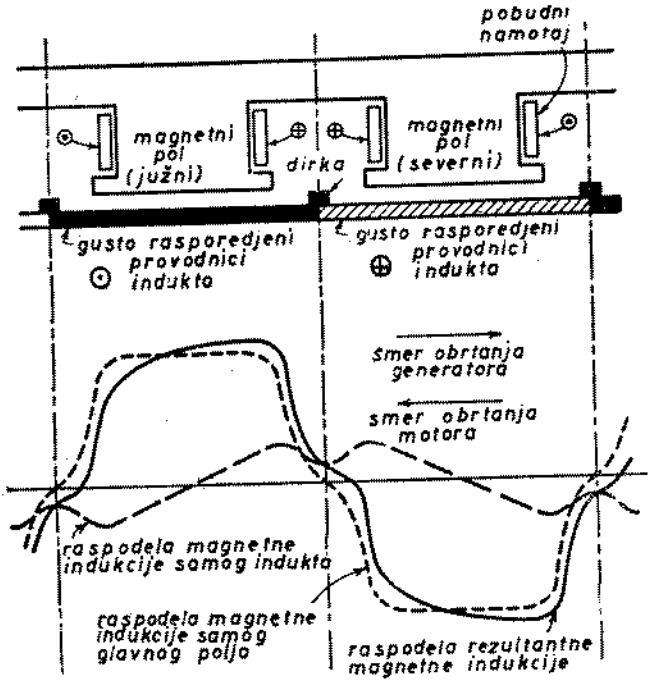


Sl. 5-2. Slika fluksa kad je samo indukt pobuđen, a dirke su u neutralnom položaju

cijama sa kojima u praksi radi, ovo dejstvo je većinom osetno naročito pri velikom opterećenju, te se o njemu mora voditi računa pri analizama radnih karakteristika i pri konstruisanju mašina.



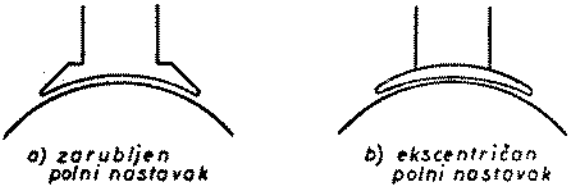
Sl. 5-3. Slika fluksa kad su pobuđeni samo magnetni polovi



Sl. 5-4. Raspodela magnetne indukcije indukta i glavnog polja i rezultantna raspodela magnetne indukcije kad su dirke u neutralnoi zoni

Distorzija krive fluksa prouzrokovana poprečnom magnetnom reakcijom indukta može štetno uticati na komutaciju, naročito ako je preterana. Ova distorzija i mogućnost nestabilnosti o kojoj će biti govora u od. 5-7 predstavljaju u stvari činioce koji ograničavaju kratkotrajno preopterećenje mašine za jednosmernu struju. Ova distorzija raspodele fluksa dolazi naročito do izražaja u mašini, kakav je na primer otočni motor, u kojoj pobudno polje ostaje uglavnom konstantno dok m. m. s. indukta može dostići veoma značajne srazmere pri velikim opterećenjima. Ova naklonost ka distorziji dolazi manje do izražaja u mašinama s rednim pobuđivanjem, kao što je redni motor, gde m. m. sile i pobude indukta rastu naporedo s opterećenjem.

Dejstvo poprečne magnetne reakcije indukta može se ograničiti pri projektovanju i građenju mašina. Pretežno m. m. s. pobude treba da utiče na regulisanje fluksa u vazdušnom procepu tako da se izbegne da m. m. s. pobude bude slaba a m. m. s. indukta jaka. Magnetni otpor putanje poprečnog fluksa — uglavnom zubaca indukta, polnih nastavaka induktora i vazdušnog procepa, naročito u oblasti rogova polova — može se povećati povećavajući stepen zasićenosti u zupcima i polnim nastavcima, izbegavajući suviše mali vazdušni procep i primenjujući zarubljene ili ekscentrične polne nastavke (sl. 5-5) koji povećavaju vazdušni procep u oblasti rogova polova. Ova pomoćna sredstva utiču i na putanju glavnog fluksa, ali je uticaj na poprečni fluks mnogo jači. Najbolja ali i najskuplja preventivna mera sastoji se u kompenzovanju m. m. s. indukta pomoću namotaja smeštenog u polnim nastavcima, o čemu će biti govora u od. 5-2.



Sl. 5-5. Produženje vazdušnog procepa u oblasti rogova polova

Primer 5-1. Indukt s talasastim namotajem 4-polne mašine za jednosmernu struju, 250 V, 1750 obr/min, ima 37 žlebova sa šest strana kanura po žlebu i dva navojka po kanuri. Odnos ψ polnog luka prema polnom koraku je 2/3. Normalna pobuda induktora mašine odgovara m. m. s. glavnog polja od 1400 ampernavojaka po polu, od čega je 85 odsto potrebno da se savlada magnetni otpor vazdušnog procepa i zubaca na induktu. Dirke su u neutralnom položaju.

Dok struja indukta raste, raste i deformaciono dejstvo poprečne magnetne reakcije indukta. Pretpostavlja se da je za dozvoljenu granicu ovog deformisanja usvojen uslov da magnetna indukcija pod ulaznim rogom pola postane ravna nuli. (Ulazni rog pola je onaj pod kojim fluks indukta i fluks induktora imaju suprotne smerove, a naziva se tako jer ispod njih zalaze provodnici indukta kada se ovaj obrće).

a) Izračunati struju indukta koja odgovara ovoj granici pri normalnoj pobudi.

b) Uzmimo da struja indukta ostaje konstantna na 40 A dok se pobudno polje slabi da bi se povećala brzina mašine koja radi kao motor. Naći vrednost pobude koja odgovara ovoj granici.

Rešenje. a) M. m. s. indukta koja deluje na rog pola i teži da u toj tački stvori komponentnu magnetnu indukciju indukta ravna je ordinati trougaonog talasa m. m. s. indukta u toj tački. Ova ordinata je ψ puta amplituda trougla F_A, ili shodno jedn. 4-43.

$$\psi F_A = \psi \frac{Z}{2p'} \cdot \frac{I_a}{a} = \frac{2}{3} \times \frac{444}{2 \times 4} \cdot \frac{I_a}{2} = 18{,}5\, I_a \text{ [ampernavojaka]}$$

Kao što je pokazano u sl. 5-2, putanja komponentnog poprečnog magnetnog fluksa indukta ide kroz polni nastavak i nazad kroz vazdušni procep, gde se zatvara prolazeći kroz zupce i gvožđe indukta. Što se tiče magnetnog otpora, važne delove putanje predstavljaju vazdušni procep i zupci indukta, jer je magnetni otpor ostalih delova srazmerno mali. Prema tome, u suštini je ispravno smatrati da m. m. s. ψF_A deluje kroz vazdušni procep i kroz zupce u oblasti svakog polnog roga.

Kod ulaznog polnog roga, ovoj m. m. s. suprotstavlja se deo m. m. s. glavnog pobudnog polja potreban za procep i zupce. Kad su ove suprotne m. m. s. jednake, magnetna indukcija kod ovog roga je ravna nuli. Prema tome je

$$18{,}5\, I_a = 0{,}85 \times 1400$$

ili

$$I_a = 64{,}3 \text{ A}$$

Veća struja indukta izazvala bi promenu znaka rezultantnog fluksa na ovom vrhu.

b) Pri struji indukta od 40 A je

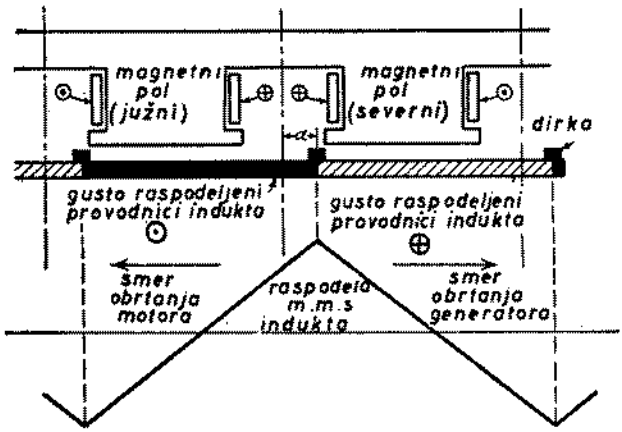
$$\psi F_A = 18{,}5 \times 40 = 740 \text{ ampernavojaka po polnom rogu.}$$

Najmanja pobuda koja odgovara nultoj magnetnoj indukciji ulaznog polnog roga je, dakle,

$$\frac{740}{0{,}85} = 871 \text{ ampernavojak po polu.}$$

U ovim opštim razmatranjima leži uzrok određenih ograničenja za rad pojedinačnih mašina za jednosmernu struju, naročito u pogledu kratkotrajnih preopterećenja (toliko kratkog trajanja da grejanje indukta ne uspostavlja nižu granicu) i u pogledu opsega regulisanja brzine motora pomoću slabljenja pobude. Ona su, naravno, isto tako važna i u konstruisanju mašina.

b. Dirke pomerene iz neutralne zone. Kad dirke nisu u neutralnoj zoni, m. m. s. indukta deluje ne samo poprečnim magnećenjem već i podužnim razmagnećenjem ili magnećenjem, što zavisi od smera u kom su dirke pomerene. Kod modernih



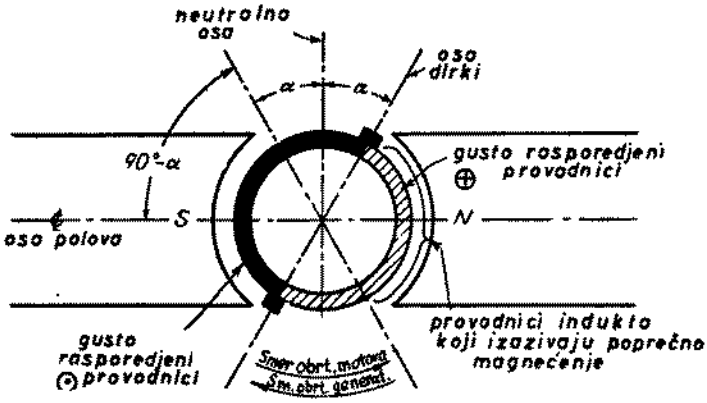
Sl. 5-6. M. m. s. indukta sa dirkama pomerenim iz neutralne zone.

mašina do pomeranja dirki iz neutralnog položaja dolazi samo usled nehata. Kod starijih mašina, međutim, pomeranje dirki predstavljalo je redovan način za obezbeđenje zadovoljavajuće komutacije, pri čemu je smer pomeranja bio takav da se dobije razmagnećenje. Strogo uzev, pomeranje dirki iz neutralne zone znači ogrešenje o uslove iz od. 4-3 i 4-5 na kojima se zasnivaju osnovne jednačine napona i obrtnog momenta. Međutim, za onakva pomeranja na koja se normalno može naići analize zasnovane na ovim jednačinama smeju se upotrebiti bez velike greške.

Da bi se ispitalo dejstvo pomeranja dirki potrebno da je se iz od. 3-9 podseti da je osa raspodele m. m. s. u prostoru određena položajem dirki. Kad se dirke u sl. 5-1 pomere iz neutralnog položaja za električni ugao α, trougaoni talas m. m. s. pomera se za isti iznos u istom smeru. Pri pomeranju dirki u smeru obrtanja generatora ili suprotno obrtanju motora, idealizovani talas m. m. s. indukta izgleda kao na sl. 5-6. Ni talas m. m. s. ni strujni plašt indukta koji ga proizvodi ne leže više simetrično ni prema osama polova ni prema međupolnim osama. Pod tim uslovima, dejstvo pomeranja će se najlakše videti kad se dva pojasa strujnog plašta podele u dve kom-

ponentne grupe prikazane na sl. 5-7. Prvu grupu sačinjavaju provodnici indukta, simetrično postavljeni prema osi polova, koji pokrivaju ugao 90° — α na obe strane te ose. Drugu grupu sačinjavaju provodnici indukta simetrično postavljeni prema neutralnoj osi, koji pokrivaju ugao α na obe strane ove ose.

Fluks koji proizvodi sama prva komponenta je u celokupnosti poprečni fluks i ima oblik kao na sl. 5-2. Ova komponenta m. m. s. indukta naziva se zato *komponenta poprečnog magnećenja reakcije indukta*. Sva zapažanja učinjena ranije



Sl. 5-7. Šematski prikaz indukta sa dirkama pomerenim iz neutralne zone

u pogledu izobličenja i dejstva razmagnećenja odnose se na nju. U prethodno diskusiji to je bila jedina postojeća komponenta.

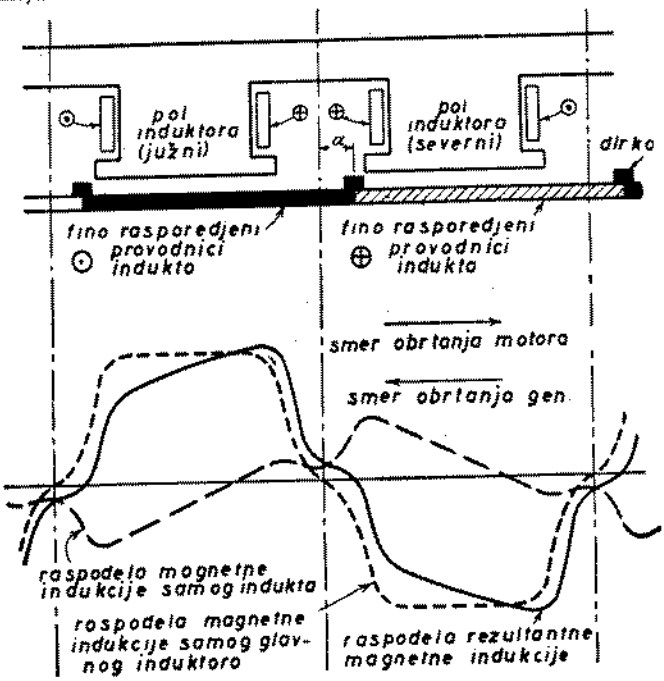
Komponenta m. m. s. indukta koju proizvodi druga grupa deluje na glavno magnetno kolo na isti način kao i pobudni namotaj, jer je sa njim koaksijalna. Kad su dirke pomerene u smeru kao na sl. 5-6 i 5-7, ova komponenta se suprotstavlja m. m. s. glavnog polja. Ona se zato naziva *komponenta podužnog razmagnećenja reakcije indukta*. Da su dirke bile pomerene u suprotnom smeru, ova komponenta m. m. s. bi pomagala m. m. s. glavnog polja, to bi bila *komponenta magnećenja*.

Kombinovano dejstvo obe komponente na raspodelu fluksa pokazuje sl. 5-8. Uopšte uzev, oblik talasa rezultantne magnetne indukcije veoma je sličan obliku sa sl. 5-4, kad su dirke u neutralnom položaju. Pri istim strujama indukta i pobude, sve ordinate su malo manje zbog podužnog razmagnećenja.

Podužna m. m. s. razmagnećenja ili magnećenja u ampernavojcima po polu je deo $2\ \alpha/\pi$ od ukupnog iznosa ampernavojaka po polu. Veoma je lako obuhvatiti je u analizama s obzirom da se ona ili oduzima od m. m. s. glavnog polja ili joj se dodaje. Osim toga, postoji i dejstvo razmagnećenja poprečne reakcije indukta koje se uzima u obzir putem eksperimentalnih ili empiričkih podataka. Po želji se može i podužno dejstvo razmagnećenja obuhvatiti istim podacima. Ali važnije je dejstvo magnećenja poprečne reakcije indukta, s obzirom da na modernim mašinama relativno retko dolazi do znatnog pomeranja dirki.

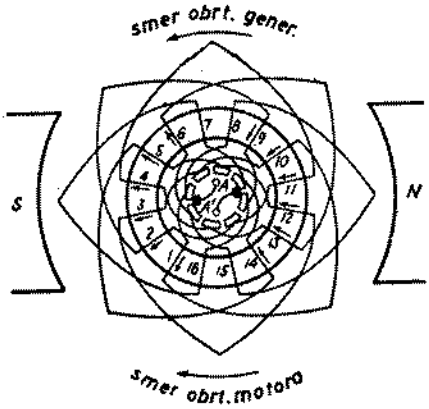
5-2. Komutacija. Pomoćni polovi i kompenzacioni namotaj. Jedan od najvažnijih činilaca koji predstavljaju prepreku za zadovoljavajući rad mašina za jednosmernu struju jeste sposobnost prenošenja potrebne struje indukta kroz kontakt dirki sa komutatorom bez varničenja i bez preteranih lokalnih gubitaka i zagrevanje dirki i komutatora. Varnice deluju razorno na dirke i komutator, garave ih, čine rapavim i rupičastim i habaju ih, što pogoršava njihov rad i dovodi do sagorevanja bakra i uglja. To može biti izazvato bilo mehaničkim nedostacima kao što je škripanje dirki, hrapavost ili neravnomerna izlizanost komutatora bilo, kao

i u drugim problemima pri menjanju smera struje, električnim uslovima. Ovde ćemo usredsrediti pažnju na električne uslove.



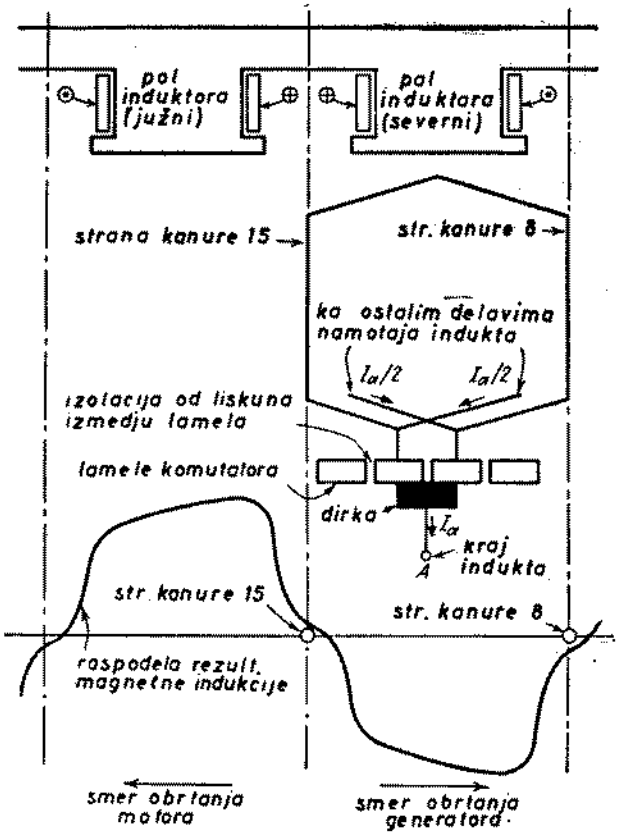
Sl. 5-8. Raspodela magnetne indukcije indukta i glavnog pobudnog polja i rezultantna raspodela magnetne indukcije kad su dirke pomerene iz neutralne zone

Kao što je objašnjeno u od. 3-9, kanura koja podleže komutaciji nalazi se na prelazu između dve grupe kanura indukta: na kraju perioda komutacije struja mora biti ista kao na početku ali suprotnog smera. Dok se indukt obrće između dva položaja prikazana na sl. 3-37 i 3-38, struja u kanurama sačinjenim od provodnika 6, 7, 8, 9, 14, 15, 16 i 1 mora da promeni smer. Slika 5-9 pokazuje indukt u jednom prelaznom položaju u kome se vrši komutacija kanura sastavljenih od provodnika 7, 8, 15 i 16. Komutovane kanure su kratko spojene preko dirki. Za vreme tog perioda, međutim, dirke moraju nastaviti da provode struju indukta I_a iz namotaja indukta u spoljno kolo. Ova činjenica je istaknuta na sl. 5-10 koja pokazuje kanuru sačinjenu od provodnika 8 i 15 u sredini komutacionog perioda, a na istoj slici je nacrtana i kriva rezultantne magnetne indukcije dobivena na sl. 5-4. Prava složenost procesa počinje da se pokazuje na sl. 5-10. Kratko spojena kanura predstavlja induktivno kolo sa vremenski promenljivim otporima na kontaktima dirki, sa naponima usled rotacije koji se, uopšte uzev, indukuju u kanuri kao i sa galvanskom i induktivnom vezom sa ostatkom namotaja indukta.



Sl. 5-9. Namotaj indukta za vreme komutacije kanura koje su obrazovane od provodnika 7, 8, 15 i 16

Postizanje dobre komutacije više je empirijska veština nego kvantitativna nauka. Zato ćemo se u ovom odeljku ograničiti više na izlaganje uticajnih činilaca nego na pružanje neke kvantitativne analize[1]. Glavna smetnja kvantitativnoj analizi je u električnom ponašanju kontaktne opne ugalj-bakar. Njen otpor nije linearan, već je funkcija gustine struje, smera struje, temperature, materijala dirki, vlažnosti i atmosferskog pritiska. Ova opna se ponaša u izvesnom pogledu kao neki jonizovan



Sl. 5-10. Kanura indukta u kojoj se vrši komutacija

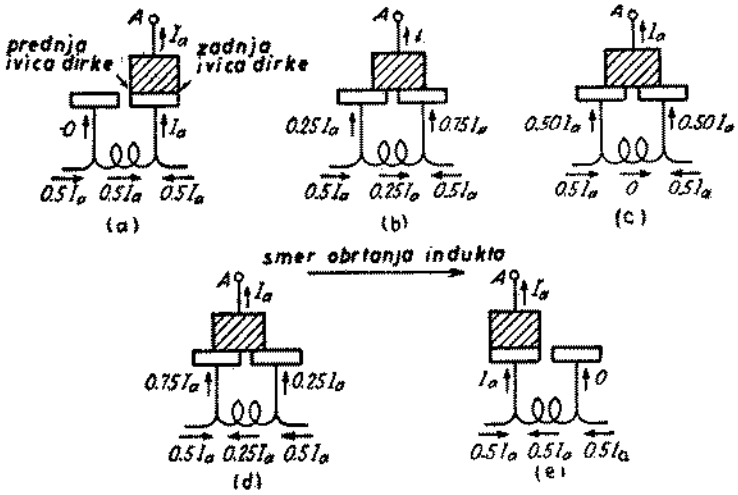
gas. Sa praktičnog gledišta najvažnija činjenica je preterano velika gustina struje na jednom delu površine dirke (a usled toga i preterano velika gustina energije u tom delu dodirne opne) koja izaziva varničenje i cepanje opne u toj tački. Granična opna igra važnu ulogu i u mehaničkom ponašanju površina koje se taru. Na velikim visinama moraju se preduzeti naročite mere za njihovu zaštitu, inače se dirke veoma brzo istroše.

Empirijska osnova za obezbeđenje komutacije bez varničenja sastoji se, prema tome, u otklanjanju preterane gustine struje na bilo kojoj tački dodira između bakra i uglja. Ova osnova, zajedno sa načelom što boljeg korišćenja svakog materijala, kazuje nam da se najbolji uslovi postižu kad je gustina struje po povr-

[1] Za analitičko razmatranje videti: A. S. Langsdorf, „Principles of Direct-current Machines" 4 izd., gl. VIII, Mc Graw-Hill Book Company, Inc., Njujork, 1931 ; i A. Gray. „Electrical Machine Design", 2 izd., gl. VIII i IX, M. C. Graw-Hill Book Company, Inc., Njujork, 1926.

šini dirki ravnomerna u toku celog komutacionog perioda. Na taj način se sprečava da gustina struje bude u izvesnom delu manja a u drugom veća od dozvoljene, a granična ukupna struja ima svoju najveću vrednost. Trebalo bi prema tome ispitati kako se može postići ravnomerna gustina struje. Iako ćemo pri tom pretpostaviti da je širina dirke ravna širini lamele komutatora, a zanemariti debljinu liskuna između lamela, zaključci koje ćemo dobiti mogu se u suštini primeniti i na opštije praktične slučajeve.

Slika 5-11 prikazuje šematski položaj kanure u pet podjednako razmaknutih trenutaka u toku perioda komutacije. U sl. 5-11*a* dirka naleže potpuno na jednu lamelu i kroz kanuru ide struja $0{,}50I_a$ udesno. Nešto docnije (sl. 5-11*b*), jedna četvrtina površine dirke je na levoj lameli, a tri četvrtine na desnoj lameli. S obzi-

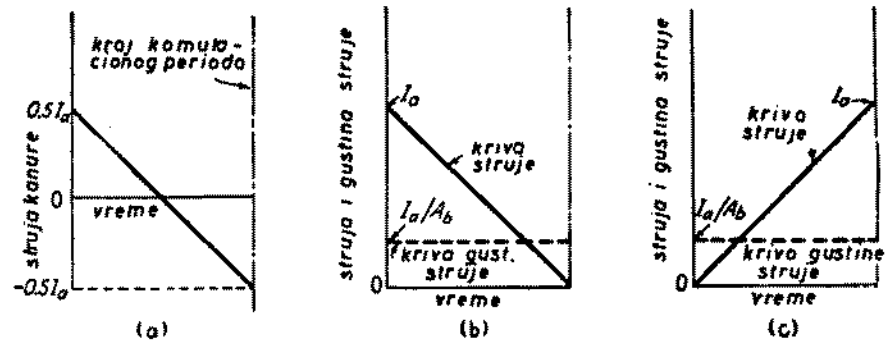


Sl. 5-11. Pet stupnjeva procesa komutacije

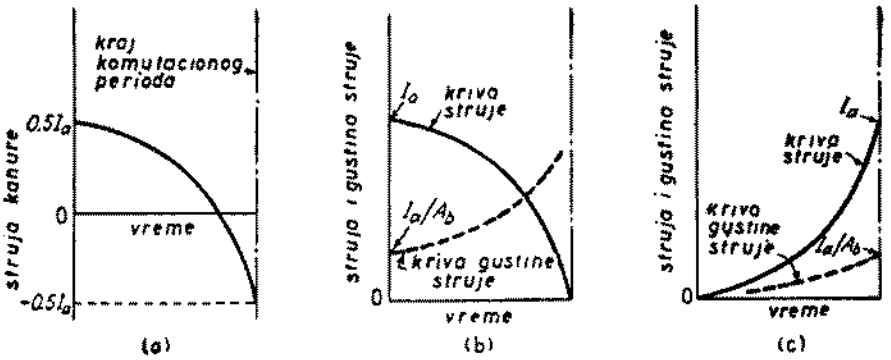
rom da ukupna struja indukta mora još uvek da je I_a, uslov za ravnomernu gustinu struje je da $0{,}75I_a$ odlazi preko desne lamele, a $0{,}25I_a$ preko leve; prema Kirhofovom zakonu, dakle, kroz kanuru treba da teče struja od $0{,}25I_a$ u smeru udesno. Sličnim rasuđivanjem za sl. 5-11*c*, *d* i *e* dobiva se da struja kanure mora biti nula, odnosno $0{,}25I_a$ ulevo i $0{,}50I_a$ ulevo. Prema tome, kao što se vidi na sl. 5-12, gustina struje je ravnomerna kada se struja kanure menja linearno. Ovaj proces je poznat pod nazivom *linearna komutacija*. Struje u zadnjoj i prednjoj ivici dirke (v. sl. 5-11*a*) menjaju se takođe linearno u zavisnosti od vremena, a ravnomerna gustina struje je I_a/A_B, gde je A_B površina dirke.

Glavni činioci koji teže da proizvedu linearnu komutaciju su promene otpora u dodiru dirki, koji nastaju usled linearnog smanjenja površine zadnje ivice dirke i linearnog povećanja površine prednje ivice dirke. Nekoliko električnih činilaca suprotstavljaju se linearnosti. Otpor u komutovanoj kanuri, na primer, dovodi do nešto drukčije raspodele od one koju pokazuje sl. 5-11*b* i *d*. Ali je pad napona na kontaktima dirki obično dovoljno veliki (reda 1,0 V) u poređenju sa padom napona u otporu samo jedne kanure indukta, tako da se ovaj poslednji može zanemariti. Induktivnost kanure je mnogo ozbiljniji činilac. Napon usled samoinduktivnosti u komutovanoj kanuri, a i napon usled uzajamne induktivnosti sa ostalim kanurama (naročito sa kanurama iz istog žleba) koje istovremeno podležu komutaciji, suprotstavljaju se promenama struje u komutovanoj kanuri. Zbir ova dva napona naziva se često *e. m. s. indukovanja*. On ima za posledicu da vrednosti struje u kratko spojenoj kanuri zaostaju vremenski za vrednostima diktovanim

linearnom promenom te kriva struja—vreme dobiva oblik kao na sl. 5-13*a*. Ovo stanje je poznato pod imenom *podkomutacije* ili *usporene komutacije*. Odgovarajuće struje u zadnjoj i prednjoj ivici dirke pokazuje sl.5-13*b*. i *c*. S obzirom da povr-



Sl. 5-12. Linearna komutacija



Sl. 5-13. Podkomutacija

šina zadnjeg dela dirke opada brže nego struja koju on prenosi, odgovarajuća gustina struje može da postane mnogo puta veća od prosečne vrednosti I_a/A_B ; s druge strane, gustina struje u prednjem delu dirke može biti sasvim mala u toku većeg dela komutacionog perioda. Induktivnost indukta može da prouzrokuje visoke gubitke i varničenje na zadnjoj ivici dirke.

Da bi komutacija bila najbolja, induktivnost se mora održati na najmanjoj meri upotrebom najmanjeg mogućnog broja navojaka po kanuri indukta kao i pimenom višepolne konstrukcije i kratkog indukta. Dejstvo date e. m. s. indukovanja u zakašnjavanju komutacije svodi se na najmanju meru kad je pad napona u otporu kontakta dirki veliki u poređenju s njim. U toj činjenici leži glavni razlog za upotrebu ugljenih dirki kod kojih je pad napona u kontaktima znatan. Kad je dobra komutacija postignuta pomoću pada napona u otporu, taj proces se naziva *otporna komutacija*. On se danas primenjuje kao isključivo sredstvo samo za mašine čija sna ga ne prelazi 1 KS.

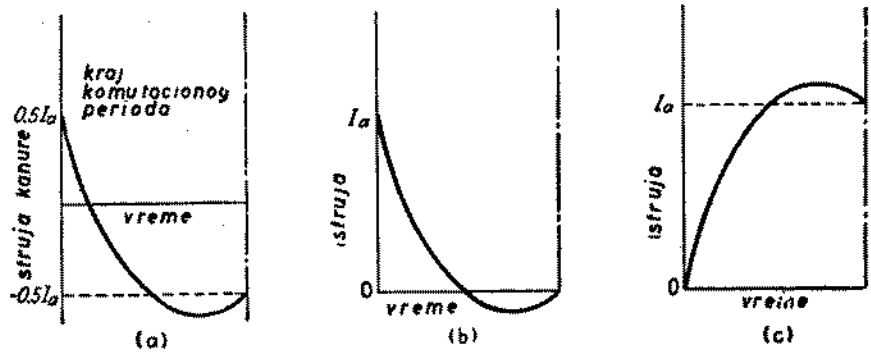
Drugi jedan važan činilac u procesu komutacije je e. m. s. indukovanja indukovana u kratko spojenoj kanuri. U zavisnosti od svog smera taj napon može da ometa ili da pomaže komutaciju. U sl. 5-4 i 5-10, na primer, dejstvo poprečnog magnećenja reakcije indukta stvara izvestan fluks u međupolnoj zoni. Smer napona usled rotacije u komutovanoj kanuri u obema slikama takav je da se komutacija usporava. Pretpostavimo sad da je mašina na sl. 5-10 generator. Kratko spojena kanura ima tad napon usled rotacije istog znaka kao što ga je imala pod neposredno pretho-

dećim polom. Ovaj napon ide dakle u prilog oticanju struje u starom smeru i, kao e. m. s. indukovanja, suprotstavlja se promeni njenog smera. Sličnim rasuđivanjem dolazi se do istog zaključka i u slučaju motora.

U sl. 5-8 dirke su tako pomerene da se kanura koja je u komutaciji nalazi u oblasti magnetne indukcije ravne nuli u suštini. Dalje pomeranje u istom smeru dovelo bi kanuru u oblast magnetne indukcije suprotne onoj u sl. 5-10, koja bi prouzrokovala napon rotacije suprotan e. m. s. indukovanja, a koji bi, prema tome, pomagao komutaciju. Podesnim pomeranjem dirki može se pri datom opterećenju e. m. s. indukovanja stvarno neutralisati. Ako se dirke preterano pomere, e. m. s. indukovanja je više nego neutralizovana i tako dolazi do *ubrzane komutacije* ili *nadkomutacije*. Kao što pokazuje sl. 5-14, struja kanure menja smer brže nego linearno, pa čak može u toku komutacije da ima veću vrednost nego na kraju. Gustina struje u zadnjoj ivici dirke postaje dosta brzo ravna nuli i može konačno da dostigne preteranu vrednost u suprotnom smeru. Struja u prednjoj ivici dirke raste brže nego površina dirke tako da se u prednjoj ivici mogu javiti velike gustine struje. Opet se javljaju veliki gubici i varničenje.

Pomeranje dirki predstavljalo je nekada uobičajen način za obezbedenje dobre komutacije. Ali danas je ta metoda zastarela. Međutim, opšte načelo na kome je ona zasnovana — da se u kanuri koja se komutuje proizvede napon rotacije koji približno nadoknađuje e. m. s. indukovanja, načelo nazvano *naponska komutacija* — koristi se u skoro svim modernim mašinama sa komutacijom. Dirke ostaju u neutralnom položaju, a podesna magnetna indukcija je uvodi u zonu komutacije pomoću malih, uskih magnetnih polova postavljenih između glavnih polova. To su *pomoćni polovi* ili *komutacioni polovi*, a njihovi namotaji se zovu *komutacioni namotaji*, odnosno *namotaji pomoćnih polova*.

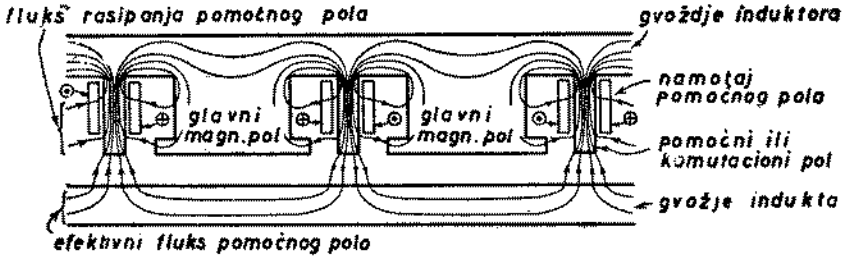
Opšti izgled pomoćnih polova i približna slika fluksa koji se javlja kad su samo oni pobuđeni dati su na sl. 5-15. Pomoćni polovi su manji polovi između glavnih polova iz sl. 1-9. Oblik talasa rezultantne magnetne indukcije u opterećenoj mašini pokazuje sl. 5-16. Pomoćni pol mora imati isti polaritet kao glavni magnetni pol neposredno ispred njega (tj. u smeru obrtanja) za generatore, a iza njega za motore.



Sl. 5-14. Nadkomutacija. Struja u (*a*) komutovanoj kanuri (*b*) zadnjoj ivici dirke i (*c*) prednjoj ivici dirke

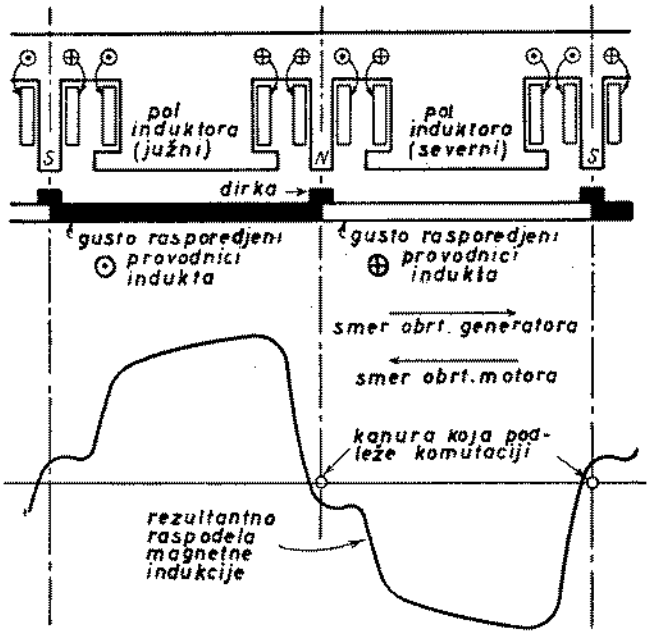
Iz slika 5-1 i 5-16 vidi se da m. m. s. pomoćnih polova mora biti dovoljno velika da neutrališe m. m. s. poprečnog magnećenja indukta u međupolnoj zoni i da još stvara magnetnu indukciju potrebnu da napon rotacije u kratko spojenoj kanuri indukta poništi e. m. s. indukovanja. S obzirom da su i m. m. s. indukta i e. m. s. indukovanja srazmerni struji indukta, namotaj pomoćnih polova mora biti vezan na red sa induktom. Da bi se očuvala željena linearnost, pomoćni pol treba da radi sa niskom

zasićenošću. Konačno prilagođavanje međupolnog fluksa za optimalnu komutaciju može se postići podešavanjem vazdušnog procepa pomoćnih polova pomoću magnetnih ili nemagnetnih uložaka u podnožju pola. Još jedna mogućnost se sastoji u vezivanju podesnog otpora paralelno sa namotajem pomoćnih polova tako da kroz



Sl. 5-15. Pomoćni polovi i njihov komponentni fluks

njega prolazi samo izvestan deo struje indukta, ali ovo ima tu nezgodnu stranu da je komutacija lošija pri prelaznim uslovima rada.

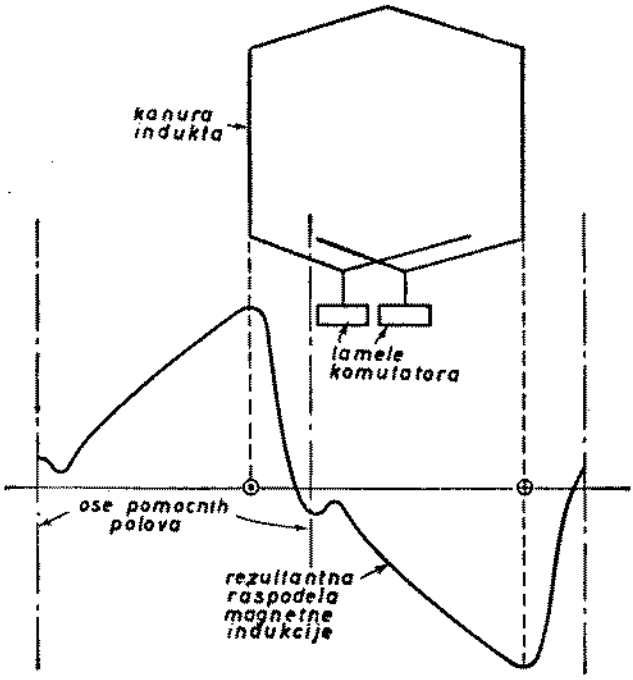


Sl. 5-16. Raspodela rezultantne magnetne indukcije u mašini sa pomoćnim polovima

Pomoćni polovi stvaraju putanju malog magnetnog otpora za fluks indukta, povećavajući induktivnost indukta a time i e. m. s. indukovanja. Ovo dejstvo se ublažava primenom srazmerno dugačkog vazdušnog procepa kod pomoćnih polova. U mašinama sa pomoćnim polovima važno je da dirke budu u neutralnom položaju; u protivnom, dejstva magnećenja i razmagnećenja usled pomeranja dirki, o kojima je bilo govora u od. 5-1, pojačavaju se od strane fluksa pomoćnih polova. S obzirom da je fluks pomoćnog pola funkcija struje indukta, polje pomoćnih polova može proizvesti aditivno ili diferencijalno kompaundovanje u zavisnosti od smera pomeranja dirki. Pojava ovakvog dejstva izazvata nepažnjom mogla bi biti veoma neprijatna.

Upotrebom pomoćnih polova može se, dakle, obezbediti bezvarnična komutacija na širokom području modernih mašina. Prema standardima NEMA za radne karakteristike, mašine za jednosmernu struju za opšte svrhe moraju biti sposobne da sa uspešnom komutacijom izdrže jedan minut pod opterećenjem koje iznosi 150 odsto od struje koja odgovara trajnom pogonu, sa otpornikom za regulisanje pobude podešenim za pobudu pod nominalnim opterećenjem.

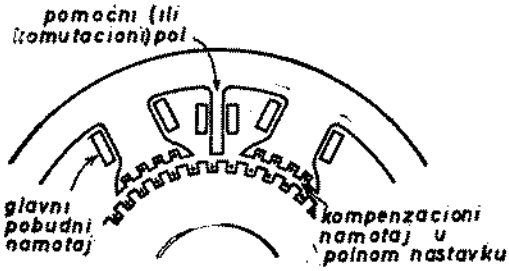
Za mašine izložene velikim preopterećenjima, brzim promenama opterećenja ili radu se slabom glavnom pobudom, postoji i mogućnost većih smetnji nego što je prosto varničenje dirki. Slika 5-17 pokazuje jednu raspodelu rezultantnog fluksa, deformisanu preteranim dejstvom poprečnog magnećenja reakcije indukta.



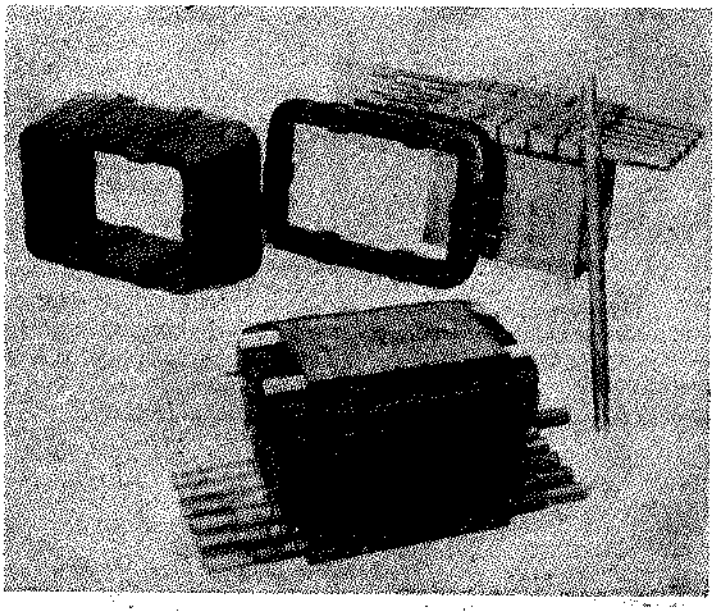
Sl. 5-17. Kanura indukta u oblasti najveće magnetne indukcije

U trenutku kad se kanura indukta nalazi na vrhuncu talasa, napon kanure može biti dovoljno visok da probije vazduh između susednih lamela sa kojima je kanura povezana i da se između lamela pojavi električni luk ili *preskok*. Napon proboja nije ovde visok, jer se vazduh u blizini komutatora nalazi u stanju pogodnom za proboj. Najveći dozvoljeni napon između lamela kreće se od 30 do 40 volti, čime je prosečan napon između lamela ograničen na niže vrednosti, i samim tim određen i najmanji broj lamela koji se može upotrebiti u projektovanoj konstrukciji. Pod prelaznim uslovima, visoki naponi između lamela mogu biti izazvati indukovanim naponima koje prate porast i pad fluksa indukta. Posmatranje sl. 5-2, na primer, omogućuje nam da sebi predstavimo veoma znatne napone ove vrste indukovane u kanuri pod središtima polova putem porasta ili opadanja fluksa indukta koji je prikazan na slici. Posmatranje znaka ovog indukovanog napona pokazalo bi da se on dodaje normalnoj e. m. s. rotacije kad opterećenje generatora opada ili kad raste na motoru. Preskok između lamela može se brzo proširiti po celom obimu komutatora, što pored mogućnog razornog dejstva na komutator predstavlja pravi kratak spoj u

mreži. Prema tome, čak i kad pomoćni polovi postoje, reakcija indukta pod polovima ograničava na izvestan određeni način uslove pod kojima mašina može da radi.



Sl. 5-18. Presek dela mašine za jednosmernu struju u kome se vidi namotaj pomoćnog pola



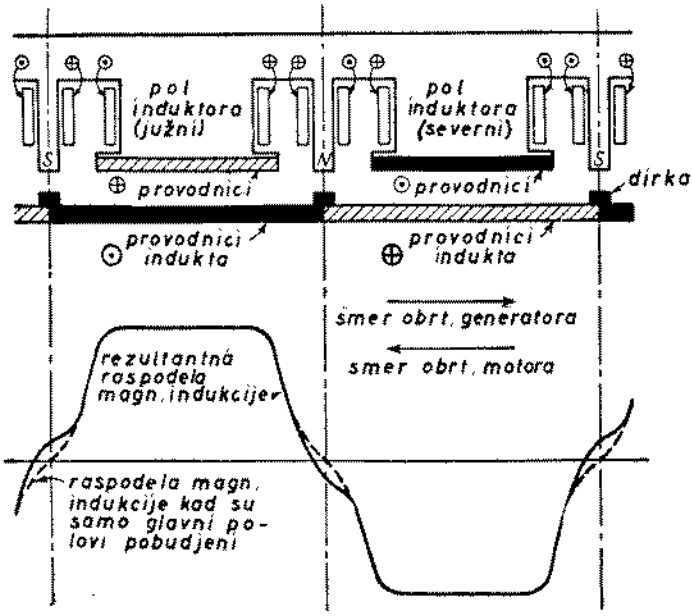
Sl. 5-19. Kompenzacioni namotaj i detalji sklopa glavnog magnetnog pola generatora jednosmerne struje 3 000 kW, 600 V, 360 obr/min za valjaonice čelika. *(Allis-Chalmers Manufacturing Company)*

Ova ograničenja mogu se znatno proširiti kompenzovanjem ili neutralisanjem m. m. s. indukta ispod polnih nastavaka. To se može postići pomoću *kompenzacionih namotaja* (sl. 5-18) smeštenih u žlebovima u polnim nastavcima. Ovaj namotaj treba da ima polaritet suprotan polaritetu naspramnog induktnog namotaja. Konstruktivne pojedinosti tipičnog kompenzacionog namotaja vide se na sl. 5-19. Sl. 5-20 prikazuje kompletanstator sa takvim namotajem. S obzirom da je osa kompen zacionog namotaja ista kao osa induktnog namotaja, kompenzacioni namotaj može skoro potpuno da neutrališe reakciju indukta odnosno njegovih provodnika ispod polnih nastavaka, ako mu se predvidi potreban broj navojaka. Kompenzacioni namotaj mora sa induktom biti vezan na red da bi mogao sprovoditi srazmernu struju. Korisno dejstvo glavnog polja, indukta, komutacionog

namotaja i kompenzacionog namotaja na fluks u vazdušnom procepu pokazano je na sl. 5-21. Treba primetiti da je rezultantna raspodela magnetne indukcije, izuzev u zoni komutacije, uglavnom ista kao ona koju proizvodi samo glavno polje, sl. 5-4. Žlebovi potrebni za smeštaj kompenzacionog namotaja u polnim nastavcima nisu prikazani na ovoj slici.

Sl. 5-20. Oklop i pobudni namotaj motora za jednosmernu struju 600 KS, 600 V, 6 polova, sa podešljivom brzinom od 575 do 1150 obr/min, sa izgledom pomoćnih polova i kompenzacionog namotaja u polnim nastavcima glavnih polova *(General Electric Company)*.

Glavni nedostatak kompenzacionih namotaja je njihova cena. Oni se upotrebljavaju za mašine građene za velika preopterećenja ili brze promene opterećenja — motori za valjaonice čelika su dobar primer za mašine podvrgnute teškim radnim ciklusima — ili za motore čija brzina treba da se reguliše u širokim granicama podešavanjem otočne pobude. U vidu šematskog pregleda sl. 5-22 pokazuje šemu veza kompaundne mašine sa kompenzacionim namotajem. Relativni položaj namotaja u ovoj šemi ukazuje da komutaciono i kompenzaciono polje deluju duž ose



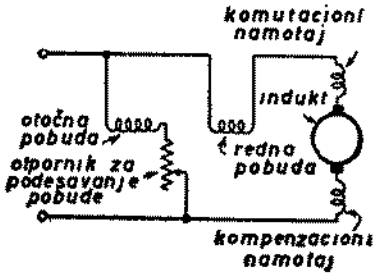
Sl. 5-21. Rezultantna raspodela magnetne indukcije mašine sa pomoćnim polovima i kompenzacionim namotajem

indukta, a da otočno i redno polje deluju duž ose glavnih polova. Na taj način se postiže prilično potpuna regulacija fluksa u vazdušnom procepu po celom obimu indukta.

Primer 5-2. Ovaj primer se zasniva na mašini čiji su podaci dati u primeru 5-1.

a) Pretpostavimo da mašinu treba opremiti sa četiri pomočna pola ali bez kompenzacionog namotaja. Da bi se dobio fluks podesan za komutaciju, m. m. s. pomočnih polova treba da bude približno 25 odsto veća nego ampernavojci poprečnog dejstva magnećenja reakcije indukta u osi pomočnog pola. Odrediti potreban broj navojaka za svaki pomočni pol.

b) Ponekad se za broj pomočnih polova uzima polovina od broja glavnih magnetnih polova, kao što je to na mašini za jednosmernu struju na sl. 1-9. Pobuda pomočnih polova mora tada da bude oko 50 odsto veća od broja ampernavojaka poprečnog magnećenja reakcije indukta u osi pomočnog pola. Odrediti potreban broj navojaka za pomočni pol pod tim okolnostima.



Sl. 5-22. Šema veze mašine za jednosmernu struju

c) Kad se ne bi upotrebljavali pomočni polovi, trebalo bi dozvoljenu granicu deformisanja izazvatog poprečnim magnećenjem reakcije indukta postaviti znatno niže nego što je naznačeno u pimeru 5-1 kako bi u međupolnom prostoru mogao postojati odgovarajući fluks za obezbeđenje dobre komutacije. M. m. s. reakcije indukta na rogovima polova ne bi tada trebalo da iznosi više od oko 60 odsto od m. m. s. glavne pobude u vazdušnom procepu i u zupcima. Izračunati dozvoljenu struju indukta pri normalnoj pobudi pod ovim uslovima i uporediti s vrednošću iz zadatka 5-1.

d) Izračunati broj provodnika po polnom nastavku potreban za kompenzacioni namotaj.

Rešenje. a) M. m. s. indukta koja deluje u osi svakog pomočnog pola je puna amplituda trougaonog talasa m. m. s. Za ovu mašinu, prema jedn. 4-43, je

$$F_A = \frac{Z}{2p'}\,\frac{I_a}{a} = \frac{444}{2\times 4}\cdot\frac{I_a}{2} = 27{,}8\ I_a \quad \text{[ampernavojaka]}$$

M. m. s. pomočnog pola je, dakle,

$1{,}25 \times 27{,}8\ I_a = 34{,}8\ I_a$ ampernavojaka po pomočnom polu

a s obzirom da namotaj pomočnog pola prima celu struju indukta, potrebno je 35 navojaka.

b) M. m. s. pomočnog pola je povećana na $1{,}50 \times 27{,}8\ I_a = 41{,}7\ I_a$ ampernavojaka po pomočnom polu, te je potrebno 42 navojka.

c) Dozvoljena struja indukta će sada biti samo 60 odsto od struje u primeru 5-1, ili $0{,}60 \times 64{,}3 = 38{,}6$ A. Ovo poređenje pokazuje glavni ekonomski razlog redovne upotrebe pomočnih polova kod mašina za jednosmernu struju sa snagom većom od 1 KS odnosno 1 kW: mnogo veća odata snaga može da se dobije za istu količinu bakra i gvožđa, a mašina može da radi bez ozbiljnijih smetnji.

d) Kompenzacioni namotaj mora da neutrališe m. m. s. provodnika indukta pod polnim nastavcima magnetnih polova. Prema tome, broj amperprovodnika po polnom nastavku koje on mora da ima treba da bude ravan ψ puta amperprovodnici indukta po polu, ili, s obzirom da kroz svaki provodnik indukta teče struja $I_a/2$,

$$\frac{2}{3}\times\frac{444}{4}\times\frac{I_a}{2} = 37\ I_a \text{ [amperprovodnika].}$$

Pošto svaki provodnik na polnom nastavku prima celu struju indukta I_a, potrebno je 37 provodnika po polnom nastavku.

5-3. Analitički osnovi: Električno kolo. Analiza mašina za jednosmernu struju zasnovana je na osnovnim jednačinama za indukovani napon E_a i elektromagnetni obrtni momenat M, izvedenim u prethodnoj glavi. Ovi odnosi za mašine jednosmerne struje dati su jednačinama 4-38 i 4-56 kao

$$E_a = p'\,\Phi\,\frac{Z}{a}\,\frac{n}{60} = k_E\,\Phi\,n \tag{5-1}$$

$$M = \frac{p'}{2\pi}\,\frac{Z}{a}\,\Phi\,I_a = k_M\,\Phi\,I_a \tag{5-2}$$

gde je p' broj polova, Z broj provodnika indukta, a broj paralelnih grana kroz indukt, ϕ fluks po polu, I_a struja indukta i n brzina u obr/min. Jedinice svih veličina izuzev brzine n su sistema MKS. Dve veličine

$$k_E = \frac{p'}{60} \cdot \frac{Z}{a} \tag{5-3}$$

i

$$k_M = \frac{p'}{2\pi} \cdot \frac{Z}{a} \tag{5-4}$$

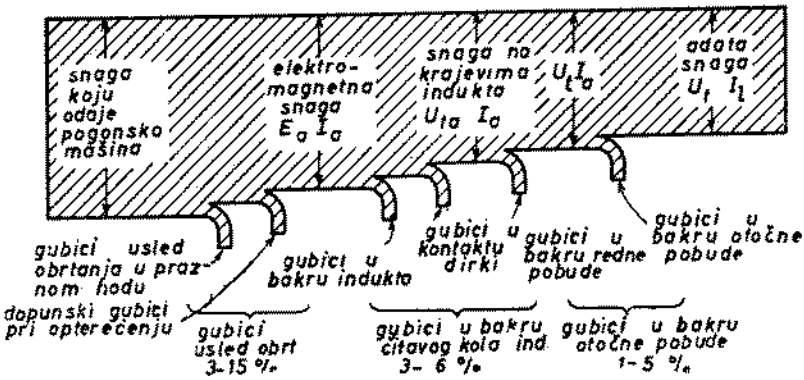
određene su konstrukcijom i ostaju konstantne za datu mašinu. Odnosi za napon i obrtni momenat (jedn. 5-1 i 5-2) kombinovani algebarski, daju izraz

$$M = \frac{60}{2\pi n} E_a I_a = \frac{60}{2\pi n} P \tag{5-5}$$

gde je

$$P = E_a I_a \tag{5-6}$$

elektromagnetna snaga koja odgovara obrtnom momentu M.

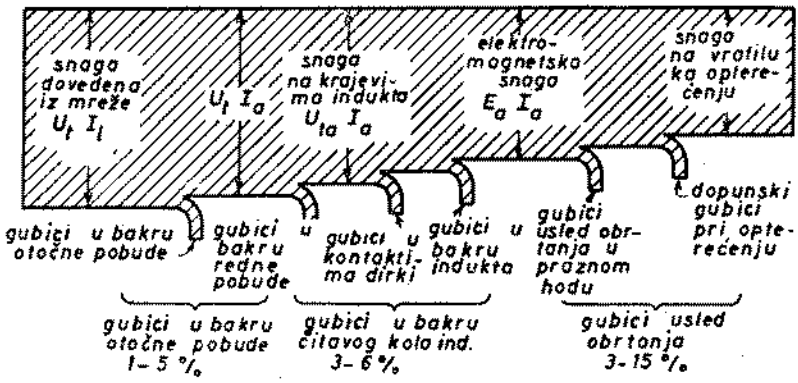


Sl. 5-23. Raspodela snage u generatoru jednosmerne struje

Slike 5-23 i 5-24 prikazuju u grafičkom obliku bilanse snage generatora odnosno motora za jednosmernu struju, sa otočnom, i sa rednom pobudom. Šema veza data je na sl. 5-25. Kad u mašini nema bilo otočne bilo redne pobude, odgovarajući podatak u sl. 5-23 do 5-25 je izostavljen. U ovim dijagramima U_t je napon na krajevima mašine, U_{ta} napon na krajevima indukta, I_l linijska struja, I_s struja redne pobude (jednaka struji I_a za šemu pokazanu na sl. 5-25), I_f struja otočne pobude, r_a otpor indukta, r_f otpor otočnog pobudnog namotaja i r_s otpor rednog pobudnog namotaja. U r_a je obuhvaćen otpor namotaja pomoćnih polova ili kompenzacionog namotaja, ako oni postoje. Gubici u bakru kola indukta, gubici u bakru pobudnog kola i rotacioni gubici razmatrani su ranije u čl. 4-11; tipičan red veličine ovih gubitaka, izražen u procentima snage dovedene u mašinu, naveden je na sl. 5-23 i 5-24 za generatore i motore za opšte svrhe veličine od 1 do 100 kW ili 1 do 100 KS; manji procenti odnose se na veće snage.

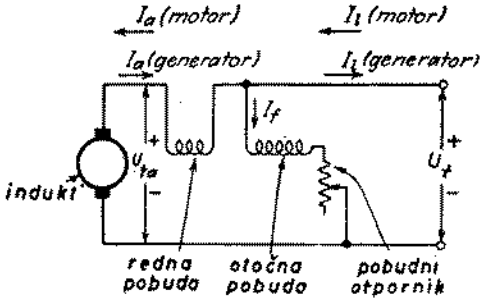
Elektromagnetna snaga razlikuje se od mehaničke snage na vratilu mašine za iznos gubitaka usled obrtanja, a od električne snage na krajevima mašine za iznos gubitaka u bakru. Ova druga razlika je objašnjena u ekvivalentnom kolu na sl. 5-26.

Ekvivalentna kola za motore i za generatore razlikuju se jedino po smerovima snage i struje. Elektromagnetna snaga je snaga izmerena u tačkama između kojih postoji e.

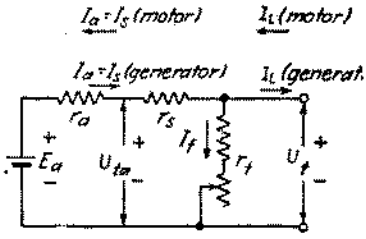


Sl. 5-24. Raspodela snage u motoru za jednosmernu struju

m.s. E_a; dodajući joj gubitke usled obrtanja u slučaju generatora ili oduzimajući ih od nje u slučaju motora, dobiva se mehanička snaga na vratilu. Ova ekvivalentna kola za mašine za jednosmernu struju igraju istu opštu ulogu kao ekvivalentna kola mnogih



Sl. 5-25. Šema veza motora ili generatora sa smerovima struje



Sl. 5-26. Ekvivalentno kolo motora ili generatora

praktičnih naprava u elektrotehnici. Pomoću takvih ekvivalentnih kola, sve visoko razvijene metode teorije kola mogu se primeniti u proučavanju radnih karakteristika naprave.

Uzajamni odnosi između napona i struje vide se neposredno iz ekvivalentnog kola i šeme veza. Tako je

$$U_{ta} = E_a \pm I_a r_a \tag{5-7}$$

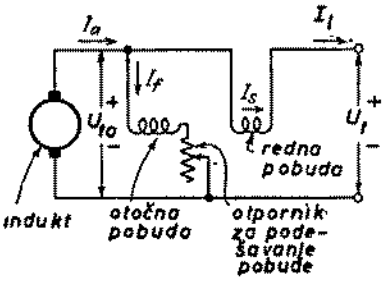
$$U_t = E_a \pm I_a (r_a + r_s) \tag{5-8}$$

i

$$I_l = I_a \pm I_f \tag{5-9}$$

gde znak plus služi za motor a znak minus za generator. Neki članovi u jedn. 5-7 do 5-9 mogu se izostaviti kad su veze mašine prostije od veza na sl. 5-25 i 5-26. Otpor r_a treba shvatiti kao otpor indukta uvećan za otpor dirki, ako nije drukčije naznačeno. Katkad se za r_a uzima samo otpor namotaja indukta, a pad napona u kontaktu dirki uzima se u obzir posebno, obično pretpostavljajući da iznosi 2 volta.

Za kompaundne mašine je mogućna i druga jedna varijanta. Slike 5-25 i 5-26 pokazuju takvu vezu u kojoj je otočna pobuda vezana neposredno na mrežu, sa rednom pobudom između otočne pobude i mašine. Druga mogućnost je prikazana na sl. 5-27 za kompaundni generator sa otočnom pobudom vezanom neposredno za krajeve indukta i rednom pobudom između indukta i mreže. Struja redne pobude je tada I_l umesto I_a, a jednačine za napon menjaju se shodno tome. Praktična razlika izmedu ove dve veze je tako mala da se obično može zanemariti; ako nije drukčije naznačeno, kompaundne mašine će biti smatrane kao da su povezane prema sl. 5-25.



Sl. 5-27. Kompaundni generator sa otočnim namotajem neposredno na dirkama

Iako je razlika između napona na krajevima U_l i napona indukovanog u induktu E relativno mala pri normalnom radu, ona ipak ima svoj značaj za radne karakteristike mašine. U stvari, ova razlika, posmatrana zajedno sa otporima kola i sa uslovima u kojima se vrši pretvaranje energije, utiče na vrednost struje indukta I_a, a time i na jačinu polja rotora. Za potpuno određivanje ponašanja mašine potrebno je da se na sličan način ispitaju činioci koji utiču na jačinu statorskog polja, ili određenije, na rezultantni fluks po polu Φ. Ovakvo ispitivanje je ekvivalentno ispitivanju uslova magnetnog kola.

5-4. Analitički osnovi. Magnetno kolo. Fluks po polu je fluks dobiven kombinacijom m. m. s. indukta i pobude. Uzajamna zavisnost napona E_a indukovanog u induktu i uslova u magnetnom kolu mašine, prema tome, funkcija je zbira svih m. m. s. na putanji ose polova. Ovaj zbir često se naziva *rezultantna pobuda* ili *rezultantna m. m. s.* Onaj deo ovoga zbira koji je namerno postavljen na glavne polove statora da bi stvorio radni fluks zove se *pobuda induktora* ili *m. m. s. induktora.* Razliku izmedu pobude induktora i rezultantne pobude stvara m. m. s. reakcije indukta. Da bi se pažnja usredsredila na glavne odnose magnetnog kola, reakcija indukta neće se u ovom odeljku uzimati u obzir. Izmene koje nastaju kad se i njen kvantitativni efekt obuhvati biće razmotrene u sledećem odeljku.

U običnom kompaundnom generatoru ili motoru sa N_f navojaka otočne pobude po polu i N_s navojaka redne pobude po polu, je:

$$\text{Ukupna m. m. s.} = N_f I_f \pm N_s I_s \text{ [ampernavojaka po polu]} \qquad (5\text{-}10)$$

Pozitivan znak se ovde upotrebljava kad se dve m. m. s. potpomažu ili kad se dva polja aditivno vezuju; negativan znak se upotrebljava kad je redno polje u opoziciji prema otočnom polju ili za diferencijalnu vezu. Kad nema bilo rednog bilo otočnog polja, odgovarajući član u jedn. 5-10 se naravno izostavlja. Neke mašine za jednosmernu struju mogu da imaju dopunske pobudne namotaje na glavnim polovima (i to, suprotno kompenzacionim namotajima na polnim nastavcima iz od. 5-2, namotane koncentrično s normalnim pobudnim namotajem) koji obično služe za specijalno regulisanje rada mašine. U svakom slučaju, pobuda induktora je algebarski zbir m. m. s. na glavnim polovima.

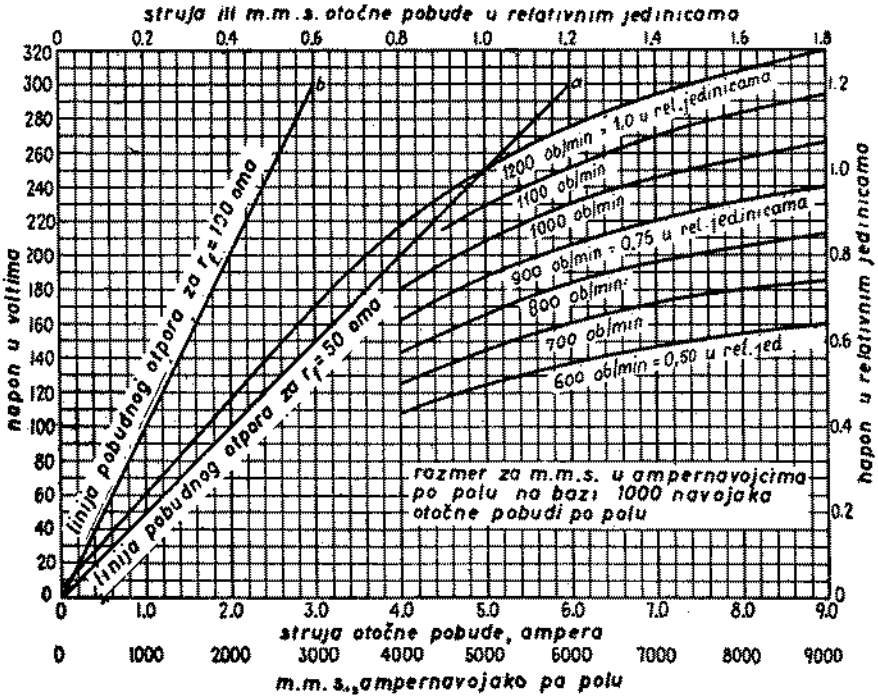
Jednačina 5-10 predstavlja prema tome zbir izražen u ampernavojcima po polu m. m. s. induktora koja deluje u glavnom magnetnom kolu. Kriva magnećenja mašine za jednosmernu struju data je obično u zavisnosti od struje samo za namotaj glavne pobude, koji je skoro uvek otočni pobudni namotaj, kad ga uopšte ima. Za krivu magnećenja i za jednačinu 5-10 mogu se primeniti iste jedinice m. m. s. na jedan od sledeća dva jasna načina: pobudna struja na krivoj magnećenja može se pomnožiti sa brojem navojaka po polu tog namotaja čime se dobiva kriva izražena

u ampernavojcima po polu; ili se obe strane jedn. 5-10 mogu podeliti sa N_f čime se jedinice pretvaraju u ekvivalentnu struju u samom kalemu N_f koji proizvodi istu m. m. s. Tada je

$$\text{m. m. s. induktora} = I_f \pm \frac{N_s}{N_f} I_s \text{ [ekvivalentnih ampera otočne pobude]} \qquad (5\text{-}11)$$

Ovaj drugi način je često zgodniji i češće se upotrebljava.

Upotreba krive magnećenja u analizi mašina zasniva se na pretpostavci da ona predstavlja odnos između fluksa u vazdušnom procepu pri opterećenju i ukupne m. m. s. u magnetnom kolu — drugim rečima, odnos između napona E_a indukovanog u induktu i ukupne pobude. Jedan primer krive megnećenja mašine za jednosmernu struju dat je u sl. 5-28. Brojni razmeri leve i donje ose daju odnosne vrednosti za generator od 100 kW, 250 V sa 1200 obr/min; razmer za m. m. s. je dat i u zavisnosti od struje otočne pobude i u ampenavojcima po polu; ovaj poslednji je izveden iz prethodnog na bazi od 1000 navojaka po polu otočne pobude. Karakteristika se takođe može prikazati u *relativnim jedinicama*, kao što se vidi na do-



Sl. 5-28. Kriva magnećenja jedne mašine za jednosmernu struju 250 V, 1200 obr/min. Tipična za generator 100 kW i motor 100 KS

njem razmeru za m. m. s. i desnom razmeru za napon. Na tim razmerima pobudna struja ili m. m. s. jednaka 1,0 u relativnim jedinicama je ona koja je potrebna da se nominalni napon proizvede pri nominalnoj brzini kad mašina nije opterećena; na sličan način, napon 1,0 u relativnim jedinicama jednak je nominalnom naponu. Nacrtana u tom bezdimenzionom obliku, karakteristika se može smatrati tipičnom za mnoge vrste motora i generatora za opšte svrhe.

Primena krive magnećenja sa indukovanim naponom na ordinati umesto fluksa, može da bude malo komplikovana s obzirom na činjenicu da brzina mašine za jednosmernu struju ne mora da ostane konstantna, a brzina ulazi u odnose iz-

među fluksa i indukovanog napona. Ordinate indukovanog napona odgovaraju stoga jednoj jedinoj brzini mašine. Iz tih razloga su u sl. 5-28 date krive magnećenja za nekoliko različitih brzina. Svaka od ovih krivih može se lako izvesti iz ma koje druge imajući u vidu, shodno jedn. 5-1, da je napon upravno srazmeran brzini za određeni fluks ili struju pobude. Može biti data i samo kriva magnećenja za nominalnu brzinu koja se koristi i za druge brzine time što se razmer napona podesi prema brzinama.

Primer 5-3. Generator jednosmerne struje 100 kW, 250 V, 400 A ima otpor indukta (uključivo otpor dirki) od 0,025 Ω i krivu magnećenja sa sl. 5-28. Pogonska mašina ga obrće stalnom brzinom od 1200 obr/min.

Za mnoge primene je poželjno da se napon na krajevima održava konstantnim bez obzira na opterećenje generatora. Ova konstantnost se može održavati podešavanjem pobudne struje posle svake promene opterećenja, što se obično postiže automatskim regulatorom napona kojim se napon na krajevima meri i otpor pobudnog kola podešava da bi se napon vratio na tačnu vrednost.

Napon na krajevima U_t treba da se održava konstantno na 250 V, počev od praznog hoda pa do opterećenja od 125 odsto. Načrtati krivu potrebne pobudne struje I_f u zavisnosti od struje indukta I_a. Dejstvo reakcije indukta ne uzimati u obzir.

Rešenje. Pobudna struja za $I_a = 400$ A biće određena kao računski primer. Iz jedn. 5-8 izostavljajući r_s, $E_a = U_t + I_a r_a = 250 + 400 \times 0{,}025 = 260$ V.

Kriva magnećenja za 1200 obr/min sa sl. 5-28 pokazuje da indukovani napon od 260 V zahteva pobudnu struju od 5,32 A. Izračunavanjem za druge struje indukta dobiva se isprekidana kriva na sl. 5-29. Ova kriva se odnosi na rad mašine bilo kao generatora sa stranim pobuđivanjem bilo kao otočnog generatora. U prvom slučaju, struja opterećenja ili linijska struja I_l ravna je struji indukta I_a. U drugom slučaju, struja opterećenja manja je od struje indukta za iznos pobudne struje. S obzirom da je pobudna struja veoma mali deo struje indukta pri iole značajnijem opterećenju, ove razlike su bez praktične važnosti.

Primer 5-4. Kompaundni generator 100 kW, 250 V, 400 A ima otpor indukta (uključivo otpor dirki) od 0,025 Ω, otpor redne pobude 0,005 Ω i krivu magnećenja prema sl. 5-28. Otočna pobuda ima 1000 navojaka po polu, a redna 3 navojka po polu.

Izračunati napon na krajevima pri nominalnoj odatoj struji kad je struja otočne pobude 4,7 A, a brzina 1150 obr/min. Zanemariti reakciju indukta.

Rešenje. $I_s = I_a = I_l + I_f = 400 + 4{,}7 = 405$ A. Iz jedn. 5-11, ukupna m. m. s. polja je $4{,}7 + \frac{3}{1000} + 405 = 5{,}9$ ekvivalentnih ampera otočne pobude. Nanoseći ovu vrednost na sl. 5-28 i u tački na sredini između krivih za 1100 i 1200 obr/min nalazi se da je $E_a = 262$ V. Ta vrednost se još može naneti na krivu za 1200 obr/min i pročitati 274 V, pa to svesti u odnosu brzina i naći

Tada je
$$E_a = 274 \times \frac{1150}{1200} = 262 \text{ V}$$

$$U_t = E_a - I_a(r_a + r_s) = 262 - 405\,(0{,}025 + 0{,}005) = 250 \text{ V}$$

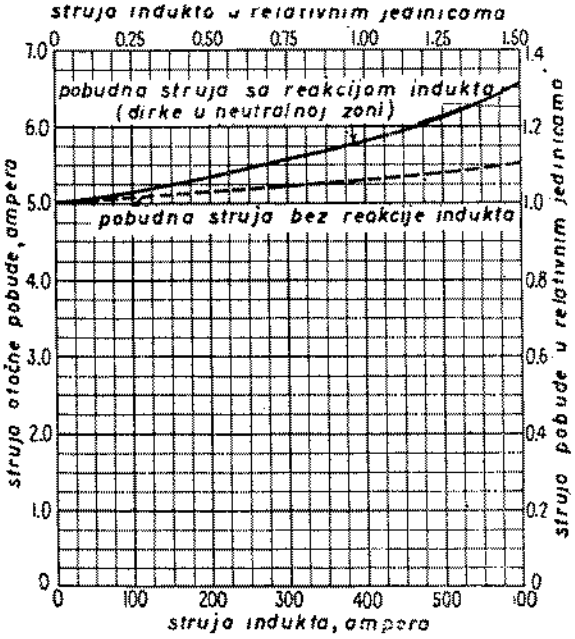
Suština ovih razmatranja magnetnog kola sastoji se u tumačenju krive magnećenja kao grafičkog odnosa između pobude mašine i napona indukovanog u induktu. Pobuda mašine određuje se u skladu s uobičajenim načelom magnetnog kola o algebarskom sabiranju m. m. s. sila glavnog magnetnog kola. Analiza mašina za jednosmernu struju je kombinacija prethodnih razmatranja električnog i magnetnog kola.

5-5. Dejstvo razmagnećenja m. m. s. reakcije indukta. Analitičko obuhvatanje dejstva m. m. s. indukta nije ni prost ni lak zadatak. M. m. s. induktora ili glavne pobude i m.m.s. indukta deluju duž dveju različitih osa u prostoru i stoga utiču na fluks duž različitih putanja u magnetnom kolu mašine. To nas prinuđuje da usvojimo jedan malo veštački način pristupanja problemu, zasnovan na iskustvu i potkrepljen ogledima za datu mašinu ili za mašine njoj slične, pri određivanju odgovarajućih podataka.

Metoda koja se normalno koristi zasniva se na saznanju da m. m. s. indukta, iako ona deluje pod pravim uglom u odnosu na m. m. s. glavnog polja, ipak utiče na veličinu rezultantnog fluksa po polu u svakom slučaju kad je gvožđe indukta ili magnetnih polova iole zasićeno. Čak i poprečno dejstvo reakcije indukta deluje u smislu razmagnećenja rezultantnog fluksa baš kao i ampernavojci koji deluju u

istoj osi kao m. m. s. induktora. Ovo dejstvo se može prosto meriti na taj način što se izračuna pobuda potrebna da se postignu propisani uslovi opterećenja zanemarujući reakciju indukta, pa se rezultat uporedi sa eksperimentalno određenom vrednošću za iste uslove opretećenja. Ova druga vrednost će sadržati dejstva reakcije indukta, a razlika između ove dve vrednosti može se pripisati reakciji indukta. Isprekidana kriva na sl. 5-29 pokazuje tako pobudnu struju koja je potrebna da se nominalni napon na krajevima održi za široki opseg strujâ indukta kao što je izračunato u primeru 5-3 zanemarujući reakciju indukta. Kriva nacrtana punom linijom daje odgovarajuće pobude kakve bi mogle biti određene eksperimentalnim putem. Kad ne bi postojalo dejstvo razmagnećenja indukta, ove dve krive bi se poklapale. Postojeća razlika između pune i isprekidane krive za datu struju indukta predstavlja, prema tome, odgovarajuće dejstvo reakcije indukta izraženo u ekvivalentnim amperima otočne pobude. Ono bi se još moglo izraziti i u amper navojcima po polu. S obzirom da ove vrednosti pokazuju m. m. s. koja se mora dodati pobudi glavnog polja da bi se nadoknadila reakcija indukta, one pružaju logičan način da se dejstvo te reakcije odredi kvantitativno. Podrazumevajući jedinice u ampernavojcima po polu, simbol F_a ćemo upotrebljavati za *dejstvo razmagnećenja m. m. s. reakcije indukta.* Vrednost F_a nije isto što i m. m. s. indukta F_A. Vrednost F_a zavisi od veličine vrednosti F_A, ali zavisi isto tako i od oblika i stepena zasićenosti magnetnog kola. Ne postoji prost odnos između F_a i F_A, niti je F_a linearna funkcija struje indukta I_a, izuzev u pojedinim slučajevima uprošćavanja. (Treba primetiti, na primer, da rastojanje između pune i isprekidane krive na sl. 5-29 nije linearna funkcija od I_a.) Shodno tome, m. m. s. reakcije indukta obično se određuje neposrednim ispitivanjem same mašine ili na osnovu iskustva sa sličnim mašinama.

Puna linija na sl. 5-29 naziva se *karakteristika pobude* ili *kriva regulacije.* Dodati su i razmeri u relativnim jedinicama, pod pretpostavkom da je *jedinica*



Sl. 5-29. Karakteristika regulacije (puna kriva) i kriva pobudne struje bez reakcije indukta (isprekidana kriva). Napon na krajevima indukta je konstantno 250 V, brzina konstantna 1200 obr/min; otpor indukta 0,025 Ω

struje indukta ravna nominalnoj struji. Karakteristika indukta se dobiva kao rezultat prostog oglednog metoda za kvantitativno određivanje F_a postojećih mašina, ako se raspolaže podesnim metodima za opterećivanje. Ona se obično snima na mašini koja radi kao generator pri nominalnoj brzini i konstantnom naponu na krajevima, a za razne struje indukta. U slučaju kompaundnih mašina redna pobuda se obično isključuje za vreme ogleda. Kad F_a treba da se odredi iz krive regulacije, krivu treba snimiti za napon na krajevima blizak pretpostavljenoj stvarnoj vrednosti, jer dejstvo razmagnećenja zavisi od stepena zasićenosti rogova polova, pa prema tome i od radnog napona mašine. Veličina reakcije indukta koja se pojavljuje na sl. 5-29 izabrana je tako da se neka njena nepovoljna dejstva pojave u naglašenom obliku u daljim brojnim primerima koji prikazuju odlike radnih karakteristika generatora i motora. (Pri punom opterećenju ona je približno dva ili više puta veća nego što bi se moglo očekivati za dobro konstruisanu mašinu koja radi s normalnom pobudnom strujom).

Pojam m. m. s. reakcije indukta F_a u stvari je hipotetičan i izveštačen i omogućuje nam da dejstvo razmagnećenja stvarne m. m. s. indukta zamenimo na papiru jednom ekvivalentnom veličinom koja deluje u istoj magnetnoj osi kao glavna m. m. s. Kriterijum ekvivalentnosti je prosto u tome što se proizvodi rezultantni fluks po polu iste veličine. Fizički posmatrano, stvarna m. m. s. indukta F_A je uvek ta koja deluje u procesu pretvaranja energije.

Kad se dirke pomere iz neutralnog položaja, m. m. s. indukta ima jednu komponentu u osi polja a drugu u poprečnoj osi. Ova situacija je već bila razmatrana u od. 5-1. S obzirom da deluje duž iste ose kao m. m. s. induktora, uzdužna komponenta reakcije indukta može se algebarski dodati ovoj m. m. s. ako se želi. Poprečna komponenta reakcije indukta, međutim, mora se zameniti nekim ekvivalentom. Zbog toga je uobičajeno da se upotrebljava samo jedan ekvivalent m. m. s. reakcije indukta F_a koji zamenjuje i uzdužnu i poprečnu komponentu m. m. s. reakcije indukta. U modernim običnim mašinama poprečna komponenta magnećenja obično je važnija, jer su dirke većinom u neutralnom položaju.

Ukratko, dakle, *rezultantna pobuda* u magnetnom kolu mašine je:

rezultantna m. m. s. = m. m. s. induktora — m.m. s. reakcije indukta (5-12)

ili, izraženo veličinama iz jedn. 5-10,

$$\text{rezultantna m. m. s.} = N_f I_f \pm N_s I_s - F_a \quad \text{[ampernavojaka po polu]}. \tag{5-13}$$

Na sličan način, prema jedn. 5-11,

$$\text{rezultantna m. m. s.} = I_f \pm \frac{N_s}{N_f} I_s - \frac{F_a}{N_f} \text{[ekvivalentnih ampera otočne pobude]}. \tag{5-14}$$

Znak minus je za F_a upotrebljen zato što ona obično ima dejstvo razmagnećenja. Ako bi slučajno, zbog pomeranja dirki izazvatog nepažnjom, reakcija indukta imala dejstvo magnećenja, znaci ispred F_a u jedn. 5-12 do 5-14 moraju se promeniti.

Primer 5-5. Rešiti primer 5-4 pod pretpostavkom da mašina ima karakteristiku sa sl. 5-29. Smatrati da isprekidana kriva na toj slici ne postoji s obzirom da se takvi podaci obično ne daju.

Rešenje. M. m. s. reakcije indukta F_a će se odrediti iz sl. 5-29 pod pretpostavkom da stepen zasićenosti odgovara dovoljno približno propisanim radnim uslovima. U tački 405 A na karakteristici regulacije je

$$E_a = 250 + 405 \times 0{,}025 = 260 \text{ V}.$$

Prema sl. 5-28, ovaj napon zahteva rezultantnu m. m. s. koja odgovara struji od 5,3 A. Slika 5-29 pokazuje da je stvarno potrebno 5,8 A. Prema tome, reakcija indukta je

$$F_a = 5{,}8 - 5{,}3 = 0{,}5 \text{ ekvivalentnih ampera otočne pobude.}$$

Rezultantna m. m. s. pri propisanim radnim uslovima je, dakle,

$$4{,}7 + \frac{3}{1000} \times 405 - 0{,}5 = 5{,}4 \text{ ekvivalentnih ampera otočne pobude}$$

Tada je, kao u primeru 5-4,

$$E_a = 262 \frac{1150}{1200} = 251 \text{ V}$$

$$U_t = 251 - 405\,(0{,}025 + 0{,}005) = 239 \text{ V}.$$

Ponekad se uzima da je m. m. s. reakcije indukta F_a linearna funkcija struje indukta I_a, bilo kao uprošćena približnost bilo zato što se ne raspolaže potpunijim podacima. Pod tom pretpostavkom je

$$F_a = k_a\, I_a \quad \text{[ampernavojaka po polu]}. \tag{5-15}$$

Takva pretpostavka ima to preimućstvo da je samo jedan eksperimentalni podatak pri izvesnom pogodnom opterećenju dovoljan. Može se očekivati da ova približnost pruži prihvatljive rezultate i za druge vrednosti struje indukta pa čak i za druge vrednosti indukovanog napona. Najbolji rezultati se postižu kad eksperimentalno određena tačka približno odgovara stepenu zasićenosti i struji indukta za ono stanje opterećenja koje treba ispitati.

5-6. Analiza radnih karakteristika generatora. Iako se za analizu mašine za jednosmernu struju koja radi kao generator primenjuju sasvim ista načela kao i za mašinu koja radi kao motor, opšta priroda problema na koje se nailazi u primeni ova dva načina rada različita je. Kod generatora brzinu obično određuje pogonska mašina, a problemi na koje se nailazi često se sastoje u tome da se odredi napon na krajevima koji odgovara određenom opterećenju i pobudi, ili da se nađe pobuda potrebna za određeno opterećenje i napon na krajevima. Kod motora, međutim, problemi na koje se često nailazi sastoje se u tome da se odredi brzina koja odgovara izvesnom datom opterećenju i pobudi ili da se nađe pobuda potrebna za date uslove brzine i opterećenja; napon na krajevima se često utvrđuje prema vrednosti napona razvodne mreže. Tehnika primene ovih osnovnih načela, prema tome, različita je u onoj meri u kojoj su i problemi različiti. Ovaj odeljak se odnosi na rad generatora.

a. Generatori sa nezavisnim pobuđivanjem. Budući da je struja glavne pobude nezavisna od napona generatora, generatori sa nezavisnim pobuđivanjem mogu se najlakše analizovati. Za dato opterećenje rezutlantna poduda data je jednačinom 5-14, a odgovarajuća e. m. s. indukovana u induktu E_a određena je krivom magnećenja. Ovom e. m. s. kao i jedačinama 5-7 ili 5-8 utvrđen je napon na krajevima. Kao što pokazuje kriva 1 na sl. 5-30, napon generatora sa nezavisnim pobudivanjem bez rednog pobudivanja pada malo kad opterećenje raste zbog povećane reakcije indukta i zbog pada napona u otporu indukta. Takva kriva se naziva *spoljna karakteristika* generatora jednosmerne struje.

Primer 5-6. Generator jednosmerne struje, 100 kW, 250 V, 400 A, 1200 obr/min, ima krivu magnećenja kao na sl. 5-28 i karakteristiku indukta kao na sl. 5-29. Radi uprošćenja pretpostavlja se da reakcija indukta određena za izvesnu struju indukta u toj karakteristici važi i za drukčije indukovane napone nego što su naponi na sl. 5-29; u stvari bila bi potrebna familija karakteristika za razne napone. Kao i za sl. 5-29, otpor kola indukta u mašini (uključivo dirke) iznosi 0,025Ω.

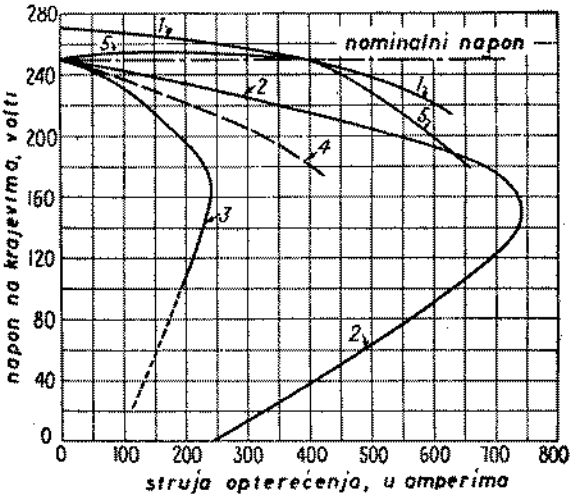
Kao pogonska mašina služi sinhroni motor kojim se ovaj generator obrće konstantnom brzinom od 1200 obr/min. Generator ima nezavisno pobuđivanje iz izvora jednosmerne struje konstantnog napona. Izračunati i nacrtati krivu napona na krajevima kao funkciju struje opterećenja, sa pobudom podešenom da se pri nominalnom opterećenju ima nominalni napon.

Rešenje. Najpre se mora naći pobudna struja na osnovu propisanih uslova punog opterećenja. Za $I_a = 400$ A,

$$E_a = U_t + I_a\, r_a = 250 + 400 \times 0{,}025 = 260 \text{ V}.$$

Prema krivoj magnećenja, sl. 5-28, odgovarajuća rezultantna struja pobude je 5,32 A. Za $I_a = 400$ A je m. m. s. reakcije indukta $F_a = 0{,}50$ ekvivalentnih ampera pobude (ravno razlici ordinata pune i isprekidane krive na sl. 5-29 za 400 A). Potrebna pobuda ukupno iznosi prema tome $5{,}32 + 0{,}50 = 5{,}82$ A. Pobudna struja iznosi, dakle, konstantno 5,82 A za ceo ovaj primer.

Izračunavanja za ostale tačke krive uneta su u tablicu 5-1. Za $I_a = 300$ A, na primer, $F_a = 0{,}34$ ekvivalentnih ampera pobude, a pobuda induktora je $5{,}82 - 0{,}34 = 5{,}48$ ekvivalen-



Sl. 5-30. Izračunate karakteristike napon—opterećenje generatora jednosmerne struje. Kriva 1: nezavisno pobuđivanje, nominalni napon pri punom opterećenju. Kriva 2: otočno pobuđivanje, nominalni napon pri praznom hodu, reakcija indukta zanemarena. Kriva 3: isto kao kriva 2, ali sa uključenom reakcijom indukta. Kriva 4: procenom određen izgled krive 3 ako se uzme u obzir da je uticaj reakcije indukta slabiji kad napon opada. Kriva 5: potpuno kompaundovani generator

tnih ampera pobude. Odgovarajući indukovani napon indukta je $E_a = 264$ V (sl. 5-28), a napon na krajevima je

$$U_t = 264 - 300 \times 0{,}025 = 257 \text{ V}.$$

Rezultati su izraženi krivom 1 na sl. 5-30.

TABLICA 5-1
IZRAČUNATE VREDNOSTI ZA PRIMER 5-6, KRIVA 1, NA SL. 5-30

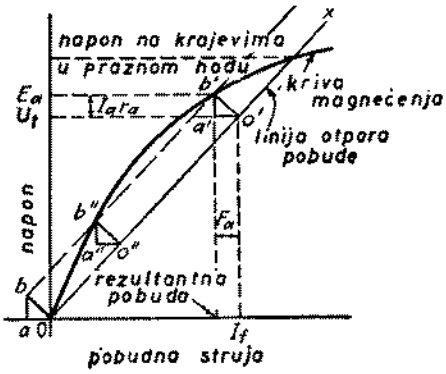
I_a, ampera	Pobuda induktora ampera	F_a, u ekvivalentnim amperima pobude	Rezultantna pobuda u ekvivalentnim amperima pobude	E_a volti	$I_a r_a$, volti	U_t volti
0	5,82	0	5,82	272	0	272
200	5,82	0,19	5,63	268	5,0	263
400	5,82	0,50	5,32	260	10,0	250
600	5,82	1,27	4,55	235	15,0	220

b. Generatori sa sopstvenim pobuđivanjem. U generatorima sa sopstvenim pobuđivanjem otočna pobuda zavisi od napona na krajevima, a redna pobuda od struje indukta. Zavisnost struje otočne pobude od napona na krajevima može se pri analizi grafički obuhvatiti crtanjem *linije otpora pobude*, kao što je linija *Oa* na slici 5-28, uz krivu magnećenja. (Uzmimo da brzina iznosi 1200 obr/min, i onda nas ovde interesuje samo kriva za 1200 obr/min.) Linija otpora pobude *Oa* je prost grafički prikaz Omovog zakona za kolo otočne pobude. To je geometrijsko mesto napona na krajevima kada se menja struja otočne pobude. Prema tome, linija *Oa* nacrtana je za $r_f = 50\ \Omega$ i stoga prolazi kroz koordinatni početak i kroz tačku 1,0 A, 50 V.

Jedan primer medusobne zavisnosti izmedu uslova u magnetnom i električnom kolu može se videti ispitujući *uspostavljanje napona* neopterećenog otočnog generatora. Kad je kolo pobude zatvoreno, malim naponom od zaostale magnetnosti (ordinata od 6 volti na početku krive magnećenja, sl. 5-28) stvara se mala pobudna struja. Kad fluks proizveden dobivenim ampernavojcima ima isti smer sa zaostalim fluksom, dobivaju se postepeno sve veći naponi i pobudne struje. Kad se ovi ampernavojci pobude suprotstavljaju zaostaloj magnetosti, krajevi namotaja otočne pobude moraju se razmeniti da bi se postiglo uspostavljanje napona. Uspostavljanje napona se nastavlja sve dok odnosi izmedu struje i napona predstavljeni krivom magnećenja i linijom otpora u kolu pobude ne budu istovremeno zadovoljeni (tj. do njihovog preseka, 250 V na liniji Oa, sl. 5-28). U ovoj konstataciji je zanemaren izvanredno mali pad napona prouzrokovan prolazom struje otočne pobude kroz otpor kola indukta. Treba primetiti da se za suviše veliki otpor pobudnog kola, kao što pokazuje linija Ob za $r_f = 100\ \Omega$, presek nalazi na veoma niskom naponu i da se ne postiže uspostavljanje napona. Isto tako treba primetiti da se za liniju otpora polja približno tangentnu na donji deo krive magnećenja, što odgovara otporu od 57 Ω na sl. 5-28, presek može nalaziti negde izmedu otprilike 60 do 170 volti, što dovodi do veoma nestabilnih uslova. Odgovarajući otpor je *kritični otpor pobude*, ispod koga se uspostavljanje napona ne može postići. Isti proces uspostavljanja napona i isti zaključci važe za kompaundne generatore; u kompaundnom generatoru prema sl. 5-26, m. m. s. rednog pobudnog namotaja koju stvara struja otočne pobude je sasvim zanemarljiva.

Ovo uspostavljanje napona predstavlja očigledno jedan prelazni proces pri kome, u bilo kojoj datoj tački, vertikalna razlika izmedu linije otpora polja i krive magnećenja predstavlja napon koji služi da se poveća struja kroz induktivnost otočnog pobudnog namotaja. Ovaj prelazni proces je kvantitativno proučen u gl. 12.

c. Otočni generatori. Pri proučavanju rada otočnog generatora može se koristiti činjenica da za svako opterećenje postoji izvesna tačka O' (sl. 5-31) na liniji otpora pobude, odredena naponom na krajevima U_t i strujom otočne pobude I_f, kojoj odgovara tačka b' na krivoj magnećenja, određena indukovanom e. m. s. E_a i rezultantnom pobudom. Horizontalno odstojanje $O'a'$ između pomenutih tačaka mora biti ravno m. m. s. reakcije indukta F_a; vertikalno odstojanje $a'b'$ mora biti ravno padu napona u otporu indukta $I_a r_a$. Određivanje napona na krajevima U_t za datu struju indukta I_a sastoji se onda naprosto u konstruisanju pravouglog trougla $O'a'b'$ sa $O'a' = F_a$ i $a'b' = I_a r_a$ i postavljanju tog trougla kao na sl. 5-31 tako da O' bude na liniji otpora polja, a b' na krivoj magnećenja. Ordinata tačke O' predstavlja onda traženi napon na krajevima. Trougao $O'a'b'$ može se postaviti na odgovarajuće mesto putem uzastopnih pokušaja, ili se za to može primeniti sledeća geometrijska konstrukcija: nacrtati trougao Oab na početku sa $Oa = F_a$ i $ab = I_a r_a$; kroz tačku b povući $bb''b'$ paralelno sa linijom otpora pobude Ox; presek b' sa krivom magnećenja odreduje teme b' trougla $O'a'b'$. U opštem slučaju postoji još jedna tačka preseka b'' sa krivom magnećenja, tako da se može ucrtati još jedan trougao $O''a''b''$ pri nižem naponu. Pod tim okolnostima postoje dva mogućna radna napona te je u ovoj oblasti spoljna karakteristika dvoznačna.



Sl. 5-31 Grafička analiza otočnog generatora

Kad je linija $bb''b'$ tangenta na krivu magnećenja, struja indukta I_a ima maksimalnu vrednost.

Prethodnim računskim postupkom ne postiže se, očevidno, neka velika tačnost jer mnogo zavisi od veličine malih vrednosti F_a i $I_a r_a$. Nesigurnost koju prouzrokuje magnetna histereza u mašinama za jednosmernu struju čini da se visoka preciznost u svakom slučaju ne može da postigne. Uopšte, kriva magnećenja po kojoj mašina radi u bilo kojoj datoj prilici može da prolazi negde između dve krive koje obrazuju prilično široku histereznu petlju za magnetno kolo mašine, što u suštini zavisi od magnetne istorije gvožda pred samu tu priliku. Kriva koja se upotrebljava za analizu obično je srednja kriva magnećenja, tako da se dobivaju uglavnom približno tačni rezultati. Međutim, u izvesno vreme može da dođe do znatnih odstupanja od proseka u radnim karakteristikama svake mašine za jednosmernu struju.

Priroda spoljnih karakteristika otočnog generatora može se videti na krivama 2, 3 i 4 u sl. 5-30, odakle se vidi da su one dvoznačne za prilično područje struja indukta. Gornji krak karakteristike je oblast normalnog rada, premda je donji krak stabilan i može se eksperimentalno postići produžujući sa smanjivanjem otpora opterećenja po postignuću maksimalne struje. Razumljivo je da napon otočnog generatora pada sa porastom opterećenja, brže nego napon generatora sa nezavisnim pobuđivanjem, zato što pobuđivanje slabi naporedo sa padom napona na krajevima.

Primer 5-7. Pretpostavimo da generator iz primera 5-6 treba da dobije otočno pobuđivanje. Izračunati i nacrtati krive napona na krajevima kao funkcije odate struje pod sledećim uslovima:

a) Pobuda podešena da daje nominalni napon pri praznom hodu; reakcija indukta zanemarena.

b) Pobuda podešena da daje nominalni napon pri praznom hodu; reakcija indukta prema sl. 5-29 kao što je opisano u primeru 5-6.

Rešenje. a) Linija otpora pobude Oa (sl. 5-28) prolazi kroz tačku 250 V, 5 A krive magnećenja. Računski rezultati su uneti u tablicu 5-2. Tako je za $I_a = 400$ A,

$$I_a r_a = 400 \times 0{,}025 = 10 \text{ V}.$$

Vertikalno odstojanje od 10 V između krive magnećenja i linije otpora pobude postoji za pobudnu struju od 4,28 A, kojoj odgovara $U_t = 214$ V. Odgovarajuća struja opterećenja je

$$I_l = I_a - I_f = 400 - 4{,}26 = 396 \text{ A}.$$

Ali vertikalno odstojanje od 10 V postoji i za pobudnu struju od 0,80 A, kojoj odgovara $U_t = 80$ V. Zato spoljna karakteristika u toj oblasti ima dve vrednosti. Konačni rezultati su predstavljeni krivom 2 na sl. 5-30.

TABLICA 5-2

IZRAČUNATE VREDNOSTI ZA PRIMER 5-7*a*, KRIVA 2 NA SL. 5-30

I_a ampera	$I_a r_a$, volti	U_t, volti	I_f, ampera	I_l, ampera
5		250	5,0	0
200	5,0	235	4,7	195
400	10,0	214	4,3	396
600	15,0	193	3,9	596
740	18,5	156	3,1	737
600	15,0	92	1,8	598
400	10,0	40	0,8	399

b.) Linija otpora pobude Oa (sl. 5-28) važi i ovde, ali su odgovarajuće tačke na njoj i na krivoj magnećenja sada pomerene zbog trougla sa stranama F_a, $I_a r_a$. Na primer, za $I_a = 200$ A je $F_a = 0{,}19$ ekvivalentnih ampera pobude, a $I_a r_a = 5$ V. Kad se postavi odgovarujući trougao kao

na sl. 5-31, nalazi se da je odnosni napon na krajevima $U_t = 196$ V, a pobudna struja $I_f = 3{,}9$ A. Struja opterećenja je

$$I_l = I_a - I_f = 200 - 3{,}9 = 196 \text{ A}.$$

I u ovoj oblasti spoljna je karakteristika dvoznačna, jer se trougao može postaviti i u nižem delu dijagrama. Računski rezultati za ostale tačke uneti su u tablicu 5-3. Krajnji rezulati su prestavljeni krivom na sl. 5-30.

Upoređivanje kriva 2 i 3 pokazuje da veličina reakcije indukta u ovom slučaju utiče izrazito na spoljnju karateristiku. U stvari, pretpostavka da F_a ima istu veličinu pri smanjenom naponu kao u blizini nomimalnog napona preterano je pesimistička. Pri nižim naponima zasičenost je znatno niža, a otuda je i dejstvo razmagnećenja koje vrši poprečna magnetna reakcija indukta mnogo slabije. Ako bi se to smanjenje uzelo u obzir, spoljna karakteristika bi dobila oblik kao kriva 4, između kriva 2 i 3.

TABLICA 5-3

IZRAČUNATE VREDNOSTI ZA PRIMER 5-7*b*, KRIVA 3 NA SL. 5-30

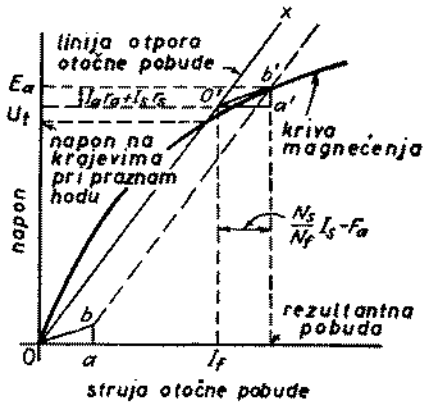
I_a, ampera	$I_a r_a$, volti	F_a, ekvivalentnih ampera pobude	U_t, volti	I_f, ampera	I_l, ampera
5	—	—	250	5,0	0
100	2,5	0,07	232	4,6	95
200	5,0	0,19	196	3,9	196
240	6,0	0,25	165	3,3	237
200	5,0	0,19	109	2,2	198

Pregled rezultata ovog primera pokazuje da je poželjno da se reakcija indukta svede na najmanju meru u mašini koja treba da služi kao otočni generator. Isto je tako očigledno potreban regulator napona oko se želi da odati napon bude zaista konstantan.

d. Redni generatori. Uspostavljanje napona *rednog generatora* je u opštim linijama isto kao za otočni generator. U samoj stvari, kad se opterećenje sastoji od otpora bez kontra e. m. s., isti postupak za uspostavljanje napona može se primeniti pod uslovom da se linija otpora otočnog polja iz sl. 5-28 zameni sličnom linijom koju određuje kombinovani otpor opterećenja, rednog polja i indukta. Kao što je pokazano na sl. 3-48, spoljna karakteristika rednog generatora slična je krivoj magnećenja; tačke na spoljnoj karakteristici, medutim, pomerene su naniže i udesno usled otpora mašine i dejstva razmagnećenja reakcije indukta. S obzirom da su industrijski energetski sistemi skoro isključivo na bazi konstantnog napona, redni generatori se retko upotrebljavaju. Jedna od njihovih primena na koju se može povremeno naići u SAD jesu generatori niskog napona vezani na red sa dugačkim, jako opterećenim vodovima jednosmerne struje u kojima nadoknađuju pad napona prouzrokovan otporom. Analiza njihovih radnih karakteristika može se lako izvesti prostim prilagođavanjem metoda upotrebljenih za druge generatore jednosmerne struje.

e. Složeni generatori. Pri proučavanju rada *aditivno kompaundovanog generatora* može se opet koristiti trougao m. m. s. i napona kao za otočni generator. Odgovarajuće tačke O' (sl. 5-32) na liniji otpora pobude i b' na krivoj magnećenja sad su vertikalno pomerene zbog pada napona $I_a r_a + I_s r_s$ u induktu i rednoj pobudi, a horizontalno zbog kombinovane m. m. s. $(N_s I_s / N_f) - F_a$ redne pobude i reakcije indukta. Ova kombinovana m. m. s. obično potpomaže otočnu pobudu, tako da je rezultantna pobuda, obratno nego u otočnom generatoru, obično veća nego sama m. m. s. otočnog polja. Prema tome, stranu Oa, koja u trouglu m. m. s. i napona Oab predstavlja m. m. s, treba ucrtati u pozitivnom smeru, ili smeru magnećenja, na sl. 5-32. Prava linija bb', povučena paralelno sa linijom otpora otočnog polja Ox, određuje tačku b' na krivoj magnećenja i time omogućuje da se trougao $O'a'b'$ ucrta u svom pravom položaju. Ordinata tačke O' je napon na krajevima koji od-

govara struji indukta za koju je trougao m. m. s. i napona nacrtan. Trougao $O'a'b'$ može se naravno postaviti i uzastopnim pokušajima ako se želi izbeći opisana geometrijska konstrukcija.



Sl. 5-32. Grafička analiza složenog generatora

Napon na krajevima *nadkompaundovanog generatora* raste s opterećenjem u ranijem delu krive, a napon pri punom opterećenju veći je nego pri praznom hodu. Spoljna karakteristika *podkompaundovanog generatora* može spočetka da se penje, ali je napon pri punom opterećenju manji nego pri praznom hodu. Između ove dve krive leži kriva napona kao funkcije opterećenja *tačno kompaundovanog generatora* u kojoj su naponi pri praznom hodu i punom opterećenju jednaki; primer takve karakteristike je kriva 5 na sl. 5-30. Stepen kompaundovanja pojedinih mašina može se na pogodan način podešavati otpornicima, otočno vezanim na redni namotaj kroz koje se odvodi jedan deo ukupne struje.

Primer 5-8. Generatoru iz primera 5-6 dodaje se i redni pobudni namotaj od 4 navojka po polu, otpora 0,005 Ω; otočno polje ima 1000 navojaka po polu. Generator treba da radi sa sopstvenim pobuđivanjem, da bude tačno kompaundovan, sa otočnom vezom prema sl. 5-26 i sa otporima paralelno sa rednim namotajem, tako da napon pri punom opterećenju bude 250 V kad je otpornik za regulisanje otočne pobude podešen za dobijanje napona od 250 V pri praznom hodu. Reakcija indukta treba da se obuhvati shodno sl. 5-29 kao što je opisano u primeru 5-6.

Izračunati i nacrtati krivu napona na krajevima kao funkciju struje opterećenja.

Rešenje. Da bi napon pri praznom hodu bio 250 V, otpor otočne pobude mora biti 50 Ω te je Oa linija otpora polja (sl. 5-28). Treba najpre odrediti stepen smanjenja struje u rednoj pobudi na osnovu propisanih uslova za puno opterećenje.

Pri punom opterećenju, $I_f = 5{,}0$ A jer je $U_t = 250$ V.

Otud je

$$I_a = 400 + 5{,}0 = 405 \text{ A}$$

i

$$E_a = 250 + 405\,(0{,}025 + 0{,}005) = 262 \text{ V}$$

U poslednjoj jednačini nije uzeto u obzir dejstvo paralelnog otpora koji smanjuje otpor kola redne pobude; ovo zanemarivanje je dozvoljeno ako se ima u vidu stepen opravdane tačnosti. Prema krivoj magnećenja (sl. 5—28), za napon E_a od 262 V potrebna je rezultantna pobuda od 5,4 ekvivalentnih ampera otočne pobude. S obzirom da je $F_a = 0{,}5$ m.m.s. redne pobude se dobiva iz izraza

$$5{,}4 = 5{,}0 + \frac{N_s}{N_f} I_s - 0{,}5$$

odakle je

$$\frac{N_s}{N_f} \cdot I_s = \frac{4}{1000} I_s = 0{,}9$$

i

$$I_s = 225 \text{ A}$$

Dakle, samo 225 od ukupno 405 A struje indukta sme da prolazi kroz redni namotaj, što zahteva da se na redni namotaj otočno postavi otpornik od

$$\frac{225 \times 0{,}005}{405 - 225} = 0{,}0063\ \Omega.$$

Kombinovani otpor r_s rednog namotaja i ovoga, koji su vezani paralelno, treba da je dakle nešto manji od 0,003 Ω.

Tačka spoljne karakteristike za $I_a = 300$ A biće određena kao računski primer. Za tu tačku je

$$I_s = 0{,}56 \times 300 = 168 \text{ A}$$

$$\frac{N_s}{N_f} I_s = \frac{4}{1000} \times 168 = 0{,}67 \text{ ekvivalentnih ampera otočne pobude}$$

i

$$I_a (r_a + r_s) = 300 (0{,}025 + 0{,}003) = 8{,}4 \text{ V}$$

Pošto je, prema sl. 5-29, $F_a = 0{,}34$ zajedničko dejstvo redne pobude i reakcije indukta potpomaže m.m.s. induktora u iznosu

$$0{,}67 - 0{,}34 = 0{,}33 \text{ ekvivalentnih ampera otočnog polja.}$$

Odgovarajući trougao može se postaviti kao na sl. 5-32. Dobiva se rezultat

$$U_t = 252 \text{ V} \quad \text{i} \quad I_f = 5{,}04 \text{ A.}$$

Odgovarajuća struja opterećenja je

$$I_l = 300 - 5{,}04 = 295.$$

Računski rezultati za ostale tačke mogu se dati u obliku tablice. Dobivena spoljna karakteristika predstavljena je krivom 5 na sl. 5-30.

Kriva napon—opterećenje *diferencijalno kompaundovanog generatora* opada brže nego u slučaju otočnog generatora zato što se dejstvo redne pobude sastoji u pomaganju razmagnećenja koje vrši reakcija indukta. Analiza radnih karakteristika sprovodi se kao za otočne generatore, izuzev što strana m. m. s. trougla m. m. s. i napona predstavlja dejstvo razmagnećenja reakcije indukta F_a plus m. m. s. razmagnećenja redne pobude $N_s I_s / N_f$. Najveća struja opterećenja diferencijalno kompaundovanog generatora je, naravno, još strože ograničena nego za otočne generatore. Zato se diferencijalno kompaundovanje primenjuje samo u slučajevima gde struji opterećenja treba postaviti određenu granicu, kao što je slučaj generatora za zavarivanje.

5-7. Analiza radnih karakteristika motora. Budući da je napon na krajevima motora obično konstantan u suštini i da ima propisanu visinu, otočno pobuđivanje ne zavisi ovde od promenljivog napona kao u otočnim i složenim generatorima. Zbog toga je analiza motora veoma slična analizi generatora sa nezavisnom pobudom, premda sada brzina predstavlja jednu važnu promenljivu, često baš onu čiju vrednost treba pronaći. Za analizu su najvažniji: jedn. 5-7 i 5-8 za napon na krajevima i indukovanu ili kontra e. m. s. jedn. 5-14 za rezultantnu pobudu, kriva magnećenja kao grafički prikaz odnosa između kontra e. m. s. i rezultantne pobude, jedn. 5-2 koja pokazuje zavisnost elektromagnetnog obrtnog momenta od fluksa i od struje indukta i jedn. 5-1 koja izražava odnos između kontra e. m. s., fluksa i brzine. Poslednja dva odnosa naročito su značajna za analizu motora. Prvi je podesan zato što se često mora da ispituje uzajamna zavisnost obrtnog momenta i jačinâ polja statora i rotora. Drugi predstavlja uobičajeno sredstvo za određivanje brzine motora iz ostalih propisanih radnih uslova.

Brzina motora koja odgovara datoj struji indukta I_a može se naći izračunavši najpre stvarni indukovani napon E_a pomoću jedn. 5-7 ili 5-8. Zatim se iz jedn. 5-14 nađe rezultantna pobuda. S obzirom da se krive magnećenja odnose na izvesnu konstantnu brzinu n_{mag}, koja je u opštem slučaju različita od stvarne brzine motora n, indukovani napon $E_{a(mag)}$, pročitan na krivoj magnećenja za prethodnu rezultantnu pobudu, odgovara tačnim uslovima fluksa ili brzini n_{mag}. Iz jedn. 5-1, međutim, dobiva se da je

$$n = \frac{E_{a(mga)}}{E_a} n_{mag} \tag{5—16}$$

Prema tome, kad se napon $E_{a(mag)}$ nađe iz krive magnećenja za tačnu rezultantnu m. m. s., stvarna brzina motora može se odrediti zamenom u jedn. 5-16.

Treba primetiti da je u početku ovog postupka pretpostavljeno da je struja indukta poznata. Ako bi trebalo, kao što se često dešava, da se brzina odredi na osnovu date snage na vratilu ili odatog obrtnog momenta, najprostije je da se to učini uzastopnim pokušajima sa pretpostavljenim vrednostima za I_a. Grafičko prikazivanje uzastopnih pokušaja omogućuje da se za datu odatu snagu brzo odredi tačna struja indukta i brzina.

a. Redni motori. Tipična karakteristika brzina—opterećenje (izračunata u primeru 5-9 na osnovu krive magnećenja iz sl. 5-33), koja pokazuje veoma brzo opadanje brzine kad opterećenje raste, prikazana je za redni motor na sl. 5-34 sa koordinatama u relativnim jedinicama. Kao baza za jedinicu snage, obrtnog momenta i brzine uzete su vrednosti na vratilu pri nominalnom opterećenju. Iz ovih kriva proizlazi očigledna glavna odlika rednog motora — da je to motor promenljive brzine, sposoban da dejstvo obrtnog momenta pri velikom preopterećenju ublaži pomoću znatnog smanjenja brzine. Redni motori moraju uvek da rade pod opterećenjem osim kad su u kolu regulacije preduzete naročite mere da bi se pri malom opterećenju i praznom hodu sprečile velike brzine koje bi razorile motor.

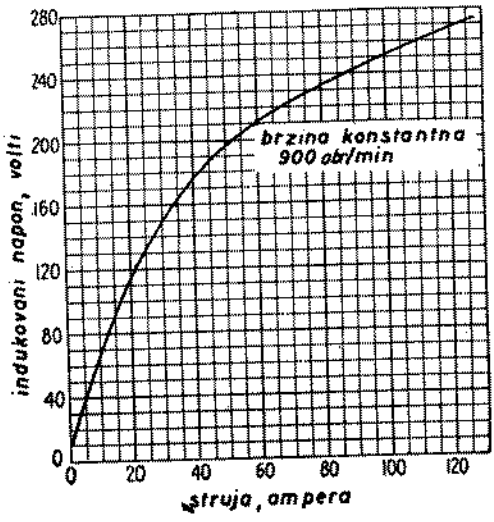
Primer 5-9. Na tablici rednog motora za jednosmernu struju za rudarsku dizalicu, navedeni su sledeći podaci: 230 V, 20 KS, 75,0 A, 50° C, 1-satni pogon. Kriva magnećenja za 900 obr/min data je na sl. 5-33. Otpor indukta je $r_a = 0{,}09\ \Omega$, a otpor redne pobude $r_s = 0{,}06\ \Omega$. U ovom primeru se reakcija indukta može zanemariti.

a) Izračunati i nacrtati krive brzine motora kao funkcije odate snage na vratilu i obrtnog momenta. Upotrebiti koordinate u relativnim jedinicama, uzimajući kao bazu vrednosti brzine, snage i obrtnog momenta koje odgovaraju nominalnom opterećenju. Zbir gubitaka usled obrtanja i dopunskih gubitaka je 1500 W, a može se smatrati da je konstantan. S obzirom da su uslovi brzine i fluksa za redne motore veoma promenljivi ova pretpostavka može se smatrati znatno grubljom nego u slučaju da se radi o otočnoj mašini. Ipak ta pretpostavka nije sasvim neosnovana, jer se povećanje gubitaka u gvožđu i opadanje gubitaka usled trenja i ventilacije uzajamno nadoknađuju, bar delimično.

b) Izračunati polazni momenat za dozvoljenu polaznu struju 110 A.

Rešenje. a) Tačka za koju je $I_a = 100$ A izabrana je kao primer računanja

$$E_a = U_t - I_a (r_a + r_s)$$
$$= 230 - 100\,(0{,}09 + 0{,}06) = 215 \text{ V}$$



Sl. 5-33. Kriva magnećenja za redni motor 20 KS, 230 V, primer 5-9

Za tačku 100 A na krivoj magnećenja za 900 obr/min je

$$E_{a(mag)} = 251 \text{ V}$$

tako da se po jedn. 5-16 dobiva

$$n = 215/251 \times 900 = 771 \text{ obr/min.}$$

Odgovarajuća odata snaga na vratilu može se naći kad se od izračunate elektromagnetne snage $E_a I_a$ oduzme $P_r + P_{sL}$; tako je

$$P_0 = 215 \times 100 - 1500 = 20\,000 \text{ W}$$

Rezultati sličnih računa za ostale tačke uneti su u tablicu 5-4. Poslednja tri reda ove tablice dobivena su deljenjem odnosnih veličina u njihovim apsolutnim jedinicama sa vrednostima u istim jedinicama za $I_a = 75{,}0$ A, nominalnu radnu tačku. Konačni rezultati su predstavljeni na sl. 5-34.

b) Najpre se na osnovu podataka iz tač. *a)* izračuna elektromagnetni obrtni momenat pri punom opterećenju. Pošto su elektromagnetni obrtni momenat u jedinicama MKS i snaga povezani jedn. 5-5, elektromagnetni obrtni momenat pri punom opterećenju je

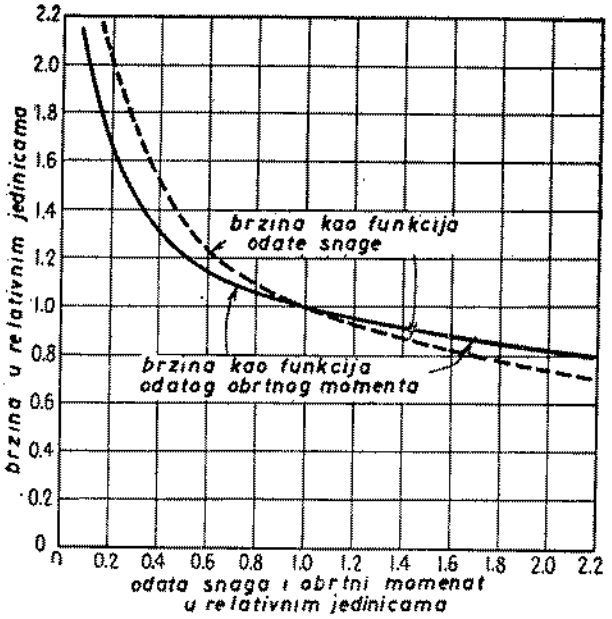
$$M = \frac{60}{2\pi \times 865} \times 219 \times 75 = 181{,}5 \text{ Nm}.$$

TABLICA 5—4

IZRAČUNATE VREDNOSTI ZA PRIMER 5—9v, SL. 5—34

I_s, ampera	25	50	75	100	125
$I_a(r_a + r_s)$, volti	3,8	7,5	11,3	15,0	18,8
E_a, volti	226	223	219	215	211
$E_{a(mag)}$, volti	132	196	228	251	271
n, obr/min	1540	1020	865	771	701
$E_a\ I_a$, kW	5,7	11,2	16,4	21,5	26,4
P_o, kW	4,2	9,7	14,9	20,0	24,9
n, relativno	1,78	1,18	1,00	0,89	0,89
P_o, relativno	0,28	0,65	1,00	1,34	1,67
M_o, relativno	0,16	0,55	1,00	1,55	2,06

Na osnovu izraza za obrtni momenat (jedn. 5-2), ova vrednost mora da predstavlja i polazni elektromagnetni obrtni momenat za dozvoljenu polaznu struju od 75 A, jer su i fluks i struja indukta isti kako pri puštanju motora u rad tako i pri uslovima rada pod punim opterećenjem a obrtni momenat zavisi samo od te dve vrednosti. Polazni obrtni momenat za bilo koju drugu struju, može se dobiti ka i se ovaj obrtni momenat pomnoži sa dva sledeća odnosa:



Sl. 5-34. Izračunate krive brzina—opterećenje za redni motor, primer 5-9

$$\frac{\text{polazna struja}}{\text{struja pri punom opterećenju}} \text{ i } \frac{\text{fluks za polaznu struju}}{\text{fluks za struju pri punom opterećenju}}$$

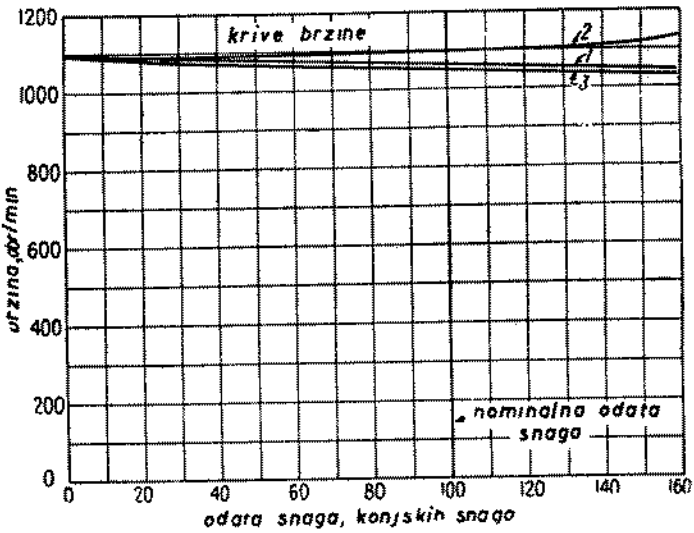
Prema jedn. 5-16, odnos fluksova je isti kao odnos dveju e.m.s. $E_{a(mag)}$, uzetih sa krive magnećenja za odnosne struje. Tako je, za polaznu struju od 100 A, polazni obrtni momenat

$$181{,}5 \times \frac{100}{75{,}0} \times \frac{251}{228} = 266 \text{ Nm}$$

ili 266/181,5 = 1,47 puta elektromagnetni obrtni momenat pri punom opterećenju.

b. Otočni motori. Za otočni motor tipični brojni primeri karakteristika brzina—opterećenje dati su u sl. 5-35 onako kako su izračunati za motor od 100 KS u primerima 5-10 i 5-11. Normalna karakteristika pokazuje da brzina malo pada pri porastu opterećenja, otprilike kao na krivoj 1, sl. 5-35. Ovo opadanje je posledica povećanog pada napona u otporu indukta pri povećanju opterećenja. Dejstvo razmagnećenja reakcije indukta, kada je osetno, doprinosi međutim smanjenju ovog opadanja brzine, a ono može da dovede i do toga da karakteristika bude skoro ravna ili da pokazuje čak malo povećanje brzine kad opterećenje raste. Prema tome, dejstvo reakcije indukta obuhvaćeno u krivoj 2, sl. 5-35, dovodi do povećanja brzine u tačkama preopterećenja.

Iz razloga koji će biti izloženi docnije, pri razmatranju diferencijalno kompaundovanih motora, ova vrsta karakteristike je obično nepoželjna. Kad je otočni motor namenjen da radi sa približno konstantnom strujom pobude ili sa sasvim malim promenama pobudne struje, primenom pobudnog otpornika, ovakva karak-



Sl. 5-35. Izračunate karakteristike brzina — opterećenje za otočni motor sa (1) zanemarenom reakcijom indukta, (2) sa obuhvaćenom reakcijom indukta, i (3) sa dodatnim rednim stabilizacionim namotajima

teristika se pri konstruisanju motora otklanja na taj način što se broj ampernavojaka pobude uzme relativno velik prema broju ampernavojaka indukta. Međutim, motori sa podešljivom brzinom, namenjeni da rade u širokom opsegu brzina regulisanjem otočne pobude, često su opremljeni sa *stabilizacionim namotajima* koji se sastoje od malog broja navojaka aditivne redne pobude. Takav stabilizacioni namotaj omogućuje da karakteristika brzina—opterećenje opada čak i pri slabim strujama otočne pobude i pri velikom opterećenju. Dejstvo stabilizacionog namotaja je proračunato u primeru 5-11, a pokazano krivom 3 na sl. 5-35.

Primer 5-10. Otočni motor za jednosmernu struju, 100 KS, 250 V, ima krivu magnećenja sa sl. 5-28 i karakteristiku pobude sa sl. 5-29. Otpor kola indukta (uključivo dirke) je 0,025 Ω. Može se smatrati da su gubici usled obrtanja konstantni i da iznose 2 000 W, a dopunski gubici 1,0 odsto od odate snage.

Pobudni otpornik je podešen za brzinu od 1100 obr/min u praznom hodu. Izračunati i nacrtati krive brzine motora kao funkcije odate snage (u konjskim snagama) i to:

a) zanemarujući reakciju indukta;

b) obuhvatajući reakciju indukta saglasno sl. 5-29.

Rešenje. a) Kriva magnećenja nije potrebna kad je pobudna struja konstantna a reakcija indukta zanemarljiva. Pošto brzina u praznom hodu iznosi 1100 obr/min, napon indukovan u induktu koji odgovara brzini 1100 obr/min konstantan je i iznosi 250 V.

U tački za koju je $I_a = 400$ A je:

$$E_a = 250 - 400 \times 0{,}025 = 240 \text{ V}$$

Odgovarajuća brzina je

$$n = 240/250 \times 1100 = 1057 \text{ obr/min}$$

a elektromagnetna snaga je

$$E_a I_a = 240 \times 400 = 96\,000 \text{ W}$$

Po odbitku gubitaka usled obrtanja ostaje 94 000 W. Oduzimanjem dopunskih gubitaka dobiva se odata snaga P_o iz jednačine

$$94\,000 - 0{,}01 P_o = P_o$$

ili

$$P_o = 93{,}1 \text{ kW} = 124{,}7 \text{ KS}.$$

Slični proračuni se mogu izvesti za druge pretpostavljene vrednosti I_a. Rezultati su prikazani krivom 1 na sl. 5-35.

b) Smatraće se da je data samo jedna kriva magnećenja i to ona za 1200 obr/min na sl. 5-28. Pri praznom hodu je $E_a = 250$ V, a odgovarajuća tačka na krivoj za 1200 obr/min je

$$E_{a(mag)} = 250 \times \frac{1200}{1100} = 273 \text{ V}$$

za koju je $I_f = 5{,}90$ A. Struja pobude ostaje konstantno na toj vrednosti a m.m.s. reakcije indukta može se pročitati iz sl. 5-29.

Za $I_a = 400$ A, $F_a = 0{,}50$ ekvivalentnih ampera pobude, pa je

$$E_a = 250 - 400 \times 0{,}025 = 240 \text{ V}$$

i rezultantna m.m.s. $= 5{,}90 - 0{,}50 = 5{,}40$ ekvivalentnih ampera pobude.
Iz sl. 5-28 je

$$E_{a(mag)} = 262 \text{ V}$$

tako da je

$$n = 240/262 \times 1200 = 1100 \text{ obr/min}.$$

Kao u tač. *a)*, odgovarajuća elektromagnetna snaga je 96,0 kW, a oduzimanjem gubitaka usled obrtanja i dopunskih gubitaka dobiva se odata snaga na vratilu u iznosu od 124,7 KS

Na sličan način mogu se izvesti proračuni za druge tačke, a najbolje je rezultate srediti u tablici. Rezultati su grafički prikazani na krivoj 2 sl. 5-35 kao karakteristika brzina—opterećenje.

e. Složeni motori. Aditivno kompaundovani motori imaju karakteristike brzina—opterećenje između karakteristika iste vrste za redne i za otočne motore, a oblici njihovih karakteristika zavise od relativnih jačina redne i otočne pobude. Najjače kompaundovan motor je u stvari redni motor kome je dodata laka otočna pobuda da bi mu se brzina u praznom hodu ograničila na mehanički dozvoljenu vrednost; njegove karakteristike su, prema tome, karakteristike rednog motora ali bez preterane brzine u praznom hodu. Slabo kompaundovani motor, s druge strane, ima u suštini karakteristike otočnog motora, ali sa malo većim padom krive brzina—opterećenje.

Analiza radnih karakteristika složenog motora prikazana je u primeru 5-11 gde je izračunato dejstvo stabilizacionog namotaja dodatog otočnom motoru iz primera 5-10.

Primer 5-11. Pošto je karakteristika brzina—opterećenje (kriva 2 na sl. 5-35) otočnog motora iz primera 5-10 nepoželjna, treba dodati stabilizacioni namotaj koji se sastoji od 1½ aditivnih rednih navojaka po polu. Otpor ovog namotaja je zanemarljiv. U otočnoj pobudi ima 1000 navojaka po polu.

Izračunati i nacrtati novu krivu brzina—opterećenje.

Rešenje. Kao u primeru 5-10, struja otočne pobude je konstantna i iznosi 5,90 A. Za $I_a = 400$ A, $F_a = 0{,}50$,

$$\frac{N_s}{N_f} I_s = \frac{1{,}5}{1000} \times 400 = 0{,}60$$

i

$$\text{rezultantna m.m.s.} = 5{,}90 + 0{,}60 - 0{,}50 = 6{,}00$$

sve izraženo u ekvivalentnim amperima otočne pobude. Napon indukovan u induktu je

$$E_a = 250 - 400 \times 0{,}025 = 240 \text{ V}$$

a iz sl. 5-28 pri gornjoj rezultantnoj m.m.s.,

$$E_{a(m.s.)} = 276 \text{ V}.$$

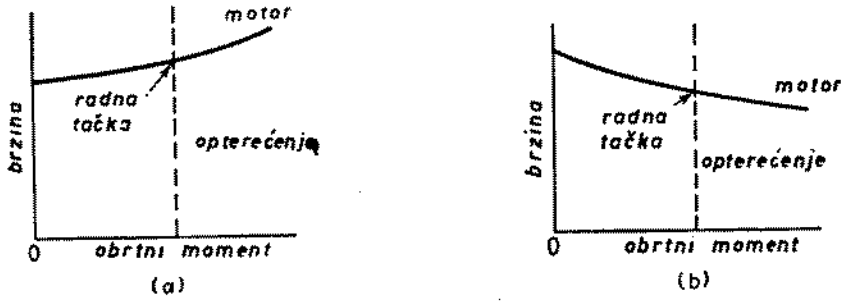
Otud

$$n = 240/276 \times 1200 = 1043 \text{ obr/min}.$$

Proračuni ostalih struja indukta mogu se sprovesti u tabelarnom obliku. Rezultati su predstavljeni krivom 3 na sl. 5-35.

Diferencijalno kompaundovani motori imaju uopšte uzev rastuće karakteristike brzina—opterećenje; porast brzine sa opterećenjem postiže se kombinovanim razmagnećenjem od strane reakcije indukta i diferencijalne redne pobude. Radne karakteristike se proračunavaju na isti način kao za aditivno kompaundovane motore, izuzev promene znaka za m. m. s. redne pobude.

S obzirom da je rastućim karakteristikama brzina—opterećenje svojstveno da izazivaju nestabilnost sa mnogim vrstama opterećenja, diferencijalno kompaundovani motori ne upotrebljavaju se u industriji. Da bismo uočili uzroke nestabilnosti, zamislimo da je karakteristika motora data rastućom krivom na sl. 5-36*a*, a da opterećenje zahteva da obrtni momenat bude konstantan bez obzira na brzinu, kao što pokazuje isprekidana linija. Radna tačka je u preseku dveju linija. Pretpostavimo sada da se nekim malim poremećajem izazove izvesno malo povećanje brzine motora. Usled toga se povećava obrtni momenat motora, dok otporni momenat koji opterećenje zahteva ostaje konstantan. Diferencijalom obrtnog momenta ubrzava se dalje motor. Proces se nastavlja dok se automatskim prekidačima ili osiguračima motor



Sl. 5-36. Upoređenje karakteristika motora i opterećenja (*a*) kriva brzina—obrtni momenat koja se penje (*b*) kriva brzina—obrtni momenat koja se spušta

ne isključi zbog preterane struje. Sličnim rasuđivanjem bi se videlo da bi mali poremećaj kojim bi se izazvalo smanjenje brzine imao isto tako kumulativno dejstvo. Kada se pak isto rasuđivanje primeni na opadajuću karakteristiku motora sa sl. 5-26*b*, ustanovljava se da su diferencijali obrtnog momenta, izazvani pretpostavljenim poremećajem, usmereni ka uspostavljanju početnih radnih uslova. Opšti zaključak je da karakteristika motora obrtni momenat—brzina mora imati nagib dM/dn algebarski manji od nagiba karakteristike opterećenja da bi postojala sta-

bilnost. Motori kao što je diferencijalno kompaundovani motor ili otočni motor s preteranom reakcijom indukta nisu stoga poželjni u praksi. Može se isto tako dokazati da takvi motori mogu da rade neujednačeno pri puštanju u rad ili pod velikim prelaznim opterećenjima.

5-8. Rezime. Pri analizovanju rada mašina za jednosmernu struju bavimo se prvenstveno promenama m. m. s. rotora i rezultantnog fluksa u vazdušnom procepu. Za određenu mašinu promena m. m. s. rotora postaje sinonim promene struje indukta, tako da se proste odredbe Kirhofovog zakona primenjuju na kolo indukta (jedn. 5-7 do 5-9). Određivanje rezultantnog fluksa u vazdušnom procepu je uglavnom problem magnetnog kola u kome treba naročito imati u vidu izvore m. m. s. indukta i pobude da bi se našla rezultantna m. m. s. (jedn. 5-14). Kriva magnećenja, posmatrana kao odnos između rezultantne pobude i napona indukovanog u induktu, predstavlja vezu između električnog i magnetnog kola. Najčešći problemi kod generatora jesu izračunavanja napona koji odgovaraju datim opterećenjima ili, obratno, propisivanje uslova potrebnih za održavanje datog nivoa napona. Ova odredivanja zahtevaju neposrednu primenu razmatranja električnih i magnetnih kola za generatore sa nezavisnim pobuđivanjem. S obzirom da pobuda otočnih i složenih generatora nužno zavisi od napona na krajevima i s obzirom da je kriva magnećenja nelinearna, grafičko predstavljanje je od velike koristi pri analiziranju samopobuđenih generatora (sl. 5-31 i 5-32). Najčešći problemi za motore svode se na izračunavanje brzina koje odgovaraju datim opterećenjima ili, obratno, na propisivanje uslova potrebnih za postizanje date karakteristike brzina—opterećenje. Poseban slučaj među problemima o motorima čini problem koji se odnosi na nultu brzinu ili na uslove puštanja motora u rad. Kao veza između brzine i elektromagnetnih veličina služi i ovoga puta kriva magnećenja; mnogi problemi brzine rešavaju se izračunavajući e. m. s. indukta iz električnih uslova a rezultantnu pobudu iz uslova magnetnog kola, pa koristeći zatim krivu magnećenja da bi se ustanovilo kolika mora da bude brzina za proizvođenje izračunate e. m. s. pomoću izračunate rezultantne pobude. Razume se da gubici usled obrtanja i dopunski gubici, o kojima se govori u od. 4-11, ulaze u bilans primljene i odate snage mašine. Prema tome, radne karakteristike različitih mašina za jednosmernu struju mogu se podrobno ispitati.

Ponovan pregled svih činilaca obuhvaćenih u analizi mašina za jednosmernu struju mogao bi stvoriti utisak da je ta analiza donekle pretrpana beznačajnim pojedinostima. Verovatno je ovaj utisak tačan — i to uprkos činjenici da promene ugla obrtnog momenta nisu obuhvaćene i da je otpor jedini parametar koji utiče na veličine ekvivalentnog kola u ustaljenom stanju. Pojedinosti koje se moraju raspraviti u potpunoj obradi potiču iz tri izvora: prvo, mašina za jednosmernu struju pruža konstruktoru i korisniku elastičnost i veliku raznovrsnost radnih karakteristika; drugo, samo obradivanje zasićenosti zahteva da se magnetno kolo detaljno razmotri, u kom pogledu je mašina za jednosmernu struju u mnogo čemu slična sinhronoj mašini; i, treće, nužnost dobre komutacije postavlja izuzetne i važne probleme.

Neke od ovih pojedinosti su relativno manje važne, naravno. Ali se one ipak moraju ukratko razmotriti da bi se pokazalo da nisu važne i da se ne bi ostavio utisak da je analitički postupak labav. Razlikovanje između kompaundne mašine sa otočnom vezom prema slici 5-25 i sl. 5-27 predstavlja očigledan primer. Pad napona prouzrokovan pobudnom strujom u induktu otočnog generatora predstavlja drugi primer manje važnog dejstva koje se može obračunati bez mnogo muka, ali ipak predstavlja odvraćanje pažnje od glavnog problema. Glavni činilac koji treba imati na umu pri razmatranju tih manje važnih dejstava jeste stupanj nesigurnosti koji unosi magnetna histereza. Kriva magnećenja uzima se prema pro-

sečnim radnim uslovima u okviru histerezne petlje, ali ponašanje mašine u bilo kojoj prilici zavisi od prethodne istorije magnetnog kola.

Medutim, ima drugih pojedinosti koje su od najveće važnosti. Pojave reakcije indukta i komutacije svakako ograničavaju uslove pod kojim mašine za jednosmernu struju mogu da rade. One imaju odlučujuću važnost u određivanju najvećeg dozvoljenog kratkotrajnog opterećenja kako motora tako i generatora i utiču neposredno na gornju granicu brzine koju motor može da postigne slabljenjem pobude. Za otočne motore, naročito pri uslovima oslabljene pobude, posrednim razmagnećenjem usled reakcije indukta može da se izazove podizanje karakteristike brzina—opterećenje, praćeno nestabilnim ili veoma kolebljivim radom mašine. Ovo stanje je sasvim suprotno stanju koje postoji za asinhrone i sinhrone mašine, gde razmatranja ugla obrtnog momenta i postojanje odredenog prevalnog i ispadnog obrtnog momenta pruža uporedljive činioce ograničenja.

Za otočno i za nezavisno pobuđivanje, veličina fluksa po polu može se podešavati spolja pomoću otpornika u kolu pobudnog namotaja; za redno pobuđivanje fluks po polu, naravno, teži da se poveča sa opterećenjem zbog povećane m. m. s. rednog pobudnog namotaja. Kao rezultat svih ovih mogućnosti podešavanja ustanovljavamo da mašine za jednosmernu struju predstavljaju mnogostrane pretvarače energije. Pregled tipičnih radnih karakteristika sadrže krive na sl. 5-30, 5-34 i 5-35. Tekstuelni kratak pregled njihovih najvažnijih odlika odgođen je za od. 6-5, gde je dat kao sastavni deo izlaganja o primenama mašina za jednosmernu struju.

ZADACI

5-1. Aditivno kompaundovan generator sa pomočnim polovima i sa dirkama u nentralnom položaju treba da služi kao složeni motor.

Ako se unutrašnje veze ne menjaju, da li će motor biti aditivno ili diferencijalno kompaundovan? Da li će polaritet pomočnih polova biti ispravan? Da li će smer obrtanja biti isti kao kad je mašina radila kao generator ili suprotan ovom?

5-2. Samopobuđena mašina za jednosmernu struju sa pomoćnim polovima, podešena je da u svemu radi kao nadkompaundovani generator. Mašina je zaustavljena, veze otočne pobude su ukrštene i mašina je ponovo puštena u rad sa suprotnim smerom obrtanja. Mašina je postigla normalan napon na krajevima. Odgovoriti na sledeća pitanja i dati kratka objašnjenja:

Da li je polaritet napona na krajevima isti kao ranije? Da li je mašina još uvek aditivno kompaundovana? Da li pomočni polovi imaju ispravan polaritet za dobru komutaciju?

5-3. Želja je da se preinači polaritet napona na krajevima generatora koji je ispravno radio kao aditivno kompaundovani generator s otočnom vezom vezanom na same dirke i sa pomočnim polovima. Da bi se izvršilo to preinačenje, mašina je zaustavljena i zaostala magnetnost preobraćena isključujući privremeno otočnu pobudu i pobuđući obratnom strujom iz stranog izvora. Zatim su veze vraćene tačno kao što su ranije bile postavljene. Generator se tada pokreće u istom smeru obrtanja kao ranije, a napon na krajevima raste sa promenjenim polaritetom.

Da li je potrebno da se veze pomočnih polova preinače da bi se postigla dobra komutacija? Hoće li kompaundovanje biti aditivno ili diferencijalno?

5-4. Složen generator 5 kW, 250 V, 1150 obr/min je tačno kompaundovan kad radi sa nominalnim naponom i brzinom. Naći kakvu vrstu kompaundovanja (nad-, pod- ili tačno kompaundovanje) će imati u sledećim slučajevima rada pod uslovima drukčijim od nominalnih i objasniti ukratko:

a) Brzina 1350 obr/min, otpornik otočne pobude podešen za nominalni napon pri praznom hodu.

b) Nominalna brzina, otpornik otočne pobude podešen za 230 V pri praznom hodu.

5-5. Generatoru iz primera 5-3 treba dodati rednu pobudu tako da napon na krajevima u slučaju udaljenog opterećenja bude 250 V kako u praznom hodu tako pri punom opterećenju (400 A). Otpor voda koji vezuje generator s opterećenjem je 0,025 Ω. Reakciju indukta i povećanje otpora usled redne pobude zanemariti.

a) Odrediti broj rednih navojaka po polu kad pogonska mašina obrće generator konstantnom brzinom od 1200 obr/min.

b) Odrediti broj rednih navojaka po polu kad brzina pogonske mašine od 1200 obr/min pri praznom hodu padne na 1150 obr/min pri punom opterećenju.

5-6. Otočni generator jednosmerne struje, 100 kW, 250 V, ima otpor indukta 0,020 Ω i krivu magnećenja sa sl. 5-28. Reakcija indukta je 0,50 ampernavojaka po polu po amperu struje indukta. Generator se pokreće konstantnom brzinom od 1200 obr/min sa otpornikom otočne pobude podešenim za nominalni napon pri praznom hodu.

Kolika se najveća ustaljena struja može dobiti iz mašine?

5-7. Generator iz zad. 5-6 je aditivno kompaundovan sa otočnom pobudom na samim dirkama i rednom pobudom od 5 navojaka po polu, ukupnog otpora 0,010 Ω. Otočna pobuda ima 1000 navojaka po polu.

Koliki otpor treba paralelno vezati sa rednom pobudom da bi se postiglo potpuno kompaundovanje pri naponu na krajevima od 250 V?

5-8. Nadkompaundovani generator sa otočnom vezom na krajevima indukta 250 V, 25 kW, 1200 obr/min ima u otočnoj pobudi 2000 navojaka po polu. Otpor indukta (uključivo dirke) je 0,10 Ω, a otpor redne pobude 0,05 Ω. Sa otpornikom otočne pobude podešeni za napon na krajevima od 230 V pri praznom hodu, napon na krajevima pri punom opterećenju iznosi 250 V.

Na mašini su izvršena sledeća dva ogleda:

1. ogled — brzina konstantna 1200 obr/min, kolo generatora otvoreno:

Napon na krajevima, V	230	240	250	260	270
Struja otočne pobude, A	2,20	2,35	2,52	2,71	2,92

2. ogled — generator radi sa nezavisnim podućivanjem (redna pobuda isključena), brzina konstantna 1200 obr/min, napon na krajevima konstantan 230 V:

Struja indukta, A	20	40	60	80	100	120
Struja otočne pobude, A	2,26	2,32	2,40	2,48	2,58	2,68

Pod pretpostavkom da je reakcija indukta nezavisna od fluksa, odrediti dejstvo razmagnećenja reakcije indukta pri punom opterećenju u ekvivalentnim amperima otočne pobude i broj navojaka po polu za rednu pobudu.

5-9. Aditivno kompaundovana mašina za jednosmernu struju ima otočnu pobudu sa 2000 navojaka po polu, rednu pobudu od 12 navojaka po polu, otpor indukta (uključivo dirke) 0,12 Ω, otpor redne pobude 0,04 Ω i otpor kola otočne pobude 210 Ω. Njena kriva magnećenja pri 1800 obr/min je:

E_a	V	200	210	220	230	240	250
I_f	A	1,10	1,17	1,25	1,34	1,44	1,56

Kao generator sa otočnom pobudom vezanom posle redne ova mašina odaje struju opterećenja od 75 A pri 218 V kad se pokreće sa 1800 obr/min. Pretpostavlja se da reakcija indukta ne zavisi od fluksa. Kojom brzinom treba mašinu pokretati da bi odavala struju opterećenja od 75 A pri 240 V?

5-10. Otočni generator, 10 kW, 230 V, 1150 obr/min pokreće se pogonskom mašinom čija brzina je 1195 obr/min kad je generator u praznom hodu. Brzina pada na 1150 obr/min kad generator odaje 10 kW, a može se uzeti da dalje opada srazmerno odatoj snazi generatora. Generator treba izmeniti u kompaundovani generator s otočnom pobudom vezanom neposredno na dirke, opremajući ga rednom pobudom koja će mu napon od 230 V u praznom hodu popeti na 250 V pri punom opterećenju od 43,5 A. Smatra se da otpor redne pobude iznosi 0,09 Ω. Otpor indukta (uključivo dirke) je 0,26 Ω. Namotaj otočne pobude ima 1800 navojaka po polu.

Da bi se odredio potreban broj navojaka redne pobude mašina je puštena da radi kao generator sa nezavisnim pobuđivanjem, pri čemu su dobiveni sledeći podaci: napon na krajevima indukta 254 V, struja indukta 44,7 A, pobudna struja 1,95 A, brzina 1145 obr/min.

Kriva magnećenja na 1195 obr/min je sledeća:

E_a	V	230	240	250	260	270
I_f	A	1,05	1,13	1,26	1,46	1,67

a) Odrediti potreban broj navojaka po polu za rednu pobudu.

b) Odrediti reakciju indukta u ampernavojcima po polu za $I_a = 44{,}7$ A.

5-11. Mali laki otočni generator jednosmerne struje za vazduhoplovne svrhe ima nominalne vrednosti 9 kW, 30 V, 300 A. Pokreće se jednim od glavnih motora aviona preko pomoćnog vratila. Brzina generatora je srazmerna brzini glavnog motora i kreće se između 4500 i 8000 obr/min. Napon na krajevima generatora se održava stalno na 30 V pomoću regulatora napona koji automatski podešava pobudni otpornik od ugljenih ploča čiji najmanji otpor je 0,75 Ω. Otpori otočne pobude, komutacionih namotaja i indukta (uključivo dirke) iznose, 2,50 odnosno 0,0040 i 0,0120 Ω.

Podaci za krivu magnećenja pri 4550 obr/min su sledeći:

I_f	A	0	2,0	4,0	5,0	6,0	8,0	11,7
E_a	V	1,0	18,0	30,5	33,6	35,5	38,0	40,5

Pri ogledu opterećenja na 4550 obr/min, pobudna struja potrebna da se napon na krajevima održi na nominalnoj prednosti pri nominalnom opterećenju je 7,00 A.

Odrediti sledeće karakteristike ovog generatora:

a) Maksimalni otpor koji treba da ima otpornik pobude.

b) Maksimalnu snagu izgubljenu u otporniku pobude.

c) Dejstvo razmagnećenja reakcije indukta pri nominalnom opterećenju i 4550 obr/min, izraženo pomoću ekvivalentne struje otočne pobude.

5-12. Pretpostavlja se da je dejstvo razmagnećenja reakcije indukta za avionski generator iz zad. 5-11 srazmerno struji indukta.

a) Nacrtati krivu napona na krajevima kao funkciju struje opterećenja za najmanji otpor otpornika pobude i pri 4550 obr/min.

b) Kad je avion na zemlji i njegovi motori rade u praznom hodu, brzina generatora može da bude manja od 4500 obr/min. Nacrtati krivu napona na krajevima kao funkciju brzine sa najmanjim otporom otpornika pobude i za konstantnu struju opterećenja od 300 A, obuhvatajući oblast brzina od 4550 do 3500 obr/min. Proceniti najmanju brzinu pri kojoj je generator sposoban da odaje 300 A.

5-13. Podaci u tablici 5-5 izmereni su na otočnom generatoru jednosmerne struje, 500 kW, 500 V. Svi podaci su uzeti pri konstantnoj brzini od 1000 obr/min i pri stranom pobuđivanju. Otpor indukta (uključivo dirke) je 0,023 Ω.

TABLICA 5—5

Napon na krajevima volti	Struja indukta ampera	Struja pobude ampera
450	0	16,8
475	0	18,3
500	0	20,0
525	0	22,5
544	0	25,0
550	0	26,3
500	0	20,0
500	200	21,1
500	400	22,2
500	600	23,1
500	800	24,0
500	1000	25,0
500	1200	25,1

a) Nacrtati spoljne karakteristike (napon na krajevima u funkciji struje opterećenja) za nezavisno pobuđivanje pobudnom strujom od 25 A.

b) Nacrtati spoljne karakteristike kad mašina radi kao otočni generatoru sa stalnim otporom u kolu otočne pobude u vrednosti koja daje nominalni napon u praznom hodu.

c) Nacrtati spoljne karakteristike za aditivno kompaundovanu mašinu sa otočnom pobudom iza redne kad je broj navojaka redne pobude ravan 0,005 puta broj navojaka otočne pobude, a otpor otočne pobude je 25 Ω.

d) Za tač. *c)* za koliko procenata treba promeniti broj rednih navojaka da bi mašina bila tačno kompaundovana?

5-14. Redni motor za jednosmernu struju radi sa 750 obr/min uzimajući struju od 80 A iz mreže od 250 V. Otpor njegovog indukta je 0,14 Ω, a pobude 0,11 Ω.

Uzimajući da fluks koji odgovara struji od 20 A iznosi 40 odsto od fluksa koji odgovara struji od 80 A, naći koliku će brzinu imati motor pri struji od 20 A i 230 V.

5-15. Izvestan redni motor je konstruisan tako da magnetne indukcije u gvozdenom delu magnetnog kola budu dovoljno niske da bi između fluksa i struje pobude postojao linearni odnos u celom opsegu normalnog rada. Nominalne vrednosti za ovaj motor su 50 KS, 190 A, 220 V, 600 obr/min. Gubici pri punom opterećenju u procentima primljene snage motora su:

Gubitak u bakru indukta (uključivo gubitak u dirkama) ..... = 3,7 odsto
Gubitak u bakru pobudnog namotaja ..... = 3,2 odsto
Gubici usled obrtanja ..... = 2,8 odsto

Gubici usled obrtanja mogu se smatrati konstantnim; gubitak usled reakcije indukta i dopunski gubici mogu se zanemariti.

Kad ovaj motor radi sa naponom mreže od 220 V i strujom ravnom polovini nominalne vrednosti, koliki će biti:

a) Brzina obrtanja (u obrtajima u minutu)

b) Snaga odata na vratilu motora (u KS).

5-16. Redni motor za jednosmernu struju za železničku vuču, 150 KS, 600 V, 600 obr/min ima ukupan otpor pobude i indukta (uključivo dirke) od 0,155 Ω. Struja punog opterećenja pri nominalnom naponu i brzini je 206 A. Kriva magnećenja za 400 obr/min je sledeća:

Indukovani napon, volta	375	400	425	450	475
Pobudna struja, ampera	188	216	250	290	333

Odrediti unutrašnji polazni obrtni momenat kad je polazna struja ograničena na 350 A. Uzeti da se reakcija indukta menja kao kvadrat struje.

5-17. Izvestan motor za jednosmernu struju ima sledeće podatke na svojoj tablici: 230 V, 75,7 A, 20 KS, 900 obr/min pri punom opterećenju, 50°C 1-časovni rad, pobudni namotaj redni. Pobudni namotaj ima 33 navojka po polu i otpor u toplom stanju od 0,06 Ω; otpor kola indukta u toplom stanju je 0,09 Ω (uključivo dirke). Tačke na krivoj magnećenja za 900 obr/min su sledeće:

Ampernavojaka po polu	500	1000	1500	2000	2500	3000
Indukovani napon, volta	95	150	188	212	229	243

Da bi se utvrdila sposobnost ovog motora za pokretanje rudarske dizalice, treba izračunati neke tačke za njegovu krivu brzina—opterećenje.

a) Za struje jednake 1/3, 2/3, 1 i 4/3 od vrednosti na tablici izračunati brzine motora. Zanemariti reakciju indukta.

b) Za te iste struje izračunati snage odate na vratilu. Za ovu svrhu smatrati da gubici usled obrtanja ostaju konstantni na vrednosti određenoj uslovima sa tablice motora.

c) Izračunati obrtne momente remenice koji odgovaraju vrednostima iz tač. *b)*. Srediti rezultate iz tač. *a)*, *b)* i *c)* u obliku tablice radi lakšeg proveravanja.

d) Najveća dozvoljena brzina s obzirom na bezbednost iznosi 250 odsto od brzine pri punom opterećenju. Kolika je tada primljena snaga motora?

e) Kolika vrednost otpora vezanog na red sa motorom bi omogućila da se dobije elektromagnetni obrtni momenat punog opterećenja pri brzini od 500 obr/min?

5-18. *a)* Redni motor za jednosmernu struju spojen je sa opterećenjem konstantnog otpornog momenta za koji se može smatrati, za svrhe ovog zadatka, da zahteva da elektromagnetni obrtni momenat bude konstantan bez obzira na brzinu motora. Otpori indukta i redne pobude mogu se zanemariti, a isto tako i dejstva zasićenosti.

Za koliko procenata će se brzina motora promeniti ako se napon mreže smanji sa 230 na 200 V?

b) Uzmimo da se motor iz tač. *a)* zameni otočnim motorom za jednosmernu struju sa zanemarljivim otporom kola indukta i zanemarljivom zasićenošću. Kolika je odgovarajuća procentualna promena brzine?

c) Navesti ukratko kakav uticaj bi zasićenost mogla imati na odgovore po pitanjima *a)* i *b)*.

5-19. Otočni motor 15 KS, 230 V, 1150 obr/min, ima 4 pola, namotaj indukta sa $Z = 540$ provodnika i dve paralelne grane, a otpor kola indukta od 0,26 Ω. Pri nominalnoj brzini i odatoj snazi, struja indukta je 55 A, a struja pobude 1,5 A. Izračunati

a) Elektromagnetni obrtni momenat

b) Fluks po polu

c) Gubitke usled obrtanja

d) Stepen korisnosti

e) Obrtni momenat na vratilu.

5-20. Otočni motor 10 KS, 230 V ima otpor kola indukta od 0,30 Ω i otpor pobude od 170 Ω. U praznom hodu i pri nominalnom naponu brzina je 1200 obr/min, a struja indukta 2,7 A. Pri punom opterećenju i nominalnom naponu linijska struja je 38,4 A, a zbog reakcije indukta fluks je za 4 odsto manji od svoje vrednosti pri praznom hodu.

Kolika je brzina pri punom opterećenju?

5-21. Otočni motor 100 KS, 250 V ima otpor kola indukta od 0,025 Ω. Njegova kriva magnećenja data je na sl. 5-28. Kad se opteretі dotle da mu struja indukta dostigne 350 A, brzina mu je 1050 obr/min. Reakcija indukta može se zanemariti, a pobudni otpornik se ne podešava

a) Izračunati brzinu kad je struja indukta 200 A.

b) Uzeti da je odata snaga 100 KS kad je struja indukta 325 A. Izračunati obrtni momenat na vratilu i elektromagnetni obrtni momenat.

c) Izračunati gubitke usled obrtanja pod uslovima tač. *b)*.

5-22. Potisna aksijalna duvaljka sa diskom prečnika 36 in (915 mm) konstruisana je da isporučuje 27120 kubnih stopa (tj. 769 m^3) vazduha u minutu savlađujući statički pritisak od 1/2 in (tj. 12,3 mm) vodenog stuba kad se obrće brzinom od 1165 obr/min. Duvaljka ima sledeće karakteristike brzina—opterećenje:

Brzina	obr/min	700	800	900	1000	1100	1200
Uzeta snaga	KS	2,9	3,9	5,2	6,7	8,6	11,1

Za pogon duvaljke predviđen je otočni četvoropolni motor za jednosmernu struju 10 KS, 230 V, 37,5 A. Namotaj indukta ovog motora ima dve paralelne grane i $Z = 666$ aktivnih provodnika. Otpor kola indukta je 0,267 Ω. Fluks indukta po polu je $\phi = 10^8$ Mx (tj. 1 Wb); reakcija indukta može se zanemariti. Gubici usled obrtanja pri praznom hodu (uzeti kao konstantni) cene se na 600 W, što je tipična vrednost za ovakav motor.

Odrediti snagu odatu na vratilu i radnu brzinu motora priključenog na duvaljku.

5-23. Mašina za koju su podaci dati u zad. 5-13 treba da se upotrebljava kao otočni motor.

a) Odrediti struju pobude potrebnu da ova mašina radi kao motor sa 1000 obr/min kad je priključena na mrežu od 550 V jednosmerne struje i uzima struju indukta od 1000 A.

b) Kolika je reakcija indukta u ekvivalentnim amperima otočne pobude?

c) Odrediti elektromagnetni obrtni momenat koji se javlja pri uslovima iz tač. *a)*.

d) Odrediti brzinu sa kojom će motor raditi kad se ukloni opterećenje a ništa drugo se ne izmeni.

5-24. Otočni motor za jednosmernu struju 100 KS, 250 V, ima krivu magnećenja sa sl. 5-28 i otpor indukta (uključivo dirke) od 0,025 Ω. Otočna pobuda ima 1000 navojaka po polu.

Kad je otpornik otočne pobude podešen za brzinu motora od 1200 obr/min u praznom hodu, struja indukta iznosi 8,0 A. Koliko rednih navojaka po polu treba pobudi dodati kad brzina treba da iznosi 950 obr/min pri opterećenju za koje je potrebna struja indukta od 350 A? Zanemariti reakciju indukta i otpor redne pobude.

5-25. Otočni motor priključen na mrežu od 230 V uzima pri punom opterećenju struju indukta od 38,5 A i obrće se brzinom od 1200 obr/min kako u praznom hodu tako i pri punom opterećenju. Raspolaže se sledećim podacima za ovaj motor:

Otpor kola indukta (uključivo dirke) = 0,21 Ω.

Namotaj otočne pobude = 2000 navojaka po polu.

Kriva magnećenja uzeta za generator pri praznom hodu sa 1200 obr/min:

E_a, volti	180	200	220	240	250
I_f, ampera	0,74	0,86	1,10	1,45	1,70

a) Odrediti struju otočne pobude ovog motora pri praznom hodu sa 1200 obr/min kad je on priključen na mrežu 230 V. Pretpostaviti da se pad napona u otporu kola indukta i reakcija indukta mogu zanemariti kad motor radi naprazno.

b) Odrediti stvarnu reakciju indukta pri punom opterećenju u ampernavojcima po polu.

c) Koliko bi navojaka redne pobude trebalo dodati da bi se ova mašina pretvorila u aditivno kompaundovani motor sa otočnom pobudom iza redne čija bi brzina bila 1090 obr/min kad struja indukta iznosi 38,5 A a priključeni napon 230 V? Otpor redne pobude je 0,052 Ω.

d) Kad se postavi namotaj redne pobude sa 25 navojaka po polu i sa otporom od 0,052 Ω, odrediti brzinu kad struja indukta iznosi 38,5 A a priključeni napon 230 V.

5-26. Otočni motor 10 KS, 230 V, ima otočnu pobudu od 2000 navojaka po polu, otpor indukta (uključivo dirke 0,20 Ω i otpor namotaja pomočnih polova 0,041 Ω. Otpor otočne pobude (bez otpornika) je 235 Ω. U praznom hodu pri nominalnom naponu na krajevima i promenljivom otporu pobude snimljeni su sledeći podaci:

Brzina	obr/min	1110	1130	1160	1200	1240
I_f	ampera	0,932	0,880	0,830	0,770	0,725

Struja indukta pri praznom hodu je neznatna. Pri punom opterećenju i nominalnom naponu na krajevima, struja indukta je 37,5 A, struja pobude 0,770 A, a brzina 1180 obr/min.

a) Izračunati reakciju indukta pri punom opterećenju u ampernavojcima po polu.

b) Izračunati elektromagnetni obrtni momenat pri punom opterećenju.

c) Koliki polazni obrtni momenat motor razvija sa maksimalnom strujom pobude ako se polazna struja indukta ograniči na 75 A? Reakcija indukta pod ovim uslovima je 160 ampernavojaka po polu.

d) Proračunati rednu pobudu koja pri punom opterećenju daje brzinu od 1100 obr/min kad je brzina u praznom hodu 1200 obr/min.

5-27. Ako se mašina opisana u zad. 5-9, sa otporom kola otočne pobude od 210 Ω, upotrebljava kao aditivno kompaundovani motor s otočnom pobudom vezanom posle redne a koji radi na mreži od 230 V, kolika će biti razlika u brzini između praznog hoda i onog opterećenja za koje motor uzima struju od 77,1 A iz mreže? Zanemariti dejstvo struje indukta pri praznom hodu.

5-28. Kad radi pod nominalnim naponom, otočni motor za 230 V obrće se sa 1600 obr/min i pri punom opterećenju a i pri praznom hodu. Struja indukta pri punom opterećenju je 50,0 A. Namotaj otočne pobude ima 1000 navojaka po polu. Otpor kola indukta (uključivo dirke i pomoćni polovi) je 0,20 Ω. Kriva magnećenja za 1600 obr/min je:

E_a, volti	200	210	220	230	240	250
I_f, ampera	0,80	0,88	0,97	1,10	1,22	1,43

a) Izračunati dejstvo razmagnećenja reakcije indukta pri punom opterećenju u ampernavojcima po polu.

b) Mašini je dodat aditivni redni namotaj sa otočnom pobudom vezanom posle redne, koji ima 5 navojaka po polu i otpor od 0,05 Ω. Izračunati brzinu pri punom opterećenju pod nominalnim naponom, sa istim otporom kola otočne pobude kao u tač. *a)*.

c) Za mašinu na kojoj je postavljen namotaj redne pobude iz tač. *b)* izračunati unutrašnji polazni obrtni momenat (u njutonmetrima) kad je polazna struja ograničena na 100 A, a struja otočne pobude ima svoju normalnu vrednost. Pretpostavlja se da dejstvo razmagnećenja reakcije indukta iznosi 260 ampernavojaka po polu.

5-29. Rednom motoru za dizalicu, 50 KS, 230 V, 600 obr/min treba dodati namotaj za slabu otočnu pobudu radi sprečavanja preterane brzine pri malom opterećenju. Ovaj namotaj ima otpor od 230 Ω. Ukupni otpor namotaja pomoćnih polova i indukta (uključivo dirke) je 0,055 Ω. Namotaj redne pobude ima 24 navojka po polu sa ukupnim otporom 0,021 Ω.

Pre postavljanja namotaja otočne pobude, a da bi se utvrdila njegova konstrukcija, ispitivanjem su dobiveni sledeći podaci:

Ispitivanje pod opterećenjem samo sa rednom pobudom (odata snaga nije merena):

$$U_t = 230\ \text{V} \quad I_a = 184\ \text{A} \quad n = 600\ \text{obr/min}.$$

Ispitivanje u praznom hodu sa stranim pobuđivanjem rednog pobudnog namotaja:

Napon priključen na indukt, volti	Brzina obr/min	Struja indukta ampera	Struja redne pobude ampera
230	1500	10,0	60
230	1200	9,2	74
230	900	8,0	103
215	700	7,7	135
215	600	7,5	175
215	550	7,2	201
215	525	7,1	225
215	500	7,0	264

a) Odrediti broj navojaka po polu otočnog pobudnog namotaja kad brzina u praznom hodu pri nominalnom naponu treba da je 1500 obr/min. Gubici napona u namotajima indukta, redne pobude i pomoćnih polova pri praznom hodu mogu se zanemariti.

b) Odrediti brzinu koju posle nameštanja otočnog pobudnog namotaja ima motor kad radi pod nominalnim naponom i opterećenjem koje odgovara struji iz mreže od 185 A. Reakcija indukta nije izmenjena dodavanjem otočne pobude.

GLAVA 6

MAŠINE ZA JEDNOSMERNU STRUJU: NJIHOVA PRIMENA

Sada raspolažemo razrađenim metodama za analizovanje radnih karakteristika u ustaljenom stanju mašina za jednosmernu struju u veoma raznolikim uslovima njihovog rada. Ovakva teorijska proučavanja navode nas sama po sebi da razmotrimo oblasti primene mašina i problema koji se pojavljuju pri njihovom radu. Glavni predmet ove glave je da pruži primere takvih razmatranja. Regulisanje brzine motora, puštanje motora u rad i paralelan rad mašina za jednosmernu struju jesu tri važna operativna problema na kojima se jednovremeno ilustruje kako se naše rasudivanje treba da kreće kad je u pitanju primena mašine. Ispitivanje mašina može se ovde takođe uključiti, jer priroda uslova pod kojima mašina radi igra važnu ulogu u odredivanju vrste ispitivanja koje treba sprovesti. Jedan od konačnih zaključaka sastoji se u tome da nas mašina uzeta zajedno sa svojom regulacionom opremom, više nego mašina sama za sebe, opredeljuje u krajnjem izboru za nameravanu primenu. A jedno od velikih preimućstava mašina za jednosmernu struju jeste njihova prilagodljivost regulisanju.

6-1. Regulisanje brzine motora. Veoma raznolike karakteristike opterećenje—napon i brzina—opterećenje, koje se mogu dobiti prostim kombinovanjem otočnog, rednog i nezavisnog pobuđivanja, pružaju nam obilje dokaza o prilagodljivosti mašina za jednosmernu struju. Druge dokaze — od velike praktične važnosti u primenama mašina za jednosmernu struju — nalazimo razmatrajući mogućnosti podešavanja brzine motora za jednosmernu struju. Pri proučavanju raznih metoda, glavna pažnja se obraća na praktična pitanja u vezi sa tehničkim i ekonomskim činiocima koji ograničavaju opseg brzina, u vezi sa regulisanjem brzine ili stepenom ustaljenosti brzine na datoj vrednosti pri promeni opterećenja i u vezi sa ograničenjima odate snage motora pri promenama brzine.

Kao što se moglo videti u uvodnom opštem pregledu pojava pretvaranja energije u gl. 3, mašine za jednosmernu struju prilagodavaju se uopšte mnogo više radu u kome se brzina mora podešavati nego mašine za naizmeničnu struju čiji rad je povezan sa obrtnim poljem konstantne brzine. Zaista, sposobnost motora za jednosmernu struju da svoju radnu brzinu hitro podese, i to u širokim granicama i na razne načine, predstavlja jedan od važnih razloga iz kojih mašine za jednosmernu struju zauzimaju čvrst konkurentski položaj u savremenim industrijskim primenama. Sa analitičkog gledišta, zamena jedn. 5-1 u jedn. 5-7 pokazuje da je brzina motora

$$n = \frac{U t_a - I_a r_a}{k_E \phi} \tag{6-1}$$

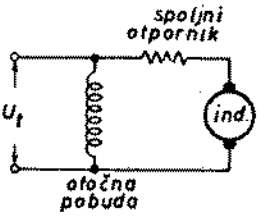
Prema tome, tri osnovne metode za regulisanje brzine jesu podešavanje fluksa Φ, obično pomoću otpornika u kolu otočne pobude, podešavanje otpora u kolu indukta i podešavanje napona na krajevima indukta U_a.

Regulisanje otpornikom u kolu otočne pobude je metoda koja se od ove tri najčešće primenjuje i koja predstavlja jedno od izvanrednih preimućstava otočnih motora. Ova metoda se može, naravno, primeniti i na složene motore. Podešavanje pobudne struje, a time fluksa i brzine, putem podešavanja otpora u kolu otočne pobude, izvodi se prosto i jevtino, bez velike promene u gubicima motora. Stepen u kome se brzina razvija sa opterećenjem pri različitim stupnjevima otpornika istog je reda veličine kao kod otočnih i složenih motora, o čemu je bilo reči u od. 5-7.

Najniža ostvarljiva brzina je ona koja odgovara potpunoj pobudi ili otporu nula u pobudnom otporniku, najveća brzina je električki ograničena dejstvima reakcije indukta u uslovima oslabljene pobude, koja se odražavaju u nestabilnosti motora ili rdavoj komutaciji. Dodavanjem stabilizacionog namotaja (od. 5-7 i primer 5-11) znatno se proširuje opseg brzina, dok bi se dodavanjem kompenzacionog namotaja (od. 5-2) taj opseg još više proširio. Sa kompenzacionim namotajem ukupni opseg može da dostigne do razmere od 8 prema 1, za male motore od nekoliko KS. Medutim, ekonomski činioci čine da praktični opseg za vrlo velike motore ne premašuje otprilike 2 prema 1, a razmera od 4 prema 1 smatra se često kao granica za motor srednje veličine.

Da bi se približno ispitala ograničenja u dozvoljenom kontinualnom odavanju snage motora izazvata promenom brzine motora, zanemaruje se uticaj promenljivih ventilacionih i rotacionih gubitaka na dozvoljenu odatu snagu. Najveća struja indukta I_a podesi se tada na vrednost naznačenu na tablici mašine da se motor ne bi pregrevao, a kontra e. m. s. ostaje konstantna jer se dejstvo promene brzine kompenzuje promenom fluksa koji ju je izazvao. Proizvod $E_a I_a$, pa prema tome i dozvoljena odata snaga motora, ostaju, dakle, uglavnom konstantni u opsegu promene brzina. Motor za jednosmernu struju sa regulisanjem brzine pomoću otpornika u kolu otočne pobude smatra se stoga pogonskom mašinom konstantne snage. Obrtni momenat, s druge strane (prema jedn. 5-2, $M = k_M \Phi I_a$), menja se upravno srazmerno fluksu i prema tome svoju najveću dozvoljenu vrednost ima pri najnižoj brzini. Regulisanje pomoću pobudnog otpornika odgovara dakle najviše za pogone u kojima je pri manjim brzinama potreban povećani obrtni momenat. Kad se motor s takvim regulisanjem upotrebljava za opterećenje koje zahteva da obrtni momenat bude konstantan u čitavom opsegu brzina, snaga i veličina mašine određuju se proizvodom obrtnog momenta i najveće brzine. Takve pogonske mašine su stoga pri nižim brzinama predimenzionisane, u čemu leži glavni ekonomski činilac koji ograničava praktični opseg brzina za velike motore.

Regulisanje otporom u kolu indukta sastoji se u tome da se brzina smanjuje ubacujući u kolo indukta spoljne otpore na red. Ono se može primeniti za redne, otočne i složene motore; za ove dve poslednje vrste redni otpornik mora se vezati između otočne pobude i indukta, kao na sl. 6-1, a ne između mreže i motora. To je uobičajeni način regulisanja brzine za redne motore a u pogledu svoga dejstva sličan je uglavnom regulisanju asinhronog motora s namotanim rotorom pomoću otpornika vezanog na red sa rotorom.



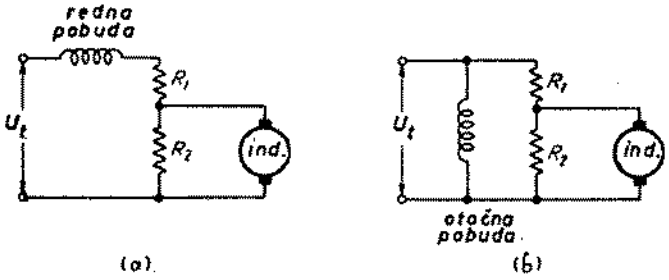
Sl. 6-1. Otočni motor sa otporom vezanim na red sa induktom

Za datu vrednost rednog otpora u kolu indukta, brzina se sa opterećenjem menja u širokim granicama, pošto brzina zavisi od pada napona u tom otporu a time i od struje indukta koju opterećenje zahteva. Na primer, otočni motor sa 1200 obr/min, čija se brzina pod opterećenjem svodi na 750 obr/min usled rednog ot-

pora u kolu indukta, vraća se na približno 1200 obr/min kad opterećenje prestane, jer je dejstvo struje pri praznom hodu u rednom otporu neznatno. To slabo održavanje brzine pri rasterećenju ne mora da bude važno za redne motore, jer se oni primenjuju samo u slučajevima gde se zahteva rad sa promenljivom brzinom ili gde takav rad zadovoljava.

Osim toga, gubitak snage u spoljnom otporniku je veliki, naročito kad se brzina mnogo smanjuje. U stvari, za opterećenje sa konstantnim obrtnim momentom, snaga koju primaju motor plus otpornik ostaje konstantna, dok snaga odata opterećenju opada srazmerno brzini. Pogonski troškovi za dugotrajni pogon sa smanjenim brzinama su prema tome relativno visoki. Međutim, zbog svojih niskih investicionih troškova metod rednog otpora (ili njegova varijanta o kojoj će biti reči u sledećem stavu) je često ekonomski privlačan za usporenja, kratkotrajna ili sa prekidima, kao što su usporenja pri tačnom podešavanju mašine alatke pre početka obrade ili pri slaganju boja na štamparskoj mašini, navodeći ova dva primera primene otočnog motora. Suprotno regulisanju pomoću otočne pobude, regulisanje otporom u kolu indukta omogućuje rad sa konstantnim obrtnim momentom jer i fluks i dozvoljena struja indukta u prvoj približnosti ostaju konstantni dok se brzina menja.

Jednu varijantu ovog načina regulisanja predstavlja metoda šantiranja indukta[1] koja se može primeniti na redni motor kao u sl. 6-2*a* ili na otočni motor kao u sl. 6-2*b*. U stvari, otpornici R_1 i R_2 dejstvuju kao delitelji napona smanjujući napon priključen na indukt. Postiže se veća elastičnost zato što se sad mogu podešavati dva otpornika da bi se postigla željena radna karakteristika. Brzina praznog hoda rednih motora može da se podesi na konačno veliku umerenu vrednost a ova šema veza može se primeniti za ostvarenje malih brzina pri malim opterećenjima. Održavanje brzine otočnih motora u opsegu malih brzina znatno je poboljšano jer je brzina praznog hoda znatno niža od vrednosti koju motor ima bez regulacionih otpornika.

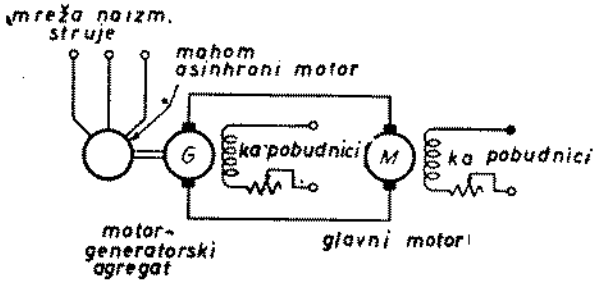


Sl. 6-2. Metoda šantiranja indukta za regulisanje brzine

Regulisanje brzine pomoću napona na krajevima indukta, poznato i pod nazivom *Vard-Leonardov sistem,* koristi činjenicu da je promena napona na krajevima indukta otočnog motora u ustaljenom stanju praćena uglavnom jednakom promenom kontra e. m. s i, pri konstantnom fluksu motora, odgovarajućom srazmernom promenom brzine motora. Uobičajena šema veza, pokazana na sl. 6-3, zahteva poseban motor-generatorski agregat kojim se napaja motor čija brzina treba da se reguliše. Napon indukta glavnog motora *M* reguliše se podešavanjem pobudnog otpornika u generatoru *G* koji ima nezavisno pobuđivanje; brzina motora može se regulisati tačno i u velikom opsegu. Motor za jednosmernu struju i generator imaju obično nezavisno pobuđivanje iz male, kompaundovane pobudnice ugrađene na vratilu

[1] Vidi G. F. Leland i L. T. Rader, Industrial Control—Shunted-armature Connection for a D-c Shunt Motor, *Trans. AIEE,* vol. 63, str. 617 do 619, septembar 1944.

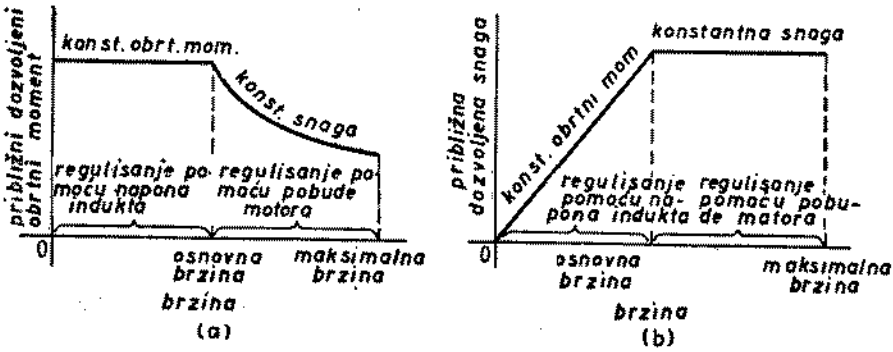
motor-generatorskog agregata, tako da je potreban jedino izvor naizmenične struje. Jedan očigledan nedostatak se sastoji u početnim investicijama za tri mašine pri-



Sl. 6-3. Podešavanje brzine regulisanjem napona indukta ili Vard-Leonardov metod regulisanja brzine

bližno iste veličine, nasuprot investicijama za samo jedan motor. Uredaj za regulisanje brzine smešta se međutim u pobudna kola male snage a ne u kola glavne snage. Miran rad i prilagodljivost regulisanja takvi su da se ova metoda ili jedna od njenih varijanti često primenjuju, a primer za to je pogon osobnih dizalica.

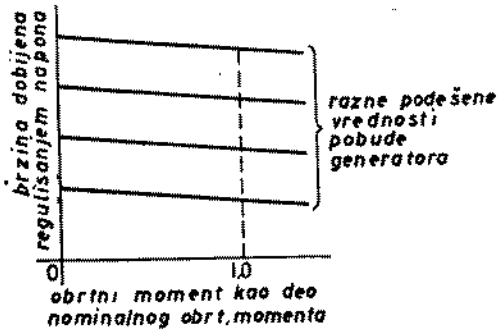
Regulisanje napona generatora kombinuje se često sa regulisanjem pobude motora, kao što pokazuje otpornik u pobudi motora *M* na sl. 6-3, sa ciljem da se postigne najveći mogući opseg brzina. Pri takvom dvostrukom regulisanju, *osnovna brzina* se može definisati kao brzina koju motor ima pri normalnom naponu indukta i potpunom pobuđivanju. Brzine iznad osnovne postižu se regulisanjem pobude motora, a brzine ispod osnovne brzine podešavanjem napona indukta. Kao što je bilo rečeno u vezi sa regulisanjem pomoću otpornika u otočnoj pobudi, opseg iznad osnovne brzine je opseg rada sa konstantnom snagom. Opseg ispod osnovne brzine je opseg rada sa konstantnim obrtnim momentom zato što, kao pri podešava-



Sl. 6-4. (*a*) Ograničenja obrtnog momenta i (*b*) ograničenja snage pri kombinovanom regulisanju brzine pomoću napona indukta i pobudnog otpornika

nju pomoću otpora u kolu indukta, fluks i dozvoljena struja indukta ostaju približno konstantni. Opšta ograničenja odate snage prikazana su stoga u sl. 6-4*a* za približni dozvoljeni obrtni momenat a u sl. 6-4*b* za približnu dozvoljenu snagu. Karakteristika konstantnog obrtnog momenta pogodna je za mnoge primene u industriji mašina alatki, gde se mnoga opterećenja sastoje uglavnom u savlađivanju trenja između delova koji se kreću, te u principu uslovljavaju da obrtni momenat bude konstantan.

Održavanje brzine pri promenama opterećenja i ograničenja opsega brzine iznad osnovne brzine prikazani su već u vezi sa regulisanjem pomoću otpornika u kolu otočne pobude; tako maksimalna brzina obično ne premašuje četvorostruku osnovnu brzinu ili još bolje dvostruku osnovnu brzinu. U oblasti regulisanja putem napona indukta, glavno ograničenje u osnovnom obliku Vard-Leonardovog sistema čini zaostala magnetost generatora, iako izvesni razlozi u vezi sa održavanjem brzine mogu takođe da budu odlučujući. Za mašine uobičajene konstrukcije, donja granica za pouzdan i stabilan rad iznosi oko 0,1 od osnovne brzine, što odgovara ukupnom opsegu minimum-maksimum od najviše 40 prema 1. Zanemarujući reakciju indukta, pad brzine pri prelazu od obrtnog momenta pri praznom hodu do obrtnog momenta pri punom opterećenju izazvat je u potpunosti padom napona u otporu indukta generatora i motora pri punom opterećenju. Ovaj pad napona u otporu indukta pri punom opterećenju konstantan je u celom opsegu regulisanja napona, s obzirom da se obrtni momenat pri punom opterećenju, a otud i struja punog opterećenja obično smatraju konstantnim u tom opsegu. Ako se meri u obrtima u minutu, prema tome, pad brzine od obrtnog momenta pri praznom hodu do obrtnog momenta pri punom opterećenju je konstantan, nezavisan od brzine u praznom hodu. Krive obrtni momenat—brzina (sl. 6-5) predstavljene su stoga veoma približno nizom paralelnih pravih koje odgovaraju raznim podešavanjima pobude generatora. Pad brzine od, recimo, 40 obr/min u odnosu na brzinu u praznom hodu od 1200 obr/min, često je od male važnosti; ali pad brzine od 40 obr/min, u odnosu na brzinu u praznom hodu od 120 obr/min, može ponekad da bude od kritične važnosti i da zahteva da se još pri projektovanju postrojenja preduzmu potrebne ispravke.



Sl. 6-5. Krive brzina—obrtni momenat za Vard-Leonardovu grupu

Mnoge razrađene varijante osnovnog Vard-Leonardovog sistema pronađene su da bi se otklonila ova ograničenja kad je potrebno da se brzina precizno reguliše u širokom opsegu, a i da bi se razne mašine za jednosmernu struju iskoristile što više za postizanje raznovrsnih njima svojstvenih radnih karakteristika. Potpuno kompaundovanje generatora jednosmerne struje, na primer, predstavlja jednu prostu metodu za usavršenje prirodnog regulisanja brzine. Generatori regulacionog tipa, kao što su amplidin i rototrol, o kojima se govori u gl. 11, mogu se upotrebiti bilo kao glavni generator G (sl. 6-3) u sistemima male snage, bilo za napajanje i regulisanje pobudivanja tog generatora u sistemima velike snage. Time se postiže veća elastičnost, mogu se umanjiti ograničenja koja potiču od zaostale magnetosti i dobiva se odlično regulisanje brzine u opsegu čak do 120 prema 1[2]. Za precizno regulisanje brzine u širokom opsegu i pod uslovima brzo promenljivim, šema regulisanja mora se podesiti tako da se postojeća brzina motora ili neka njoj srazmerna veličina meri i upoređuje sa standardom koji predstavlja željenu brzinu. Takva šema postaje *sistem sa zatvorenim kolom*, o kome se detaljno govori u gl. 13, gde će se ustanoviti da regulisanje kako napona indukta tako i pobudivanja motora mogu imati istaknute uloge u elektrodinamičkim sistemima. U stvari, ovim sredstvima može se lako regulisati ne samo brzina rotora već i njegov trenutni položaj.

---

[2] Vidi, na primer, G. A. Caldwell i W. H. Formhals, Electrical Drives for Wide Speed Ranges, *Trans. AIEE*, vol. 61, str. 55 do 56, februar 1942.

Kad se indukt motora napaja iz njegovog sopstvenog posebnog generatora jednosmerne struje, može se i oblik krive brzina—obrtni momenat toga sistema regulisati na taj način što se generator opremi naročitim uređajem. Jedan primer toga je upotreba *generatora sa tri pobudna namotaja* za napajanje indukta otočnog motora. Ovaj generator za naročite svrhe ima namotaj sa nezavisnom pobudom, otočni namotaj i diferencijalno vezan redni namotaj, a ova kombinacija omogućuje da se odatom obrtnom momentu sistema postavi izvesna podešljiva granica, a posebno obrtnom momentu i struji kad motor izgubi brzinu[3]. U drugim sistemima se obrtni momenat i struja pri ubrzavanju mogu ograničiti pogodnim regulisanjem. U stvari mogućnosti su tolike da se, u prilično širokim granicama, može isplanirati tačno onakav pogon kakav se želi.

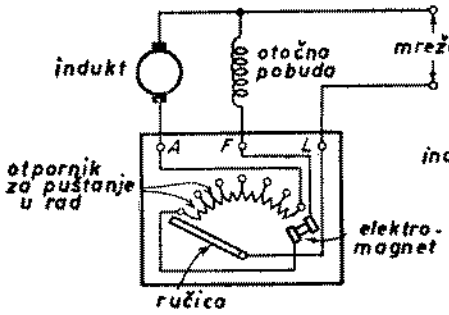
Druga jedna varijanta upotrebljava se za regulisanje brzine motora za jednosmernu struju koji se napajaju sa izvora naizmenične struje pomoću elektronskih usmerača. Posebne usmerače upotrebljavaju se za kola indukta i pobude, a izlazni napon usmerača za napajanje indukta reguliše se elektronski, regulišući na taj način brzinu motora. Kad je opseg regulacije širok, pri većim brzinama reguliše se usmerača za napajanje pobude. Tako se dobiva ekvivalent motora za naizmeničnu struju sa širokim opsegom regulisanja brzine.

6-2. Puštanje motora u rad. Pod uslovima puštanja u rad, udar početne struje motora za jednosmernu struju ograničen je uglavnom otporom kola indukta, jer se kontra e. m. s. ne pojavljuje dogod se indukt ne obrće. Tako bi za motor od 100 KS, iz primera 5-10, udar struje pri priključenju punog napona bio 10 000 A (zanemarujući dejstvo mahom male samoinduktivnosti indukta) dok struja pri punom opterećenju iznosi 325 A. Iz tog razloga se svi motori za jednosmernu struju, izuzev sasvim malih, puštaju u rad sa spoljnim otporom vezanim na red sa njihovim induktom. Ovaj otpor se isključuje bilo ručno bilo automatski kad motor postigne brzinu.

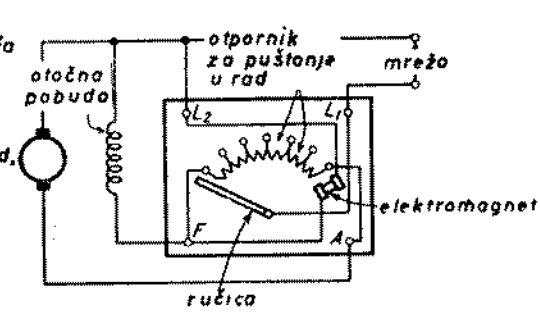
Dozvoljena polazna struja ograničena je vrednošću koju motor može uspešno da komutuje (a katkad je ograničena i propusnom moći instalacije ili voda za napajanje motora). Kako je pak obrtni momenat određen proizvodom fluksa i struje indukta (jedn. 5-2) ograničen je prema tome i polazni obrtni momenat. Budući da u rednom motoru m. m. s. glavne pobude raste sa strujom indukta, dozvoljena vrednost struje indukta kao i priraštaj obrtnog momenta za dati priraštaj struje indukta relativno su visoki. U uporedljivom otočnom motoru, s druge strane, jače izraženim dejstvima reakcije indukta pri velikim strujama indukta ograničena je dozvoljena struja na niže vrednosti; priraštaj obrtnog momenta po jedinici priraštaja struje indukta takođe je niži zato što fluks ne raste sa strujom indukta, već obično opada malo zbog reakcije indukta. Redni motori su prema tome pogodni za puštanje u rad pod mnogo težim uslovima. Složeni motor, razume se, zauzima u tom pogledu mesto između otočnog i rednog motora.

Da bi se prikazali tipični postupci za puštanje motora u rad, na slikama 6-6 do 6-13 predstavljena su kola i uređaji koji se upotrebljavaju za ručno i automatsko puštanje u rad otočnih i složenih motora. Na slikama 6-6 i 6-7 prikazane su dve šeme *puštača* za ručno puštanje u rad. Na obema slikama otpornik puštača je podeljen na stupnjeve, a ručica se okreće sleva udesno savlađujući otpor opruge; u krajnjem desnom položaju ručicu drži zaustavni elektromagnet. Na *puštaču sa tri kraja* (koji je tako nazvat zato što ima tri priključna kraja) sa sl. 6-6, elektromagnet se aktivira strujom pobude motora i dejstvuje kao prekidač koji ručicu pušta da se vrati u položaj „*isključeno*" ako bi se kolo pobude prekinulo. Na *puštaču sa četiri*

[3] Vidi T. R. Rhea, The Three-field Direct-current, Generator, *Gen. Elec Rev.* novembar 1934.



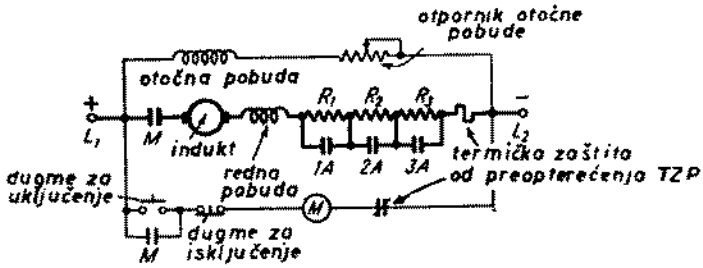
Sl. 6-6. Puštač sa tri kraja



Sl. 6-7. Puštač sa četiri kraja

kraja sa sl. 6-7 elektromagnet se stavlja u pokret naponom mreže i dejstvuje kao prekidač koji stupa u dejstvo kad nema napona. Ova vrsta puštača najčešće se upotrebljava.

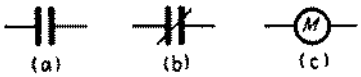
Sl. 6-8 prikazuje osnovno kolo u kome se otpori za puštanje u rad isključuju automatski u nekoliko stupnjeva pomoću magnetnih kontaktora dok se motor ubr-



Sl. 6-8. Elementi automatskog puštača motora za jednosmernu struju za jedan smer obrtanja

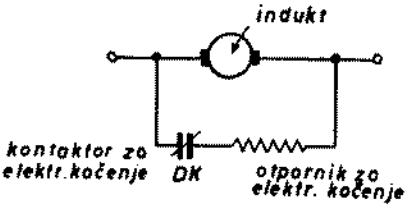
zava i njegova kontra e. m. s. raste. Simboli u šemama kontaktora skupljeni su u sl. 6-9 radi bolje preglednosti. Simbol na sl. 6-9*a* znači normalno otvorene kontakte (tj. rastavljene kad radni kalem kontaktora nije aktiviran); na sl. 6-9*b* je normalno zatvoren kontakt, a na sl. 6-9*c* je radni kalem kontaktora. Radni kalemi kontaktora nisu pokazani na sl. 6-8.

Kad se *dugme za uključenje* pritisne, glavni kontaktor M zatvara se priključujući indukt motora na mrežu preko otpornika R_1, R_2 i R_3 i napajajući istovremeno kolo radnog kalema kontaktora M, tako da je potreban samo trenutan pritisak na uključno dugme. Posle izvesnog vremena, odnosno kad je udarna struja spala na dovoljno nisku vrednost, zatvaraju se kontakti za ubrzavanje $1A$, zatim $2A$ i još docnije $3A$ i indukt se priključi neposredno na mrežu. Broj stupnjeva potrebnih u ovome procesu je u stvari funkcija mekoće koja se želi ostvariti pri puštanju u rad kao i granicâ u kojima treba da ostanu obrtni momenat i struja. Ako se motor preoptereti preterano dugo vreme, *termička zaštita od preopterećenja* (obično se sastoji od bimetalne trake koju zagreva struja indukta) otvara svoje normalno spojene kontakte u kolu radnog kalema glavnog kontaktora i isključuje motor iz mreže. Pritiskom na *dugme za isključenje* isto se tako motor isključuje iz mreže. Dugme za *uključenje* ili dugme za *isključenje* ili oba, mogu se zameniti prekidačima koji se stavljaju u pokret bilo dejstvom plovka bilo dejstvom pritiska, bilo graničnicima i t. sl.



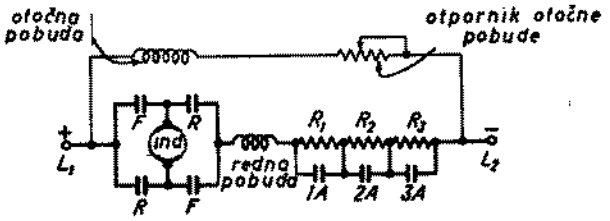
Sl. 6-9. Simboli upotrebljeni u šemama za puštače, (*a*) normalno otvoreni kontakt, (*b*) normalno zatvoreni kontakti, (*c*) radni kalem kontaktora. Radni kalem i kontakti na koje on dejstvuje imaju istu slovnu oznaku

Kad zaustavljanje treba da se izvede brzo, na krajeve indukta uključi se otpornik u isto vreme kad se oni rastave od mreže. Time se postiže *električno kočenje* u tome smislu što mašina radi kao generator koji akumulisanu energiju obrtanja pretvara u toplotu u kočnom otporniku. Kontakti kontaktora za električno kočenje *DK* (sl. 6-10) ostaju otvoreni sve vreme dok je indukt priključen na mrežu; inače je kočni otpornik uvek priključen na indukt.



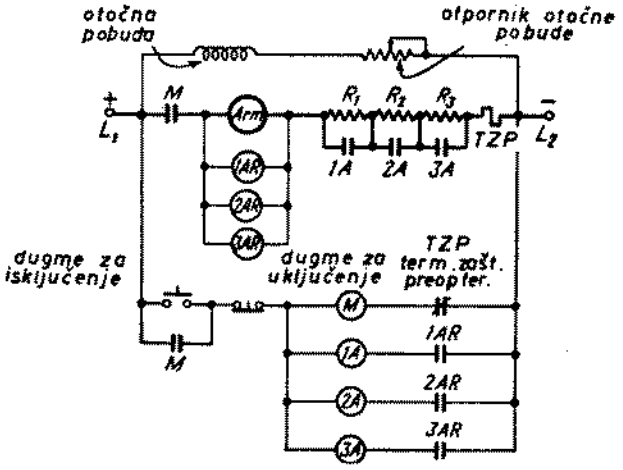
Sl. 6-10. Šema veza otpornika i kontaktora za električno kočenje

Puštač za oba smera obrtanja, sl. 6-11, ima dva glavna kontaktora, *F* za smer obrtanja napred i *R* za smer obrtanja nazad, koji menjaju polaritet indukta. Dugmad mora biti medusobno zavisno vezana električno ili mehanički tako da se kontaktori *F* i *R* ne mogu istovremeno zatvoriti i da se motor ne može prevremeno pod punim naponom pokrenuti u obratnom smeru.



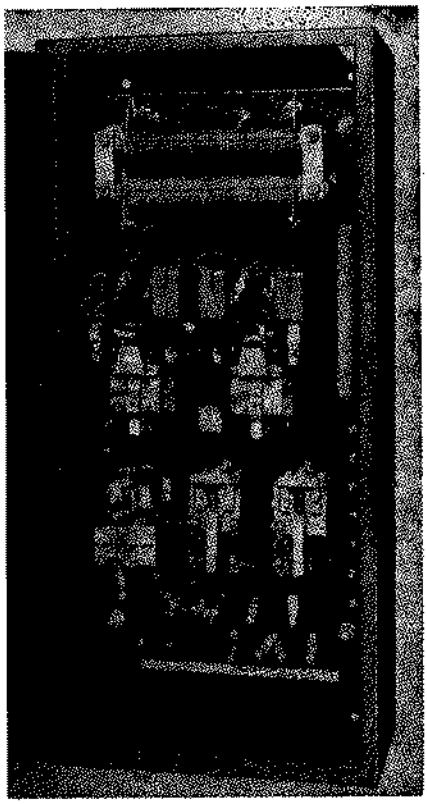
Sl. 6-11. Elementi automatskog puštača motora za jednosmernu struju za oba smera obrtanja

Kontaktori za ubrzavanje 1*A*, 2*A* i 3*A* mogu biti predvideni da dejstvuju u određenim *razmacima vremena* ili prema *jačini struje*. Prvi način je prostiji i više se primenjuje; radni kalemovi su vezani na mrežu a kontaktori se zatvaraju u određenom vremenskom redosledu. Trenuci uključivanja određuju se mehaničkim



Sl. 6-12. Automatski puštač za jedan smer obrtanja sa ubrzavanjem prema kontra e. m. sili

putem pomoću hidrauličnih cilindara, mehanizama sa zapinjačom ili bregastih osovina koje pokreće motor ili električnim putem, koristeći vremenske konstante kola sa induktivnošću i otporom, odnosno kondenzatorom i otporom. Sl. 6-12 pokazuje puštač koji dejstvuje prema jačini struje, odnosno u zavisnosti od kontra e. m. s. Releji $1AR$, $2AR$ i $3AR$ su naponski releji sa radnim kalemovima priključenim na krajeve indukta; zatvarajući svoje kontakte oni stavljaju u pokret odgovarajuće kontaktore kad napon na induktu dostigne propisane vrednosti. U drugim ovakvim puštačima primenjuju se strujni releji za ubrzavanje sa njihovim radnim kalemima u kolu struje indukta koji su podešeni tako da se uzastopni kontaktori ne zatvaraju dok polazna struja ne padne na unapred određenu vrednost. Na sl. 6-13, prikazan je tipičan uređaj za puštanje motora u rad na kome se stavljanje u pokret vrši pritiskom na dugmad. U izvesnim slučajevima kada se za ubrzavanje upotrebe strujni ili vremenski releji bolje je da kontaktori $1A$, $2A$ i $3A$ budu sagrađeni sa normalno zatvorenim kontaktorima, a da ih posebni radni kalem otvara čim se pritisne dugme za uključenje. Kontaktori se zatim ponovo zatvaraju uzastopno za vreme dok se motor ubrzava i ostaju zatvoreni dogod motor normalno radi. Jedno od preimućstava ove dispozicije sastoji se u tome što kvar u kolu radnog kalema kontaktora u vreme dok motor normalno radi ne smeta nastavljanju normalnog rada motora.[4]



Sl. 6-13. Tipični automatski puštač za motore jednosmerne struje, snage od nekoliko KS, kojim se rukuje pritiskom na dugmad. *(Westinghouse Electric Corporation)*

Zaštita motora od toga da radi bez otočne pobude može se postići pomoću releja čiji je radni kalem vezan na red sa pobudnim namotajem i čiji su normalno otvoreni kontakti vezani na red sa kelemom M (sl. 6-8 ili 6-12). Motor se time rastavlja od mreže čim nestane pobuđivanja. Jedan dopunski relej može se upotrebiti za kratko spajanje otpornika otočne pobude za vreme puštanja u rad i električnog kočenja, što omogućuje da se postigne najveći polazni i kočni obrtni momenat. Zaštita od nedovoljnog napona već postoji u sl. 6-8 i 6-12, jer se kontaktor M otvara čim se napon mreže preterano snizi.

Primer 6-1. Među pokušajima da se neke od radnih karakteristika mašina za jednosmernu struju uopšte, najbolje je uspelo izražavanje određenih vrednosti, kao što su napon, struja i otpor u bezdimenzionom ili relativnom obliku, kao deo određene bazne vrednosti, umesto na uobičajeni način u voltima, amperima i omima. Bazne vrednosti su obično nominalne vrednosti odnosnih veličina. Da bismo ovaj metod primenili za donošenje izvesnih zaključaka o puštanju u rad otočnih motora, uzmimo da je bazni napon ravan nominalnom naponu, bazna struja indukta ravna struji punog opterećenja indukta, a bazni otpor ravan odnosu baznog napona prema baznoj struji. Veličine izražene kao relativne u odnosu na ove bazne vrednosti mogu se onda zameniti u svima uobičajenim odnosima koji važe za kola.

[4] Temeljna rasprava o metodima automatskog puštanja motora u rad nalazi se u knjigama: P. B. Harwood: „Control of Electric Motors" 2 izd., John Wiley & Sons, Inc. Njujork i G. W. Heumann: „Magnetic Control of Industrial Motors", John Wiley & Sons, Inc. Njujork, 1947.

Treba da se izradi automatski puštač sa trostepenim otpornikom $R_1R_2R_3$ kao na sl. 6-8. Dejstva reakcije indukta treba zanemariti (npr. motor je snabdeven kompenzacionim namotajem), a motor se pušta u rad sa normalnim fluksom pobude. U toku puštanja u rad struja indukta pa dakle i elektromagnetni obrtni momenat ne smeju prekoračiti dvostruku nominalnu vrednost, a pojedini stupnjevi otpornika treba da se isključuju dejstvom kontaktora kad god struja indukta padne na svoju nominalnu vrednost. Induktivnost indukta smatra se toliko malom da se može zanemariti.

a) Kolika treba da je najmanja relativna vrednost otpora indukta da bi se ovi uslovi postigli pomoću trostepenog otpornika?

b) Iznad koje bi relativne vrednosti otpora indukta bio dovoljan dvostepeni otpornik?

c) Za otpor indukta prema tač. *a)* kolike su relativne vrednosti otpora R_1, R_2 i R_3 otpornika za puštanje u rad?

d) Za motor sa otporom indukta prema tač. *a)* koji se pušta u rad po metodu kontra e. m. s. prema sl. 6-12, pri kojim delovima nominalnog napona mreže bi trebalo da dejstvuju releji $1AR$, $2AR$ i $3AR$ i da zatvore svoje kontakte?

e) Za motor sa otporom indukta prema tač. *a)* nacrtati približne krive struje indukta elektromagnetnog obrtnog momenta i brzine za vreme procesa puštanja u rad, i označiti ordinate odgovarajućim relativnim vrednostima za značajne trenutke.

f) Za otočni motor za jednosmernu struju 10 KS, 230 V, 500 obr/min, čija je struja indukta pri punom opterećenju 37A i koji ispunjava uslove tač. *a)* navesti brojne vrednosti u njihovim uobičajenim jedinicama za otpor indukta, rezultate tač. *c)* i *d)* i oznake ordinata prema tač. *e)*.

Rešenje. a) Da struja indukta ne bi prekoračila 2,00 relativnih jedinica u trenutku kad se zatvori glavni kontaktor M, treba da je

$$R_1 + R_2 + R_3 + r_a = \frac{U_t}{I_a} = \frac{1{,}00}{2{,}00} = 0{,}50.$$

Kad struja padne na relativnu vrednost 1,00 imamo:

$$E_{a1} = U_t - I_a(R_1 + R_2 + R_3 + r_a) = 1{,}00 - 1{,}00 \times 0{,}50 = 0{,}50.$$

U trenutku kad se zatvori kontaktor $1A$ i kratko spoji R_1, kontra e. m. s. je dostigla tu i rojnu vrednost. Da se ne bi prekoračila dozvoljena struja indukta, treba da je

$$R_2 + R_3 + r_a = \frac{U_t - E_{a1}}{I_a} = \frac{1{,}00 - 0{,}50}{2{,}00} = 0{,}25.$$

Kad struja opet padne na relativnu vrednost 1,00 imamo:

$$E_{a2} = U_t - I_a(R_2 + R_3 + r_a) = 1{,}00 - 1{,}00 \times 0{,}25 = 0{,}75$$

Ponavljanjem ovog postupka za zatvaranje kontaktora $2A$ i $3A$ dobivaju se sledeći rezultati:

$$R_3 + r_a = 0{,}125$$

$$E_{a3} = 0{,}875$$

$$r_a = 0{,}0625$$

i

$$\text{krajnja } E_a \text{ pri punom opterećenju} = 0{,}938.$$

Tražena relativna vrednost za r_a je, dakle, 0,0625, jer bi neka manja vrednost dozvolila da struja indukta bude veća od dvostruke nominalne vrednosti kad se kontaktor $3A$ zatvori.

b) Da bi dvostepeni otpornik bio dovoljan, trebalo bi da otpor R_3 bude ravan nuli. Pošto je u tač. *a)* nađeno da je

$$R_3 + r_a = 0{,}125$$

znači da trostepeni otpornik nije potreban kad je $r_a = 0{,}125$ ili kad je veće od te vrednosti.

Pod određenim uslovima puštanja u rad, trostepeni otpornik je pogodan za motore čiji otpor kola indukta leži između relativnih vrednosti 0,0625 i 0,125. Za otočne motore za trajni pogon, ove vrednosti odgovaraju motorima od nekoliko KS. Ovim zahtevima odgovaraju prosečno motori do 10 KS ali je granica veličine niža za brzohode i viša za sporohode motore. Za veće motore treba, bilo predvideti veći broj stupnjeva, bilo ublažiti ograničenja za najveću struju i obrtni momenat. Rezultati ove analize su u granicama sigurnosti jer je otpor indukta pri prelaznim uslovima veći od statičke vrednosti.

c) Shodno odnosima iz tač. *a)* relativne vrednosti otpora za puštanje u rad su

$$R_3 = 0{,}125 - 0{,}0625 = 0{,}0625$$
$$R_2 = 0{,}25 - 0{,}0625 - 0{,}0625 = 0{,}125$$

i

$$R_1 = 0{,}50 - 0{,}0625 - 0{,}0625 - 0{,}125 = 0{,}25.$$

d) Neposredno pred zatvaranje kontaktora $1A$ je

$$U_{ta1} = E_{a1} + I_a r_a = 0{,}50 + 1{,}00 \times 0{,}0625 = 0{,}563.$$

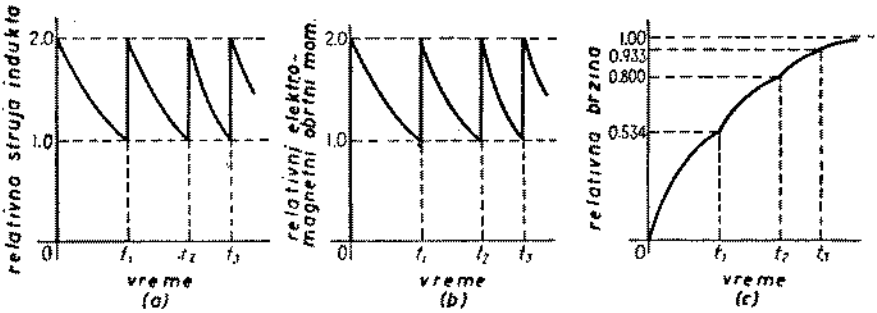
Slično je

$$U_{ta2} = 0{,}75 + 1{,}00 \times 0{,}0625 = 0{,}813$$

i

$$U_{ta3} = 0{,}875 + 1{,}00 \times 0{,}0625 = 0{,}938.$$

Releji $1AR$, $2AR$ i $3AR$, respektivno, treba da se zatvaraju na tim delovima od nominalnog napona mreže.



Sl. 6-14. (*a*) Struja indukta, (*b*) elektromagnetni obrtni momenat i (*c*) brzina pri puštanju u red motora za jednosmerne struje, primer 6-1

e) Uzmimo da se glavni kontaktor M zatvara u trenutku $t = 0$, a kontaktori $1A$, $2A$ i $3A$ da se zatvaraju u trenucima t_1, odnosno t_2 i t_3. Ove vrednosti vremena nisu poznate (ali se mogu izračunati po metodu iz gl. 13 kad su date vrednosti momenta inercije indukta i opterećenja, kao i kriva obrtni momenat—brzina opterećenja), te se može dati samo opšti oblik dijagrama struje, elektromagnetnog obrtnog momenta i brzine. To je dato na sl. 6-14.

Označavanje ordinata krive brzine proizilazi iz činjenice da kontra e. m. s. $E_a = 0{,}938$ odgovara nominalnoj brzini pri nominalnom opterećenju, a to je bazna vrednost brzine, dakle, 1,00. Ostale brzine su proporcionalne sa E_a, tako je, za t_1, odnosno t_2 i t_3:

$$n_1 = \frac{0{,}50}{0{,}938} \times 1{,}00 = 0{,}534$$

$$n_2 = \frac{0{,}75}{0{,}938} \times 1{,}00 = 0{,}800$$

i

$$n_3 = \frac{0{,}875}{0{,}938} \times 1{,}00 = 0{,}933.$$

f) Bazne vrednosti za ovaj motor su sledeće:

Bazni napon = 230 V

Bazna struja indukta = 37 A

Bazni otpor kola indukta = 230/37 = 6,22

Bazna brzina = 500 obr/min

$$\text{Bazni elektromagnetni obrtni momenat} = \frac{60}{2\pi n} E_a I_a$$

$$= \frac{60}{2\pi \times 500}(230 - 37 \times 0{,}0625 \times 6{,}22) \times 37$$

$$= 152 \text{ Nm}.$$

Treba imati na umu da je nominalni elektromagnetni obrtni momenat veći nego nominalni obrtni momenat na vratilu zbog gubitaka usled obrtanja i dopunskih gubitaka.

Otpor indukta motora je

$$r_a = 0{,}0625 \times 6{,}22 = 0{,}389\ \Omega.$$

Ostale tražene vrednosti su sređene u tablici 6-1.

TABLICA 6-1
APSOLUTNE VREDNOSTI ZA PRIMER 6-1

tač. *c)*	tač. *d)*	tač. *e)*, razmere sl. 6-14
$R_1 = 1{,}56\ \Omega$	Relej $1AR$: 129 V	1 jedinica struje indukta = 37 A
$R_2 = 0{,}778\ \Omega$	Relej $2AR$: 187 V	1 jedinica elektromagnetnog obrtnog momenta = 152 Nm
$R_3 = 0{,}389\ \Omega$	Relej $3AR$: 216 V	1 jedinica brzine = 500 obr/min.

6-3. Paralelni rad generatora jednosmerne struje. Spoljne karakteristike generatora važne su ne samo u pogledu određivanja promenljivosti pojedinačne mašine za određenu svrhu već i u pogledu proučavanja ponašanja dveju ili više povezanih mašina. *Paralelan rad generatora jednosmerne struje* koristi se kad se obziri ekonomičnosti i neprekidnosti rada uprkos ispadanju mašina iz rada protive primeni relativno velikih jedinica kao izvora snage i, istovremeno, kada se u upravljanju radom čitavoga sistema ne mogu da postignu nikakva izrazita preimućstva time što bi se ukupno opterećenje raspodelilo na pojedinačne generatore koji ne bi bili električno povezani među sobom. Paralelan rad nije ni blizu tako čest kod generatora jednosmerne struje kao kod alternatora zato što se, kao što smo već istakli, pretvaranje mehaničke energije u električnu vrši najvećim delom alternatorima, a pretvaranje naizmenične struje u jednosmernu vrši se najvećim delom usmeračama ili zastarelim sinhronim komutatorkama. Interesantan primer paralelnog sprezanja generatora jednosmerne struje imamo u električnim uređajima velikih višemotornih aviona u kojima se upotrebljava sistem jednosmerne struje.[5]

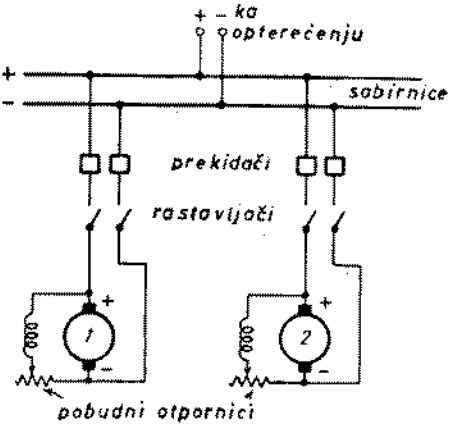
Dva glavna problema pri sprezanju generatora jednosmerne struje odnose se na raspodelu opterećenja između mašina i na stabilnost te podele. Posmatrajmo, na primer, dva paralelno povezana otočna generatora na sl. 6-15. Očigledno je

$$I_{a1} = \frac{E_{a1} - U_t}{r_{a1}} \qquad (6\text{-}2)$$

i

$$I_{a2} = \frac{E_{a2} - U_t}{r_{a2}} \qquad (6\text{-}3)$$

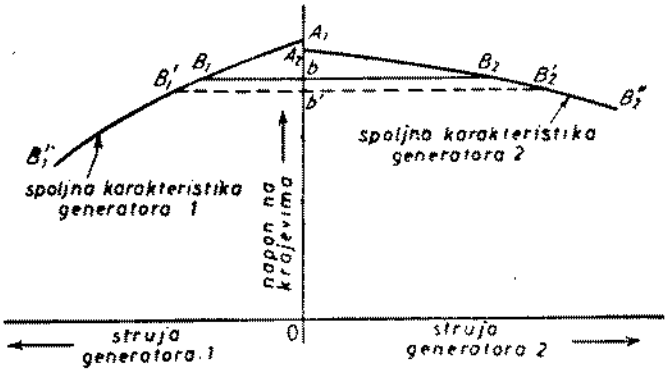
pri čemu je napon na krajevima U_t isti za obe mašine. Kad rukovalac želi da opterećenje prebaci sa generatora 2 na generator 1, dovoljno je da poveća E_{a1} i da u



Sl. 6-15. Paralelno spregnuti otočni generatori

[5] Videti, na primer, W. K. Bruce i L. G. Levoy, Basic Considerations in Selection of Electrical Systems for Large Aircraft, *Trans. AIEE*, vol. 63, str. 279 do 287, juni 1944.

odgovarajućoj meri smanji E_{a2} pomoću dva pobudna otpornika. Prebacivanje može biti praćeno promenom brzine pogonskih mašina, ali to nema važnosti sve dok su za E_{a1} i E_{a2} postignute ispravne vrednosti. Ako želi rukovalac može na taj način jednu mašinu potpuno da rastereti pa čak i da podesi da ona radi kao motor proizvodeći obrtni momenat naporedo sa pogonskom mašinom.



Sl. 6-16. Raspodela opterećenja između dva paralelno spregnuta generatora sa opadajućim spoljnim karakteristikama

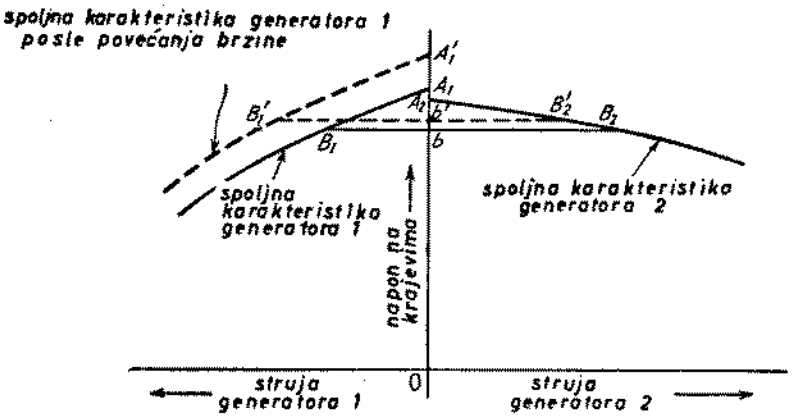
Pri konstantnom položaju otpornika pobude i konstantnoj brzini, raspodela opterećenja je određena spoljnim karakteristikama mašinâ. Spoljne karakteristike dva otočna generatora ili generatora sa nezavisnim pobudivanjem (bez rednog pobudivanja) date su na sl. 6-16. Kad oba generatora rade paralelno i odaju ukupnu struju opterećenja B_1 B_2, napon na krajevima je Ob; generator 1 odaje struju bB_1 a generator 2 odaje struju bB_2. Kad se struja opterećenja poveća na B_1' B_2' napon na krajevima postaje Ob' a generatori odaju struju $b'B'_1$ odnosno b' B'_2. U pogledu same raspodele opterećenja, dakle, mašina čija je spoljna karakteristika više nagnuta ima manji priraštaj opterećenja. Povećanje brzine ili smanjenje otpora pobude čini da se karakteristika pomeri naviše, približno paralelno samoj sebi, a tim sredstvima rukovalac može da upravlja raspodelom opterećenja po svojoj volji. S obzirom da rukovalac ne očekuje uvek da će imati da obezbeđuje ispravnu raspodelu opterećenja, poželjno je, uopšte uzev, da paralelno povezani generatori sami dele opterećenje srazmerno njihovim nominalnim snagama. Da bi se to moglo ostvariti, spoljne karakteristike moraju biti identične kad su nacrtane u relativnim koordinatama.

Drugi problem koji treba ispitati je stabilnost raspodele opterećenja kad se ukupno opterećenje ne menja. U takvom ispitivanju mora se uzeti u obzir spontana reakcija pogonskih mašina na promene opterećenja. Kod svih pogonskih mašina u praksi brzina se smanjuje sa povećanjem opterećenja, premda je to smanjenje samo privremeno i najzad kompenzovano dejstvom regulatora brzine ili drugih regulacionih mehanizama. Ova konstatacija važi čak i za sinhroni motor, jer trenutna brzina mora privremeno da opadne da bi se ugao obrtnog momenta mogao povećati koliko to zahteva povećano opterećenje. Pri ispitivanju stabilnosti raspodele opterećenja mali ili virtuelan priraštaj brzine može se zamisliti kao poremećaj; ako je povećanje brzine praćeno povećanjem opterećenja na spregnutom generatoru, sile koje se suprotstavljaju povećanju brzine stupaju u dejstvo i sistem se može smatrati stabilnim.

Da se to tako odigrava kad generatori imaju opadajuće spoljne karakteristike može se videti na sl. 6-17. Pune linije A_1B_1, A_2B_2 i B_1B_2 su spoljne karakteristike

i ukupna struja opterećenja za normalan rad pri određenom konstantnom opterećenju. Malo povećanje brzine generatora 1, prouzrokovano bilo čim, čini da se njegova spoljna karakteristika pomera u $A'_1B'_1$ i da linija koja predstavlja određenu ukupnu struju opterećenja postaje $B'_1B'_2$. S obzirom da je $b'B'_1$ veće od bB_1, opterećenje generatora 1 se povećalo, izazivajući težnju za smanjenjem brzine njegove pogonske mašine i za uspostavljanje početnih uslova ravnoteže. Prema tome, sistem se može smatrati stabilnim.

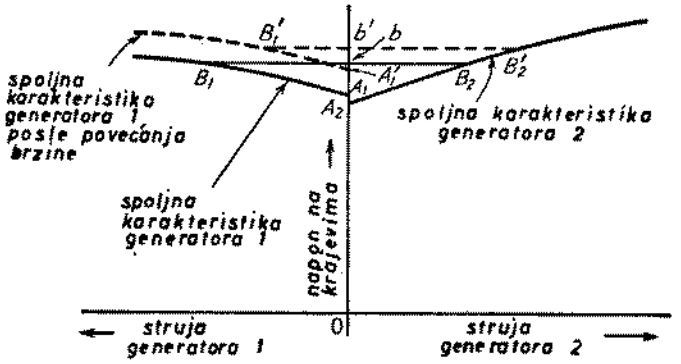
S druge strane, to se ne odigrava tako kad su karakteristične krive rastuće, kao što je slučaj sa nadkompaundovanim generatorima. U sl. 6-18, A_1B_1 i A_2B_2 su opet spoljne karakteristike a B_1B_2 određena konstantna struja opterećenja za paralelan rad. Kad se malim priraštajem brzine generatora 1 njegova spoljna karakteristika pomeri u $A'_1B'_1$, opterećenje generatora se smanjuje od bB_1 na $b'_1B'_1$. Reakcija pogonske mašine na to smanjenje opterećenja odražava se u daljem povećanju brzine što dovodi do još većeg smanjenja opterećenja. Proces postaje kumulativan i pogoršava se opadanjem brzine generatora 2 zbog povećavanja nje-



Sl. 6-17. Dejstvo male promene brzine na paralelan rad kad su spoljne karakteristike opadajuće

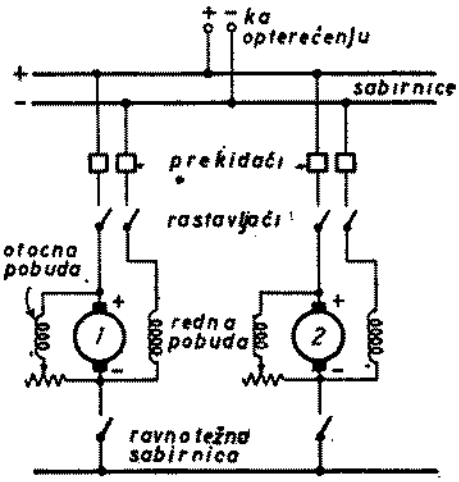
govog opterećenja. Posledica toga je da generator 2 ne samo preuzima celo opterećenje, već i pokreće generator 1 kao motor; u praksi, naravno, odgovarajući prekidači isključuju mašine iz mreže. Takav sistem je, dakle, nestabilan.

Pri svem tom, često je veoma poželjno da paralelno spregnuti generatori jednosmerne struje budu nadkompaundovani da bi se povećani pad napona u vodu



Sl. 6-18. Dejstvo male promene brzine na paralelan rad kad su spoljne karakteristike rastuće

kompenzovao pri povećanom opterećenju. Problem se, dakle, sastoji u tome da mašine kao grupa imaju rastuću karakterístiku napona za povećanja u ukupnom opterećenju sistema, ali da karakteristike pojedinačnih mašina budu opadajuće radi prebacivanja opterećenja s jedne mašine na drugu pri konstantnom opterećenju sistema. Ovo dejstvo se može postići primenom *ravnotežne sabirnice* (sl. 6-19) kojom se namotaji redne pobude sprežu paralelno; treba primetiti da je na ovoj šemi po jedan kraj svake redne pobude vezan sa negativnom sabirnicom, a drugi kraj sa ravnotežnom sabirnicom. U fizičkom pogledu, ova sabirnica nije ništa drugo do provodnik malog otpora. M. m. sile redne pobude zavise tada samo od ukupnog opterećenja i otpora pojedinačnih pobudnih namotaja a ni najmanje od opterećenja pojedinačnih mašina. Sa porastom ukupnog opterećenja rastu i m. m. s. svih rednih pobuda i postiže se odgovarajuće kompaundovanje. Pri prebacivanju opterećenja između generatora dok je ukupno opterećenje konstantno, naprotiv, m. m. s. redne pobude svake pojedine mašine ostaje konstantna i može se smatrati kao da predstavlja utvrđeni iznos nezavisne pobude. Međutim, spoljna karakteristika generatora sa otočnim pobuđivanjem i određenim nezavisnim pobuđivanjem predstavljena je opadajućom krivom. Ponavljajući argumente iznete u vezi sa sl. 6-17 uvideli bismo, prema tome, da su paralelno spregnuti nadkompaundovani generatori stabilni kad se upotrebi ravnotežna sabirnica. Rukovalac može da prebacuje opterećenje sa jednog na drugi generator sa sl. 6-19 na isti način kao za otočne generatore na sl. 6-15. Ako mašine treba same po sebi da dele priraštaje opterećenja srazmerno njihovoj nominalnoj snazi, spoljne karakteristike moraju im biti identične kad je napon na krajevima nacrtan kao deo nominalnog napona na krajevima, a opterećenje kao deo nominalnog opterećenja (tj. u relativnom obliku); osim toga, otpori kola redne pobude moraju biti obrnuto srazmerni nominalnim snagama mašina.



Sl. 6-19. Paralelno spregnuti kompaundovani generatori sa ravnotežnom sabirnicom

Treba primetiti da su prethodna dokazivanja koja se tiču stabilnosti i nestabilnosti nepotpuna u jednom pogledu: u njima se ne vodi računa o prelaznim električnim pojavama kojima su neizbežno praćene promene struje ili opterećenja u nekoj mašini ili u bilo kom električnom kolu. Tako je zanemaren uticaj induktivnosti indukta pri uslovima promene struje indukta. Mada je induktivnost indukta normalno mala, ipak bi se u potpunom i tačnom razmatranju stabilnosti morali uzeti u obzir svi odgovarajući činioci. Takva kompletna diskusija koja bi obuhvatila, kao što bi trebalo, prelazna stanja u mašini, prevazilazi okvire ove knjige na ovom mestu. Zaključci do kojih smo došli u pogledu stabilnosti i nestabilnosti potkrepljeni su definitivno kako potpunijim ispitivanjima tako i ogledima. Kad neki sistem paralelno spregnutih generatora postane nestabilan iz bilo kojih razloga, generator ili generatori koji preuzimaju celokupno električno opterećenje određuju se ne samo na osnovu nagiba karakteristike glavne pogonske mašine već i prema relativnim vrednostima induktivnosti kola indukta.

Slični problemi mogu se javiti kad su paralelno vezani otočni ili složeni generatori opremljeni automatskim regulatorima napona. U takvim slučajevima naponskim generatorima mora se pokloniti naročita pažnja kako bi se obezbedila

stabilnost i pravilna raspodela opterećenja između mašina. Jedan interesantan primer, već pomenut na početku ovog odeljka, pruža nam paralelan rad generatora jednosmerne struje za napajanje električnog sistema na nekim tipovima aviona.[6]

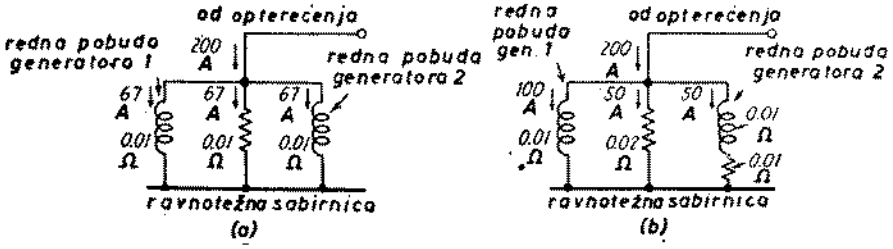
Jedan metod spregnutog rada koji je važan pri ispitivanju mašina javlja se kad je mreža jednosmerne struje jedan od paralelno spregnutih izvora snage. Opterećenje generatora priključenog na mrežu, pa dakle i njegove pogonske mašine, može se lako podešavati pomoću pobudnog otpornika generatora. Tako se dobiva pogodan i ekonomičan metod za opterećivanje i ispitivanje bilo generatora bilo njegove pogonske mašine. Kad je ta pogonska mašina motor jednosmerne struje priključen i sam na mrežu, metod se naziva metod *rekuperacije*, ili *vraćanja u mrežu*; iz mreže se samo nadoknađuju gubici u obema mašinama, a stepeni korisnosti mogu se lako odrediti ako se gubici znaju pravilno razdeliti.[7]

Primer 6-2. Dva složena generatora jednakih nominalnih veličina treba spregnuti kao na sl. 6-19 za paralelan rad, pa se želi da oni dele opterećenje podjednako u širokom opsegu opterećenja. Ustanovljeno je, međutim, da jedan generator preuzima preterano veliki deo priraštaja opterećenja. Pri posebnom ispitivanju svake mašine nađeno je da obe imaju otpor redne pobude od po 0,01 Ω, da je generator 1 tačno kompaundovan, a da je generator 2 izrazito nadkompaundovan. Poslednji generator bi se mogao tačno kompaundovati ako bi samo polovina struje indukta prolazila kroz njegovu rednu pobudu; njegova spoljna karakteristika bi time postala praktično identična sa karakteristikom druge mašine.

Da li se može postići jednaka podela opterećenja ako se na rednu pobudu nadkompaundovanog generatora otočno veže otpornik od 0,01 Ω? U određnom slučaju kakve mere treba preduzeti da bi se osigurao uspešan paralelan rad?

Rešenje. S obzirom na prisustvo ravnotežne sabirnice jasno je da je otpornik od 0,01 Ω paralelno vezan u odnosu na obe redne pobude, kao što pokazuje sl. 6-20*a*. Kad je linijska struja 200 A, na primer, svaka od tri grane provodi po 67 A. Ali da bi ove dve mašine delile opterećenje podjednako, redna pobuda generatora 1 trebalo bi da provodi 100 A, a generatora 2 samo 50 A. Prema tome, podela opterećenja još ne bi bila ispravna.

Kao što pokazuje sl. 6-20*b*, pravilna raspodela opterećenja može se postići kad se otpornik od 0,02 Ω veže otočno, a u kolo redne pobude generatora 2 doda otpornik od 0,01 Ω na red. Tada se dobiva željena raspodela struje između dva pobudna namotaja.



Sl. 6-20. (*a*) Nepravilna i (*b*) pravilna raspodela struja redne pobude, primer 6-2

6-4. Ispitivanje mašina za jednosmernu struju. Kako izlaganje teorijskih principa analize mašina za jednosmernu struju u prethodnim glavama tako i njihova upotreba u raspravljanju važnih problema primene u ovoj glavi, zasnivaju se na korišćenju izvesnih konstanti i karakteristika mašina. Ove pak konstante i karakteristike većinom su rezultati ogleda izvršenih bilo na mašini koja je u pitanju bilo na nekoj uglavnom sličnoj mašini. Čak i kad su one izračunate na osnovu konstruktivnih podataka i dimenzija, za potpunu potvrđu tog računskog postupka postoji podloga mnogih ispitivanja i iskustva sa mašinama. Osim svih ogleda ko-

[6] Vidi A, Siegal i D. G. De Courcey, Paralleling and Regulation of 24-28-volt D-c Generators in Multiengine Aircraft, *Trans. AIEE*, vol. 33, str. 854 do 857, novembar 1944.

[7] Detaljni postupci za ispitivanje po ovim metodama mogu se naći u knjizi: C. W. Ricker i C. E. Tucker: „Electrical Engineering Laboratory Experiments", 4 izd., Mc Graw-Hill Book Company, Inc., Njujork, 1940.

jima se određuju te konstante i karakteristike, inženjer koji koristi mašine i rukovalac mašina zainteresovani su za oglede koji pokazuju da je pri konstruisanju i proizvodnji mašina poštovan izvestan minimalni standard kvaliteta.

Kao za većinu električnih naprava, ispitivanja koja se obično izvode na mašinama za jednosmernu struju mogu se podeliti u tri velike klase:

1. Ispitivanja čija je prvenstvena svrha da provere kvalitet materijala i konstruktivnih pojedinosti;

2. Ispitivanja čija je prvenstvena svrha da odrede stepen korisnosti i gubitke;

3. Ispitivanja čija je prvenstvena svrha da utvrde radne karakteristike pod određenim radnim uslovima ili da odrede podatke iz kojih se radne karakteristike mogu izračunati.

Neizbežno je, svakako, da se ove kategorije delimično poklapaju. Uobičajena ispitivanja mašina za jednosmernu struju će biti ukratko izložena pod ova tri naslova. Pažnja je više poklonjena prirodi ispitivanja nego pojedinostima postupaka.[8]

Ukoliko su opiti i postupci standardizovani, izlaganja su saobražena standardima ne upuštajući se u potpuno prikazivanje standardnih zahteva.[9]

Ispitivanja kvaliteta sastoje se od proveravanja kao što su: merenja izolacionog otpora, visokonaponska ispitivanja, proveravanje ispravnog položaja dirki, procena kvaliteta komutacije i utvrđivanje da li su pobudni namotaji namotani i vezani za ispravan relativni polaritet i da li su svi pobudni kalemi sa istim brojem navojaka iste žice, kao i da li nema kratko spojenih navojaka. Preterano niska vrednost otpora izolacije može ukazivati na neispravnu izolaciju ili potrebu da se namotaji očiste i osuše. Visokonaponska ili dielektrična ispitivanja utvrđuju sposobnost izolacije da odoli visokim naponima između dva električna kola u mašini ili između takvih kola i uzemljenih metalnih delova mašine. Standardni napon za ispitivanje je naizmenični napon čija je efektivna vrednost jednaka 1000 volti, plus dvostruki nominalni napon mašine. Pored nabrojanih ispitivanja može se i proučavati da li mašina radi dovoljno mirno[10]

Ispitivanja koja se odnose na stepen korisnosti i gubitke mogu biti u vidu stvarnih ispitivanja pod opterećenjem, sa tačnim merenjem primljene i odate snage, ili u vidu merenja pojedinih gubitaka. Ispitivanja pod opterećenjem imaju to preimućstvo da reprodukuju ili veoma približno prikazuju stvarne radne uslove; njihov nedostatak je da se greška u merenju primljene ili odate snage pojavljuje u stepenu korisnosti kao greška istog reda veličine. Ispitivanja velikih mašina pod opterećenjem mogu, osim toga, biti skopčana s velikim teškoćama i izdacima. (Metod sa vraćanjem energije u mrežu, naveden u od. 6-3, ili neka njegova varijanta, često je zgodan postupak). Neposrednim merenjem pojedinih gubitaka (nabrojanih u od. 4-11 i prikazanih na dijagramima sl. 5-23 i 5-24) otklanjaju se oba nedostatka.

Gubici u bakru raznih namotaja izračunavaju se na osnovu otpora prema jednosmernoj struji merenih bilo metodom pada napona bilo metodom mosta. Otpor indukta treba da se odnosi samo na namotaj, s obzirom da se na ime pada

---

[8] Podrobni postupci ispitivanja dati su u priručnicima raznih proizvođača, kao što su General Electric Company i Westinghouse Electric Corporation, kao i u raznim laboratorijskim udžbenicima. Vidi, na primer, napomenu [7]

[9] Upućujemo na tri standarda koji sadrže postupke ispitivanja mašina za jednosmernu struju: ASA Standards, Rotating Electrical Machinery, C50-1943, American Standards Association, Njujork 1943; Test Code for Direct-current Machines, AIEE No. 501, American Institute of Electrical Engineers, Njujork, juli 1941; NEMA Standards for Motors and Generators, publikacija MG1, National Electrical Manufacturers' Association, Njujork 1949.

[10] Pojedinosti o ispitivanju šumova mogu se naći u Test Code for Apparatus Noise Measurement, AIEE No 520, American Institute of Electrical Engineers, Njujork, marta 1939.

napona u dirkama i njihovim kontaktima uzima 2 volta (vidi od. 4-11). Temperatura namotaja u toku merenja mora se beležiti i izmereni otpor svesti na odgovarajuću vrednost pri standardnoj temperaturi od 75°C. Vrednosti struje primenjene za izračunavanje odgovarajućih gubitaka u bakru treba da budu one koje stvarno postoje u odnosnim namotajima pri radnim uslovima za koje stepen korisnosti treba da se odredi.

Izuzev dopunskih gubitaka, ostali gubici se određuju merenjem dovedene snage potrebne za pogon mašine kad ona radi naprazno pri inače tačno određenim uslovima. Dovedena snaga može se odrediti merenjem električne snage koju indukt prima kad mašina radi kao motor u praznom hodu ili merenjem mehaničke snage dovedene na vratilo mašine koja radi kao pobuđeni neopterećeni generator. Gubitke usled obrtanja u praznom hodu predstavlja snaga dovedena mašini koja se obrće normalnom brzinom i pobudena je da na krajevima daje napon koji odgovara izračunatom unutrašnjem naponu E_a pod odnosnim uslovima opterećenja; stvarni unutrašnji napon izračunava se korigujući nominalni napon na krajevima za iznose pada napona u kontaktima dirki i pada napona u kolu otpora indukta (uključujući gubitke u namotajima pomoćnih polova, kompenzacionim namotajima ili namotajima redne pobude, ukoliko ih mašina ima) pri odgovarajućoj struji indukta. Gubici usled trenja i ventilacije, uključivo gubitak usled trenja dirki, ravni su dovedenoj snazi pri normalnoj brzini nepobudene mašine. Gubitak u gvožđu je razlika između ove dve dovedene snage.

Kao što je navedeno u od. 4-11, dopunske gubitke je teško odrediti tačno. Zato se oni obično i ne mere za mašine za jednosmernu struju, već se po sporazumu uzima da iznose 1,0 odsto od odate snage. Kad se vrše merenja, obično se najpre izvodi brižljivo merenje primljene i odate snage da bi se odredili ukupni gubici. Zatim se izračunaju gubici u bakru iz merenja otpora, a gubici usled obrtanja pri praznom hodu određuju se kao što je gore opisano. Razlika između ukupnih gubitaka i zbira gubitaka u bakru, gubitaka u dirkama i gubitaka usled obrtanja pri praznom hodu smatra se da predstavlja dopunske gubitke. Svaki takav pokušaj zasnovan na iznalaženju razlike dve približno jednake količine, sam po sebi je netačan. Rezultati niza ispitivanja po ovom metodu pokazali su međutim da je za dopunske gubitke možda nedovoljan sporazumno odobreni iznos od 1,0 odsto. [11] Ispitivanje motora od 1/2 do 50 KS dalo je u opštem proseku 3 odsto, dok je specijalno za puno opterećenje dobiven prosek od 2 odsto.

Ispitivanja za utvrđivanje radnih karakteristika pri određenim radnim uslovima ima dve vrste: ispitivanja pri kojima se neposredno reprodukuju radni uslovi i ispitivanja koja daju osnovne podatke za izračunavanje radnih karakteristika. Metod primljene i odate snage za merenje stepena korisnosti može se opet svrstati u prvu vrstu ovih ispitivanja. Jednovremeno sa opterećenjem mašine mogu se snimiti i podaci za spoljnu karakteristiku, ako se radi o generatoru ili za krivu brzina—opterećenje ako se radi o motoru. Drugi uobičajeni ogled skopčan s opterećivanjem mašine je ogled zagrevanja. Cilj je da se odredi da li su zadovoljene odredbe o porastu temperature, kao što su odredbe navedene u od. 4-12. Metod se sastoji u tome da mašina radi pod propisanim uslovima i da se krajnje temperature raznih namotaja i mašinskih delova mere termometrima, termoelementima ili merenjem otpora. Na mašinama za kratkotrajan pogon zagrevanje se meri za propisani period pogona; na mašinama za trajni pogon merenje se nastavlja do ustaljene temperature. Ranije pomenuti metodi vraćanja energije u mrežu se upotrebljavaju često za ispitivanje mašina za jednosmernu struju pod opterećenjem.

---

[11] Za pojedinosti o ovim ispitivanjima videti: AIEE Subcommittee on D-c Machines of the AIEE Rotating Machinery Committee, Stray Load Losses Measured in D-c Motors, *Trans. AIEE*, vol. 88, str. 219 do 223, 1949.

Opšta priroda ispitivanja koja daju osnovne podatke za izračunavanje radnih karakteristika proizilazi iz prethodnih teorijskih razmatranja, naročito onih iz gl. 5. Merenja otpora raznih namotaja moraju se opet svrstati u ovu kategoriju. Za realističke analize mora se raspolagati i podacima o gubicima. Podatke o magnetnoj zasićenosti daje kriva magnećenja koja se obično snima na mašini koju goni poseban motor i sa strujom pobude iz nezavisnog izvora. Pobuđuje se samo otočni pobudni namotaj kompaundne mašine. Standardni postupak je da se istovremeno uzimaju vrednosti pobudne struje i napona indukta dok se pobudna struja povećava do maksimalnog napona koji obično iznosi 125 odsto od nominalne vrednosti. Pobudna struja se ne sme povećati iznad željene vrednosti pa zatim smanjivati, da ne bi male histerezne petlje deformisale krivu. Pored ostalih vrednosti treba pročitati po jednu što bliže vrednostima 90 odsto, 100 odsto i 110 odsto od normalnog napona. Kad se postigne najveći napon, drugi niz vrednosti se čita smanjujući pobudnu struju. Kad se ne raspolaže posebnim motorom za pogon mašine, kriva magnećenja može se snimiti puštajući mašinu da radi kao motor u praznom hodu. Standardni postupak zahteva da se mašina priključi na izvor snage čiji se napon može podešavati od 25 do 125 odsto od nominalnog napona mašine. Jednovremeno se čitaju vrednosti pobudne struje i napona priključenog na indukt dok mašina stalno radi nominalnom brzinom.

Podaci o otporu, gubicima i magnetnoj zasićenosti jedini su eksperimentalni rezultati potrebni za proučavanje radnih karakteristika ako se reakcija m. m. s. indukta ne uzima u obzir. Ako i nju treba uzeti u obzir, moraju se odrediti podaci o pobudi bar za jednu vrednost opterećenja. Samo jedno opterećivanje je dovoljno ako se usvoji pretpostavka linearnosti iz jedn. 5-15. Premda je, naravno, poželjno da to opterećenje pruži što je mogućno reprezentativnije podatke, ipak se u interesu što ekspeditivnijeg ispitivanja može u izvesnoj meri vršiti izbor. Dublje obuhvatanje m. m. s. reakcije indukta zahteva ekvivalenat karakteristike indukta prema sl. 5-29 za normalni napon ili familiju tih krivih za razne napone.

Opšta priroda opitnih podataka potrebnih za izračunavanja radnih karakteristika mašina za jednosmernu struju ima mnogo zajedničkog sa sličnim podacima za druge električne naprave. U interesu što prostijeg i ekonomičnijeg ispitivanja očigledno je poželjno da se što više osnovnih podataka odredi bez stvarnog opterećivanja mašine. Sva merenja otpora, gubitaka i zasićenosti su u skladu sa ovim zahtevom. Teorija i analiza mašina tada popunjava prazninu između merenja u praznom hodu i stvarnih radnih karakteristika pod opterećenjem. Kad izvesna dejstva, kao što je m. m. s. reakcije indukta, zahtevaju da se njihovo merenje obavlja pod opterećenjem, teoriju mašine treba po mogućnosti formulisati tako da se traženi podaci dobiju putem najprostijih i najekspeditivnijih ispitivanja pod opterećenjem. Prema tome, priroda ispitivanja koja se mogu izvesti brzo, jevtino i tačno, ima odlučnog uticaja na formulisanje teorije mašina: teorija zasnovana na konstantama i karakteristikama koje se mogu lako meriti vredi mnogo više od teorije zasnovane na veličinama koje se teško daju meriti. Štaviše, konačna provera bilo koje teorije obično se sastoji u upoređivanju izračunatih i eksperimentalnih rezultata. Iako ćemo izraziti jedno nepotrebno ograničeno gledište, možemo reći da je jedan od veoma važnih zadataka teorije mašina da na osnovu rezultata malog broja relativno prostih standardizovanih ispitivanja omogući predviđanje radnih karakteristika za veliku raznovrsnost mogućih radnih uslova. Čak i kad je potreban veliki broj podataka o ispitivanjima pod opterećenjem, kao u krajnjem slučaju izrade familije karakteristika regulacije za razne radne napone, ispitivač je u najmanju ruku oslobođen obaveze da reprodukuje svaki mogući radni uslov koji bi analitičar ili pogonski inženjer mogao da zamisli.

6-5. Rezime. Primene mašina za jednosmernu struju. Izlaganja o primenama mašina za jednosmernu struju sastoje se od ponavljanja najvažnijih radnih od-

lika mašina i ocene njihovog položaja u ekonomskom i tehničkom pogledu prema ostalim konkurentnim pretvaračima energije. Glavno preimućstvo mašina za jednosmernu struju, uopšte, sastoji se u njihovoj elastičnosti i prilagodljivosti, ili, drugim rečima, u mogućnosti regulisanja njihovog rada. Najvećim njihovim nedostatkom mogao bi da se smatra visok investicioni izdatak za te mašine. Vard-Leonardov sistem i njegove varijante, na primer, omogućuju očigledno podešljiv ali skup pogon. Kad se želi instalisati motor za jednosmernu struju mora se podneti izvestan višak izdataka, u najmanju ruku za pretvaranje naizmenične struje u jednosmernu. Ali preimućstva motora za jednosmernu struju tolika su da ukupna snaga godišnje prodatih motora sa snagom iznad jedne KS predstavlja otprilike veličinu istog reda kao kod konkurentnih motora za naizmeničnu struju.

Generatori jednosmerne struje su očigledan odgovor na problem pretvaranja mehaničke energije u električnu energiju u obliku jednosmerne struje. Međutim, kad je potrošač električne energije geografski udaljen, na znatnom odstojanju od mesta gde se vrši pretvaranje energije, preimućstva proizvodnje naizmenične struje, transformisanja napona i prenosa tolika su da se pretvaranje i prenos energije u obliku naizmenične struje skoro uvek usvaja, a pretvaranje naizmenične struje u jednosmernu vrši se kod potrošača ili u blizini. Električne železnice za jednosmernu struju i elektrohemijska postrojenja dobri su primeri potrošača jednosmerne struje koji se upravljaju po ovom uzoru. U pogledu pretvaranja naizmenične struje u jednosmernu, generator jednosmerne struje kao deo agregata sastavljenog od motora za naizmeničnu struju i generatora jednosmerne struje ima svog takmaca u usmeračama sa živom i ignitronima. Kad se radi o usmeravanju velikih količina energije iz oblika naizmenične struje u oblik jednosmerne struje konstantnog napona, elektronske metode obično raspolažu odlučujućim ekonomskim perimućstvima. Iz toga razloga se u savremenim sistemima električnih železnica kao i u modernim elektrohemijskim postrojenjima koriste elektronske usmerače postavljene vrlo blizu krajnjih potrošačkih uredaja. Generatori jednosmerne struje nalaze zbog toga svoju primenu u slučajevima gde je potrebna sposobnost slobodnog regulisanja odatog napona na utvrđeni način ili gde se primarno pretvaranje energije vrši sasvim blizu mesta potrošnje. Generatori Vard-Leonardovog sistema i pobudnice za generatore naizmenične struje su primeri primena pomenutih na prvom mestu. Primene na autobusima, lokomotivama i brodovima sa dizelelektričnim pogonom su primeri drugog navedenog tipa, a pri tome za ova tri primera jedinstvena prilagodljivost motora jednosmerne struje je ta koja nameće odredeni oblik pretvaranja energije. Sistemi za napajanje energijom električnih uređaja u avionima imaju u izboru načina pretvaranja energije čitav niz svojih sopstvenih naročitih problema.[12]

Medu samim generatorima jednosmerne struje najčešće su mašine sa nezavisnim pobuđivanjem i aditivno kompaundovane samopobuđene mašine. Generatori sa nezavisnim pobuđivanjem (obično sa pobudnicama u vidu malih otočnih ili kompaundovanih generatora) imaju preimućstvo da omogućuju širok opseg napona, dok samopubuđene mašine mogu da proizvode nestabilne napone u nižem delu opsega gde linija otpora pobude postaje u stvari tangenta krive magnećenja. Aditivno kompaundovani generatori mogu da imaju u principu ravnu karakteristiku napona ili rastuću sa opterećenjem, dok otočni ili nezavisno pobuđeni generatori (pretpostavljajući da ovi poslednji nemaju rednu pobudu, što naravno ne bi predstavljalo neko stvarno ograničenje) imaju opadajuću naponsku karakteristiku sem ako im nije dodato neko sredstvo za spoljno regulisanje. Što se tiče sposobnosti regulisanja generatora jednosmerne struje, generatori regulacionog tipa (amplidini, rototroli i slične mašine) o kojima se govori u gl. 11, predstavljaju rezultate dubljeg ispitivanja raspoloživih mogućnosti.

---

[12] Vidi napomenu 5.

Što se tiče motora za jednosmernu struju, glavne karakteristike raznih vrsta su sledeće: redni motor prilično gubi brzinu kad opterećenje raste, a u praznom hodu ubrzava se nedozvoljeno; obrtni momenat je skoro srazmeran kvadratu struje pri niskim zasićenjima, a nekom stepenu između 1 i 2 kad se zasićenje povećava. Otočni motor pri konstantnoj pobudnoj struji radi sa brzinom koja veoma malo pada kad opterećenje raste, pošto je obrtni momenat skoro srazmeran struji indukta, ali je isto toliko važna činjenica da se brzina može regulisati u velikom opsegu podešavanjem otočne pobude ili napona indukta ili kombinacijom ova dva načina. Zavisan od relativnih jačina otočne i redne pobude, aditivno kompaundovani motor predstavlja sredinu između druga dva i može u principu raspolagati preimućstvima jedne ili druge vrste.

Svojom sposobnošću da primi velika preopterećenja obrtnog momenta i da jednovremeno sniženjem brzine ublaži odgovarajuće preopterećenje u snazi, kao i svojom sposobnošću da izdrži velika opterećenja pri puštanju u rad, redni motor je najpogodniji za primenu na dizalicama i u vuči. Njegova sposobnost u tom pogledu je skoro bez takmaca. U izvesnom pogledu asinhroni motor sa prstenovima i otporima u kolu rotora za puštanje u rad konkuriše rednom motoru, ali je pri tome glavni argument činjenica da je snabdevanje naizmeničnom strujom mnogo pristupačnije i ekonomičnije a ne same karakteristike ovog motora. Redni motor naizmenične struje sa skoro istim karakteristikama ali sa mnogo težim problemom komutacije, može takođe da konkuriše u izvesnim primenama vuče; ovde se takođe postavlja pitanje ekonomičnosti snabdevanja energijom.

Složeni motori sa jakom rednom pobudom slični su po radnim osobinama rednim motorima izuzev što otočno polje ograničava brzinu praznog hoda na bezopasne vrednosti; opšte primedbe za redne motore važe i za ovakve složene motore. Kompaundni motori sa slabijom rednom pobudom imaju često svog takmaca u asinhronim motorima s kaveznim rotorima velikog otpora sa velikim klizanjem u normalnom radu (koji su u gl. 9 svrstani u asinhrone motore klase D). Oba motora imaju izrazito opadajuću karakteristiku brzina—opterećenje kakva je poželjna, na primer, kad se upotrebljavaju zamajci u svrhu izjednačenja opterećenja i ublaženja njegovih povremenih udara. Brzina složenog motora opada kad opterećenje raste zbog odgovarajućeg pojačanja pobude a bez značajnijeg porasta gubitaka. Asinhroni motor sa velikim klizanjem, pak, radi sa smanjenom brzinom uz znatno povećanje gubitaka u bakru. U potpunom ekonomskom upoređenju ova dva konkurentna tipa moraju se uzeti u obzir kako investicioni izdaci koji su mahom veći pri instalisanju složenog motora tako i koštanje gubitaka koje je obično veće kod asinhronih motora sa velikim klizanjem. Jasno je da se upoređenja ove prirode mogu sprovoditi samo za potpuno određeni radni ciklus, a ostali radni uslovi se moraju imati u vidu pri konačnom odlučivanju.

Zbog relativne jednostavnosti, jevtinoće i robustnosti asinhronog motora s kaveznim rotorom, otočni motor nije u povoljnoj situaciji kao takmac za rad pri konstantnoj brzini izuzev za male brzine, za koje bi bilo teško i skupo izrađivati asinhrone motore odličnih radnih karakteristika sa odgovarajućim brojem polova. Za te niske brzine mogu se često upoređivati sinhroni motori sa motorima za jednosmernu struju. Glavna odlika otočnog motora je njegova prilagodljivost radu sa regulisanjem radne brzine pomoću otpora u kolu indukta u oblasti brzina manjih od brzine pri potpunom pobuđivanju, a podešavanjem pomoću otpornika u kolu pobude za oblast brzine iznad brzine pri potpunom pobudivanju, ili pak da mu se brzina reguliše pomoću napona indukta ili Vard-Leonardovom spregom ispod (a katkad i nešto iznad) brzine pri potpunoj pobudi i normalnom naponu. Regulisanjem pomoću otpora u kolu indukta postižu se male brzine na teret znatno povećanih gubitaka uz slabo održavanje brzine pri promenljivom opterećenju. Takav način nalazi

ekonomsko opravdanje naročito za radne cikluse koji sadrže kratkotrajna usporenja. Regulisanje otočnom pobudom, koje ne povlači značajnije povećanje gubitaka niti opremu za regulisanje velike snage, predstavlja najjednostavniji i najelegantniji metod za podešavanje brzine motora uopšte. Kombinacija regulisanja pomoću napona indukta i otočne pobude, zajedno sa mogućnošću dopunskih pobudnih namotaja bilo u motoru ili u sa njim vezanom generatoru da bi se postigle željene svojstvene karakteristike, daje pogonu pomoću jednosmerne struje zavidan stepen elastičnosti. Za primene velike snage, metodi regulisanja asinhronih motora s prstenovima pomoću napona rotora, o kojima se raspravlja u gl. 9, konkurišu pogonu pomoću jednosmerne struje.[13] Generatori jednosmerne struje regulacionog tipa iz gl. 11 znatno pojačavaju takmičarski položaj mašina za jednosmernu struju tamo gde je važno da se izvrši potpuna automatizacija radnog procesa.

Treba naglasiti da izbor opreme za kakvu važnu tehničku primenu u pogonima sa podešljivom brzinom retko predstavlja pitanje koje se može rešiti stereotipno ili samo na osnovu verbalne liste preimućstava i nedostataka. Potrebno je, uopšte uzev, izvršiti specifična, kvantitativna, ekonomska i tehnička upoređenja. Često se moraju uzeti u obzir ponašanje u prelaznom stanju prema gl. 12 i pojedinosti dinamičkog ponašanja prema gl. 13. Lokalni uslovi i karakteristike opreme koja se pokreće (npr. potreba za konstantnom i promenljivom snagom ili obrtnim momentom) igraju uvek važnu ulogu. Mogli bi se, na primer, upoređivati svi mogući metodi koji dolaze u obzir za dati pogon velike snage sa podešljivom brzinom, uključujući čak i neelektričnu mogućnost parne turbine podešljive brzine. A krajnji odgovor mogao bi biti sinhroni motor! Odlučujuće preimućstvo u takvom slučaju mogla bi biti sposobnost sinhronog motora da popravi sačinilac snage postrojenja, koje bi inače imalo prilično nepovoljan sačinilac snage. Sinhroni motor može da se uzme u obzir kao pogonska mašina sa podešljivom brzinom ako se između njegovog vratila i opterećenja ubaci spojnica podešljive brzine (na primer, klizna spojnica sa vihornim strujama).

Ne treba zaboraviti, takođe, da su uporedna proučavanja troškova i karakteristika motora zasnovana na kombinaciji motora i regulacione opreme, jer ova poslednja igra važnu ulogu u odredivanju radnih karakteristika motora pri određenim uslovima i predstavlja deo investicionih izdataka koji nipošto nije neznatan. Kaže se, na primer, da je redni motor veoma podesan za primenu na dizalicama. Kaže se, takođe, da je brzina rednog motora u praznom hodu opasno visoka. Ali kad dizalica spušta teret, opterećenje motora može praktično da bude ravno nuli ili čak i negativno. Usklađenje ovih činjenica postiže se regulacionom opremom koja motor preključuje tako da pri spuštanju tereta deluje kao otočni motor ili kao pri uslovima električnog kočenja, ili pak daje motoru obrtni momenat obratnog smera tako da se teret pod uticajem teže spušta brzinom koja se može podešavati. Regulaciona oprema zajedno sa sposobnošću za regulisanje čini da mašine za jednosmernu struju predstavljaju tako podesne pretvarače energije.

ZADACI

6-1. *a)* Otočni motor za jednosmernu struju, 230 V, upotrebljava se za pogon brzinom koja se može regulisati od nule do 1000 obr/min. Brzine od nule do 500 obr/min dobivaju se podešavanjem napona na krajevima indukta od nule do 230 V, dok se struja pobude održava konstantnom. Brzine od 500 do 1000 obr/min dobivaju se smanjivanjem struje pobude, dok se napon na krajevima indukta održava na 230 V. U celom opsegu brzina obrtni momenat potreban za opterećenje ostaje konstantan.

---

[13] Interesantno izlaganje o raznim primenama motora, od kojih se mnoge odnose na mašine jednosmerne struje, može se naći u knjizi D. R. Shoults, C. J. Rife i T. C. Johnson: „Electric Motors in Industry", u gl. IX, X i XI; izd. John Wiley & Sons, Inc., Njujork, 1942.

Pokazati opšti oblik krive struja indukta u zavisnosti od brzine u celom opsegu. Zanemariti gubitke mašine i dejstvo reakcije indukta.

b) Uzmimo da struja indukta ne treba da pređe izvesnu određenu vrednost umesto da se obrtni momenat potreban za opterećenja održava konstantnim. Pokazati opšti oblik krive dozvoljenog obrtnog momenta opterećenja u zavisnosti od brzine. Ostali uslovi su kao u tač. *a)*.

6-2. Dva otočna motora za jednosmernu struju sa podešljivom brzinom imaju najveće brzine od 1650 obr/min, a najmanje brzine od 450 obr/min. Brzina se reguliše pobudnim otpornikom. Motor A goni opterećenje koje zahteva konstantnu snagu u datom opsegu brzina; motor B goni opterećenje koje zahteva konstantan obrtni momenat. Svi gubici i reakcija indukta mogu se zanemariti.

1. Kad su odate snage pri 1650 obr/min jednake i kad struje indukta iznose svaka po 100 A, kolike će biti struje indukta pri 450 obr/min?

2. Kad su odate snage pri 450 obr/min jednake i kad struje indukta iznose svaka po 100 A, kolike će biti struje indukta pri 1650 obr/min?

b) Odgovoriti na pitanja iz tač. *a)* za slučaj da se brzina reguliše podešavanjem napona indukta pri istim ostalim uslovima.

6-3. Sledeća tablica je načinjena radi upoređenja regulisanja brzine pomoću otočne pobude i pomoću Vard-Leonardovog sistema za otočni motor za jednosmernu struju s podešljivom brzinom, 250 V, 10 KS, 35 A i to za konstantnu snagu i za konstantni obrtni momenat. Najveća brzina treba da je 2000 obr/min, a najmanja 400 obr/min. Za svrhe upoređenja zanemariti otpor indukta, reakciju indukta i gubitke. Uzeti da je karakteristika magnećenja prava linija. Ispuniti prazne rubrike u sledećoj tablici.

Brzina motora obr/min	Regulisanje otočnom pobudom pri konstantnom priključenom naponu				Regulisanje Vard-Leonardovim sistemom pri konstantnoj struji pobude			
	konstantna snaga		konstantni obrtni momenat		konstantna snaga		konstantni obrtni momenat	
	I_a	I_f	I_a	I_f	I_a	U	I	U
2 000 400	30	0,5	30	0,5	30	250	30	250
400 2 000	30	2,5	30	2,5	30	50	30	50

6-4. Otočni motor za jednosmernu struju, 230 V, ima otpor kola indukta od 0,1 Ω. Motor radi priključen na mrežu 230 V i uzima struju indukta 100 A. Spoljni otpor od 0,1 Ω uključi se na red sa induktom, a elektromagnetni obrtni momenat i položaj ručice otpornika pobude se ne menjaju.

a) Dati procentualnu promenu ukupne struje koju motor izuzima iz mreže.

b) Dati procentualnu promenu brzine motora i navesti da li se brzina povećava ili smanjuje.

6-5. Uzmimo da je otočni motor za jednosmernu struju, sa otporom kola indukta (uključivo dirke) od 0,10 Ω, vezan za izvor jednosmerne struje stalnog napona 230 V i da goni opterećenje koje zahteva konstantan elektromagnetni obrtni momenat. Reakcija indukta se zanemaruje. Radna brzina je prvobitno 1000 obr/min, a struja indukta 100 A.

a) Rezultantni fluks u vazdušnom procepu je povećan za 10,0 odsto. Kolika će biti brzina?

b) Rezultantni fluks u vazdušnom procepu se vrati na svoju prvobitnu vrednost, pa se otpor od 1,4 Ω veže na red sa induktom. Kolika će biti brzina?

c) Dok je otpornik iz tač. *b)* još u kolu, rezultantni fluks u vazdušnom procepu se ponovo poveća za 10,0 odsto. Kolika će biti brzina?

d) U tač. *a)* i *c)* videti najpre da li su se brzine povećale ili smanjile usled povećanja fluksa. Zatim objasniti zašto su se brzine baš tako izmenile usled promene fluksa.

6-6. Presa za probijanje radila je na zadovoljavajući način dok je bila pokretana složenim motorom od 10 KS, 230 V čija je brzina u praznom hodu 1800 obr/min, a brzina pri punom opterećenju 1200 obr/min kad je obrtni momenat 43,8 funti-stopa (tj. 59,5 Nm). Motor je privremeno isključen iz upotrebe, a jedina raspoloživa zamena je složeni motor sa sledećim podacima:

Nominalna snaga 12,5 KS, nominalni napon 230 V
Struja praznog hoda 4 A
Brzina praznog hoda 1820 obr/min
Brzina pri punom opterećenju 1600 obr/min
Struja pri punom opterećenju 57,0 A

Obrtni momenat pri punom opterećenju 43,8 funti-stopa (tj. 59,5 Nm)

Otpor kola indukta 0,2 Ω

Struja otočne pobude 1,6 A

Namera je da se ovaj motor upotrebi kao privremena pogonska mašina bez ikakvih izmena u pobudnom namotaju.

a) Kako treba postupiti da bi se dobile željene promene brzine od praznog hoda do punog opterećenja?

b) Nacrtati odnosnu šemu kola i dati potpune podatke o potrebnim aparatima.

6-7. Posmatrajmo otočni motor za jednosmernu struju priključen na mrežu konstantnog napona, koji goni opterećenje koje zahteva stalan elektromagnetni otporni momenat. Pokazati da se za $E_a > 0{,}5\ U_t$ (normalno stanje) povećanjem rezultantnog fluksa u vazdušnom procepu smanjuje brzina, dok se za $E_a < 0{,}5\ U_t$ (što bi se moglo ostvariti vezivanjem relativno velikog otpora na red s induktom) povećanjem rezultantnog fluksa u vazdušnom procepu povećava brzina.

6-8. Dve istovetne otočne mašine za jednosmernu struju, 5 KS, 230 V, 17 A treba da služe jedna kao generator a druga kao motor u Vard-Leonardovoj grupi. Generator se goni pomoću sinhronog motora konstantnom brzinom od 1200 obr/min. Otpor kola indukta svake od mašina je 0,47 Ω (uključivo dirke). Reakcija indukta se zanemaruje. Podaci za krivu magnećenja za svaku od mašina pri 1200 obr/min su sledeći:

I_f, ampera	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2
E_a, volti	108	183	230	254	267	276

a) Izračunati najveću i najmanju vrednost pobudne struje generatora potrebne da motor postigne opseg brzina od 300 do 1500 obr/min pri struji indukta za puno opterećenje (17,0 A), dok se struja pobude motora održava konstantnom na 0,50 A.

b) Proračunati promenu brzine motora pod uslovima najveće brzine i najmanje brzine nađene pod tač. *a)* kada se motor rastereti.

c) Izračunati najveću brzinu motora koja se može dobiti pri struji indukta za puno opterećenje ako se struja pobude motora smanji na 0,20 A a struji pobude generatora se ne dozvoli da pređe 1,10 A.

6-9. Dve istovetne mašine čiji su osnovni podaci dati u zad. 5-13 treba da služe jedna kao generator a druga kao motor Vard-Leonardove grupe. Generator se goni konstantnom brzinom od 1000 obr/min.

Uzmimo da je najveća dozvoljena trajna struja indukta 1000 A i da je pobuda motora konstantno na vrednosti koja daje 1000 obr/min u praznom hodu sa naponom indukta motora od 500 V. Izračunati i nacrtati krive (1) najvećeg dozvoljenog trajnog elektromagnetnog obrtnog momenta motora, (2) odgovarajućeg napona na krajevima indukta, (3) odgovarajuće struje pobude generatora i (4) odgovarajuće elektromagnetne snage motora, sve u zavisnosti od brzine.

6-10. Jedna od najobičnijih industrijskih primena rednih motora za jednosmernu struju je pogon dizalica i kranova. Ovaj zadatak se odnosi na proračun radnih karakteristika motora izabranog za takav pogon. Motor o kome se radi je redni motor od 230 V, potpuno zatvoren, za polučasovni pogon od 65 KS sa porastom temperature od 75° C. Radne karakteristike samog motora pri 230 V, preuzete iz kataloga proizvođača, izložene su u tablici 6-2.

Otpor indukta (uključivo dirke) plus komutacionog namotaja je 0,090 Ω, a namotaja redne pobude 0,040 Ω. Reakcija indukta se ne uzima u obzir. Postupak sa gubicima usled obrtanja i dopunskim gubicima razmotriće se u tač. *i)* zadatka.

Motor treba vezati kao u sl. 6-21 pri dizanju, a kao na sl. 6-22 pri spuštanju tereta. Prva šema je prosta veza za regulisanje pomoću rednog otpora. Druga šema je za spuštanje uz električno kočenje sa pobudom vezanom sada otočno i sa jednim podešljivim otporom vezanim na red sa pobudom.

Treba nacrtati nekoliko primera krivih obrtni momenat—brzina da bi se utvrdila pogodnost motora i njegovog regulisanja za ovu primenu. Nacrtati sve krive na istom listu sa obrtnim momentom na apscisi i brzinom na ordinati, obuhvatajući ceo opseg veličina obrtnog momenta iz tablice 6-2. Prikazati i pozitivne i negativne vrednosti brzine koje odgovaraju dizanju odnosno spuštanju; prikazati isto tako i pozitivne i negativne vrednosti obrtnog momenta koje odgovaraju obrtnom momentu u smeru dizanja odnosno spuštanja tereta; prema tome, treba koristiti sva četiri kvadranta uobičajenog pravougaonog koordinatnog sistema.

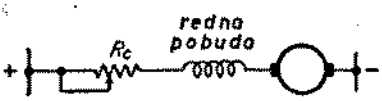
TABLICA 6-2

Struja iz mreže, ampera	Obrtni momenat na vratilu		Brzina, obr/min
	funti—stopa	Nm	
50	80	108	940
100	210	285	630
150	380	516	530
200	545	740	475
250	730	990	438
300	910	1233	407
350	1105	1500	385
400	1365	1855	370

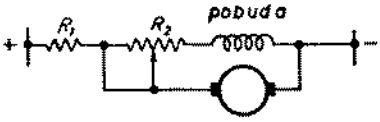
a) Za vezu pri dizanju tereta nacrtati krive obrtni momenat—brzina sa otpornikom za regulisanje R_c podešenim na 0, 0,65 i 1,30 Ω. Ako bilo koja od tih krivih dopire u četvrti kvadrant pri obuhvaćenom opsegu obrtnih momenata, nacrtati ih u toj oblasti i protumačiti fizički koju operaciju one tamo prikazuju.

b) Prodiskutovati u kolikoj su meri ove karakteristike podesne za rad pri dizanju tereta.

c) Za šemu spuštanja nacrtati krivu obrtni momenat—brzina kad je $R_1 = 0{,}65$ Ω a otpor R_2 podešen na 0,65 Ω. Najvažniji deo ove krive je u četvrtom kvadrantu, ali ako se ona prostire



Sl. 6-21. Redni motor sa regulisanjem pomoću rednog otpora, zadatak 6-10.



Sl. 6-22. Redni motor sa pobudom vezanom paralelno sa induktom i dodatim otpornicima za regulisanje, zad. 6-10.

u treći kvadrant, taj deo takođe treba nacrtati i protumačiti fizički.

d) Za tač. *c)* kolika je brzina spuštanja koja odgovara nominalnom obrtnom momentu?

e) Kako smanjivanje otpora R_2 utiče na brzinu u tač. *d)*? Zašto?

f) Kako smanjivanje otpora R_1 utiče na brzinu u tač. *d)*? Zašto?

g) Kako bi na brzinu u tač. *d)* uticalo ako bi se dodao otpor na red sa induktom motora? Zašto?

h) Prodiskutovati u kolikoj su meri ove karakteristike podesne za rad pri spuštanju tereta.

i) S obzirom da se za motor raspolaže samo ograničenim podacima, šta mislite da li treba učiniti kakve pretpostavke, a u potvrdnom slučaju koje pretpostavke, u pogledu gubitaka pri obrtanju i dopunskih gubitaka? Prodiskutovati ovo pitanje.

6-11. Treba konstruisati automatski pušta za otočni motor za jednosmernu struju, 15 KS, 230 V. Otpor kola indukta je 0,162 Ω. Pri nominalnom naponu i opterećen tako da struja indukta iznosi 32 A, motor radi brzinom od 1100 obr/min sa otporom pobudnog kola od 115 Ω. Kad odaje nominalnu snagu, struja indukta je 56 A.

Motor treba da se pušta u rad pod opterećenjem koje zahteva obrtni momenat srazmeran brzini i za koji je pri radnim uslovima potrebno 15 KS. Pobudni namotaj je priključen na mrežu od 230 V, a otpor vezan na red sa induktom treba da se automatski podesi tako da u periodu polaska struja indukta ne pređe 200 odsto od nominalne vrednosti, niti da padne ispod nominalne vrednosti. To znači da mašina treba da krene sa 200 odsto od nominalne struje indukta a čim struja padne na nominalnu vrednost treba da se isključi dovoljno otpora vezanog na red da bi se uspostavila struja od 200 odsto. Ovaj proces treba da se ponavlja sve dok se svi otpori vezani na red ne isključe.

a) Koliki treba da je ukupni otpor puštača?

b) Koliki otpori treba da se isključuju u svakom stupnju procesa puštanja motora u rad?

6-12. Otočni motor 220 V, 850 obr/min treba da se pušta u rad pomoću trostepenog puštača na osnovi kontra e. m. s. sa sl. 6-12. Otpor indukta je 0,15 Ω. Struja indukta pri punom opterećenju je 100 A. Polazna struja indukta ne sme prekoračiti dvostruku vrednost struje punog opterećenja, a dopunski otpor treba da se isključi kad struja spadne na nominalnu vrednost.

Izračunati struju indukta za trenutak odmah posle zatvaranja kontaktora 3 A.

6-13. Dve otočne mašine za jednosmernu struju čija su vratila međusobno spregnuta, priključena su paralelno na mrežu jednosmerne struje. Struja pobude mašine 1 je podešena tako da je napon indukovan u njenom induktu tačno ravan naponu mreže, dok je brzina 1200 obr/min.

Podešavanjem otpora pobude mašine 1 treba postići da mašina 1 radi kao generator.

a) Da li pobudnu struju mašine 1 treba povećati ili smanjiti ako se pobudna struja mašine 2 nije promenila?

b) Da li će brzina porasti ili opasti?

c) Kako bi se brzina mogla ponovo regulisati na 1200 obr/min a da pobudna struja mašine 1 ostane kao u tač. *a)*?

6-14. Dve istovetne otočne mašine za jednosmernu struju su mehanički spregnute a električki rade paralelno, priključene na mrežu jednosmerne struje od 230 V. Nikakva druga oprema nije vezana za vratilo ovih mašina. Sledeće tačke pripadaju krivama magnećenja svake od ovih mašina a za brzinu od 1000 obr/min:

Pobudna struja, ampera	1,3	1,4
Indukovana e. m. s., volti	186,7	195,9

Mašina A ima pobudnu struju 1,4 A, a mašina B pobudnu struju od 1,3 A. Otpor indukta svake mašine (uključivo dirke) je 0,1 Ω. Brzina je 1200 obr/min.

a) Koja mašina radi kao motor, a koja kao generator? Objasniti.

b) Koliki je zajednički gubitak usled obrtanja za obe mašine?

c) Da li se uloge dveju mašina mogu uzajamno zameniti (održavajući i dalje brzinu na 1200 obr/min) podešavanjem pobudnog otpornika? Objasniti.

d) Da li se može podesiti da obe mašine jednovremeno izuzimaju snagu iz mreže a da se brzina održava i dalje na 1200 obr/min? Objasniti.

e) Da li se može podesiti da obe mašine jednovremeno odaju snagu mreži a da se brzina održava i dalje na 1200 obr/min? Objasniti.

6-15. Dva nadkompaundovana generatora s otočnom vezom direktno na dirkama pri posebnim ispitivanjima daju sledeće rezultate:

Mašina A

250 V, 25 kW

Napon na krajevima volti	Struja opterećenja ampera
230	0
236	20
241	40
246	60
249	80
250	100
252	120

$r_a = 0{,}14\ \Omega$
$r_s = 0{,}10\ \Omega$
$r_f = 92{,}5\ \Omega$

Mašina B

250 V, 50 kW

Napon na krajevima volti	Struja opterećenja ampera
230	0
237	40
243	80
249	120
253	160
255	200
258	240

$r_a = 0{,}070\ \Omega$
$r_s = 0{,}025\ \Omega$
$r_f = 62{,}5\ \Omega$

Ove mašine treba da rade paralelno.

a) Dati podatke za pomoćnu opremu potrebnu za pravilnu raspodelu opterećenja.

b) Nacrtati potpunu šemu veza za paralelan rad ovih mašina.

c) Izračunati struju indukta svake mašine pri punom opterećenju kad mašine rade paralelno i posle postavljanja uređaja izračunatog u tač. *a)*.

d) Izračunati struju otočne pobude svake mašine pod uslovima tač. *c)*.

6-16. Neki trgovac je pozvan da podnese ponudu za motor za jednosmernu struju koji bi se spregao sa centrifugalnom pumpom; pumpa pri 850 obr/min potiskuje 820 galona (tj. 3100 l) vode u minutu na ukupnu visinu dizanja od 185 stopa (tj. 56,4 m). Stepen korisnosti pumpe je 70 odsto.

a) Odrediti koju veličinu motora treba preporučiti za ovaj posao.

Pošto je ponudio motor podesne veličine po ceni od 600 dolara i garantovao stepen korisnosti od 90 odsto pri punom opterećenju, trgovac je saznao da je konkurent ponudio motor odgovarajuće snage po ceni od 500 dolara, ali sa stepenom korisnosti od 88 odsto pri punom opterećenju. Osim toga, saznao je da pumpa radi 6 dana u nedelji po 14 časova dnevno i da je cena energije 3 centa po kilovatčasu.

b) Navesti određeno kako će trgovac pokušati da obrazloži da je bolje kupiti njegov motor nego onaj jevtiniji. (Treba imati na umu da se ne raspolaže svim podacima potrebnim za podrobno i potpuno upoređenje, već se u izvesnom stepenu mora slobodno ceniti.)

6-17. Jednostepena centrifugalna pumpa, koju sa 1700 obr/min goni otočni motor 30 KS, potiskuje 195 kubnih stopa (tj. 5,52 m³) vode na ukupnu visinu dizanja 48 stopa (tj. 14,65 m). Pod tim uslovima su uzeti sledeći podaci:

Napon na krajevima motora 228 V
Struja pobude motora 3,25 A
Struja indukta motora 89,5 A
Brzina motora 1700 obr/min
Kad je motor rastavljen od pumpe dobiveni su sledeći podaci:
Napon na krajevima motora 219 V
Struja pobude motora 3,12 A
Struja indukta motora 5,75 A
Brzina motora 1700 obr/min.

Otpor kola indukta pri radnoj temperaturi, ne uračunavajući dirke, je 0,105 Ω. Treba uzeti da pad napona u dirkama iznosi 2 V. Može se uzeti da dopunski gubici za ovaj zadatak iznose 1 odsto od snage koju prima indukt.

Koji je stepen korisnosti centrifugalne pumpe?

6-18. Otočni motor 500 KS prodat je s garantovanim stepenom korisnosti. Njegove nominalne vrednosti su 500 KS, 575 V, 710 A, 1150 obr/min pri punom opterećenju.

Podaci uzeti sa motora na 75° C su sledeći:

Mašina s ukočenim rotorom

Pad napona u induktu, isključujući dirke = 14,2 V
Struja kroz indukt = 508 A
Napon na krajevima pobude 575 V
Struja kroz pobudni namotaj 9,13 A

Mašina u praznom hodu

Napon na krajevima indukta, uključujući dirke = 555 V
Struja indukta = 22,5 A
Struja pobude = 8,57 A
Brzina = 1 150 obr/min
Izračunati konvencionalni stepen korisnosti prema nominalnim vrednostima.

Napomena. Američki standard za električne obrtne mašine, C 50-1943, propisuje sledeće:
1. Gubitke u bakru treba odrediti za 75° C
2. Pad napona u dirkama i njihovim kontaktima treba uzeti 2 volta za ugljene i grafitne dirke sa priključenim otočnim kolima.
3. Gubitak u gvožđu treba odrediti puštajući mašinu (motor) da radi pri nominalnom naponu smanjenom za pad napona u induktu, bez pada napona u dirkama.
4. Dopunske gubitke treba uzeti kao 1 odsto od odate snage.
5. Gubitak u pobudnom otporniku ne treba staviti na račun mašine.

6-19. Složeni generator od 4000 kW prodat je za potrebe valjaonice čelika, sa garantovanim stepenom korisnosti. Njegove nominalne vrednosti su: 4000 kW, 600 V, 6665 A, 180 obr/min pri punom opterećenju.

Podaci snimljeni sa mašine pri 75° C su sledeći:

Mašina s ukočenim rotorom

Pad napona na krajevima indukta isključujući dirke = 3,91 V. Struja kroz indukt = 5000 A
Pad napona u komutacionim i kompenzacionim namotajima vezanim na red = 1,94 V
Struja kroz komutacione i kompenzacione namotaje = 5000 A
Pad napona u rednoj pobudi = 1,39 V
Struja redne pobude = 5000 A

Mašina u praznom hodu kad radi kao motor:

Napon na krajevima indukta, uključivo dirke, volta	605	610	615
Struja indukta, ampera	196	197	198
Struja pobude, ampera	34,6	34,9	35,2
Pad napona u pobudi, isključujući otpornik, volta	570	574	578
Brzina, obr/min	180	180	180

Izračunati konvencionalni stepen korisnosti pri uslovima nominalnog punog opterećenja.

Napomena. Videti napomenu za zad. 6-18, ali tač. 3 izmeniti da glasi:

Gubitak u gvožđu i gubitke usled trenja i ventilacije treba odrediti puštajući mašinu (generator) da radi pod nominalnim naponom povećanim za pad napona u otporu indukta (bez gubitka u dirkama), u komutacionom, kompenzacionom i rednom pobudnom namotaju.

GLAVA 7

SINHRONE MAŠINE:

ANALIZA RADA

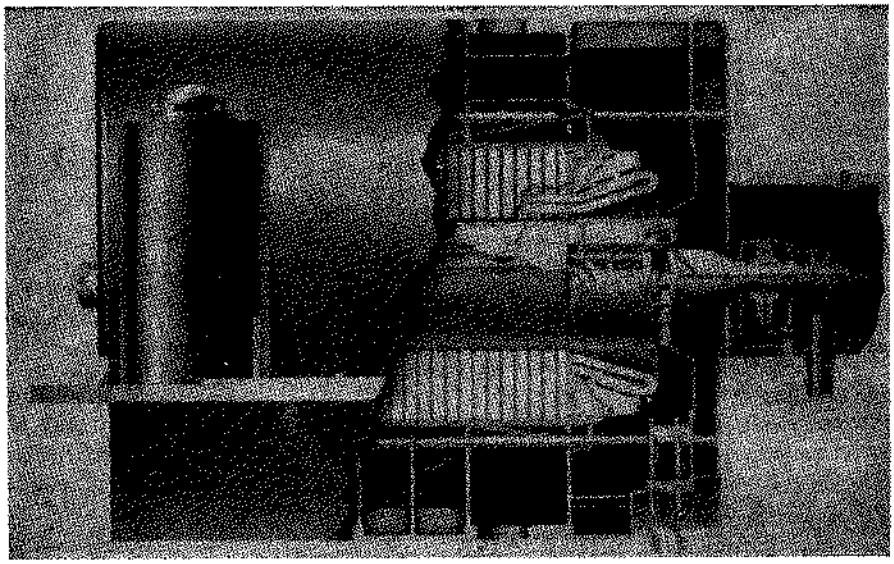
Sinhrona mašina je mašina za naizmeničnu struju čija je brzina pri uslovima ustaljenog stanja srazmerna učestanosti struje u njenom induktu. Višefazne sinhrone mašine pobuđene jednosmernom strujom imaju višefazni induktni namotaj tipa opisanog u od. 4-1 i pobudni namotaj za jednosmernu struju. Pri sinhronoj brzini, obrtno magnetno polje koje stvaraju struje indukta obrće se istom brzinom kao polje koje stvara pobudna struja, usled čega se dobija stalni obrtni momenat. Elementarni fizički pikaz rada sinhrone mašine dat je već u od. 3-8 gde je naročito istaknuto stvaranje obrtnog momenta uzajamnim dejstvom magnetnih polja.

Svrha ove glave je da razvije kvantitativnu teoriju pomoću koje se mogu odrediti električne i mehaničke karakteristike sinhronih motora i generatora. Sinhrona mašina je u tolikoj meri idealizovana da dejstvo isturenih polova i zasićenosti nije uzeto u obzir, izuzev u kvalitativnom pogledu. Ova dejstva se podrobnije razmatraju u gl. 8.

7-1. Konstruktivni oblici. Sinhrone mašine mogu se razvrstati na mašine *sa cilindričnim rotorom* i na mašine *s isturenim polovima*. Sa cilindričnim rotorom se grade brzohodi generatori sa pogonom pomoću parnih turbina. Namotaji indukta sastoje se od slojevitih provodnika smeštenih u žlebove statora kao na sl. 1-4. To su obično trofazni namotaji spregnuti u zvezdu; linijski naponi od oko 13 800 V česti su za veličine iznad nekoliko hiljada kilovata. Pobudni namotaj za jednosmernu struju smešten je na rotoru. Sl. 1-15 pokazuje fotografiju jednog rotora, a sl. 7-1 izgled sklopljene mašine u preseku. Turbogeneratori se danas većinom grade kao dvopolni sa 3600 obr/min, pri 60 Hz. Zbog ekonomičnosti brzohodih parnih turbina koje rade sa parom visoke temperature (1050° F odn. 565° C) i visokog pritiska (1500 funti/kv. inč. ili 105 at), mnoga proučavanja i neki zaista pionirski radovi bili su posvećeni poboljšanju materijala i konstrukcije kako generatora tako i turbina, te su maksimalne snage za koje su građene mašine sa 3600 obr/min približno udvostručene u razdoblju između 1938. i 1948. godine. Sagrađene su i mašine od 100 000 kW sa tom brzinom. Pri temperaturi do 1050° F (565° C) delovi turbine izloženi svežoj pari zagrevaju se do tamno crvenog usijanja. Ako se ima na umu da investicija postrojenja ove veličine, zajedno sa kotlovima, kondenzatorima i drugim pomoćnim uređajima, dostiže blizu deset miliona dolara, jasno je da konstruktori ne smeju praviti greške.

Preimućstva velikih agregata jesu: nešto poboljšani stepen korisnosti, nešto niži investicioni kapital po kilovatu i niži pogonski troškovi, jer se lakše rukuje elektranom koja ima relativno mali broj velikih agregata nego onom koja ima veliki

broj manjih agregata. Dve naročito velike četvoropolne mašine sa 1800 obr/min imaju nominalnu snagu od 200 000 kVA i sačinilac snage 0,8, odnosno 183 333 kVA i sačinilac snage 0,9. Međutim, zasada ima relativno malo takvih mesta gde bi bilo



Sl. 7-1. Tipični generator za pogon parnom turbinom, nominalne snage oko 10 000 kW, potpuno zatvorene konstrukcije. Vertikalni cilindar na levoj strani je jedan od četiri toplotna izmenjivača hlađena vodom koji oduzimaju toplotu od rashladnog sredstva (vazduha ili vodonika) posle njegovog prolaska kroz ventilacione kanale mašine (*General Electric Company*)

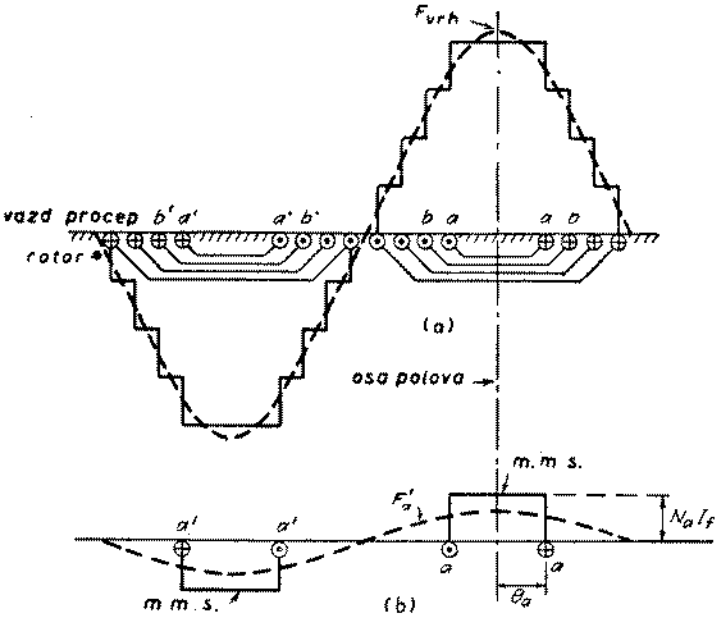
savetno da se tako veliki proizvodni kapacitet sistema koncentriše u jedan jedini agregat. Velike mašine često se grade kao *generatori sa dvostrukim namotajima*, tj. sa dva nezavisna induktna namotaja povezana preko nezavisnih automatskih prekidača za posebne odeljke sabirnica u elektrani. Takvom dispozicijom smanjuju se struje kratkog spoja.

Pobudni namotaji su smešteni u aksijalne žlebove rotora i učvršćeni metalnim klinovima. Oni se obično sastoje od koncentričnih kanura od izolovane bakarne trake koja se ploštimice stavlja u žlebove. Krajevi kanura i bočne veze indukta dobro su učvršćeni potpornim prstenovima vruće navučenim preko krajeva kanura. Krajevi namotaja su povezani za klizne prstenove koji su u dodiru sa dirkama kroz koje se uvodi struja pobuđivanja.

Krivu m. m. s. koju stvara takav namotaj pokazuje sl. 7-2*a* u obliku stepenastog talasa. Visina svake stepenice tog talasa srazmerna je ukupnoj struji u žlebu ispod nje. Prostorni osnovni harmonik stepenaste krive nacrtan je isprekidanom linijom na sl. 7-2*a*. Njegova maksimalna vrednost F_{vrh} može se odrediti na način kao u od. 4-2. Posmatrajmo pravougaoni talas m. m. s. koji proizvodi unutrašnja grupa kanura *aa* i *a'a'* sa sl. 7-2*b*. Njegova amplituda je $N_a I_f$ ampernavojaka po polu, gde je N_a broj navojaka u jednoj od ovih kanura, a I_f struja u kanuri. Kad se ovaj pravougaoni talas razvije u Furijeov red, maksimalna vrednost $F_{a'(\text{vrh})}$ osnovnog harmonika je:

$$F_{a'(\text{vrh})} = \frac{4}{\pi} \cdot N_a I_f \sin \theta_a \tag{7-1}$$

gde je θ_a ugao između ose pola i strane kanure. Sa talasima m. m. s. ostalih parova kanura moglo bi se slično postupiti, a s obzirom da se ose osnovnih harmonika svih pojedinih kanura poklapaju sa osom polova, rezultantni prostorni osnovni harmo-



Sl. 7-2. (*a*) Talas m. m. s. rotora. (*b*) M. m. s. unutrašnjeg para kanura i njen osnovni harmonik

nik m. m. s. je zbir tih komponenata. Prema tome, maksimalna vrednost $F_{(vrh)}$ rezultantnog osnovnog harmonika je:

$$F_{(vrh)} = \frac{4}{\pi} I_f (N_a \sin\theta_a + N_b \sin\theta_b + \ . \ . \ .) \text{ [ampernavojaka po polu]} \qquad (7\text{-}2)$$

Pogodnom raspodelom namotaja može se postići da se stepenasti talas veoma približi sinusoidi.

Zbog visokih rotacionih naprezanja rotori turbogeneratora moraju biti konstruisani sa prečnikom tolikomalim koliko odgovara ostalim zahtevima. Istovremeno se aksijalnoj brzini rotora nameću ograničenja zbog vibracija. Zato je konstruisanje rotora zaista težak problem, a konstrukcija cele mašine znatno zavisi od rešenja tog problema. Naprezanja su velika, radne temperature su visoke, a prostor je skučen. Izolacija je izložena jakim rotacionim naprezanjima, relativno visokim temperaturama i znatnim naprezanjima zbog toplotnog širenja kanura. Zbog ovih činilaca poželjno je da rotorski namotaj bude za niski napon. Turbinski generatori se obično konstruišu tako da se za pobuđivanje upotrebi napon između 125 i 375 V. Pobudna struja se obično dobiva iz pobudnice neposredno spojene sa vratilom generatora.

Vazdušni procepi turbinskih generatora obično su mnogo duži nego u ostalim tipovima mašina — ponekad čak i 3 in (76 mm.) Dugačak vazdušni procep smanjuje reaktansu induktnog namotaja i relativnu promenu napona sa opterećenjem a poboljšava stabilnost. On je isto tako potreban zbog ventilacije. Očigledan nedostatak dugačkog vazdušnog procepa je u tome što zahteva veću m. m. s. pobude za proizvodenje određenog fluksa u vazdušnom procepu.

Problem hlađenja električnog uređaja je, uopšte uzev, tim teži što su dimenzije veće, jer površina sa koje toplotu treba odvesti raste približno s kvadratom dimenzija, dok je toplota proizvedena gubicima približno srazmerna zapremini, dakle raste otprilike kao kub dimenzija. Ovaj problem je ozbiljan za turbogeneratore zbog njihove zbijenosti. Veoma brižljivo izrađeni sistemi kanala za hlađenje moraju se predvideti, kroz koje se vazduh za hlađenje potiskuje bilo ventilatorom na rotoru ili posebno gonjenom duvaljkom. Za mašine sa nominalnom snagom iznad nekoliko hiljada kVA obično se upotrebljava zatvoren ventilacioni uređaj kao što je onaj na sl. 7-1. Pošto prođe kroz mašinu, vreli vazduh se potiskuje kroz izmenjivač toplote hlađen vodom, pa cirkuliše ponovo u zatvorenom sistemu.

Primena potpuno zatvorenih ventilacionih sistema omogućila je upotrebu vodonika kao sredstva za hlađenje. Vodonik ima sledeće osobine koje ga čine veoma pogodnim za ovu svrhu:[1]

1. Njegova relativna gustina u odnosu na vazduh je samo 0,07 pri istoj temperaturi i pritisku, zbog čega su gubici usled trenja gasa i ventilacije mnogo manji.

2. Njegova specifična toplota u odnosu na istu težinu vazduha je otprilike 14,5 puta veća. To znači da vodonik i vazduh, pri istoj temperaturi i pritisku, imaju otprilike jednake sposobnosti nagomilavanja toplote po jedinici zapremine. Ali prenos toplote putem prinudne konvekcije između vrelih delova mašine i gasa koji hladi znatno veći je sa vodonikom nego sa vazduhom.

3. Vek trajanja izolacije povećava se a troškovi održavanja se smanjuju zbog odsustva nečistoće, vlage i kiseonika.

4. Opasnost od požara je isključena. Mešavina vodonik—vazduh neće eksplodirati ukoliko je sadržaj vodonika iznad 70 odsto. U samoj stvari, mašine hlađene vodonikom nije teško konstruisati tako da ih eksplozija ne ošteti.

Prve dve osobine čine da se pri istim radnim uslovima smanjuje toplota koju treba odvesti dok se istovremeno povećava lakoća sa kojom se ona može odvesti.

Mašina i njen vodom hlađeni izmenjivač toplote moraju biti zatvoreni u omotač koji ne propušta gasove. Najteži problem je zaptivanje ležišta. Sistem se održava na niskom pritisku (najmanje 0,5 funti/kvadratni inč odn. 0,035 at) iznad atmosferskog tako da gasovi koji promaknu kroz zaptivače izlaze van omotača, te se u mašini ne može nagomilati eksplozivna smeša. Pri tom natpritisku snaga mašine može se povećati za 30 odsto iznad snage pri hlađenju vazduhom, a stepen korisnosti pri punom opterećenju se povećava za oko 0,5 odsto. Teži se primeni još većeg natpritiska (15 do 30 funti/kvadratni inč tj. 1,05 do 2,1 at). Povećanjem pritiska vodonika od 0,5 do 30 funti/kv.inč (0,035 do 2,1 at) povećava se odata snaga za isti porast temperature za oko 25 odsto.

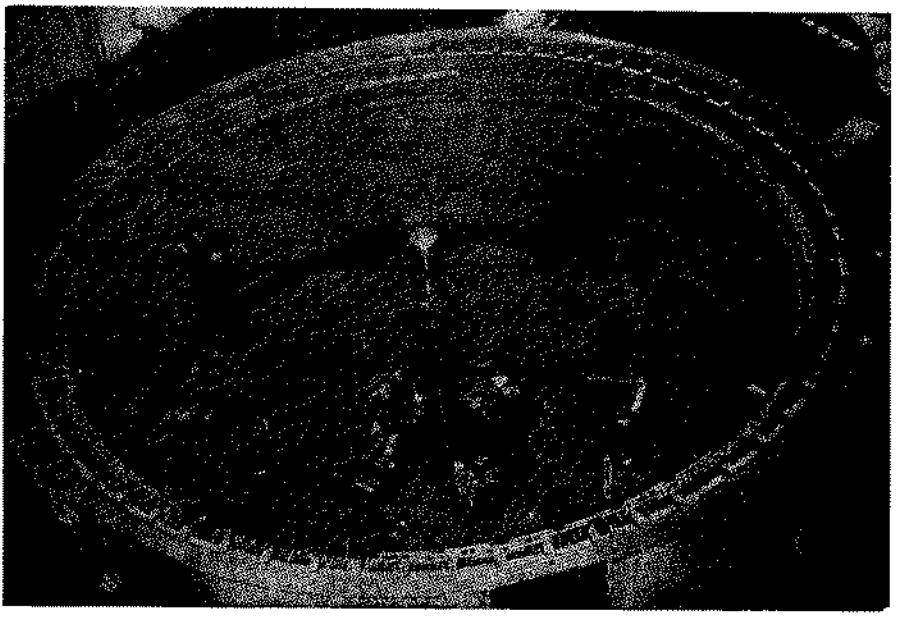
Konstrukcija sa isturenim polovima je najpodesnija za višepolne mašine srednje ili male brzine. Ona se stoga obično upotrebljava za alternatore koje gone vodne turbine ili motori sa unutrašnjim sagorevanjem, ili za sinhrone motore. Alternatori koje gone hidraulične turbine sa srednjim ili malim padom obično imaju

---

[1] Jedan važan članak o temi hlađenja vodonikom napisali su E. Knowlton, C. W. Rice i E. H. Freiburghouse pod naslovom „Hydrogen as a Cooling Medium for Electrical Machinery", *Trans. AIEE*, vol. 44, str. 922 do 932, 1925. O razmatranju problema turbinskog generatora vidi D. S. Snell, The Hydrogen-cooled Turbine Generator, *Trans. AIEE*. vol. 59, str. 35 do 45, januar 1940; M. D. Ross i C. C. Stereil, Hydrogen-cooled Turbine Generators, *Trans. AIEE*, vol. 59, str. 11 do 15, januar, 1940; R. B. Roberts, Hydrogen Cooling for Turbine Generators, *Westinghouse Eng.*, vol. 7, No. 5, str. 130 do 142, septembar 1947. Uređaji za hlađenje primenom tečnosti i raznih kombinacija tečnosti i gasova intenzivno se proučavaju. Vidi C. J. Fechheimer, Liquid Cooling of A-c Turbine Generators, *Trans. AIEE*, vol. 69, str. 165 do 171, 1950.

vertikalno vratilo, a težinu rotora i obrtnog kola turbine kao i aksijalnu silu turbine prima snažno aksijalno ležište. Poprečni presek mašine ovog tipa dat je na sl. 1-23. Svojom veličinom ističu se generatori sistema elektrana i navodnjavanja Grand Coulee na reci Kolumbija; njihova nominalna snaga je 108 000 kVA, sačinilac snage 1,0, napon 13 800 V, 120 obr/min, 60 Hz. Stator jedne takve mašine pokazan je na sl. 7-3.

Kao što je objašnjeno u od. 3-8, sinhroni motor nema sam po sebi polaznog obrtnog momenta. Da bi motor mogao da se pušta u rad sam, umeće mu se kavezni prigušni namotaj ili amortizator u žlebove na nastavcima magnetnih polova, kao što pokazuju sl. 1-40 i 3-27. Motor polazi pomoću prigušnog namotaja koji dejstvuje kao u asinhronom motoru. Pri tom procesu pobudni namotaj je ili otvoren ili kratko spojen preko podesnog otpora.



Sl. 7-3. Stator hidrogeneratora od 108 000 kVA, sačinioca snage 1,0, 120 obr/min pri montaži u fabrici. Biće transportovan u četiri komada. (*Westinghouse Electric Corporation*)

Kad je kolo pobudnog namotaja otvoreno, u njemu se mogu indukovati visoki naponi koje treba imati u vidu pri određivanju izolacije pobude. Motor se ubrzava skoro do sinhrone brzine ovim dejstvom prigušnog namotaja. Zatim se uključi pobudna struja i, ako opterećenje na vratilu i inercija nisu preterano veliki, motor uđe u sinhronizam. Sposobnost motora da se sinhronizuje zavisi od inercije njegovog rotora i opterećenja, karakteristike brzina—obrtni momenat njegovog prigušenog namotaja, otpornog momenta trenja, otpora vazduha i opterećenja vratila, njegove pobude i trenutnog ugaonog položaja rotora u odnosu na obrtno magnetno polje u trenutku kad se pobuda uključi.[2)]

Mnogi puštači sinhronih motora uključuju pobudu nasumce pošto motor dostigne odgovarajući brzunu. Postoje, međutim, puštači koji uključuju pobudu u trenutku kad su uglovi povoljniji i postižu sinhronizaciju sa većim obrtnim mo-

[2)] D. R. Shoults, S. B. Crary i A. H. Lauder, Pull-in Characteristics of Synchronous Motors, *Trans. AIEE*, vol. 54, No. 12, str. 1385 do 1395, decembar 1935.

mentom. *Momenat uvlačenja u sinhronizam* je definisan kao maksimalni obrtni otporni momenat stalne veličine pod kojim motor zajedno sa svojim inercijalnim opterećenjem ulazi u sinhronizam. Pri konstrukciji sinhronog motora jedan od najtežih problema je kako da se postigne što veća vrednost ovog momenta. Tablica 7-1 sadrži standardne radne karakteristike koje se zahtevaju za sinhrone motore za opšte svrhe prema propisima NEMA.[3] Obrtni momenti su izraženi u procentima od nominalnog obrtnog momenta pri nominalnom naponu i učestanosti. Ovaj obrtni momenat uvlačenja u sinhronizam važi pri normalnoj pobudnoj struji i normalnim inercijalnim opterećenjima definisanim u standardu navedenom u napomeni 3. Ispadni momenat je najveći stalni obrtni momenat, ostvaren postupno, koji motor može da daje ne gubeći sinhronizam a važi pri normalnoj struji pobude. Polazna struja iznosi prosečno oko šest do sedam puta struja punog opterećenja ako

TABLICA 7-1

ZAHTEVI ZA OBRTNI MOMENAT SINHRONIH MOTORA ZA OPŠTE SVRHE
(514 do 1200 obr/min, 60 Hz)

	$\cos\varphi = 1{,}0$ 20 do 200 KS	$\cos\varphi = 0{,}8$ (kap.) 20 do 150 KS
Polazni obrtni momenat	110	125
Momenat uvlačenja u sinhronizam	110	125
Ispadni obrtni momenat	175	250

se puštanje u rad vrši sa punim naponom. Ako se puštanje u rad vrši sa smanjenim naponom, struja je srazmerna naponu a polazni momenat i momenat uvlačenja u sinhronizam su približno srazmerni kvadratu napona.

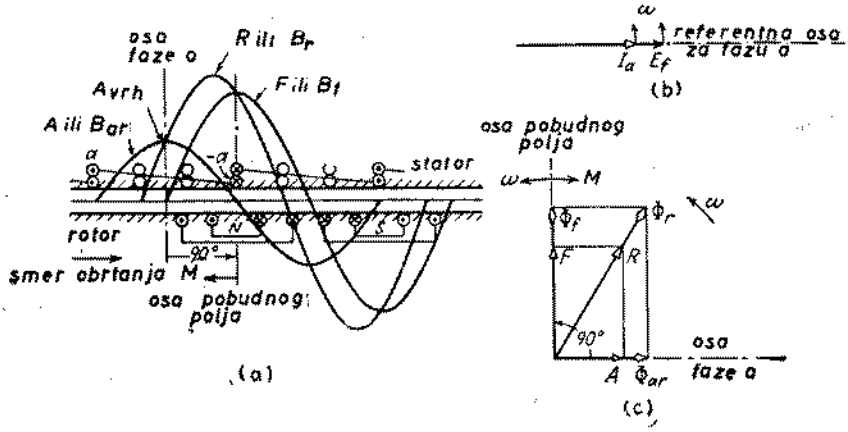
Činjenicu da se za puštanje u rad moraju dodati prigušni namotaji ne treba smatrati nedostatkom sinhronih motora. Ponekad može to da predstavlja stvarno preimućstvo da se motor pušta u rad pomoću jedne garniture namotaja a da radi sa drugom. Posebna konstrukcija prigušnih namotaja za veliki polazni obrtni momenat, prema tome, ne mora da ide na štetu radnih uslova, naročito ne na štetu stepena korisnosti. Pri normalnim, uravnoteženim uslovima ustaljenog rada, prigušni namotaj ne dejstvuje jer se u njemu ne indukuje napon. Prigušni namotaji su korisni i u suzbijanju oscilacija. Katkad se upotrebljavaju u generatorima za poboljšanje stabilnosti u prelaznom stanju i za sprečavanje prenapona u slučaju dvostrukog kratkog spoja sa neutralnim provodnikom.

7-2. Talasi fluksa i m. m. s. u mašinama sa cilindričnim rotorom. Uzmimo da je trofazna sinhrona mašina vezana za uravnoteženu trofaznu mrežu koja može ili da prima električnu energiju od sinhrone mašine ili da je snabdeva energijom. Dejstvo magnetne zasićenosti se zasad zanemaruje, tako da se rezultantni fluks u vazdušnom procepu može smatrati kao zbir fluksova koje proizvode m. m. s. pobude i m. m. s. indukta.

Sl. 7-4*a* predstavlja razvijenu šemu dva pola induktnih i pobudnih namotaja mašine sa cilindričnim rotorom, u kojoj su otvori žlebova izostavljeni a statorski (induktni) namotaji prikazani koncentrisanim dijametralnim kanurama čije su strane postavljene u sredinama faznih pojaseva. Stvarni induktni namotaj, naravno, bio bi raspodeljen u nekoliko žlebova po faznom pojasu. Pobudna struja uspostavlja

[3] NEMA standardi za motore i generatore organizacije National Electrical Manufacturers' Association, Njujork, naslov standarda: Integral-horsepower and Synchronous Motors, deo 8, str. 29. 1950.

talas m. m. s. i magnetne indukcije koji se obrće s rotorom indukujući trofazne napone u induktnim namotajima. Unutrašnja e. m. s. koju indukuje komponentni fluks proizveden pobudnom strujom zove se *e. m. s.* ili *napon usled pobude*. On se



Sl. 7-4. (*a*) Prostorni talasi m. m. s. i magnetne indukcije u sinhronom generatoru sa cilindričnim rotorom. Struja indukta u fazi sa naponom usled pobude. (*b*) Vremenski vektorski dijagram. (*c*) Prostorni vektorski dijagram

razlikuje od napona na krajevima za padove napona prouzrokovane strujama indukta. Mi ćemo posmatrati samo vremenske osnovne harmonike napona i struja i samo prostorne osnovne harmonike talasa m. m. s. i magnetne indukcije.

Prostorni osnovni harmonik talasa m. m. s. koji proizvodi struja pobude prikazan je sinusoidom F na sl. 7-4*a*. Isto tako može se smatrati da ta sinusoida predstavlja osnovni harmonik talasa magnetne indukcije, kao što pokazuje oznaka B_f. Pozitivna ordinata označava fluks koji prolazi kroz vazdušni procep iz rotora ka statoru. Poprečni preseci kanura faze *a* indukta prikazani su kružićima sa tačkom odnosno krstićem, a kanure faze *b* i *c* praznim kružićima. Pri uravnoteženim radnim uslovima dovoljno je posmatrati zbivanja samo u jednoj fazi s obzirom da se, izuzev za fazni ugao od 120°, u ostalim fazama odigravaju potpuno slična zbivanja.

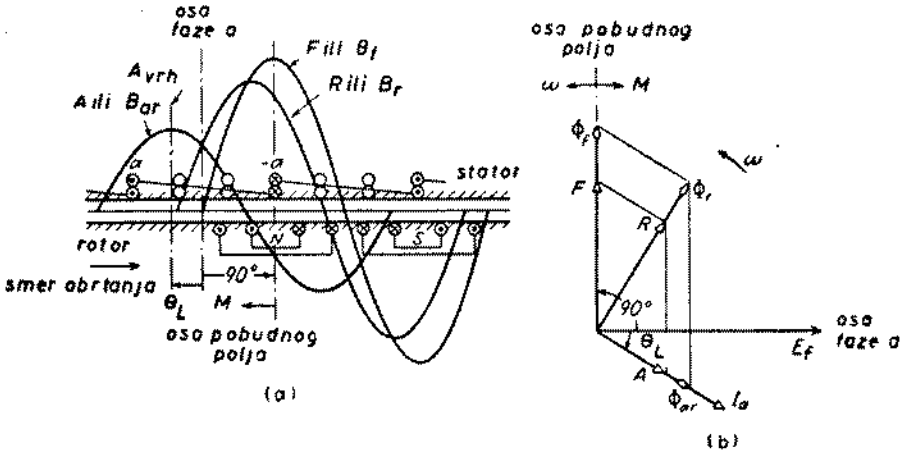
Sl. 7-4*a* može se smatrati kao slika iz kinematografskog filma koji bi pokazivao obrtna polja u vazdušnom procepu. Ona je snimljena u trenutku kad se osa severnog magnetnog pola obrnula za 90 električnih stepeni ispred ose faze *a*. U tom trenutku ukupni fluks kroz namotaj faze *a* proizveden pobudnim fluksom ravan je nuli, ali je brzina promene fluksa kroz kolo maksimalna te i e. m. s. koju u fazi *a* indukuje pobudna struja ima svoju maksimalnu vrednost. Trenutni smer e. m. s. može se odrediti po Lencovom zakonu i prikazan je tačkama, odnosno krstovima koji predstavljaju vrhove, odnosno repove strelica u stranama kanura faze *a*. Na sl. 7-4*b* e. m. s. usled pobude prikazana je obrtnim vremenskim vektorom E_f čija je projekcija na referentnu osu faze *a* srazmerna trenutnoj e. m. s. u smeru strelice sa sl. 7-4*a*. U trenutku koji posmatramo, vektor E_f se nalazi na referentnoj osi jer e. m. s. ima tada svoju maksimalnu trenutnu vrednost.

S obzirom da se sinusoide mogu lako sabirati vektorskim metodima, zgodno je predstavljati sinusoidne prostorne talase m. m. s. i fluksa vektorima čiji ugaoni položaji označavaju položaj pozitivnih maksimuma talasa. Talasi pobudne m. m. s. i fluksa mogu se prema tome predstaviti vektorima F i Φ_f nacrtanim u osi severnog magnetnog pola, koji se obrću sa rotorom. Veličina vektora F ravna je maksimalnoj vrednosti prostornog osnovnog harmonika pobudne m. m. s. (Da bi se uprostile

oznake, indeks *vrh* koji je ranije bio upotrebljen za označavanje maksimalne vrednosti talasa m. m. s. biće izostavljen u daljem tekstu ove glave.) Veličina vektora Φ_f ravna je osnovnom harmoniku fluksa po polu koji proizvodi pobudna struja. Vektori F i Φ_f su pokazani na sl. 7-4*c*.

Posmatrajmo sada magnetno polje koje stvaraju struje indukta. Kao što je pokazano u od. 3-6 i 4-2, uravnotežene višefazne struje u simetričnom višefaznom namotaju stvaraju talas m. m. s. koji se sastoji od prostornog osnovnog harmonika konstantne amplitude koji se obrće sinhronom brzinom i familije srazmerno malih harmonika višeg reda. Prostorni osnovni harmonik, koji se obrće sinhrono, obično se naziva *m. m. s reakcije indukta*. Njegovu maksimalnu vrednost daje jedn. 4-25. Kao i u mašini za jednosmernu struju, taj talas m. m. s. je stacionaran u odnosu na polove, induktora, a rezultantni fluks u vazdušnom procepu proizvodi se zajedničkim dejstvom m. m. s. pobude i reakcije indukta. U mašinama za jednosmernu struju prostorni međusobni položaj talasa m. m. s. pobude i reakcije indukta određuje se položajem dirki; u sinhronim mašinama, pak, ovaj prostorni fazni odnos određuje sačinilac snage sa kojim mašina radi.

Pretpostavimo, na primer, da mašina radi kao generator pod takvim uslovima da je struja faze *a* vremenski u fazi sa e. m. s. usled pobude kao što pokazuje vektor I_a u sl. 7-4*b*. Struja faze *a* ima tada svoju trenutnu maksimalnu vrednost i isti smer kao e. m. s. usled pobude u trenutku prikazanom na sl. 7-4. Sada se podsetimo da je, prema od. 3-6, amplituda obrtnog polja koje stvaraju struje indukta baš u osi faze *a* u trenutku kad struja faze *a* ima svoju maksimalnu vrednost, kao što pokazuje sinusoida A na sl. 7-4*a*; odgovarajući prostorni vektor A — čija je veličina ravna maksimalnoj vrednosti talasa m. m. s. reakcije indukta *a* čiji ugaoni položaj ozna-

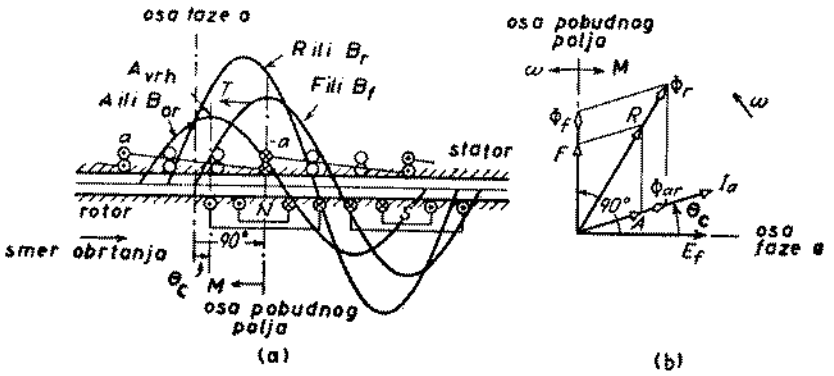


Sl. 7-5. (*a*) Magnetna polja u sinhronom generatoru. Struja indukta zaostaje iza napona usled pobude. (*b*) Zajednički prostorni i vremenski vektorski dijagram

čava položaj pozitivnog maksimuma talasa — u tom trenutku je baš u osi faze *a* kao što se vidi na sl. 7-4*c*. Ako se magnetno zasićenje zanemaruje, može se smatrati da sinusoida A predstavlja i komponentni talas magnetne indukcije koju proizvodi reakcija indukta, kao što pokazuje oznaka B_{ar} na sl. 7-4*a*. Odgovarajući vektor koji predstavlja fluks reakcije indukta po polu je Φ_{ar} na sl. 7-4*c*. Rezultantno magnetno polje je zbir komponenata proizvedenih pobudnom strujom odnosno reakcijom indukta. Komponente se mogu sabirati vektorski, kao na sl. 7-4*c*, gde vektor R predstavlja rezultantni m. m. s. a vektor Φ_r rezultantni osnovni fluks po polu u vaz-

dušnom procepu. Odgovarajući prostorni talasi rezutantne m. m. s. i rezultantne magnetne indukcije u vazdušnom procepu prikazane su sinusnim talasima sa oznakama R odnosno B_r na sl. 7-4*a*.

Sad pretpostavimo da struja indukta, umesto da je u fazi s pobudnom e. m. s. zaostaje za ovom za vremenski fazni ugao θ_L, kao što pokazuju vremenski vektori I_a i E_f na sl. 7-5*b*. (Treba uočiti da θ_L *nije* ugao vektora struje u odnosu na napon na krajevima, već je ugao vektora struje u odnosu na *napon usled pobude*.) Još uvek se pretpostavlja da mašina radi kao generator. Slika 7-5*b* nacrtana je za trenutak u kome napon usled pobude ima svoju maksimalnu trenutnu vrednost i kad se severni magnetni pol obrnuo za 90 električnih stepeni ispred ose faze *a*. Baš



Sl. 7-6. (*a*) Magnetna polja u sinhronom generatoru. Struja indukta prednjači naponu usled pobude. (*b*) Vektorski dijagram

kao na sl. 7-4*c*, prostorni vektori F i Φ_f koji predstavljaju m. m. s. i fluks pobude, prednjače za 90^0 u odnosu na referentnu osu faze *a*, kao što pokazuje sl. 7-5*b* na kojoj su prostorni vektori koji predstavljaju magnetna polja kombinovani u istom dijagramu sa vremenskim vektorima koji predstavljaju struju i napon. Struja faze *a* će dostići svoju maksimalnu trenutnu vrednost, a amplituda talasa reakcije indukta će biti u osi faze *a* tek za vremenski ugao θ_L docnije nego što je pokazano u sl. 7-5. Drugim rečima u trenutku pokazanom na sl. 7-5 talas reakcije indukta zaostaje za osom faze *a* za električni prostorni ugao ravan vremenskom uglu zaostajanja θ_L, kao što pokazuje sinusoida sa oznakom A ili B_{ar} na sl. 7-5*a*, ili prostorni vektori A Φ_{ar} i na sl. 7-5*b*. Reakcija indukta je u fazi sa strujom indukta.

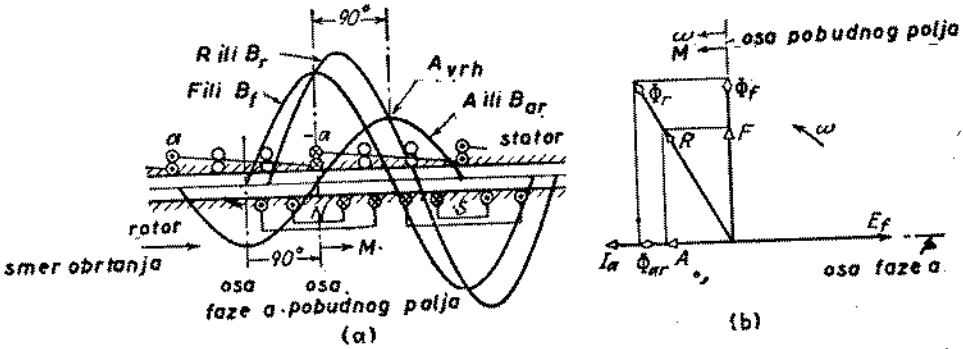
Na sl. 7-6 pokazani su radi upoređenja prostorni talasi i vektorski dijagram mašine koja radi kao generator pod uslovima koji postoje kad struja indukta prednjači za vremenski fazni ugao θ_C ispred e. m. s. usled pobude.

Sada posmatrajmo mašinu koja radi kao motor pod radnim uslovima koji postoje kad je sačinilac snage u odnosu na napon usled pobude ravan jedinici. U trenutku kad e.m. s. usled pobude ima svoju maksimalnu trenutnu vrednost u smeru strelice na sl. 7-7*a*, tada i struja indukta ima svoju maksimalnu vrednost ali u *suprotnom* smeru, tj. struja indukta i pobudna e.m.s. su u faznoj opoziciji kad je pozitivni smer svake od njih definisan smerom strelice. Talas reakcije indukta A ili B_{ar} na sl. 7-7*a* je suprotnog polariteta u odnosu na talas sa istom oznakom na sl. 7-4*a*; odgovarajući vektorski dijagram dat je na sl. 7-7*b*.

Radi uporedenja, sl. 7-8 prikazuje rad motora sa kapacitivnim sačiniocem snage u odnosu na napon usled pobude (to jest, — I_a je ispred E_f,) a sl. 7-9 prikazuje rad motora sa induktivnim sačiniocem snage.

Način na koji prostorno-fazni položaj talasa m. m. s. reakcije indukta u odnosu na polove induktora zavisi od vremensko-faznog ugla između struje indu-

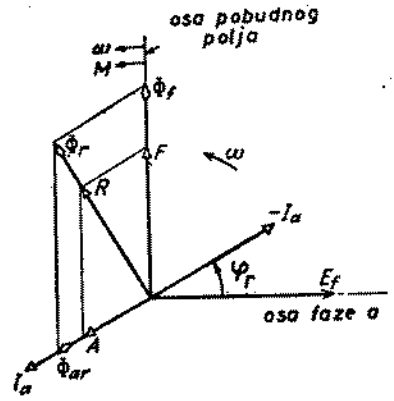
kta i pobudnog napona može se sada sažeto izložiti posmatrajući slike 7-4 do 7-9 kao celinu. Kad je sačinilac snage u odnosu na pobudni napon ravan jedinici (sl. 7-4 i 7-7) vrhunac talasa reakcije indukta leži na pola puta između osa polova in-



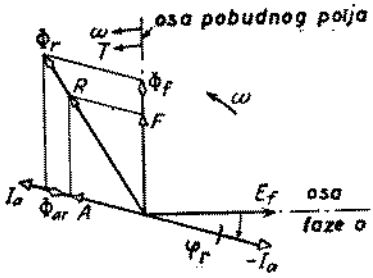
Sl. 7-7. (*a*) Magnetna polja u sinhronom motoru. Sačinilac snage u odnosu na napon usled pobude ravan jedinici. (*b*) Vektorski dijagram

duktora, a talasi pobudnog polja i reakcije indukta su prostorno pod pravim ugom. Bilo da mašina radi kao generator sa induktivnim sačiniocem snage (sl. 7-5) ili kao motor sa kapacitivnim sačiniocem snage (sl. 7-8), prostorno-fazni ugao između talasa pobude i reakcije indukta veći je od 90 električnih stepeni; izuzev kad su sačinioci snage približno jednaki jedinici, reakcija indukta deluje razmagnetišući (tj. rezultantna m. m. s. R je manja od m. m. s. pobude F). Kad mašina radi kao generator sa kapacitivnim sačiniocem snage (sl. 7-6) ili kao motor sa induktivnim sačiniocem snage (sl. 7-9) ovaj prostorno-fazni ugao je manji od 90 električnih stepeni, a reakcija indukta ima dejstvo magnećenja.

U našem metodu kombinovanja dejstava m.m.s. pobudnog polja i reakcije indukta u sl. 7-4 do 7-9 podrazumevaju se dve pretpostavke, i to: (1) da talas m. m. s. reakcije indukta daje isti prostorni osnovni harmonik fluksa u vazdušnom procepu kao talas m. m. s. pobude iste osnovne amplitude i (2) da je fluks proizveden kakvim talasom m. m. s. nezavisan od prostornog položaja talasa u odnosu na polove induktora. Prva pretpostavka je ekvivalentna pretpostavci koja je uobičajena pri



Sl. 7-8. Vektorski dijagram sinhronog motora. Sačinilac snage kapacitivan u odnosu na pobudni napon



Sl. 7-9. Vektorski dijagram sinhronog motora. Sačinilac snage induktivan u odnosu na pobudni napon

razmatranju problema magnetnih kola sa putanjama kroz gvožđe i kroz vazdušni procep na red, naime, da dva kalema čije su m.m.s. jednake proizvode isti fluks u vazdušnom procepu kad dejstvuju na takvo megnetno kolo, bez obzira da li su kalemi postavljeni na raznim mestima jezgra. Druga pretpostavka znači prosto da se magnetni otpor vazdušnog procepa mašine sa cilindričnim rotorom smatra nezavisnim od prostornog položaja talasa m. m. s. u odnosu na polove induktora, jer je dužina vazdušnog procepa ista na svim tačkama obima. Rezultantni talas fluksa, dakle, zauzima prosto položaj koji mu određuje rezultanta talasa m. m. s. pobude i reakcije indukta. Drugim rečima, ne postoji neka privilegovana osa u pogledu magnećenja kao što će je biti za isturene polove. Ova činjenica kao i činjenica s njom u vezi da reluktantni obrtni momenti ne moraju da se razmatraju, uprošćava umnogome teoriju mašina sa ravnomernim vazdušnim procepom. Uticaj reakcije indukta moraće se ponovo ispitati, kad se bude razmatralo dejstvo isturenih polova (od. 8-4).

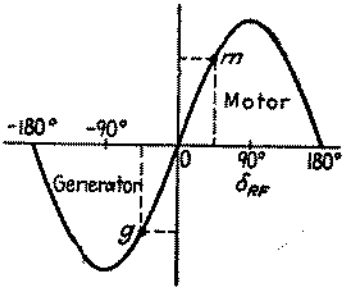
7-3. Osnovni pojmovi o radu sinhronih mašina. Podrobnije proučavanje sl. 7-4 do 7-9 može korisno poslužiti da se prosta, fizička slika karakteristikâ momenat—ugao sinhrone mašine opisane u od. 3-8 dovede u vezu sa načinom na koji se struja indukta sama podešava prema radnim uslovima koje nameće obrtni momenat sa vratila i naponi priključeni na namotaje.

Elektromagnetni obrtni momenat na rotoru dejstvuje u smeru forsiranog poravnanja rotorskih polova sa talasima rezultantnog fluksa u vazdušnom procepu odnosno fluksa reakcije indukta, kao što pokazuju strelice sa oznakom M uz osu rotora na sl. 7-4 do 7-9. Ako polovi rotora prednjače talasu rezultantnog fluksa u vazdušnom procepu, kao na sl. 7-4, 7-5 i 7-6, elektromagnetni obrtni momenat na rotoru dejstvuje suprotno smeru obrtanja — drugim rečima, mašina mora da radi kao generator. S druge strane, ako polovi rotora zaostaju za talasom rezultantnog fluksa u vazdušnom procepu, kao na sl. 7-7, 7-8 i 7-9, elektromagnetni obrtni momenat dejstvuje u smeru obrtanja — tj. mašina mora da radi kao motor. Drukčije rečeno, za generatorski rad mora motorni obrtni momenat pogonske mašine da goni polove induktora ispred talasa rezultantnog fluksa u vazdušnom procepu, dok za motorski rad otporni obrtni momenat na opterećenom vratilu mora da vuče polove induktora iza talasa rezultantnog fluksa u vazdušnom procepu.

Veličina obrtnog momenta može se izraziti pomoću osnovnog harmonika fluksa u vazdušnom procepu po polu Φ_r i maksimalne vrednosti F prostornog osnovnog harmonika pobudne m. m. s. Iz jedn. 3-22 je

$$M = \frac{\pi}{2}\left(\frac{p'}{2}\right)^2 \Phi_r F \sin \delta_{RF} \qquad (7\text{-}3)$$

gde je δ_{RF} prostorni fazni ugao u električnim stepenima između talasa rezultantnog fluksa i pobudne m. m. s.



Sl. 7-10. Karakteristika momenat -ugao

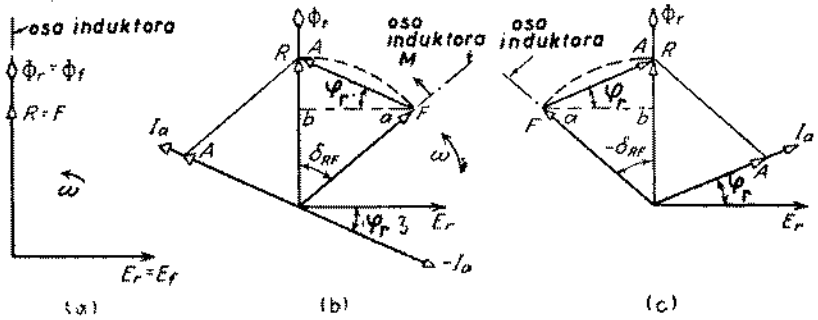
Da bi se sagledao proces prilagođavanja koji se odigrava u mašini, posmatrajmo opet sinhronu mašinu koja radi u sinhronizmu sa uravnoteženim višefaznim sistemom sposobnim i da prima i da odaje električnu snagu. Pretpostavimo da su napon i učestanost sistema konstantni. Takav sistem se obično naziva *kruta mreža*. Isto tako, zanemarimo otpor indukta i rasipnu reaktansu u mašini. Napon E_r, indukovan dejstvom rezultantnog fluksa u vazdušnom procepu, poznat pod imenom *zajednička e. m. s.*, mora biti ravan naponu na krajevima indukta po fazi. Na taj način, napon krute mreže utvrđuje amplitudu i fazu talasa rezultantnog fluk-

sa u vazdušnom procepu Φ_r. Ova konstatacija je ekvivalentna sa konstatacijom za statički transformator da su amplituda i faza rezultantnog fluksa jezgra stalni kad su napon na krajevima primara i ušestanost konstantni a otpor i rasipna reaktansa primara zanemarljivi. M. m. s. pobude i reakcije indukta moraju se uvek same podesiti tako da njihov vektorski zbir bude ravan m. m. s. potrebnoj za stvaranje rezultantnog fluksa u vazdušnom procepu.

Za utvrdenu vrednost pobudnog otpornika, pobudna m. m. s. F je konstantne veličine. Prema tome, F i Φ_r u jedn. 7-3 su konstantni. Karakteristika momenat—ugao je u tom slučaju kao na sl. 7-10 i mašina se prilagodava promenama obrtnog momenta koje se pojavljuju na njenom vratilu podešavajući svoj ugao momenta δ_{RF}. Nastala promena u fazi m. m. s. pobude F u odnosu na rezultantni fluks mora se nadoknaditi promenom m. m. s. reakcije indukta, a usled toga i promenom struje indukta tako da rezultantna m. m. s. ostane konstantna po veličini i fazi.

Pretpostavimo da mašina radi kao motor u praznom hodu sa zanemarljivim gubicima usled obrtanja. Obrtni momenat i ugao δ_{RF} ravni su nuli. Uzmimo, takođe, da je pobudna struja tako podešena da je njena m. m. s. tačno tolika koliko je potrebno da bi stvorila fluks određen naponom ktute mreže. Struja indukta biće tada ravna nuli i mašina samo „lebdi" u sistemu — nema nikakve razmene energije medu njima. Vektorski dijagram je prikazan na sl. 7-11*a*.

Ako bi se sad vratilo opteretilo i time mašina postala motor, rotor bi se za trenutak malo usporio pod uticajem otpornog obrtnog momenta, a polovi induktora prostorno bi skliznuli i zaostali u fazi u odnosu na talas rezultantnog fluksa u vaduzšnom procepu, što znači da bi se ugao δ_{RF} povećao i mašina bi razvila motorni



Sl. 7-11. Vektorski dijagram koji pokazuje dejstvo obrtnog momenta na vratilu. (*a*) Prazan hod. *b*) Motorski rad. (*c*) Generatorski rad

obrtni momenat. Posle izvesnog prelaznog perioda mašina bi se vratila u ustaljeni rad sa sinhronom brzinom kad δ_{RF} dobije vrednost potrebnu za obrtni momenat koji odgovara opterećenju, kao što pokazuje tačka *m* na sl. 7-10. Vektorski dijagram je sada kao što predstavlja sl. 7-11*b*. M. m. s. usled pobude nije više u fazi sa talasom rezultantnog fluksa, a razliku u m. m. s. mora da nadoknadi reakcija indukta zbog čega struja indukta dobija vrednost potrebnu da primljena električna snaga odgovara odatoj mehaničkoj snazi. Treba uočiti da je

$$F \sin \delta_{RF} = A \cos \varphi_r \tag{7-4}$$

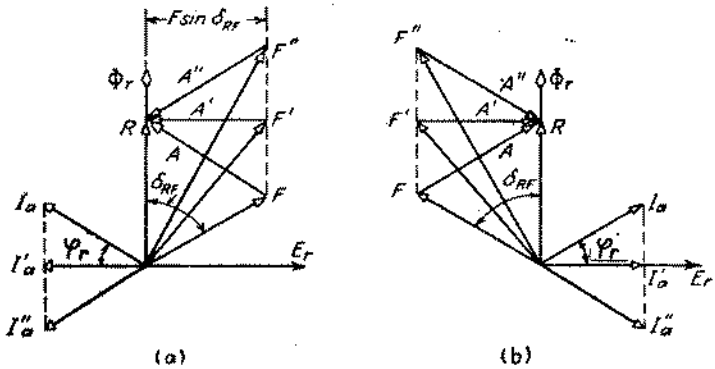
Kao što pokazuje isprekidana linija *ab*, gde je φ_r ugao izmedu struje indukta i zajedničke e. m. s. E_r. Ali $A \cos \varphi_r$ je srazmerno sa aktivnom komponentom struje indukta $I_a \cos \varphi_r$, a prema jedn. 7-3, $F \sin \delta_{RF}$ je srazmerno obrtnom momentu. To znači da je dovedena električna aktivna snaga srazmerna odatom mehaničkom obrtnom momentu, kao što, naravno, i treba da bude.

Ako bi vratilo bilo gonjeno nekom pogonskom mašinom, umesto da bude opterećeno kao vratilo motora, polovi induktora bi se fazno pomerili ispred talasa rezultantnog fluksa za izvestan ugao $-\delta_{RF}$ pri kome bi otporni obrtni momenat $-M$ koji mašina razvija bio ravan motornom obrtnom momentu pogonske mašine, kao što pokazuje tačka g na sl. 7-10. Dejstvo na reakciju indukta i struju indukta pokazano je vektorski na sl. 7-11c. Mašina je sada postala generator.

Na sl. 7-11b i c treba uočiti da je za komponente F i A u fazi sa R:

$$F \cos \delta_{RF} + A \sin \varphi_r = R \tag{7-5}$$

što znači da se ne samo aktivna komponenta struje indukta $I_a \cos \varphi_r$ mora prilagoditi obrtnom momentu, kao što zahteva jedn. 7-4, već da se i reaktivna komponenta $I_a \sin \varphi_r$ mora prilagoditi tako da se odgovarajuća komponenta $A \sin \varphi_r$



Sl. 7-12. Vektorski dijagram koji pokazuje dejstvo promene pobuđivanja. (a) Motor. (b) Generator

m. m. s. reakcije indukta sabira sa komponentom $F \cos \delta_{RF}$ m. m. s. pobude da bi proizvele potrebnu rezultantnu m. m. s. R. Reaktivna snaga može se, prema tome, regulisati podešavanjem pobuđivanja induktora.

Pretpostavimo, na primer, da mašina radi kao motor sa m. m. s. pobude F, sl. 7-12a. Odgovarajući vektor reakcije indukta je A, a struje indukta I_a. Uzmimo sad da se m. m. s. pobude poveća, a da se pri tom opterećenje na vratilu ne promeni. Ako je Φ_r konstantno (kao što zasad pretpostavljamo), onda pri konstantnom obrtnom momentu mora i $F \sin \delta_{RF}$ biti konstantno, tj. mašina se prilagođava povećanom F smanjenjem svog ugla obrtnog momenta δ_{RF}. Geometrijsko mesto vrhova vektora F pri promenama pobudne struje biće, dakle, vertikalna isprekidana linija na sl. 7-12a. Druga isprekidana linija na istoj slici je geometrijsko mesto vrhova vektora odgovarajuće struje indukta I_a. Aktivna komponenta $I_a \cos \varphi_r$ je konstantna, ali se reaktivna komponenta menja. Radi upoređenja prikazana su na sl. 7-12b odgovarajuća geometrijska mesta za generator sa konstantnim Φ_r i konstantnim obrtnim momentom pogonske mašine. Na tim slikama, ako je pobudna struja podešena na vrednost F', mašina radi sa sačiniocem snage jednakim jedinici u odnosu na zajedničku e. m. s. E_r. Ako je pobudna struja nedovoljna da potrebnu rezultantnu m. m. s. stvori bez pomoći m. m. s. indukta, kao što pokazuju vektori F na obema slikama, kaže se da je mašina *slabo pobuđena*. Kad mašina radi bilo kao motor bilo kao generator, reaktivna komponenta struje indukta I_a prednjači pred E_r za 90^0. Ne treba gubiti iz vida da I_a predstavlja struju u pravcu e. m. s. indukovane u mašini i da, prema tome, predstavlja odatu električnu snagu. Na taj način, slabo pobuđena sinhrona mašina ekvivalentna je induktivnom otporu — troši iz mreže reaktivnu snagu. S druge strane, ako je pobudna struja veća nego što je

potrebno za stvaranje zahtevane rezultantne m. m. s., kao što pokazuju vektori F'' u sl. 7-12*a* i *b*, kaže se da je mašina *jako pobuđena*. Bilo da mašina radi kao motor bilo kao generator, reaktivna komponenta struje indukta I_a zaostaje tada za E_r za 90^0. Može se, dakle, smatrati da je jako pobuđeni sinhroni motor ekvivalentan kapacitivnom otporu, odnosno da u mrežu odaje reaktivnu snagu. Veličina i smer toka reaktivne snage određuje se pobuđivanjem induktora pa ih, dakle, rukovalac može podešavati.

7-4. Sačinilac snage mašina za naizmeničnu struju. Sačinilac snage sa kojim rade mašine za naizmeničnu struju predstavlja u ekonomskom pogledu važan faktor zbog cene reaktivne snage. Mali sačinilac snage štetno utiče na rad sistema uglavnom na tri načina. Na prvom mestu, snaga generatora, transformatora i prenosnih uredaja navodi se u kVA a ne u kilovatima, zato što su njihovi gubici i zagrevanje skoro tačno određeni naponom i strujom bez obzira na sačinilac snage. Na drugom mestu, nizak sačinilac snage znači veću struju i veće gubitke u bakru u uređajima za prozvodenje i prenos električne energije. Treći nedostatak je veliki pad napona.

Faktori koji utiču na zahteve u pogledu reaktivne snage kod motora mogu se lako prikazati zavisnošću između tih zahteva i uspostavljanja magnetnog fluksa. U bilo kojoj elektromagnetnoj mašini rezultantni fluks potreban za motorski rad mora da bude stvoren putem komponente magnećenja neke struje. Svejedno je kako za megnetno kolo tako i za osnovni proces pretvaranja energije da li ta struja magnećenja teče kroz namotaj rotora ili statora, isto tako kao što je u osnovi svejedno kroz koji namotaj transformatora teče pobudna struja. U izvesnim slučajevima svaki od namotaja učestvuje u tome delimično. Ako se nekom namotaju za naizmeničnu struju dovodi cela struja magnećenja ili jeden njen deo, dovedena prividna snaga mora da sadrži reaktivnu snagu, jer struja magnećenja zaostaje za padom napona za 90^0. Baš reaktivna snaga stvara fluks u motoru.

Jedini mogućni izvor pobudivanja asinhronog motora je snaga dovedena statoru. Zato asinhroni motor mora da radi sa induktivnim sačiniocem snage. Ovaj sačinilac je veoma mali pri praznom hodu i raste do oko 85 ili 90 odsto pri punom opterećenju; ovo poboljšanje je izazvato većom potrebom za aktivnom snagom pri većem opterećenju.

U sinhronom motoru postoje dva mogućna izvora pobuđivanja: naizmenična struja u induktu ili jednosmerna struja u pobudnom namotaju. Kad je pobudna struja tačno tolika koliko je dovoljno da se stvori potrebna m. m. s. nikakva komponenta struje magnećenja ili reaktivna snaga nije u induktu potrebna i motor radi sa sačiniocem snage jednakim jedinici. Kad je pobudna struja manja (tj. kad je motor slabo pobuđen), nedostatak m. m. s. mora da bude nadoknađen od strane indukta i motor radi sa induktivnim sačiniocem snage. Kad je pobudna struja veća (tj. kad je motor jako pobuđen), višak m. m. s. mora se uravnotežiti u induktu, te se pojavljuje komponenta struje koja prednjači; motor tada radi sa kapacitivnim sačiniocem snage.

S obzirom da se induktivna opterećenja, kao što su transformatori i asinhroni motori, moraju snabdevati strujom magnećenja iz mreže, sposobnost jako pobuđenih sinhronih motora da uzimaju struju koja prednjači veoma je korisna osobina koja može imati značajnu ekonomsku važnost. U stvari, jako pobuđeni sinhroni motori dejstvuju kao generatori reaktivne snage i time otklanjaju potrebu da elektrane isporučuju tu komponentu. Ponekad se neopterećene sinhrone mašine u mrežama instališu jedino radi popravke sačinioca snage ili radi regulisanja toka reaktivne snage. Takve mašine, nazvane *sinhroni kompenzatori*, mogu kao veće jedinice biti ekonomičnije od statičkih kondenzatora.

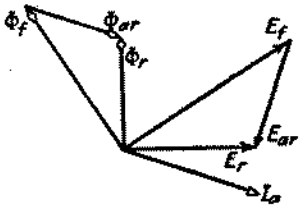
Mnoga preduzeća za snabdevanje energijom uključuju odredbu o sačiniocu snage u svoje tarife za industrijske potrošače. Ove tarife obično predviđaju

povećanje cene kad je sačinilac snage ispod neke određene vrednosti, obično oko 0,85 ind.; ponekad se cena energije smanjuje ako je sačinilac snage iznad 0,90. Međutim, obično su tarife utvrđene tako da se ne isplati popravljati sačinilac snage mnogo iznad 0,90 ili 0,95 ind. s obzirom na porast troškova koji unose uređaji za popravku sačinioca snage. Ako u nekom postrojenju postoji jedna ili više mašina srednje ili velike snage kojima odgovara pogon konstantnom brzinom, za njih treba upotrebiti sinhrone motore. Retko se, pak, dešava da su sinhroni motori ispod 50 KS ekonomični, a često ni ispod 100 KS.

Nominalna snaga u kVA za određenu odatu snagu u KS je veoma približno obrnuto srazmerna nominalnom sačiniocu snage pri punom opterećenju. Veličina, pa prema tome i cena približno je obrnuto srazmerna nominalnom sačiniocu snage. Zbog većeg kućišta i veće pobudne struje motor sa nominalnim sačiniocem snage od 0,80 ima veći polazni momenat, veći momenat uvlačenja u sinhronizam i veći ispadni obrtni momenat nego neki motor sa sačiniocem snage od 1,0 kao što se vidi iz tablice 7-1.

7-5. Sinhrona mašina kao impedansa. Veoma korisno i izvanredno uprošćeno ekvivalentno kolo koje predstavlja ponašanje u ustaljenom stanju sinhrone mašine sa cilindričnim rotorom u uravnoteženom višefaznom sistemu dobiva se kad se dejstvo fluksa reakcije indukta prikaže kao induktivna reaktansa. U svrhu uvodnog razmatranja posmatrajmo jednu nezasićenu mašinu sa cilindričnim rotorom. Mada zanemarivanje magnetne zasićenosti može izgledati prilično drastično uprošćenje, pokazaće se da se dobiveni rezultati mogu izmeniti tako da se i zasićenost uzme u obzir.

Rezultantni fluks u vazdušnom procepu Φ_r može se smatrati kao vektorski zbir komponentnih fluksova koje stvaraju m. m. s. induktora i reakcije indukta Φ_r odnosno Φ_{ar} na sl. 7-13. Sa gledišta namotaja indukta, ovi fluksovi se odražavaju kao indukovane e. m. s. Rezultantna e. m.s. E_r, prema tome, može se smatrati kao vektorski zbir napona usled pobude E_f koji indukuje pobudni fluks i napona E_{ar} koji indukuje fluks reakcije indukta. Komponentne e. m. s. E_f i E_{ar} srazmerne su pobudnoj struji, odnosno struji indukta, a prema konvenciji za pozitivne smerove usvojenoj u od. 7-2 (sl. 7-4) svaka od ovih komponentnih e. m. s. zaostaje za fluksom koji je indukuje za 90°, kao što je vektorski prikazano na sl. 7-13. Ali fluks reakcije indukta Φ_{ar} je u fazi sa strujom indukta I_a i, prema tome, e. m. s. reakcije indukta E_{ar} zaostaje za strujom indukta za 90°. Tako je



Sl. 7-13. Vektorski dijagram komponentnih fluksova i odgovarajućih napona

$$E_f - j\, I_a\, x_\varphi = E_r \tag{7-6}$$

gde je x_φ konstanta proporcionalnosti koja izražava odnos između efektivnih vrednosti E_{ar} i I_a. Treba primetiti da jedn. 7-6 važi i za onaj deo kola na sl. 7-14*a*

Sl. 7-14. Ekvivalentna kola

koji je levo od E_r. Reakcija indukta dejstvuje, prema tome, prosto kao induktivna reaktansa x_φ kojom se uzima u obzir komponentni napon indukovan dejstvom

prostornog osnovnog harmonika fluksa koji stvara reakcija indukta. Ova reaktansa obično se naziva *reaktansa magnećenja* ili *reaktansa reakcije indukta*.

Zajednička e. m. s. E_r razlikuje se od napona na krajevima mašine za padove napona usled otpora indukta i reaktanse rasipanja indukta, kao što je pokazano desno od E_r na sl. 7-14*a*, gde je r_a otpor indukta, x_l reaktansa rasipanja indukta, a U_t napon na krajevima. Sve veličine su fazne (između linije i zvezdišta za mašinu spregnutu u zvezdu). Rasipna reaktansa indukta uzima u obzir napone koje indukuju komponentni fluksovi a koji nisu obuhvaćeni zajedničkom e. m. s. E_r. To su fluksovi rasipanja u žlebu i bočnim vezama i viši prostorni harmonici obrtnog polja koje u vazdušnom procepu proizvode struje indukta, kao što je opisano u od. 4-9.

Najzad, ekvivalentno kolo za nezasićenu mašinu sa cilindričnim rotorom u uravnoteženom višefaznom sistemu svodi se na oblik pokazan na sl. 7-14*b*, na kojoj je mašina prikazana jednofazno, i to svojim naponom usled pobude E_f vezanim na red sa jednom prostom impedansom. Ova impedansa se naziva *sinhrona impedansa*. Njena reaktansa x_s se naziva *sinhrona reaktansa*. Izražena pomoću reaktanse magnećenja i rasipne reaktanse ona iznosi:

$$x_s = x_\varphi + x_l \tag{7-7}$$

Sinhrona reaktansa x_s uzima u obzir celokupni fluks koji proizvode uravnotežene višefazne struje indukta, dok napon usled pobude uzima u obzir fluks koji proizvodi pobudna struja. U nezasićenoj mašini sa cilindričnim rotorom pri konstantnoj učestanosti sinhrona reaktansa je konstanta. Osim toga, napon od pobude srazmeran je pobudnoj struji i ravan naponu koji bi se pojavio na krajevima kad bi kolo indukta bilo otvoreno i kad bi se brzina i pobudna struja održavali konstantnim.

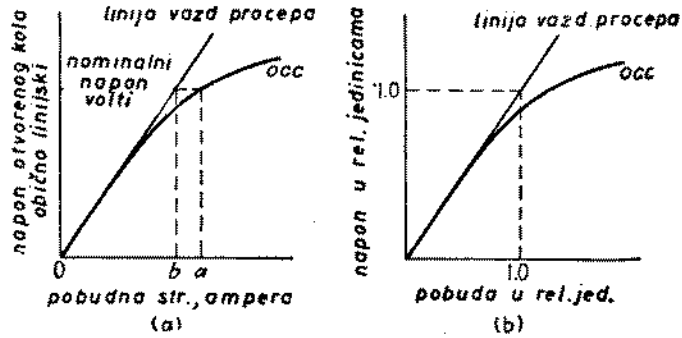
Korisno je imati bar približan pojam o redu veličine komponenata impedanse. Za mašine sa nominalnom snagom iznad nekoliko stotina kVA, pad napona usled otpora indukta pri nominalnoj struji obično je manji nego 0,01 od nominalnog napona; tj. otpor indukta je obično manji od 0,01 u relativnim jedinicama u odnosu na nominalne veličine mašine (Sistem relativnih jedinica je opisan u Dodatku A, od. A—10). Rasipna reaktansa indukta je obično reda 0,1 do 0,2 a sinhrona reaktansa iznosi približno 1,0 sve u relativnim jedinicama. Uopšte uzev, otpor indukta raste a sinhrona reaktansa opada sa smanjenjem veličine mašine. Podrazumevajući i dalje relativne jedinice, otpor indukta može iznositi oko 0,05 a sinhrona reaktansa oko 0,5 za male mašine kao što su one u školskim laboratorijumima. Za sve mašine izuzev malih otpor indukta se obično zanemaruje, izuzev u pogledu njegovog uticaja na gubitke i zagrevanje.

7-6. Karakteristike praznog hoda i kratkog spoja. Sinhrona reaktansa se može odrediti iz rezultata ispitivanja pri praznom hodu i kratkom spoju. Istovremeno se iz takvih ispitivanja mogu dobiti podaci u pogledu gubitaka snage.

a. Karakteristika praznog hoda i gubici usled obrtanja pri praznom hodu. Kao i kriva magnećenja mašine za jednosmernu struju, karakteristika praznog hoda sinhrone mašine je kriva napona na krajevima indukta sa otvorenim kolom u zavisnosti od pobudne struje kad se mašina obrće sinhronom brzinom, kao što pokazuje kriva sa oznakom *o c c* na sl. 7-15*a*. Za postojeću mašinu karakteristika praznog hoda obično se određuje eksperimentalno: mašina se goni mehanički sinhronom brzinom sa otvorenim induktom, pa se napon na krajevima čita za niz vrednosti pobudne struje[4]. Karakteristika praznog hoda često se crta u relativnim jedinicama,

[4] Drugi metodi ispitivanja mogu se upotrebiti za sinhrone motore i u slučajevima kad mehanički pogon nije zgodan. Za korisne podatke o praktičnim metodima ispitivanja, vidi AIEE Test Code for Synchronous Machines, No 503, American Institute of Electrical Engineers, Njujork, 1945.

kao na sl. 7-15*b*. *Jedinica za napon* u sistemu relativnih jedinica je nominalni napon maši ne, a *jedinicapobude* obično se definiše kao pobuda koja odgovara nominal-



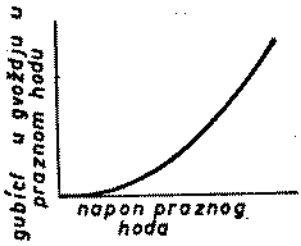
Sl. 7-15. Karakteristika praznog hoda (*a*) sa naponom indukta u voltima i pobudnom strujom u amperima (*b*) u relativnim jedinicama

nom naponu na liniji vazdušnog procepa, kao na sl. 7-15*b*. To znači da je pobuda *Ob* u amperima na sl. 7-15*a* ravna pobudi 1,00 na sl. 7-15*b*.

Ako se za vreme ispitivanja sinhrone mašine u praznom hodu meri mehanička snaga potrebna za njen pogon, mogu se dobiti gubici usled obrtanja u praznom hodu. Oni obuhvataju gubitke na trenje i na provetravanje i gubitke u gvožđu koji odgovaraju fluksu mašine u praznom hodu. Gubici na trenje i provetravanje su pri sinhronoj brzini konstantni, dok je gubitak u gvožđu pri otvorenom kolu funkcija fluksa koji je opet srazmeran naponu pri otvorenom kolu.

Mehanička snaga potrebna za pogon nepobudjene mašine sinhronom brzinom ravna je gubicima te mašine na trenje i provetravanje. Kad se induktor pobudi mehanička snaga je ravna zbiru gubitaka na trenje i provetravanje i gubitaka u gvožđu pri praznom hodu. Gubici u gvožđu pri praznom hodu mogu se, dakle, dobiti iz razlike između ove dve vrednosti mehaničke snage. Sl. 7-16 pokazuje krivu gubitaka u gvožđu pri praznom hodu kao funkciju napona otvorenog kola.

b. Karakteristika kratkog spoja i gubici kratkog spoja. Kad se krajevi sinhrone mašine gonjene sinhronom brzinom kao generator kratko spoje preko podesnih ampermetara kao na sl. 7-17*a*, pa se pobudna struja postupno povećava dok struja indukta ne dostigne najveću bezbednu vrednost (otprilike dvostruku nominalnu struju), mogu se dobiti podaci prema kojima se može grafički prikazati struja ktatkospojenog indukta u zavisnosti od pobudne struje. Ta kriva se naziva *karakteristika kratkog spoja*. Sl. 7-17*b* pokazuje karakteristiku praznog hoda *o c c* i karakteristiku kratkog spoja *s c c*.



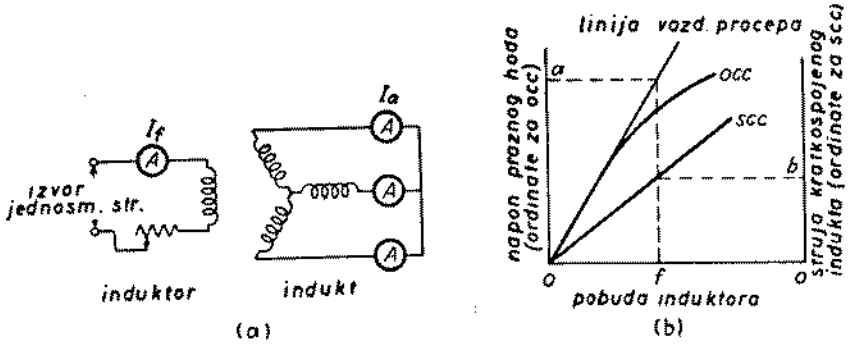
Sl. 7-16. Kriva gubitaka u gvožđu pri praznom hodu

Vektorski odnos između napona od pobude E_f i struje indukta u ustaljenom stanju I_a pri uslovima višefaznog kratkog spoja je

$$E_f = I_a(r_a + jx_s) \tag{7-8}$$

Vektorski dijagram je pokazan na sl. 7-18. Pošto je otpor mnogo manji od sinhrone reaktanse, struja indukta zaostaje za naponom pobude skoro za 90°. Zbog toga je

talas m. m. s. reakcije indukta skoro u osi polova induktora a suprotan m. m. s. induktora, kao što pokazuju vektori A i F koji predstavljaju prostorne talase m. m.s. reakcije indukta odnosno induktora. Talas m. m. s. čija se osa poklapa sa osom



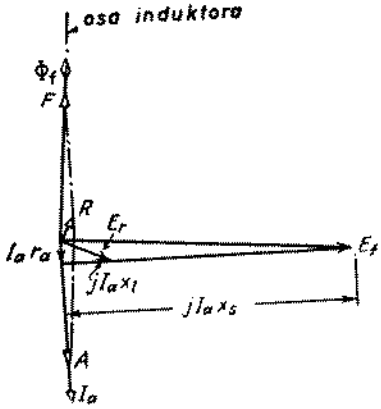
Sl. 7-17. (*a*) Šema za ogled kratkog spoja. (*b*) Karakteristike praznog hoda i kratkog spoja

polova induktora naziva se *m. m. s. uzdužne ose*. U skladu sa tom terminologijom, karakteristika kratkog spoja se često naziva *karakteristika sinhrone impedanse uzdužne ose*, naziv koji osobito ima značaja kod mašina sa isturenim polovima.

Rezultantna m. m. s. stvara rezultantni fluks u vazdušnom procepu koji indukuje rezultantnu e. m. s. E_r ravnu padu napona u otporu indukta r_a i reaktansi rasipanja x_l, što se izražava jednačinom

$$E_r = I_a (r_a + j\, x_l) \tag{7-9}$$

U većini sinhronih mašina otpor indukta je zanemarljiv, a reaktansa rasipanja je između 0,10 do 0,20 tako da se kao srednja vrednost može uzeti 0,15 u relativnim jedinicama. To znači da pri nominalnoj struji indukta pad napona usled rasipne reaktanse iznosi oko 0,15 u relativnim jedinicama. Iz jedn. 7-9 proizilazi, dakle, da zajednička e. m. s. pri nominalnoj struji indukta i kratkom spoju iznosi oko 0,15 u relativnim jedinicama što znači da rezultantni fluks ima samo 0,15 od svoje vrednosti pri normalnom naponu. Prema tome, mašina radi pod uslovima nezasićenosti. Struja kratkospojnog indukta je stoga direktno srazmerna pobudnoj struji u opsegu počev od nule pa znatno iznad nominalne struje indukta.



Sl. 7-18. Vektorski dijagram za uslove pri kratkom spoju

Nezasićena sinhrona reaktansa može se naći iz podataka praznog hoda i kratkog spoja. Pri bilo kojoj podesnoj pobudi induktora, kao što je Of na sl. 7-17*b*, struja kratko spojenog indukta je $O'b$, a napon od pobude za tu pobudnu struju odgovara ordinati Oa pročitanoj na liniji vazdušnog procepa. Valja primetiti da treba uzeti napon sa linije vazdušnog procepa jer kratkospojena mašina radi u uslovima nezasićenosti. Ako je $E_{f(g)}$ napon po fazi koji odgovara vrednosti Oa, a $I_{a(sc)}$ struja indukta po fazi koja odgovara vrednosti $O'b$, tada se iz jedn. 7-8, zanemarujući otpor indukta, dobiva nezasićena vrednost sinhrone reaktanse:

$$x_{s(g)} = \frac{E_{f(g)}}{I_{a(sc)}} \tag{7-10}$$

gde indeksi (g) znače uslove linije vazdušnog procepa. Ako su $E_{f(g)}$ i $I_{a(sc)}$ izraženi u relativnim jedinicama, sinhrona reaktansa je takođe izražena u relativnim jedinicama. Ako su, pak, $E_{f(g)}$ i $I_{a(sc)}$ izraženi u voltima po fazi odnosno amperima po fazi, sinhrona reaktansa će biti u omima po fazi.

Pri radu sa nominalnim naponom na krajevima ili sa približnim naponom, uzima se ponekad da je mašina ekvivalentna nezasićenoj mašini čija kriva magnećenja je prava linija kroz početak i kroz tačku nominalnog napona na karakteristici praznog hoda, kao što pokazuje isprekidana linija Op na sl. 7-19. Sa tom približnošću, zasićena vrednost sinhrone reaktanse pri nominalnom naponu U_t je

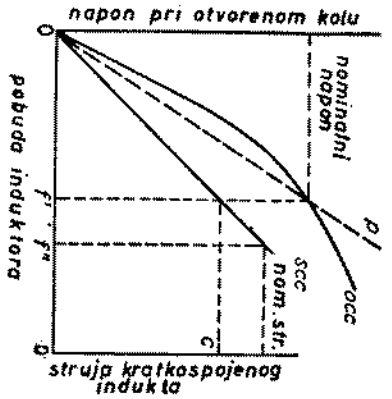
$$x_s = \frac{U_t}{I'_{a(sc)}} \tag{7-11}$$

gde je $I'_{a(sc)}$ struja indukta $O'c$ pročitana na karakteristici kratkog spoja za pobudnu struju Of' koja odgovara vrednosti U_t karakteristike praznog hoda, kao što pokazuje sl. 7-19. Ovaj metod određivanja dejstva zasićenosti daje obično zadovoljavajuće rezultate kad se ne traži velika tačnost. Jedan tačniji metod opisan je u od. 8-3.

Odnos kratkog spoja definisan je kao odnos pobudne struje potrebne za nominalni napon pri praznom hodu prema pobudnoj struji potrebnoj za nominalnu struju indukta pri kratkom spoju. To znači da je na slici 7-19 odnos kratkog spoja OKS

$$\text{OKS} = \frac{Of'}{Of''} \tag{7-12}$$

Može se pokazati da je odnos kratkog spoja recipročna vrednost zasićene sinhrone reaktanse u relativnim jedinicama koju daje jedn. 7-11.



Sl. 7-19. Karakteristike praznog hoda i kratkog spoja

Primer 7-1. Sledeći podaci su uzeti iz karakteristika praznog hoda i kratkog spoja sinhrone trofazne mašine 45 kVA, zvezdaste sprege, 220 V (linijski napon) sa 6 polova i za 60 Hz:

Iz karakteristike praznog hoda:

Linijski napon = 220 V
Pobudna struja = 2,84 A

Iz karakteristike kratkog spoja:

Struja indukta	A	118	152
Pobudna struja	A	2,20	2,84

Iz linije vazdušnog procepa

Pobudna struja = 2,20 A
Linijski napon = 202 V

Izračunati nezasićenu vrednost sinhrone reaktanse, njenu zasićenu vrednost pri nominalnom naponu u skladu sa jedn. 7-11 i odnos kratkog spoja. Izraziti sinhronu reaktansu u omima po fazi, a i u relativnim jedinicama uzimajući nominalne veličine mašine kao bazne.

Rešenje. Pri pobudnoj struji od 2,20 A, fazni napon na liniji vazdušnog procepa je

$$E_{f(g)} = \frac{202}{\sqrt{3}} = 116{,}7 \text{ V}$$

a za istu pobudnu struju, struja indukta u kratkom spoju je

$$I_{a(sc)} = 118 \text{ A}$$

Iz jedn. 7-10,

$$x_{s(g)} = \frac{116{,}7}{118} = 0{,}987\ \Omega \text{ po fazi.}$$

Treba uočiti da je nominalna struja indukta $45\,000/\sqrt{3} \times 220 = 118$ A. Prema tome je $I_{a(sc)} = 1{,}00$ u relativnim jedinicama. Odgovarajući napon vazdušnog procepa je

$E_{f(g)} = 202/220 = 0{,}92$ u relativnim jedinicama

Iz jedn. 7-10 je, u relativnim jedinicama,

$$x_{s(g)} = \frac{0{,}92}{1{,}00} = 0{,}92 \text{ u relativnim jedinicama}$$

Iz karakteristika praznog hoda i kratkog spoja i jedn. 7-11,

$$x_s = \frac{220}{\sqrt{3} \times 152} = 0{,}836\ \Omega \text{ po fazi}$$

U relativnim jedinicama je $I'_{a(sc)} = 152/118 = 1{,}29$ a iz jedn. 7-11

$$x_s = \frac{1{,}00}{1{,}29} = 0{,}775 \text{ u relativnim jedinicama}$$

Iz karakteristike praznog hoda i kratkog spoja i jedn. 7-12,

$$\text{OKS} = \frac{2{,}84}{2{,}20} = 1{,}29$$

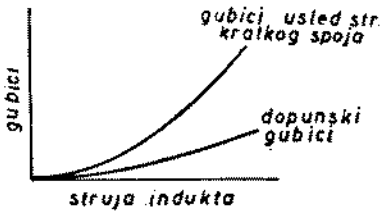
Kad se mehanička snaga potrebna za pokretanje mašine meri u toku izvršenja ogleda kratkog spoja, mogu se dobiti podaci o gubicima koje prouzrokuje struja indukta. Mehanička snaga potrebna za pogon sinhrone mašine za vreme ogleda kratkog spoja ravna je zbiru gubitaka usled trenja i provetravanja i gubitaka prouzrokovanih strujom indukta. Gubici prouzrokovani strujom indukta mogu se naći oduzimanjem gubitaka usled trenja i provetravanja od pogonske snage. Gubici prouzrokovani strujom kratkospojenog indukta nazivaju se kolektivno *gubitak usled struje kratkog spoja*. Kriva gubitka usled struje kratkog spoja u zavisnosti od struje indukta pokazana je na sl. 7-20. Ona je približno parabolična.

Gubitak usled struje kratkog spoja obuhvata gubitak u bakru u namotaju indukta, lokalne gubitke u gvožđu zbog rasipnog fluksa indukta i izvestan veoma mali gubitak u gvožđu prouzrokovan rezultantnim fluksom. Gubitak u otporu određenom jednosmernom strujom može se izračunati kad se otpor izmeri jednosmernom strujom i po potrebi koriguje s obzirom na temperaturu namotaja za vreme ispitivanja u kratkom spoju. Za bakarne provodnike je

$$\frac{r_T}{r_t} = \frac{234{,}5 + T}{234{,}5 + t} \tag{7-13}$$

gde su r_T i r_t otpori na temperaturama T odnosno t u stepenima Celzijusa. Ako se ovaj gubitak u otporu određenom jednosmernom strujom oduzme od gubitka usled struje kratkog spoja, razlika će predstavljati gubitak usled površinskog efekta i vrtložnih struja u provodnicima indukta plus lokalni gubici u gvožđu prouzrokovani rasipnim fluksom indukta. (Gubitak u gvožđu prouzrokovan rezultantnim fluksom u krat-

kom spoju obično se zanemaruje.) Ova razlika između gubitka usled struje kratkog spoja i gubitka u otporu jednosmernoj struji predstavlja dopunske gubitke prouzrokovane naizmeničnom strujom u induktu. To su dopunski gubici opisani u od. 4-11 za koje se obično smatra da imaju istu vrednost pri normalnim uslovima opterećenja kao i u kratkom spoju. Oni su funkcija struje indukta, kao što pokazuje kriva na sl. 7-20.



Sl. 7-20. Krive gubitaka usled struje kratkog spoja i dopunskih gubitaka.

Kao u svakoj mašini za naizmeničnu struju, efektivni otpor indukta dobiva se kad se gubitak snage koji se pripisuje struji indukta podeli sa kvadratom struje. Pod pretpostavkom da su dopunski gubici funkcija samo struje indukta, efektivni otpor $r_{a(eff)}$ indukta može se odrediti iz gubitka usled struje kratkog spoja:

$$r_{a(eff)} = \frac{\text{gubitak usled struje kratkog spoja}}{(\text{struja kratkospojenog indukta})^2} \tag{7-14}$$

Ako su gubitak usled struje kratkog spoja i struja indukta u relativnim jedinicama, efektivni otpor će takođe biti u relativnim jedinicama. Ako su oni u vatima po fazi, odnosno u amperima po fazi, efektivni otpor će biti u omima po fazi. Obično je dovoljno tačno da se odredi vrednost $r_{a(eff)}$ pri nominalnoj struji i da se onda pretpostavi da je ona konstantna.

Primer 7-2. Za sinhronu trofaznu mašinu 45 kVA, vezanu u zvezdu, iz zadatka 7-1, pri nominalnoj struji indukta (118 A) gubitak usled struje kratkog spoja (ukupan za 3 faze) je 1,80 kW na temperaturi od 25° C. (Vidi sl. 7-25.) Otpor indukta izmeren jednosmernom strujom pri ovoj temperaturi je 0,0335 Ω po fazi.

Izračunati efektivni otpor indukta u relativnim jedinicama i u omima po fazi na 25°C.

Rešenje. U relativnim jedinicama, gubitak usled struje kratkog spoja je

$$\frac{1{,}80}{45} = 0{,}040$$

za $I_a = 1{,}00$ u relativnim jedinicama. Prema tome je

$$r_{a(eff)} = \frac{0{,}040}{(1{,}00)^2} = 0{,}040 \text{ u relativnim jedinicama}$$

Računajući po fazi, gubitak usled struje kratkog spoja je

$$\frac{1800}{3} \text{ W po fazi}$$

prema tome, efektivni otpor je

$$r_{a(eff)} = \frac{1800}{3(118)^2} = 0{,}043\ \Omega \text{ po fazi}$$

Odnos otpora naizmenične struje prema otporu jednosmerne struje je

$$\frac{r_{a(eff)}}{r_{a(dc)}} = \frac{0{,}043}{0{,}03\ 5} = 1{,}28$$

Pošto se radi o maloj mašini, njen otpor u relativnim jedinicama je srazmerno visok. Otpor indukta mašina sa nominalnom snagom iznad nekoliko stotina kVA obično je manji od 0,01 u relativnim jedinicama.

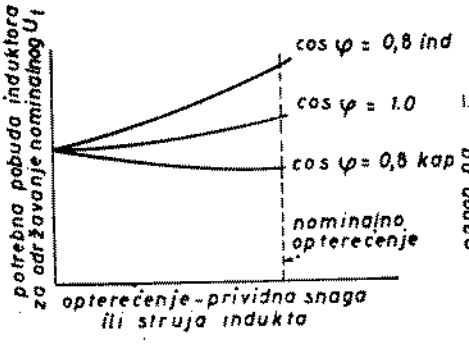
7-7. Radne karakteristike ustaljenog stanja. Glavne radne karakteristike ustaljenog stanja jesu uzajamna zavisnost između napona na krajevima, pobudne struje, struje indukta, sačinioca snage i stepena korisnosti. U mnogim praktičnim

proučavanjima ove karakteristike se mogu izračunati sa dovoljnom tačnošću na osnovu proste teorije mašina sa cilindričnim rotorom. Dejstvo zasićenja u opsegu normalnih napona može se približno uzeti u obzir uzimajući konstantnu sinhronu reaktansu podešenu zbog zasićenosti kao u jedn. 7-11 i ekvivalentnu pravolinijsku krivu magnećenja kao što je *Op* na sl. 7-19. Analiza rada sinhrone mašine u ustaljenom stanju svodi se tada na prost problem toka snage kroz impedansu koja se skoro isključivo sastoji od induktivne reaktanse, kao na sl. 7-14. Za veću tačnost potrebna je potpunija obrada dejstva zasićenja, a katkad se moraju uzeti u obzir i dejstva isturenih polova. Ova pitanja se razmatraju u gl. 8.

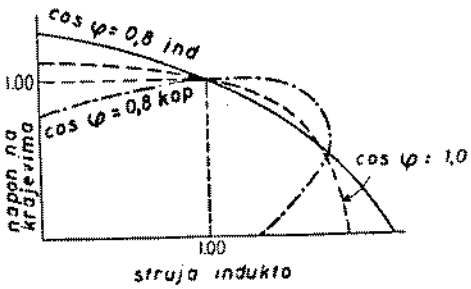
Posmatrajmo sinhroni generator koji pri konstantnoj učestanosti odaje snagu opterećenju sa konstantnim sačiniocem snage. Kriva koja pokazuje pobudnu struju potrebnu za održavanje nominalnog napona na krajevima pri promeni opterećenja sa stalnim sačiniocem snage naziva se *karakteristika pobude* (ili *regulacije*). Ona je slična karakteristici pobude mašine za jednosmernu struju (sl. 5-29). Sl. 7-21 pokazuje tri ovakve krive za različite konstantne vrednosti sačinioca snage.

Kad se pobudna struja održava konstantnom dok se opterećenje menja, menja se i napon na krajevima. Karakteristične krive napona na krajevima u zavisnosti od struje indukta za tri konstantna sačinioca snage pokazuje sl. 7-22. Svaka kriva je nacrtana za izvesnu konstantnu pobudnu struju, ali je vrednost pobudne struje za svaku ktivu drukčija. U svakom slučaju, pobudna struja je jednaka vrednosti potrebnoj da se dobije nominalni napon na krajevima pri nominalnoj struji indukta i odgovara vrednosti nominalne struje indukta pročitanoj na karakteristikama pobude (sl. 7-21).

Nominalna snaga sinhronih generatora obično se izražava u vidu maksimalne prividne snage u kVA pri određenom naponu i sačiniocu snage (često 0,8 ind.) koju oni mogu da odaju neprekidno ne zagrevajući se preterano. Zagrevanje induktora pri zahtevanom pobudivanju sa induktivnim sačiniocima snage može biti najstrože ograničenje, naročito za turbogeneratore. Pri normalnim optere-



Sl. 7-21. Karakteristike pobude generatora

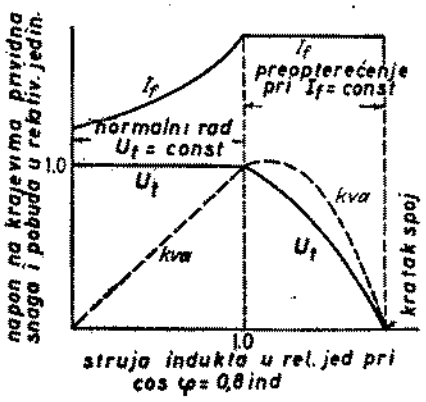


Sl. 7-22. Spoljne (voltamperne) karakteristike generatora pri stalnoj pobudnoj struji

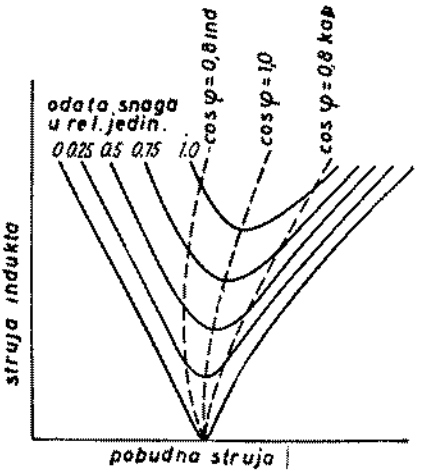
ćenjima pobudna struja se obično reguliše tako da se nominalni napon na krajevima održava kad se opterećenje menja, te mašina radi po karakteristici pobude. Pri preopterećenjima pobudna struja se često održava konstantnom na najvećoj dozvoljenoj vrednosti utvrđenoj ograničenjima zagrevanja induktora, tako da mašina radi po karakteristici pri konstantnoj pobudnoj struji. Na taj način se u slučaju iznenadnog preopterećenja rad održava, ali sa smanjenim naponom. Složena karakteristika ovakvog rada pri konstantnom sačiniocu snage data je na sl. 7-23.

U od. 7-3 već je pokazano da se sačinilac snage sa kojim radi sinhroni motor, pa prema tome i njegova struja indukta, mogu regulisati podešavanjem pobude njegovog induktora. Kriva koja pokazuje zavisnost između struje indukta i pobudne struje pri konstantnom naponu na krajevima i konstantnom opterećenju vratila naziva se *kriva V* zbog svog karakterističnog oblika. Slika 7-24 pokazuje familiju krivih V. Za konstantnu odatu snagu struja indukta je, naravno, najmanja za sačinilac snage ravan jedinici, a raste kad sačinilac snage opada. Isprekidane linije su geometrijska mesta konstantnih sačinilaca snage. To su karakteristike pobude sinhronog motora koje pokazuju kako se pri promeni opterećenja pobudna struja mora menjati da bi se sačinilac snage održao konstantan. Tačke desno od karakteristike pobude za sačinilac snage ravan jedinici odgovaraju povećanoj pobudi dok dovedena struja prednjači; tačke levo odgovaraju smanjenoj pobudi dok dovedena struja kasni. Karakteristike pobude sinhronog motora veoma su slične karakteristikama pobude generatora na sl. 7-21. (Pri upoređenju sl. 7-21 i 7-24 treba imati u vidu da su apscisna i ordinatna osa međusobno zamenjene.) U stvari, kad ne bi bilo izvesnih malih uticaja otpora indukta, karakteristike pobude motora i generatora bile bi identične uzuzev što bi krive induktivnih i kapacitivnih sačinilaca snage bile međusobno zamenjene.

Kao za sve elektromagnetne mašine gubici u sinhronim mašinama sastoje se od gubitaka u bakru namotaja, gubitaka u gvožđu i mehaničkih gubitaka. Konvencionalni stepen korisnosti izračunava se prema nizu pravila usvojenih od strane



Sl. 7-23. Karakteristike generatora sa sačiniocem snage 0,8 ind.



Sl. 7-24. Krive V sinhronog motora

ASA[5]. Opšta načela na kojima su ta pravila zasnovana opisana su u od. 4-11. Svrha sledećeg primera je da pokaže kako se ova pravila primenjuju posebno na sinhrone mašine.

Primer 7-3. Sl. 7-25 sadrži podatke o gubicima sinhrone mašine iz primera 7-1 i 7-2. Izračunati njen stepen korisnosti kad ona radi kao sinhroni motor pri naponu na krajevima od 230 V kad se u njen indukat dovodi snaga od 45 kW sa sačiniocem snage 0,80 ind. Pobudna struja merena pri ogledu opterećenja pod ovim uslovima je $I_{f(\text{ogled})} = 5{,}50$ A.

---

[5] ASA Standards, Rotating Electrical Machinery, *Bull.* C50-1943, str. 31, American Standards Association, Njujork, 1943.

Rešenje. Pri datim radnim uslovima struja indukta je

$$I_a = \frac{45\,000}{\sqrt{3}\cdot 230\cdot 0{,}80} = 141 \text{ A}$$

Gubici u bakru imaju se izračunati na osnovu otpora određenog jednosmernom strujom u namotajima pri 75°C. Korektura otpora namotaja pomoću jedn. 7-13 daje

Otpor pobudnog namotaja r_f pri 75°C = 35,5 Ω

Otpor indukta određen jednosmernom strujom r_a pri 75°C = 0,0399 Ω po fazi

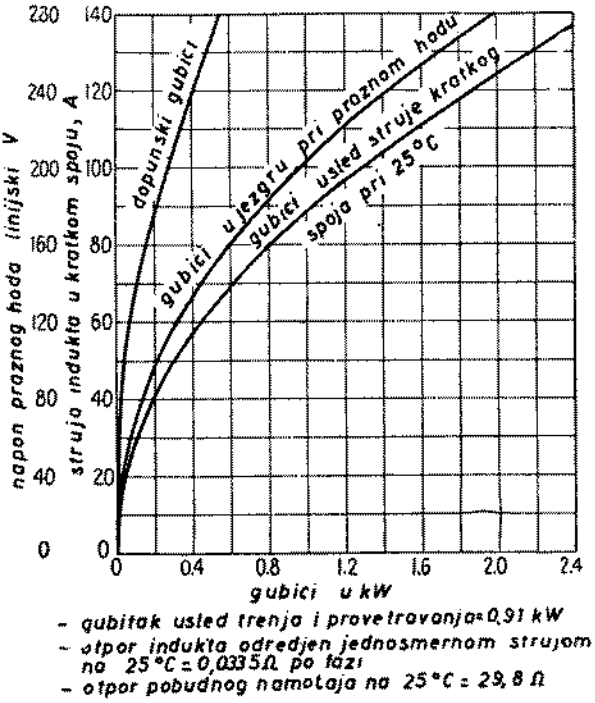
Gubitak u bakru pobudnog namotaja je

$$I^2_f\ r_f = 5{,}50^2 \times 35{,}5 = 1\,070 \text{ W ili } 1{,}07 \text{ kW}$$

Prema standardima ASA, gubici u pobudnom otporniku i u pobudnici ne stavljaju se na teret mašine. Gubitak u bakru indukta je

$$3\ I_a^2\ r_a = 3 \times 141^2 \times 0{,}0399 = 2\,380 \text{ W ili } 2{,}38 \text{ kW}$$

a prema jedn. 7-25, za I_a = 141 A, dopunski gubici su 0,56 kW. Prema standardima ASA, za dopunske gubitke se ne vrši temperaturna korektura.



Sl. 7-25. Gubici trofazne šestopolne sinhrone mašine 45 kVA spregnute u zvezdu

Gubitak u gvožđu čita se sa krive gubitka u gvožđu u praznom hodu za napon ravan unutrašnjem naponu „iza" otpora mašine. Smatra se da dopunski gubici potiču od gubitaka usled fluksa rasipanja indukta. Za motorski rad ovaj unutrašnji napon, izražen vektorski:

$$U_t - I_a r_a = \frac{230}{\sqrt{3}} - 141\,(0{,}80 + j\,0{,}60)\,(0{,}0399)$$

$$= 128{,}4 - j\,3{,}4$$

Njegova veličina je 128,4 V (fazni) ili 222 V (linijski), Iz sl. 7-25, gubitak u gvožđu u praznom hodu je 1,20 kW. Isto tako, gubitak usled trenja i provetravanja je 0,91 kW. Time su određeni svi gubici.

Ukupni gubici = 1,07 + 2,38 + 0,56 + 1,20 + 0,91 = 6,12 kW

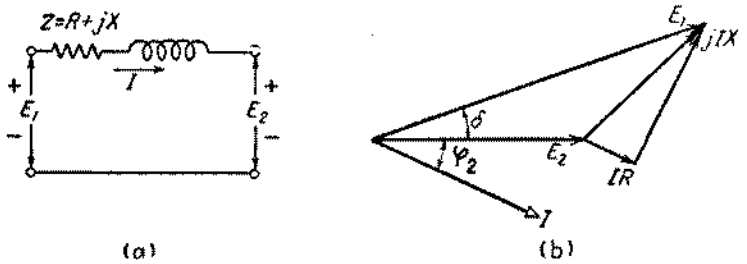
Dovedena snaga je zbir snage naizmenične struje dovedene induktu i snage jednosmerne struje dovedene induktoru, ili

$$\text{Dovedena snaga} = 46{,}07 \text{ kW}$$

Prema tome je

$$\text{Stepen korisnosti} = 1 - \frac{\text{gubici}}{\text{dovedena snaga}} = 1 - \frac{6{,}12}{46{,}1} = 0{,}867$$

7-8. Karakteristike snaga—ugao u ustaljenom stanju. Maksimalno kratkotrajno preopterećenje koje sinhrona mašina može da savlada određeno je maksimalnim obrtnim momentom koji se može razviti bez gubitka sinhronizma. Svrha ovog odeljka je da se izvedu izrazi za granice snage u ustaljenom stanju pro stih sistema na osnovu teorije cilindričnog rotora, a za postupna opterećenja



Sl. 7-26. (*a*) Impedansa vezana na red sa dva napona. (*b*) Vektorski dijagram

obuhvatajući dosad zanemarivani uticaj spoljnih impedansi. Proučavanje granica snage sinhrone mašine je samo poseban slučaj opštijeg problema ograničenja snage koja se kroz izvesnu induktivnu impedansu može preneti.

Posmatrajmo prosto kolo na sl. 7-26*a* koje se sastoji od dva naizmenična napona E_1 i E_2 vezanih preko impedanse Z kroz koje teče struja I. Vektorski dijagram je pokazan na sl. 7-26*b*. Snaga P_2 koja se odaje kroz impedansu na njenom potrošačkom E_2 je

$$P_2 = E_2 I \cos \varphi_2 \tag{7-15}$$

gde je φ_2 fazni ugao struje I u odnosu na E_2. Struja je, vektorski

$$I = \frac{E_1 - E_2}{Z} \tag{7-16}$$

Kad se vektori napona i imepdansa izraze u polarnom koordinatnom sistemu,

$$I = \frac{E_1/\delta - E_2/0^\circ}{Z/\varphi_z} = \frac{E_1}{Z}\,/\delta - \varphi_z - \frac{E_2}{Z}\,/-\varphi_z \tag{7-17}$$

gde su E_1 i E_2 veličine napona, δ fazni ugao za koji E_1 prednjači ispred E_2, Z veličina impedanse, a φ_z njen ugao u polarnom predstavljanju. Realni deo desne strane vektorske jednačine 7-17 je komponenta struje I u fazi sa E_2, zbog čega je

$$I \cos \varphi_2 = \frac{E_1}{Z} \cos(\delta - \varphi_z) - \frac{E_2}{Z} \cos(-\varphi_z) \tag{7-18}$$

Zamenom jedn. 7-18 u jedn. 7-15, i imajući u vidu da je $\cos(-\varphi_z) = \cos \varphi_z = R/Z$ dobiva se

$$P_2 = \frac{E_1 E_2}{Z} \cos(\delta - \varphi_z) - \frac{E_2^2 R}{Z^2} \tag{7-19}$$

$$= \frac{E_1 E_2}{Z} \sin(\delta + \alpha_z) - \frac{E_2^2 R}{Z^2} \tag{7-20}$$

gde je

$$\alpha_z = 90^\circ - \varphi_z = \operatorname{arc\,tg} \frac{R}{X} \tag{7-21}$$

što je obično mali ugao.

Slično se snaga P_1 na generatorskom kraju impedanse može izraziti kao

$$P_1 = \frac{E_1 E_2}{Z} \sin(\delta - \alpha_z) + \frac{E_1^2 R}{Z} \tag{7-22}$$

Kad je otpor zanemarljiv kao što je često slučaj:

$$P_1 = P_2 = \frac{E_1 E_2}{X} \sin \delta \tag{7-23}$$

Kad je otpor zanemarljiv i naponi konstantni, maksimalna snaga je

$$P_{1\max} = P_{2\max} = \frac{E_1 E_2}{X} \tag{7-24}$$

što se dešava kad je $\delta = 90^\circ$.

Jednačina 7-23 može se uporediti sa osnovnom jednačinom obrtnog momenta 3-22 ili 7-3, izraženom pomoću talasa fluksa i m. m. s. koji uzajamno dejstvuju. U jedn. 7-3 rezultantni fluks u vazdušnom procepu Φ_r indukuje rezultantnu e. m. s. E_r, a m. m. s. induktora indukuje napon od pobude E_f. Kad se zanemari zasićenje, napon od pobude E_f je linearno srazmeran m. m. s. induktora F. Vremenski fazni ugao između napona E_r i E_f ravan je prostornom faznom uglu δ_{RF} između odgovarajućih talasa fluksa. Ako su konstante proporcionalnosti između m. m. s. i fluksa i između fluksa i e. m. s. izračunate, jedn. 7-3 može se izraziti kao

$$M = \frac{q}{\omega_s} \frac{E_r E_f}{x_\varphi} \sin \delta_{RF} \tag{7-25}$$

gde je q broj faza, ω_s sinhrona brzina u mehaničkim radijanima po sekundi, a x_φ reaktansa magnećenja. Prema tome, unutrašnja elektromehanička snaga po fazi je

$$P = \frac{E_r E_f}{x_\varphi} \sin \delta_{RF} \tag{7-26}$$

Jednačina 7-26, dakle, slaže se sa jedn. (7-23) za tok snage kroz reaktansu x_φ sa naponima E_r i E_f na njena dva kraja.

Treba primetiti da jedn. 7-26 predstavlja jedan opšti odnos između pet razmatranih veličina. To je, međutim, izraz sinusoide sa maksimalnom vrednošću za $\delta_{RF} = 90^\circ$ samo ako su E_r, E_f i x_φ konstante. U stvarnoj mašini zajednička e. m. s. nije konstantna kad se opterećenje menja zbog promenljivih padova napona u rasipnoj impedansi indukta i u spoljnim kolima. Analiza problema pomoću ekvivalentnih kola, međutim, omogućuje nam da lako sagledamo uticaj tih impedansa, kao i u unutrašnje uzajamno dejstvo magnetnih polja.

Primer 7-4. Sinhroni motor od 2000 KS, cos φ = 1,0, 3 faze, sprega Y, 2.300 V, 30 polova, 60 Hz ima sinhronu reaktansu od 1,95 Ω po fazi. Za svrhe ovog problema mogu se svi gubici zanemariti.

a) Izračunati maksimalni obrtni momenat koji ovaj motor može da razvije kad se napaja snagom iz krute mreže sa nominalnim naponom i nominalnom učestanošću i kad je pobuda njegovog induktora konstantna i ima vrednost koja odgovara sačiniocu snage 1,00 pri nominalnom opterećenju.

b) Umesto krute mreže iz tač. *a)* pretpostavlja se da se motor napaja snagom od trofaznog turbogeneratora sprege Y, 2300 V, 1750 kVA, 2 pola, 3600 obr/min, čija sinhrona reaktansa iznosi 2,65 Ω po fazi. Generator se pokreće sinhronom brzinom a pobude induktora generatora i motora podešene su tako da motor radi sa sačiniocem snage od 1,00 i nominalnim naponom na krajevima pri punom opterećenju. Pobude induktora obe mašine održavaju se konstantnim, a mehaničko opterećenje sinhronog motora postepeno se povećava. Izračunati maksimalni obrtni momenat motora pri tim uslovima. Izračunati, sem toga, napon na krajevima kad motor razvija svoj maksimalni obrtni momenat.

Rešenje. Mada ova mašina nesumnjivo pripada tipu mašina sa isturenim polovima, rešićemo problem prostom teorijom cilindričnih rotora. Prema tome, neće se uzimati u obzir reluktantni obrtni momenat. Mašina će stvarno razvijati nešto veći maksimalni obrtni momenat od vrednosti koju ćemo izračunati.

a) Ekvivalentno kolo je prikazano na sl. 7-27*a*, a vektorski dijagram za puno opterećenje na sl. 7-27*b*, gde je E_{fm} napon od pobude motora a x_{sm} je njegova sinhrona reaktansa. Polazeći od nominalne snage motora i zanemarujući gubitke.

Nominalna prividna snaga = 2000 × 0,746 = 1492 kVA, 3 faze = 497 kVA po fazi

$$\text{Nominalni napon} = \frac{2300}{\sqrt{3}} = 1330 \text{ V prema zvezdištu}$$

$$\text{Nominalna struja} = \frac{497\,000}{1330} = 374 \text{ A po fazi}$$

Iz vektorskog dijagrama za puno opterećenje

$$E_{fm} = \sqrt{U_t^2 + (I_a x_{sm})^2} = 1\,515 \text{ V}$$

Kad je izvor snage kruta mreža a pobuda induktora konstantna, U_t i E_{fm} su konstantni. Zamenjujući u jedn. 7-24 E_1 sa U_t, E_2 sa E_{fm} i X sa x_{sm} dobija se

$$P_{\max} = \frac{U_t E_{fm}}{x_{sm}} \tag{7-27}$$

$$= \frac{1330 \times 1515}{1{,}95} = 1030 \times 10^3 \text{ W po fazi}$$

$$= 3090 \text{ kW za 3 faze}$$

u relativnim jedinicama, $P_{\max}$ = 3090/1492 = 2,07). Sa 30 polova pri 60 Hz, sinhrona brzina = = 4 obr/s.

$$M_{\max} = \frac{P_{\max}}{\omega_s} = \frac{3090 \times 10^3}{2\pi \times 4} = 123 \times 10^3 \text{ Nm}$$

$$= 0{,}738\,(123 \times 10) = 90\,600 \text{ funti-stopa}$$

b) Kad je izvor snage turbogenerator, ekvivalentno kolo postaje kao na sl. 7-27*c*, gde je E_{fg} napon od pobude generatora, a x_{sg} njegova sinhrona reaktansa. Vektorski dijagram za puno opterećenje motora, sa sačiniocem snage 1,00, pokazuje sl. 7-27 *d*. Kao ranije,

U_t = 1330 V pri punom opterećenju

E_{fm} = 1515 V

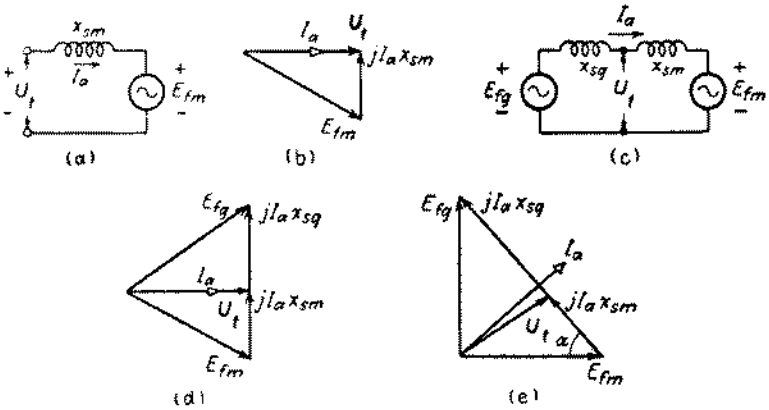
Pad napona usled sinhrone reaktanse u generatoru je

$$I_a x_{sg} = 374 \times 2{,}65 = 991 \text{ V}$$

a iz vektorskog dijagrama je

$$E_{fg} = \sqrt{U_t^2 + (I_a x_{sg})^2} = 1655 \text{ V}$$

S obzirom da su pobude induktora i brzine obe mašine konstantne, E_{fg} i E_{fm} su konstantni. Zamenjujući u jedn. 7-24 E_1 sa E_{fg}, E_2 sa E_{fm} i X sa $x_{sg} + x_{sm}$ dobija se



Sl. 7-27. Ekvivalentna kola i vektorski dijagrami za primer 7-4

$$P_{\max} = \frac{E_{fg}\,E_{fm}}{x_{sg} + x_{sm}} \tag{7-28}$$

$$= \frac{1655 \times 1515}{4{,}60} = 545 \times 10^3 \text{ W po fazi}$$

$$= 1635 \text{ kW za 3 faze}$$

(U relativnim jedinicama, $P_{\max} = 1635/1492 = 1{,}095$)

$$M_{\max} = \frac{P_{\max}}{\omega_s} = \frac{1635 \times 10^3}{2 \times 4} = 65 \times 10^3 \text{ Nm}$$

$$= 48\,000 \text{ funti-stopa}$$

Sinhronizam će se izgubiti kad se na vratilu motora pojavi otporni momenat opterećenja veći od ove vrednosti. Motor bi tada, iako pod naponom, stao, generator bi težio da suviše poveća brzinu i automatski prekidač bi prekinuo kolo.

Pri nepromenljivim pobudama, najveća snaga nastaje kad E_{fg} prednjači ispred E_{fm} za 90°, kao što pokazuje sl. 7-27*e*. Iz tog vektorskog dijagrama

$$I_a(x_s + x_{sm}) = \sqrt{E_{fg}^2 + E_{fm}^2} = 2\,240 \text{ V}$$

$$I_a = \frac{2240}{4{,}60} = 488 \text{ A}$$

$$I_a x_{sm} = 488 \times 1{,}95 = 951 \text{ V}$$

$$\cos\alpha = \frac{E_{fm}}{I_a(x_{sg} + x_{sm})} = \frac{1515}{2240} = 0{,}676$$

$$\sin\alpha = \frac{E_{fg}}{I_a(x_{sg} + x_{sm})} = \frac{1655}{2240} = 0{,}739$$

Vektorska jednačina za napon na krajevima je

$$U_t = E_{fm} + j\,I_a x_{sm} = E_{fm} - I_a x_{sm}\cos\alpha + jI_a x_{sm}\sin\alpha = 1515 - 643 +$$
$$+ j\,703 = 872 + j\,703$$

Veličina U_t je

$$U_t = 1\,120 \text{ V — fazni}$$

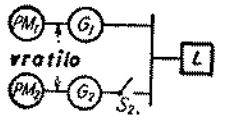
$$= 1\,940 \text{ V — linijski}$$

Kad je izvor turbogenerator, kao u tač. *b)*, njegova impedansa čini da napon na krajevima opada kad opterećenje raste, zbog čega se maksimalna snaga od 3090 kW iz tač. *a)* smanjuje na 1635 kW u tač. *b)*.

7-9. Paralelno spregnuti sinhroni generatori. Sinhroni generatori mogu se lako sprezati u paralelan rad i, stvarno, sistemi za snabdevanje električnom energijom u visoko industrijalizovanim zemljama mogu imati desetine, pa i stotine alternatora u paralelnom radu, povezanih dalekovodima dugačkim stotinama kilometara, kojima se snabdevaju potrošači rasuti na površinama od po nekoliko stotina hiljada kvadratnih kilometara. Ovi ogromni sistemi su izrasli uprkos potrebi da se oni izrade tako da se sinhronizam održi pri poremećajima u mreži i uprkos svim tehničkim i administrativnim problemima koji se moraju rešiti da bi se koordinisao rad tako složenih sistema mašina i osoblja.

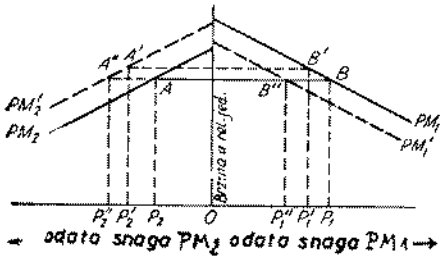
Glavni razlozi za ovakvo povezivanje sistema jesu neprekidnost rada i uštede u osnovnim investicijama i u pogonskim troškovima. Ekonomski obziri dolaze do izražaja u mnogim pojedinostima kao što su uštede u gorivu koje se postižu kombinovanjem hidroelektrana i termoelektrana u istom sistemu tako da se hidraulična snaga može potpuno koristiti u periodima visokog vodostaja, dok se termička snaga rezerviše za periode oskudne vodom. Svaka elektrana sistema sastoji se obično od nekoliko alternatora u paralelnom hodu.[6]

Da bismo na uprošćen način prikazali osnovne odlike paralelnog rada, posmatrajmo elementarni sistem sačinjen od dva istovetna trofazna generatora G_1 i G_2 sa njihovim pogonskim motorima PM_1 i PM_2 koji isporučuju snagu opterećenju l, kao što pokazuje „jednopolna" šema na sl. 7-28. Pretpostavimo da G_1 odaje snagu pod naponom i učestanošću nominalne vrednosti, dok je generator G_2 isključen. Generator G_2 može se uključiti da radi paralelno sa G_1 kad se dovede na sinhronu brzinu i njegov pobudni otpornik podesi tako da napon generatora bude ravan naponu sabirnica. Kad učestanost mašine koja se uključuje nije potpuno jednaka sa učestanošću sabirnica, fazni stav napona generatora i sabirnica menja se sa učestanošću ravnoj razlici učestanosti dva napona — možda izvesnom delu herca. Prekidač S_2 treba da se uključi u trenutku kad su oba napona u fazi a napon na prekidaču ravan nuli. Instrument koji pokazuje pogodan trenutak poznat je pod imenom *sinhronoskop*. Pošto je generator G_2 sinhronizovan na taj način, aktivno i reaktivno opterećenje može se razdeliti na obe mašine odgovarajućim podešavanjem otvora prigušnih ventila pogonskih mašina i pobudnih otpornika.



Sl. 7-28. Paralelni rad dva sinhrona generatora

Suprotno generatorima jednosmerne struje, paralelno spregnuti sinhroni generatori moraju imati potpuno istu brzinu u ustaljenom stanju (pri jednakom broju polova). Način raspodele aktivne snage između njih zavisi zbog toga skoro isključivo od karakteristika brzina—snaga njihovih pogonskih mašina. Na sl. 7-29, kose pune linije PM_1 i PM_2 predstavljaju karakteristike brzina—snaga dve pogonske mašine pri konstantnim otvorima prigušnog ventila. Karakteristike brzina—snaga svih postojećih pogon-



Sl. 7-29. Karakteristike brzina—snaga pogonske mašine

[6] Za razmatranja o ekonomskom i društvenom značaju i o nekim tehničkim aspektima modernih električnih energetskih sistema vidi Philip Sporn: „The Integrated Power System", Mc Graw-Hill Book Company, Inc., Njujork, 1950.

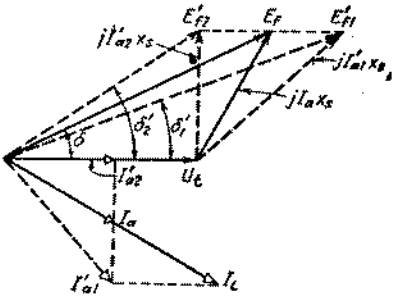
skih motora su opadajuće. Horizontalna linija AB predstavlja ukupno opterećenje, a odate snage generatora su P_1 i P_2 (zanemarujući gubitke). Pretpostavimo sada da se otvor prigušnog ventila mašine PM_2 poveća, čime bi se njena kriva brzina—snaga pomerila naviše na isprekidanu liniju PM'_2. Isprekidana linija $A'B'$ predstavlja sada snagu koja odgovara opterećenju. Treba primetiti da se odata snaga generatora 2 time povećala od P_2 na P'_2, dok se snaga generatora 1 smanjila od P_1 na P'_1. Istovremeno se povećala učestanost sistema. Učestanost se može vratiti na normalnu kad se još malo opterećenja prebaci sa generatora 1 na generator 2 zatvaranjem prigušnog ventila motora 1, čime se kriva brzina—snaga generatora 1 spušta na isprekidanu liniju PM'_1. Ukupno opterećenje predstavlja sada linija $A''B''$, a odate snage generatora su P''_1 i P''_2. Učestanost sistema i raspodela aktivne snage između generatora mogu se na taj način regulisati pomoću prigušnih ventila pogonskih mašina.

Uporedenje prethodnog razmatranja sa razmatranjem iz od. 6-3 pokazuje da u pogledu paralelnog rada postoje važne razlike između sinhronih generatora i generatora jednosmerne struje. Struja indukta generatora jednosmerne struje potpuno je odredena razlikom izmedu indukovane e. m. s. E_a i napona na krajevima U_t, kao u jedn. 6-2 i 6-3. Raspodela opterećenja izmedu njih potpuno je određena njihovim spoljnim karakteristikama, kao na sl. 6-16 i 6-17. Opterećenje se može prebacivati sa jednog generatora na drugi podešavanjem pobudnih otpornika. Svejedno je da li će pri promenama opterećenja nastupiti nejednake promene brzinâ. Kod sinhronih generatora, međutim, odata snaga nije određena pobuđivanjem i naponima na krajevima, jer ti naponi mogu da podešavaju svoj fazni ugao δ, shodno odnosu snaga—ugao (jedn. 7-23). Naprotiv, odatu električnu snagu određuje mehanička snaga koju daje pogonska mašina, kao što pokazuje sl. 7-29. Promene pobude generatora dovode do promena ugla δ, ali ne utiču praktično na raspodelu aktivne snage.

Promene pobude, međutim, utiču na napon na krajevima i na raspodelu reaktivne snage. Na primer, uzmimo da su dva istovetna generatora na sl. 7-28 podešena da podjednako dele aktivno i reaktivno opterećenje. Vektorski dijagram je prikazan punim linijama na sl. 7-30, gde je U_t napon na krajevima, I_l struja opterećenja, I_a struja indukta u svakom od generatora, a E_f napon indukovan dejstvom induktora. Pad napona usled sinhrone reaktanse u svakom od generatora je $jI_a x_s$, a padovi napona usled otpora se zanemaruju. Uzmimo sada da se pobuđivanje generatora 1 pojača. Napon sabirnica U_t će se takođe povisiti. On se može vratiti na normalni napon slabljenjem pobuđivanja generatora 2. Konačno stanje prikazuju isprekidani vektori na sl. 7-30. Napon na krajevima, struja opterećenja i sačinilac snage opterećenja ostali su nepromenjeni. S obzirom da prigušni ventili pogonskih mašina nisu taknuti, odata snaga i aktivne komponente struja indukata generatora nisu se promenili. E. m. s. usled pobude E_{f1} i E_{f2} fazno su pomerene tako da $E_f \sin \delta$ ostaje konstantno u skladu sa uslovom za konstantnu snagu u jedn. 7-23. Generator sa pojačanim pobudivanjem preuzeo je više reaktivnog induktivnog opterećenja. Pri uslovima koje pokazuju isprekidani vektori na sl. 7-30, generator 1 daje celu reaktivnu snagu a generator 2 radi sa sačiniocem snage ravnim jedinici. Napon na krajevima i raspodela reaktivne snage izmedu generatora može se na taj način regulisati pomoću pobudnih otpornika

Obično su prigušni ventili pogonskih mašina pod komandom kako regulatora brzine mašine, tako i automatskih regulatora učestanosti pa se učestanost sistema održava skoro sasvim konstantnom, a snaga se pravilno raspodeljuje na generatore. Napon i tok reaktivne snage regulišu se često automatski regulatorima napona koji dejstvuju na pobudna kola generatora i transformatorima sa automatskim menjanjem izvoda.

7-10. Rezime. Rad simetrične višefazne sinhrone mašine je u svojoj suštini prilično prost. Pobudni namotaj napajan jednosmernom strujom stvara magnetno polje koje se obrće s rotorom. Uravnotežene višefazne struje indukta stvaraju takođe jedno komponentno magnetno polje koje se obrće duž vazdušnog procepa, prelazeći mehanički ugao ravan uglu obuhvaćenom dvama susednim polovima za vreme koje odgovara jednoj periodi. Kad se rotor obrće tom brzinom, komponentna polja statora i rotora su međusobno nepomična, i njihovim uzajamnim dejstvom stvara se jednosmeran obrtni momenat. Rezultantni fluks u vazdušnom procepu proizveden je zajedničkim dejstvom pobudne struje i struje indukta.



Sl. 7-30. Dejstvo promene pobuđivanja dva paralelno spregnuta sinhrona generatora

Sinhrona mašina ima dve važne karakteristike: (1) nepromenljivu brzinu kad radi sa konstantnom učestanošću i (2) sposobnost da se u radu prilagodi širokom opsegu sačinioca snage.

Prva karakteristika je rezultat odnosa između brzine obrtnog magnetnog polja proizvedenog strujama indukta i učestanosti tih struja. Samo pri toj brzini su zadovoljeni uslovi za proizvođenje jednosmernog korisnog obrtnog momenta. Iako se brzina može trenutno razlikovati od sinhrone brzine, kao u toku prelaznog perioda prilagođavanja novim uslovima ustaljenog stanja, prosečna brzina u ustaljenom stanju mora biti konstantna. Mašina se prilagodava promenama obrtnog momenta na vratilu podešavanjem svog ugla obrtnog momenta kao u jedn. 7-3. Elektromagnetni obrtni momenat na rotoru dejstvuje u smeru da magnetne polove poravna sa talasom rezultantnog fluksa u vazdušnom procepu. Za generatorski rad moraju polovi induktora da budu gonjeni ispred rezultantnog talasa fluksa u vazdušnom procepu motornim obrtnim momentom neke pogonske mašine, dok pri motorskom radu polovi induktora moraju biti vučeni za talasom rezultantnog fluksa u vazdušnom procepu od strane otpornog momenta opterećenja vratila. Sve se zbiva kao da su polovi rotora vezani nekim elastičnim trakama za obrtni rezultantni fluks u vazdušnom procepu.

Druga važna karakteristika (podešljivost sačinioca snage) posledica je činjenice da rezultantna m. m. s. koja stvara fluks u vazdušnom procepu potiče od zajedničkog dejstva magnećenja naizmeničnom strujom u induktu i pobude jednosmernom strujom u namotaju induktora. Podešavanje pobudne struje povlači stoga kompenzacione promene u reaktivnoj snazi za magnećenje u induktu. Tako jako pobuđen sinhroni motor radi sa kapacitivnim sačiniocem snage. Drukčije bi se moglo reći da se jako pobuđeni sinhroni motor ponaša kao generator induktivne reaktivne snage. Zbog ekonomskog značaja sačinioca snage, sposobnost sinhronog motora da radi sa kapacitivnim sačiniocem snage predstavlja jedno dragoceno preimućstvo. Mogućnost podešavanja sačinioca snage obično je glavni razlog kada se mesto asinhronog usvoji sinhroni motor.

Jednaka vrednost sinhronih generatora i motora kao izvora reaktivne snage je po svojoj važnosti polazna tačka za inženjera energetičara postavljenog pred zadatak da opterećenja svog sistema napaja određenim iznosom reaktivne snage. On uviđa da u izvesnim granicama ekonomski faktori mogu pretegnuti nad tehničkim faktorima pri odlučivanju o lokaciji pobude potrebne za snabdevanje sistema reaktivnom snagom. Ta pobuda se može uvesti u induktore generatora, u induktore sinhronih motora ili kompenzatora ili pomoću statičkih kondenzatora povezanih na strategijskim tačkama.

Predstavljajući unutrašnji rad fizički, u oslonu na obrtna magnetna polja, naše dalje razvijanje teorije sinhronih mašina ide za tim da se pokaže da se sinhrona mašina u uravnoteženim višefaznim uslovima rada može predstaviti, sa gledišta električnog kola vezanog za njen indukt, jednofazno i to vrlo prostim ekvivalentnim kolom koje sadrži unutrašnju e. m. s. vezanu na red sa njenim otporom indukta i jednom induktivnom reaktansom. Unutarnja e. m. s. je e. m. s. usled pobude. Reaktansa je sinhrona reaktansa. Ona uzima u obzir napone indukovane u posmatranoj fazi od strane uravnoteženih višefaznih struja indukta. U od. 7-5 sinhrona reaktansa izvedena je na taj način što je dejstvo obrtnog talasa fluksa reakcije indukta zamenjeno reaktansom x_φ nazvanom *reaktansa magnećenja*. Fluks kroz namotaj referentne faze prouzrokovan komponentnim poljima koja nisu uračunata u reakciju indukta, kao što su polja rasipanja u žlebovima i na bočnim vezama i polja prostornih harmonika obrtnog polja, uzima se u obzir rasipnom reaktansom x_l. Sinhrona reaktansa je zbir reaktanse magnećenja i rasipne reaktanse.

Nezasićena sinhrona reaktansa može se naći iz rezultata dobivenih u ogledu praznog hoda i kratkog spoja, kao u jedn. 7-10. Ovi ogledi su varijante ogleda koji se mogu primeniti ne samo na sinhrone mašine već na sve uređaje čije se ponašanje može približno predstaviti linearnim ekvivalentnim kolima za koje važi Tevenenova teorema. Sa gledišta Tevenenove teoreme, ogled praznog hoda daje unutrašnju e. m. s., a ogled kratkog spoja daje podatke u pogledu unutrašnje impedanse. Sa užeg gledišta električnih mašina, ogled praznog hoda daje podatke o potrebnoj pobudi, gubicima u gvoždu i (za rotacione mašine) o gubicima usled trenja i provetravanja; ogled kratkog spoja daje podatke o magnetnim reakcijama struje opterećenja, rasipnim impedansama i gubicima koji potiču od struje opterećenja, kao što su gubici u bakru i dopunski gubici. Jedina stvarna teškoća potiče od dejstava magnetne nelinearnosti, koja se približno mogu uzeti u obzir pretpostavljajući da je mašina ekvivalentna nezasićenoj mašini čija karakteristika magnećenja je prava linija *Op* na sl. 7-19, a čija je sinhrona reaktansa empirički korigovana da važi pri zasićenju kao u jedn. 7-11. Tačniji metodi postupka u pogledu zasićenja razmatraju se u od. 8-3.

Izraženo ekvivalentnim kolom, određivanje karakteristika sinhronih mašina u ustaljenom stanju svodi se jedino na proučavanje toka snage kroz prostu impedansu na čijim krajevima su konstantni ili lako odredljivi naponi. Proučavanje granica maksimalne snage pri kratkotrajnom preopterećenju samo je poseban slučaj ograničenja toka snage kroz induktivnu impedansu. Tok snage kroz takvu impedansu može se pogodno izraziti pomoću napona na njenim krajevima i faznog ugla između tih napona, kao u jedn. 7-23 kad se zanemari otpor. Na osnovu te jednačine, unutrašnje pojave u sinhronim mašinama sastoje se od toka snage kroz reaktansu magnećenja x_φ sa zajedničkom e. m. s. E_f na jednom kraju i naponom usled pobude na drugom kraju, dok je vremenski fazni ugao između tih napona u stvari unutrašnji ugao obrtnog momenta između magnetnih polja koja zajednički dejstvuju u mašini. Tako dobiveni rezultat je sasvim u skladu s osnovnom jednačinom obrtnog momenta, 3-22 ili 7-3, na kojoj se zasniva naša teorija proizvođenja obrtnog momenta u obrtnim mašinama. Jednačine 7-20, 7-22 i 7-23, međutim, omogućuju nam da uzmemo u obzir ne samo unutrašnje pojave elektromehaničkog pretvaranja energije u mašini već i čisto električke pojave u vezi s tokom energije kroz spoljna kola. U ovim jednačinama je ugao δ neka vrsta uopštenog ugla obrtnog momenta jednakog zbiru unutrašnjeg ugla obrtnog momenta mašine i vremenskog faznog ugla između zajedničke e. m. s. i spoljnog napona sistema.

Kad su sinhroni generatori paralelno spregnuti, oni moraju da rade u sinhronizmu. Učestanost sistema i raspodela aktivne snage između njih zavise stoga od podešavanja prigušnih ventila i karakteristika brzina—snaga njihovih pogonskih mašina, kao što je izloženo u od. 7-9. Regulisanje pobude generatora utiče na napon

sistema i na raspodelu reaktivne snage između paralelno spregnutih alternatora. Suprotno paralelno spregnutim generatorima jednosmerne struje, međutim, podešavanjem pobude ne utiče se bitno na raspodelu aktivne snage.

Mada smo u ovoj glavi sinhronu mašinu prilično uprostili, ipak nas dobiveni rezultati osposobljavaju da predvidimo normalne karakteristike ustaljenog stanja sa tačnošću dovoljnom za mnoge svrhe. Kad se traže tačniji rezultati, moraju se tačno uzeti u obzir uticaji magnetnog zasićenja i isturenih polova. Ovi uticaji čine predmet gl. 8.

ZADACI

7-1. Sinhroni generator odaje snagu velikom sistemu, pri čemu mu je pobudna struja podešena tako da struja indukta zaostaje za naponom na krajevima. Za svrhe ovog problema otpor indukta i rasipna reaktansa mogu se zanemariti.

Pobudna struja poveća se za 10 odsto ne menjajući motorni obrtni momenat pogonske mašine. Koje kvalitativne promene nastaju u odatoj snazi, veličini i fazi struje indukta i veličini ugla obrtnog momenta δ_{RF}? Objasniti pomoću vektorskih dijagrama koji predstavljaju talase fluksa i m. m. s.

Ako bi se, umesto da se pobudna struja menja, motorni obrtni momenat pogonske mašine povećao za 10 odsto, kakve promene bi nastupile?

7-2. Sinhroni motor radi s polovinom opterećenja. Povećanje pobude u njegovom induktoru izaziva smanjenje struje indukta. Da li struja indukta prednjači ispred napona na krajevima ili zaostaje za njim?

7-3. Ugao obrtnog momenta δ_{RF} sinhronog motora za puno opterećenje, pri nominalnom naponu i nominalnoj učestanosti, iznosi 30 električnih stepeni. Uticaj otpora indukta i rasipne reaktanse ne uzimaju se u obzir. Ako je pobudna struja konstantna, kako bi na ugao obrtnog momenta uticale sledeće promene radnih uslova:

a) Učestanost smanjena za 10 odsto, obrtni momenat opterećenja konstantan?

b) Učestanost smanjena za 10 odsto, snaga opterećenja konstantna?

c) I učestanost i priključeni napon smanjeni za 10 odsto, obrtni momenat opterećenja konstantan?

d) I učestanost i priključeni napon smanjeni za 10 odsto, snaga opterećenja konstantna?

7-4. Sinhroni motor od 100 KS sa sačiniocem snage 0,80 staje 12 odsto više od motora iste snage sa sačiniocem snage 1,00. Ovaj drugi motor staje 1050 $ i ima pri punom opterećenju ukupne gubitke od 8,5 kW; motor sa sačiniocem snage 0,80 ima pri punom opterećenju gubitke od 9,5 kW.

U planiranoj primeni uslovljen je rad pri punom opterećenju od 3000 sati godišnje, dok ostatak vremena motor ostaje nepokretan. Priraštaj cene energije je 1,0 cent po kilovatčasu, a ukupni investicioni troškovi su 15 odsto godišnje.

Koliko po 1 kVAr staje popravka sačinioca snage koju pruža motor sa sačiniocem snage 0,80?

7-5. U nekom industrijskom postrojenju pojavila se potreba da se instališe trofazni motor 60 KS, 460 V, 60 Hz za pogon vazdušnog kompresora. Istovremeno je pregled energetskih uslova postrojenja pokazao da prosečno opterećenje (pre ove instalacije) iznosi 365 kW sa sačiniocem snage od 0,70 ind. Ovim pregledom, a s obzirom na naročitu strukturu postojeće tarife, otkriveno je određeno ekonomsko preimućstvo u povišenju sačinioca snage na 0,90.

Od proizvođača su dobiveni sledeći podaci o motorima pogodnim za pogon vazdušnog kompresora:

Cena asinhronog motora = 496 $
Cena sinhronog motora, sačinioca snage 1,00 sa pobudnicom = 748 $
Cena sinhronog motora, sačinioca snage 0,80 sa pobudnicom = 796 $
Stepen korisnosti pri punom opterećenju, za sve motore = 89 odsto
Sačinilac snage asinhronog motora pri punom opterećenju = 0,895
Cena kondenzatora za 460 V = 9 $ po kVA.

Sve cene fob fabrika, sa plaćenim prevoznim troškovima. Troškovi instalisanja su 9 odsto od navedene cene asinhronog motora, 12 odsto za oba sinhrona motora, a 45 centi po kVA kondenzatora. Uzeti da se kondenzatori mogu nabaviti u blokovima od 5 kVA.

S obzirom na ove uslove, koji biste od tri motora preporučili da se kupi? U obrazloženju svoje preporuke pretpostavićete da svaka vrsta opreme ima isti koristan vek.

7-6. Otočni motor za jednosmernu struju mehanički je spojen sa trofaznim sinhronim generatorom. Motor za jednosmernu struju je priključen na mrežu jednosmerne struje konstantnog napona 230 V, a generator naizmenične struje je vezan na trofaznu mrežu linijskog napona 230 V konstantnog napona i učestanosti. Četvoropolna sinhrona mašina sprege Y ima nominalne vrednosti 25 kVA, 230 V, zasićenu sinhronu reaktansu 1,60 Ω po fazi koja se u ovom zadatku smatra konstantnom. Četvoropolna mašina za jednosmernu struju nominalne vrednosti 25 kW, 230 V. Svi gubici se u ovom zadatku zanemaruju.

a) Kad dve mašine rade kao motor-generatorski agregat koji uzima snagu iz mreže jednosmerne struje a odaje snagu mreži naizmenične struje, koliki je pobudni napon mašine za naizmeničnu struju u voltima po fazi (prema zvezdištu) kad ona odaje nominalnu snagu pri cos φ = 1,00?

b) Ostavljajući pobudnu struju mašine za naizmeničnu struju kao u tač. *a)*, kojim podešavanjem se prenos snage (između naizmenične i jednosmerne struje) može smanjiti na nulu? Pri tim uslovima nultog prenosa snage kolika je struja indukta mašine za jednosmernu struju? Kolika je struja indukta mašine za naizmeničnu struju?

c) Ostavljajući pobudnu struju mašine za naizmeničnu struju kao u tač. *a)* i *b)*, kojim podešavanjem se može postići da se 25 kW oduzima od mreže naizmenične struje i odaje mreži jednosmerne struje? Pri tim uslovima, kolika je struja indukta mašine za jednosmernu struju? Koje su veličine i faze struje trofazne mašine?

7-7. Prilikom ogleda praznoga hoda i u kratkog spoja dvopolnog trofaznog turbogeneratora od 9375 kVA, sprege Y, 13800 V (linijski napon), 60 Hz dobiveni su sledeći podaci:

Pobudna struja	169	192
Struja indukta, iz ogleda kratkog spoja	392	446
Linijski napon, iz karakteristike praznog hoda	13 000	13 800
Linijski napon, iz linije vazdušnog procepa	15 400	17 500

Otpor indukta je 0,064 Ω po fazi. Rasipna reaktansa u relativnim jedinicama je 0,10 uzimajući kao bazu nominalne vrednosti generatora.

a) Naći nezasićenu vrednost sinhrone reaktanse u Ω po fazi i u relativnim jedinicama.

b) Naći odnos kratkog spoja.

c) Naći vrednost sinhrone reaktanse korigovanu da važi u zasićenju pri nominalnom naponu. Izraziti je u Ω po fazi i u relativnim jedinicama.

d) Kad se ogled kratkog spoja vrši pri polovini brzine, naći struju indukta pri pobudi induktora od 169 A.

7-8. *a)* Izračunati pobudnu struju potrebnu za generator iz zad. 7-7 pri nominalnom naponu, nominalnom opterećenju u kVA, sa cos φ = 0,80 ind. Uzeti u obzir zasićenje pomoću metoda opisanog u stavu u vezi s jedn. 7-11.

b) Sem podataka datih u zad. 7-7 date su i neke tačke karakteristike praznog hoda:

Pobudna struja	200	250	300	350
Linijski napon	14 100	15 200	16 000	16 600

Naći relativno povišenje napona za opterećenje iz tač. *a)*. *Relativno povišenje napona* definisano je kao povišenje napona kad se otkloni opterećenje, ako su brzina i pobuđivanje induktora ostali nepromenjeni. Obično se izražava u procentima napona pod opterećenjem.

7-9. Za generator iz zad. 7-7 i 7-8 nacrtati karakteristične krive slične krivama na sl. 7-23 za sačinilac snage opterećenja od 0,80 ind. Izračunati dovoljan broj tačaka tako da se krive mogu nacrtati približno tačno.

7-10. Podaci o gubicima generatora iz zad. 7-7 su sledeći:

Gubitak u gvožđu pri otvorenom kolu pri 13 800 V = 68 kW
Gubitak usled struje kratkog spoja, pri 392 A, 75° C = 50 kW
Trenje i provetravanje = 87 kW
Otpor pobudnog namotaja na 75°C = 0,285 Ω.
Izračunati stepen korisnosti pri nominalnom opterećenju, za cos φ = 0,8 ind.

7-11. Trofazni sinhroni generator ima nominalne vrednosti 12 000 kVA, 13 800 V, cos φ = = 0,80, 60 Hz. Koliki bi trebalo da budu njegova nominalna prividna snaga i napon za cos φ = 0,80

i 50 Hz ako bi gubici u bakru nduktora i indukta imali da ostanu isti kao za 60 Hz? Ako njegovo relativno povišenje napona za nominalno opterećenje i 60 Hz iznosi 18 odsto, kolika će biti vrednost tog povišenja pri njegovom nominalnom opterećenju za rad sa 50 Hz? Uticaj pada napona usled otpora indukta na relativno povišenje napona može se zanemariti.

7-12. Trofazni sinhroni motor 150 KS, sa sačiniocem snage jednakim 0,8, 2300 V, 38,0 A, 60 Hz, ima direktno spojenu pobudnicu za snabdevanje pobudnom strujom. Za svrhe ovog problema može se uzeti da je stepen korisnosti pobudnice konstantan i da iznosi 80 odsto. Sinhroni motor je pušten da radi u praznom hodu priključen na kolo 2300 V, 60 Hz uz snabdevanje pobudnom strujom iz svoje pobudnice, pa su uzeti sledeći podaci:

Napon indukta između krajeva = 2 300 V
Struja indukta = 38,0 A po fazi
Dovedena snaga u sve tri faze = 13,7 kW
Pobudna struja = 20,0 A
Napon priključen na induktor sa pobudnice = 300 V

Kad se sinhroni motor optereti tako da mu je struja 38,0 A pri sačiniocu snage 0,800 i naponu 2 300 V između krajeva, nađeno je da je pobudna struja 17,3 A. Pod tim uslovima koliki je stepen korisnosti sinhronog motora ako se ne računaju gubici u njegovoj pobudnici? Kolika je korisna mehanička snaga u KS?

7-13. Na vektorskom dijagramu sinhrone mašine s konstantnom sinhronom reaktansom x_s koja radi pri konstantnom naponu na krajevima U_t i konstantnom naponu usled pobude E_f, pokazati da je geometrijsko mesto vrhova vektora struje indukta krug. Na vektorskom dijagramu gde je kao referentni vektor izabran napon na krajevima naznačiti položaj središta tog kruga i njegov poluprečnik. Izraziti koordinate središta i poluprečnika kruga u zavisnosti od U_t, E_f i x_s.

Na milimetarskoj hartiji nacrtati grafikon koji pokazuje familiju takvih krugova z generator iz zad. 7-7 kad radi pri nominalnom naponu na krajevimaa sa naponom usled pobude kao parametrom. Grafikon izraditi u relativnim jedinicama i dati krugove za vrednost E_f = 0,75;1,00; 1,25;150; 1,75 i 2,00 u relativnim jedinicama. Ucrtati na grafikon i familiju pravih linija koje pokazuju geometrijska mesta radnih tačaka za konstantne vrednosti ugla δ, gde je δ ugao za koji E_f prednjači ispred U_t. Nacrtati ove linije konstantnog ugla za vrednost $\delta = -90^0, -60^0 -30^0, 0^0, 30^0, 60^0$ i 90^0

7-14. Sinhroni motor se napaja sa izvora konstantnog napona kroz mrežu koja se sastoji od induktivne reaktanse i zanemarljivog otpora. Pri praznom hodu je utvrđeno da je struja motora zanemarljivo mala pri pobudi od 0,90 u relativnim jedinicama. Međutim, kad se motor optereti ne menjajući mu pobudu, on gubi sinhronizam pri vrednosti od 81 odsto od svoje nominalne snage. Ispitivanje u kratkom spoju pokazalo je da se struja punog opterećenja proizvodi pobudom, od 0,75 u relativnim jedinicama. Zasićenje i otpor indukta mogu se zanemariti.

a) Kolika je sinhrona reaktansa motora u relativnim jedinicama?
b) Kolika je reaktansa mreže u relativnim jedinicama?
c) Pri kome opterećenju u relativnim jedinicama motor gubi sinhronizam kad mu se pobuda povećava na 1,25 u relativnim jedinicama?
d) Koliki su struja i napon u relativnim jedinicama, i koliki je sačinilac snage motora pri uslovima iz tač. *c)*?

7-15. Nacrtati krive ispadnog momenta u relativnim jedinicama u zavisnosti od odnosa kratkog spoja za sinhrone motore čiji je sačinilac snage *(a)* 1,00 i *(b)* 0,80. Uzeti da su pobude podešene za nominalni sačinilac snage pri nominalnom opterećenju i da se zatim održavaju konstantnim. Pretpostaviti da se nominalni napon na krajevima dobiva iz krute mreže i zanemariti sve gubitke.

7-16. Sinhroni generator odaje snagu velikom sistemu kroz dalekovod. Prijemni sistem je ekvivalentan krutoj mreži napona 1,00 u relativnim jedinicama. Sinhrona reaktansa generatora je 0,80 a reaktansa dalekovoda 0,20 u relativnim jedinicama u odnosu na nominalne vrednosti generatora. Otpor generatora i dalekovoda mogu se zanemariti.

Odata snaga i pobuda generatora podešeni su tako da je snaga odata sistemu 1,00 u relativnim jedinicama pri sačiniocu snage 1,00.

a) Nacrtati zajednički vektorski dijagram dalekovoda i generatora.
b) Izračunati napon i sačinilac snage na krajevima generatora.
c) Izračunati napon generatora usled pobude.

Odata snaga i pobuda generatora preudese se tako da generator odaje nominalnu prividnu snagu pri nominalnom naponu na krajevima.

d) Nacrtati zajednički vektorski dijagram dalekovoda i generatora za te uslove.
e) Izračunati sačinilac snage na krajevima generatora.
f) Izračunati napon generatora usled pobude.

Napon generatora usled pobude preudesi se na vrednost koja odgovara $E_f = 1{,}50$ u relativnim jedinicama i održava konstantnom. Zatim se obrtni momenat pogonske mašine polako povećava.

g) Pod tim uslovima izračunati maksimalnu snagu koja se može isporučiti prijemnom sistemu ne gubeći sinhronizam.

7-17. Sinhroni motor od 1000 KS napaja se snagom iz sinhronog generatora sa pogonskom mašinom konstantne brzine. Kablovi koji vezuju generator i motor imaju zanemarljivu impedansu. Motor i generator su istovetni. Sinhrona reaktansa svakog od njih je 0,577 u relativnim jedinicama. Za svrhe ovog zadatka svi gubici se mogu zanemariti.

Pobude dve sinhrone mašine prvobitno su bile podešene za rad pri nominalnom naponu na krajevima, nominalnoj struji indukta u sačiniocu snage 1,00 kad je opterećenje na vratilu sinhronog motora jednako nominalnoj vrednosti.

Zatim se pobude održavaju konstantnim, a opterećenje na vratilu sinhronog motora polako se povećava.

a) Izračunati mehaničku snagu u KS koju sinhroni motor može da odaje.

b) Nacrtati vektorski dijagram za uslov maksimalne snage, pokazati u njemu dva pobudna napona, napon na krajevima i struje indukta.

c) Naći sačinilac snage pri uslovu maksimalne snage.

d) Izračunati vrednosti u relativnim jedinicama za napon na krajevima i struju indukta pri uslovima maksimalne snage.

e) Izračunati maksimalnu snagu kad se pobude induktora obe mašine, umesto da ostanu konstantne, polako povećavaju tako da se napon na krajevima stalno održava na nominalnoj vrednosti a sačinilac snage na vrednosti 1,00 za sve vreme dok se opterećenje na vratilu povećava.

7-18. Trofazni 40-polni sinhroni motor, 2500 KS, 2300 V, sprege Y, 60 Hz, napaja se snagom od sinhronog generatora 2000 kVA, 2300 V, sprege Y, 60 Hz. Sinhronim motorom se goni neko opterećenje čiji se obrtni momenat menja kao kvadrat brzine. Sinhrona reaktansa generatora je 2,00 a motora 1,50 Ω po fazi (zasićene vrednosti pri nominalnom naponu i nominalnoj učestanosti). Za svrhe ovog zadatka svi gubici se mogu zanemariti. Pobude generatora i motora su podešene na takve vrednosti da se na krajevima dobije nominalni napon kad snaga koju motor dobija iznosi 2000 kW pri $\cos\varphi = 1{,}00$. Učestanost je tada 60 Hz. Pobudne struje se zatim održavaju konstantnim.

Kad se sada opterećenje povećava polako na taj način što se povećava brzina generatora, koliki je maksimalni obrtni momenat koji motor može da razvija ne gubeći sinhronizam?

7-19. Tri alternatora od po 32 500 kVA rade paralelno, a pokreću ih hidraulične turbine podešene tako da brzina između praznog hoda i punog opterećenja padne za 4 obrta u minutu pri $\cos\varphi = 1$ na generatorima. Uzima se da na sistem nisu priključeni drugi generatori. Ovi generatori isporučuju zajednički 75 000 kW pri normalnoj učestanosti (150 obr/min). Dva od ovih generatora isporučuju po 30 000 kW, a treći generator prima višak opterećenja.

a) Kad se treći generator isključi iz mreže, kolika će biti procentualna promena učestanosti ako zajednički odata snaga iznosi 75 000 kW?

b) Kad se zajednička odata snaga poveća na 90 000 kW, kako će se ona raspodeliti između tri generatora?

c) Kad se zajednička odata snaga smanji na 60 000 kW i prvi generator isključi iz mreže, kako će drugi i treći generator deliti opterećenje među sobom?

7-20. Dva istovetna, paralelno spregnuta trofazna alternatora, imaju pogonske mašine sa različitim karakteristikama brzina — opterećenje. Pri podjednakim pobudama prvi daje 100 A sa $\cos\varphi = 0{,}9$ ind. a drugi 75 A sa $\cos\varphi = 0{,}7$ ind.

a) Koliki procenat od ukupne snage opterećenja odaje svaki alternator?

b) Koliki je sačinilac snage opterećenja?

c) Kad bi se pobude induktora podesile tako da oba alternatora rade sa istim sačiniocem snage, koliku struju bi davao svaki od njih? Pretpostavlja se da su struja i sačinilac snage opterećenja konstantni.

d) Kad bi se pobude induktorâ podesile tako da se ukupni gubitak u bakru indukta svede na svoj minimum, sa kojim bi sačiniocem snage radio svaki alternator?

GLAVA 8

SINHRONE MAŠINE:
UTICAJ ZASIĆENJA I ISTURENIH POLOVA

Osnovna teorija sinhronih mašina u gl. 7 dovoljna je za opšte razumevanje rada mašine i njenih glavnih radnih karakteristika. Za mnoge praktične svrhe ova teorija daje dovoljno tačne kvantitativne rezultate. Međutim, da bismo pažnju usmerili na ono što je najbitnije, mi smo u glavi 7 samo ukratko pomenuli uticaj magnetnog zasićenja, a uticaj isturenih polova izostavili smo sasvim. Ova glava ima za svrhu da izloži one pojedinosti o kojima se mora voditi računa da bi se ovi uticaji mogli uzeti u obzir. Na taj način ćemo dobiti jednu dovoljno potpunu i tačnu teoriju o ponašanju višefaznih sinhronih mašina u ustaljenom stanju pri uravnoteženim radnim uslovima. Usput ćemo doći do važnog saznanja o stepenu kvantitativne tačnosti uprošćene teorije iz gl. 7.

8-1. Zasićenje pri opterećenju. Karakteristika praznog hoda predstavlja u suštini zavisnost između prostornog osnovnog harmonika fluksa u vazdušnom procepu i m. m. s. magnetnog kola kad pobudni namotaj sačinjava jedini izvor m. m. s. Kad se mašina optereti magnetni uslovi su odredeni zajedničkim uticajem m. m. sila induktora i indukta. Razmatranje zasićenja predstavlja samo po sebi težak problem za čije se rešenje moraju primeniti promišljeno izabrane uprošćujuće pretpostavke. Proces mišljenja ima mnogo zajedničkog sa procesom koji smo primenili za dejstvo zasićenja u mašinama za jednosmernu struju i u transformatorima.

Obično se usvajaju dve pretpostavke koje se uglavnom odnose na fluksove rasipanja:

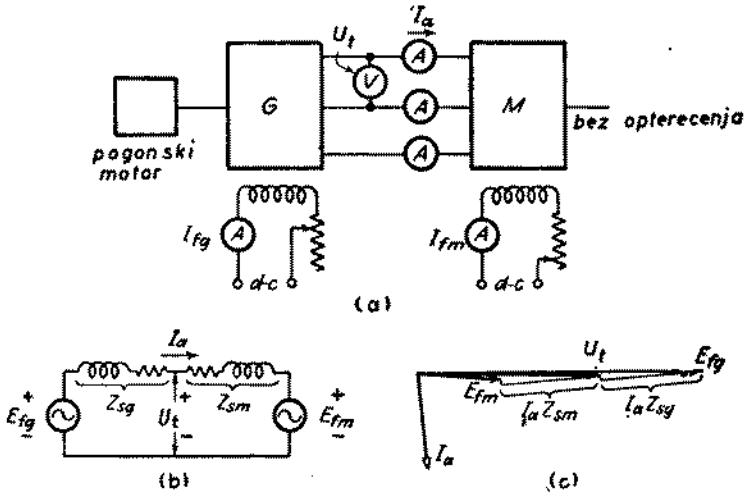
1. Uzima se da je rasipna reaktansa indukta konstantna i nezavisna od zasićenja. Fluksovi rasipanja u znatnom delu svoje putanje prolaze kroz vazduh, tako da zasićenje na njih utiče relativno malo. Izgleda da ogledi potvrduju vrednost ove pretpostavke[1]. Proces mišljenja je ovde u suštini isti kao onaj po kome smo došli do zaključka da zasićenje ne utiče na rasipne reaktanse transformatora.

2. Uzima se da je zasićenje određeno rezultantnim fluksom u vazdušnom procepu i da je rezultantna m. m. s. koja odgovara određenoj vrednosti fluksa u vazdušnom procepu ista pod opterećenjem kao pri praznom hodu. Karakteristika praznog hoda može se tada smatrati kao odnos između rezultantne e. m. s. E_r i rezultantne m. m. s. R pobude induktora i reakcije indukta. Ova pretpostavka zanemaruje dejstvo fluksa rasipanja indukta na zasićenje gvožda indukta i dejstvo promena fluksa rasipanja induktora na zasićenje gvožda induktora. Zanemarivanje ovih uticaja obično nije važno, jer su fluksovi rasipanja većinom mali a njihove

[1] T. A. Rogers, Test Values of Armature Leakage Reactance, *Trans. AIEE*, vol. 54, No. 7, str. 700 do 705, juli 1935

putanje se poklapaju sa glavnim fluksom samo u malom delu putanje glavnog fluksa. I ovde je, dakle, proces mišljenja kao u slučaju transformatora. Isto tako se zanemaruje dejstvo m. m. s. indukta na oblik krive fluksa u vazdušnom procepu koji se obrće sinhronom brzinom; takođe se zanemaruje uticaj promene relativnog položaja talasa rezultantnog fluksa i polova induktora na fluks u telu rotora. Nijedan od ovih uticaja nije važan za mašine sa cilindričnim rotorom, iako neki od njih mogu biti osetni u mašinama s isturenim polovima.

8-2. Karakteristika reaktivnog opterećenja (cos φ = 0) i Potjeov trougao. Poseban slučaj teorijski veoma važan je rad sinhrone mašine sa sačiniocem snage ravnim nuli (ili blizu nule) pri pojačanoj pobudi, jer se podaci potrebni za razmatranje uticaja zasićenja pri normalnim opterećenjima i sačiniocima snage mogu dobiti relativno prostim ispitivanjem sa reaktivnim opterećenjem.



Sl. 8-1. Ispitivanje pri reaktivnom opterećenju. (*a*) Šema veze. (*b*) Ekvivalentno kolo. (*c*) Vektorski dijagram.

Slika 8-1*a* prikazuje sinhroni generator G koji odaje snagu neopterećenom sinhronom motoru M približno iste nominalne prividne snage. Generator G se pokreće sinhronom brzinom. Ekvivalentno kolo je pokazano na sl. 8-1*b* gde je I_a struja indukta u smeru strelice, U_t napon na krajevima, E_{fg} i E_{fm} naponi usled pobude a Z_{sg} i Z_{sm} sinhrone impedanse.

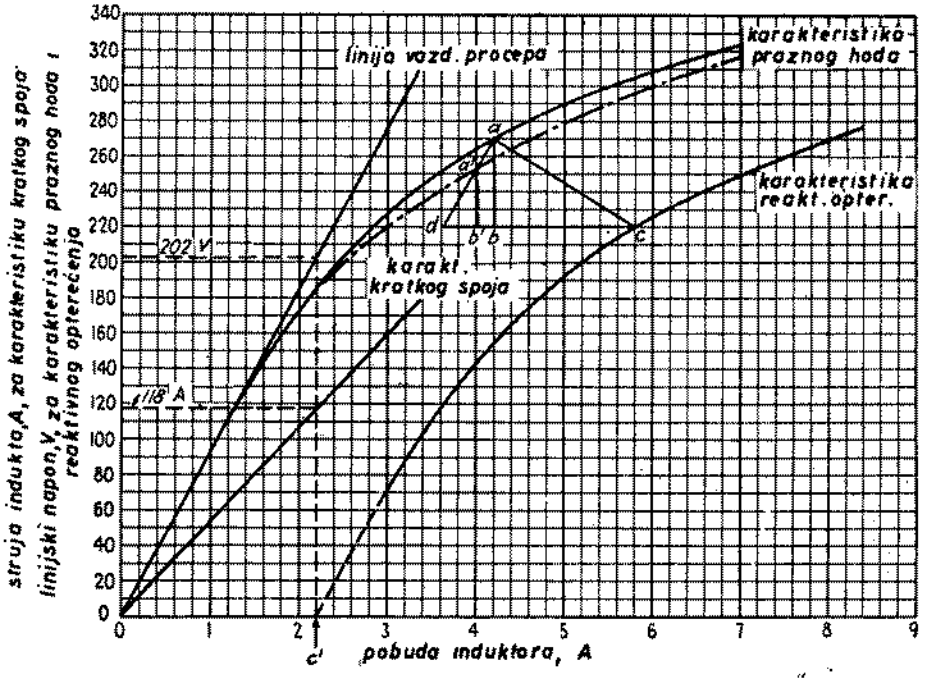
Vektorski izražena struja je

$$I_a = \frac{E_{fg} - E_{fm}}{Z_{sg} + Z_{sm}} \tag{8-1}$$

Kad je razlika između dva napona usled pobude dovoljno velika, struja indukta može se podesiti da bude ravna svojoj nominalnoj vrednosti pri punom opterećenju. Ali snaga potrebna sinhronom motoru predstavlja samo mali deo od nominalne snage koji troše njegovi gubici. Sačinilac snage je zato veoma blizak nuli. Vektorski dijagram za jako pobuđen generator pokazuje sl. 8-1*c*.

Menjanjem dveju pobudnih struja mogu se dobiti podaci za krivu napona na krajevima kao funkciju pobudne struje generatora kad je struja indukta konstantna, pri nominalnom punom opterećenju i sa sačiniocem snage bliskom nuli. Ta kriva se naziva *karakteristika reaktivnog opterećenja* generatora pri nominalnoj

struji indukta. Kad je generator jako pobuđen a motor slabo pobuđen, sačinilac snage je induktivan kao na sl. 8-1*c*. Tipična karakteristika reaktivnog opterećenja sa jakom pobudom pokazana je na sl. 8-2. I obratno, motor može biti jako pobuđen



Sl. 8-2. Karakteristike praznog hoda, kratkog spoja i reaktivnog opterećenja za trofaznu sinhronu mašinu s isturenim polovima, sprege Y, 45 kVA, 118 A, 220 V, 1200 obr/min, 60 Hz

a generator slabo pobuđen i tako se mogu dobiti podaci za karakteristiku reaktivnog opterećenja jako pobuđenog sinhronog motora. S obzirom da gubici utiču vrlo malo, karakteristika dobivena ispitivanjem mašine kao jako pobuđenog generatora sa sačiniocem snage bliskim nuli je skoro potpuno ista kao pri ispitivanju iste mašine kao jako pobuđenog motora u praznom hodu.

Slika 8-2 pokazuje da karakteristika reaktivnog opterećenja izgleda kao karakteristika praznog hoda pomerena naniže i udesno. Ovakav oblik može se objasniti pomoću vektorskog dijagrama i karakteristike praznog hoda koje prikazuje sl. 8-3. Proces mišljenja je u suštini isti kao onaj koji nas je doveo do grafičkog metoda za analizu generatora jednosmerne struje sa samopobuđivanjem pomoću trougla m. m. s. i napona, opisan u od. 5-6*c*.

Sl. 8-3*a* prikazuje vektorski dijagram iz koga se može videti da su napon na krajevima U_t i zajednička e. m. s. E_r skoro sasvim u fazi kao i da su povezani prostom algebarskom jednačinom

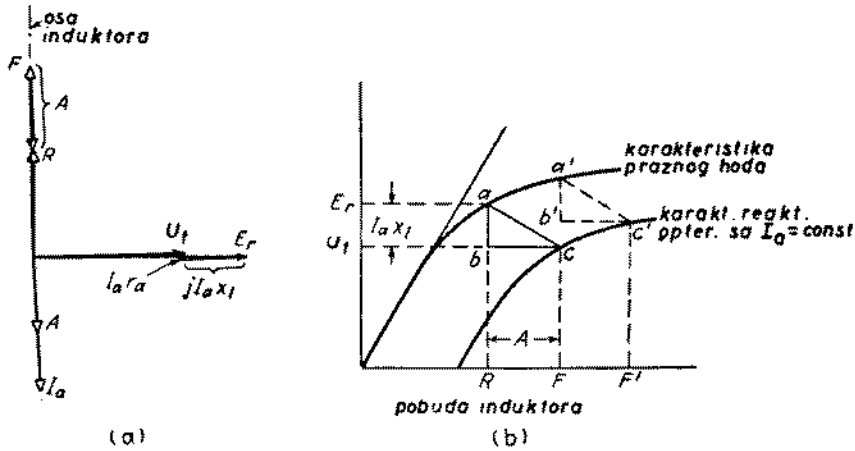
$$U_t = E_r - I_a x_l \tag{8-2}$$

gde je x_l rasipna reaktansa indukta. Isto tako rezultantna m. m. s. R i m. m. s. induktora F skoro su u fazi i povezani su prostom algebarskom jednačinom

$$F = R + A \tag{8-3}$$

gde je A veličina m. m. s. reakcije indukta.

U skladu sa od. 8-1 pretpostavimo da je karakteristika praznog hoda *occ* na sl. 8-3*b* takođe odnos između zajedničke e. m. s. E_r i rezultantne m. m. s. R pod opterećenjem. Nekoj tački *a* karakteristike praznog hoda odgovara radna tačka



Sl. 8-3. Jako pobuđena sinhrona mašina sa sačiniocem snage bliskim nuli. *(a)* Vektorski dijagram. (*b*) Karakteristike praznog hoda i reaktivnog opterećenja

c na karakteristici reaktivnog opterećenja za koju je napon na krajevima U_t dat jednačinom 8-2, a pobuđivanje induktora F dato jednačinom 8-3, kao što grafički pokazuje trougao *abc* na sl. 8-3*b* u kome je *ab* ravno padu napona usled rasipne reaktanse $I_a x_l$, a *bc* ravno m. m. s. reakcije indukta A. Kad se pobuda induktora poveća do F' a struja indukta zadrži konstantnom, trougao *abc* ostaje konstantan po veličini, pomerajući se paralelno samom sebi u položaj *a'b'c'* tako da njegovo teme *a* ostaje na karakteristici praznog hoda, a teme *c* opisuje karakteristiku reaktivnog opterećenja. Prema tome, kad bi karakteristika praznog hoda bila tačan odnos između zajedničke e. m. s. i rezultantne m. m. s . pod opterećenjem, kad bi rasipna reaktansa bila konstantna i kad bi otpor indukta bio ravan nuli, karakteristika reaktivnog opterećenja bila bi kriva potpuno istog oblika kao karakteristika praznog hoda, ali pomerena vertikalno naniže za iznos ravan padu napona usled rasipne reaktanse, a horizontalno pomerena udesno za iznos ravan m. m. s. reakcije indukta.

Oblik karakteristike reaktivnog opterećenja navodi na pomisao da bi — ako bi karakteristika praznog hoda verno predstavljala odnos između zajedničke e. m. s. E_r i rezultantne m. m. s. R — rasipna reaktansa i m. m. s. reakcije indukta mogle da se odreduju eksperimentalno time što bi se odredio jedan trougao, kao *abc* na sl. 8-3*b*, koji bi se uklapao svuda između karakteristika praznog hoda reaktivnog opterećenja. Ovakve krive utvrđene ogledom, zajedno s karakteristikom kratkog spoja takođe određenom merenjima, prikazane su na sl. 8-2. Tačka *c'* koja je na nastavku karakteristike reaktivnog opterećenja i odgovara naponu na krajevima ravnom nuli, može se odrediti kad se sa karakteristike kratkog spoja pročita pobudna struja koja odgovara struji indukta pri kojoj je određivana karakteristika reaktivnog opterećenja.

Geometrijska konstrukcija za iznalaženje trougla *abc* je sledeća: izabere se neka tačka *c* na karakteristici reaktivnog opterećenja iznad kolena krive — recimo pri nominalnom naponu (sl. 8-2). Povuče se horizontalna prava *cd* dužine ravne pobudnoj struji *c'O* pri kratkom spoju. Kroz tačku *d* se povuče prava *da* paralelna

sa linijom vazdušnog procepa, koja seče karakteristiku praznog hoda u a. Povuče se vertikalna prava ac. Trougao abc obično se naziva *Potjeov trougao* po imenu njegovog pronalazača (Potier). Napon koji predstavlja duž ab poznat je pod imenom *pad napona usled Potjeove reaktanse. Potjeova reaktansa* x_p je

$$x_p = \frac{\text{pad napona } ab \text{ po fazi}}{\text{struja indukta } I_a \text{ po fazi pri } \cos\varphi = 0} \tag{8-4}$$

Primer 8-1. Naći vrednost Potjeove reaktanse za sinhronu mašinu sa sl. 8-2 pri nominalnom naponu. Izraziti rezultat u omima po fazi i u relativnim jedinicama uzimajući za bazu nominalni napon mašine.

Rešenje. Prema Potjeovom trouglu abc (sl. 8-2), pad napona usled Potjeove reaktanse ab je 50 V (linijski) pri čemu je struja 118 A po fazi. Prema tome,

$$= \frac{50}{\sqrt{3}\cdot 118} = 0{,}245\ \Omega \text{ po fazi}$$

U relativnim jedinicama pad napona usled Potjeove reaktanse je $50/220 = 0{,}227$ za $I_a = 1{,}00$ takođe u relativnim jedinicama, otud

$$x_p = \frac{0{,}227}{1{,}00} = 0{,}227 \text{ u relativnim jedinicama}$$

Upoređenje Potjeovog trougla sa trouglom abc na sl. 8-3b pokazuje da bi Potjeova reaktansa x_p — kad bi odnos između zajedničke e. m. s. E_r i rezultantne m. m. s. R bio potpuno isti kao karakteristika praznog hoda i kad bi rasipna reaktansa bila konstantna — bila jednaka rasipnoj reaktansi x_l. Horizontalna strana bc Potjeovog trougla bila bi takođe ravna m. m. s. reakcije indukta A koja odgovara struji indukta za koju je izvršen ogled pri reaktivnom opterećenju. Isti Potjeov trougao abc pomeran translatorno tačno bi se uklapao između karakteristika praznog hoda i reaktivnog opterećenja u bilo kom delu krivih.

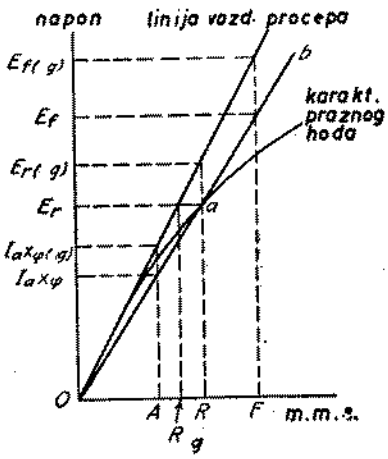
Povijena kriva koja predstavlja zavisnost zajedničke e. m. s. E_r od rezultantne m. m. s. R pod opterećenjem, ipak se nešto razlikuje od karakteristike praznog hoda. Najvažniji činilac koji izaziva ovo odstupanje jeste razlika između fluksa rasipanja pod opterećenjem i u praznom hodu. U mašinama sa cilindričnim rotorom ovo odstupanje je mahom malo i Potjeova reaktansa je obično približno jednaka rasipnoj reaktansi indukta.

Uticaj fluksa rasipanja obično je značajniji u mašinama sa isturenim polovima, a naročito u mašinama sa dugačkim, uskim polovima kod kojih je rasipanje induktora prilično veliko. Pri povećanoj pobudi i sačiniocu snage nula, pobudna struja je veća za neku datu vrednost zajedničke e. m. s. nego za isti napon praznog hoda. Zato je fluks rasipanja induktora veći i magnetno kolo je više zasićeno, i to u meri određenoj ktivom magnećenja za deo putanje fluksa koji je zajednički glavnom fluksu u vazdušnom procepu i fluksu rasipanja induktora. Ova putanja uključuje magnetne polove i jezgro rotora. Povijena ktiva koja predstavlja zajedničku e. m. s. u zavisnosti od rezultantne m. m. s. pri $\cos\varphi = 0$ leži prema tome nešto udesno od karakteristike praznog hoda, kao što pokazuje kriva tačka-crta na sl. 8-2. Ova povijena kriva opterećenja seče liniju da u a'. Pad napona usled rasipne reaktanse indukta ravan je vertikalnom odstojanju $a'b'$, dok je pad napona usled Potjeove reaktanse ab. Prema tome, kad je uticaj rasipanja induktora primetan, Potjeova reaktansa je nešto veća od rasipne reaktanse indukta. Povijena ktiva opterećenja i karakteristika praznog hoda obično se vertikalno zbližavaju kad se zasićenje jako povećava. Vrednost rasipne reaktanse indukta se obično može izmeriti sa priličnom tačnošću merenjem Potjeovog trougla za veoma visoke vrednosti zasićenja.[2)]

[2)] L. A. March i S. B. Crary, Armature Leakage Reactance of Synchronous Machines, *Trans. AIEE*, vol. 54, No. 4, str. 378 do 381, april 1935.

Uticaj promena rasipanja induktora pri opterećenju na zasićenje obuhvata se katkad primenom familija povijenih krivih opterećenja izračunatih za odgovarajuće vrednosti fluksa polja rasipanja.[3] U ove tančine nećemo ovde ipak ulaziti. Namesto toga ćemo pretpostaviti da karakteristika praznog hoda predstavlja i krivu zasićenja pod opterećenjem. Korišćenje Potjeove reaktanse pri normalnom naponu, kao da je to rasipna reaktansa indukta, predstavlja empiričko kompenzovanje grešaka učinjenih time što je karakteristika praznog hoda uzeta kao kriva zasićenja pod opterećenjem.

8-3. Zasićena sinhrona mašina. Uticaj zasićenja pod opterećenjem može se uzeti u obzir sa dovoljnom tačnošću primenom sačinitelja zasićenja određenog prema karakteristici praznog hoda.[4]. Iako je ovaj metod razmatranja zasićenja zasnovan na prostoj teoriji cilindričnog rotora, on se obično koristi kao približnost i za mašine sa isturenim polovima sa zadovoljavajućim rezultatima za opseg normalnog rada.



Sl. 8-4. Karakteristika praznog hoda koja pokazuje uticaj zasićenja na komponentne m.m.s. i napone

U skladu sa pretpostavkama iz od. 8-1, uslovi u magnetnom kolu određeni su zajedničkom e. m. s. E_r i rezultantnom m. m. s. R pročitanom iz krive zasićenja, kao što pokazuje tačka a na sl. 8-4. Kad pak ne bi bilo uticaja zasićenja, rezultantna m. m. s. koja odgovara naponu E_r bila bi vrednost R_g pročitana na liniji vazdušnog procepa. Stepen zasićenja može se opisati kao *sačinilac zasićenja* k, definisan sa

$$k = \frac{R}{R_g} \tag{8-5}$$

Prostom proporcijom se može dokazati da je k dato i odnosom

$$k = \frac{E_{r(g)}}{E_r} \tag{8-6}$$

gde je $E_{r(g)}$ napon koji odgovara rezultantnoj m. m. s. R pročitanoj na liniji vazdušnog procepa. Sačinilac zasićenja k je funkcija zajedničke e. m. s. E_r kao što pokazuje kriva k na sl. 8-5.

Kad ne bi bilo uticaja zasićenja, napon usled pobude bio bi ravan naponu $E_{f(g)}$ pročitanom na liniji vazdušnog procepa koja odgovara m. m. s. induktora F, kao što pokazuje sl. 8-4, a napon indukovan dejstvom fluksa reakcije indukta bio bi $I_a\, x_{\varphi(g)}$ na liniji vazdušnog procepa koja odgovara m. m. s. reakcije indukta A, gde je $x_{\varphi(g)}$ *nezasićena vrednost* reaktanse magnećenja. Ova se može izraziti pomoću nezasićene vrednosti sinhrone reaktanse $x_{s(g)}$ kao

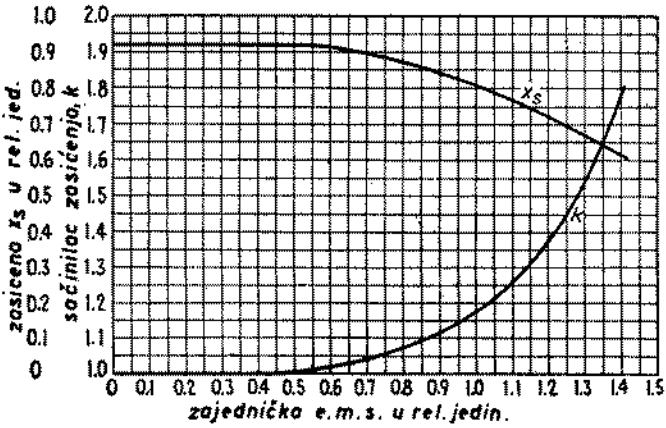
$$x_{\varphi(g)} = x_{s(g)} - x_l \tag{8-7}$$

gde je x_l rasipna reaktansa.

Međutim, zbog uticaja zasićenja, reluktansa magnetnog kola je k puta veća od njene nezasićene vrednosti, a komponentni fluksovi su smanjeni na $1/k$ od njihove nezasićene vrednosti. Pod uslovima *zasićenja* napon usled pobude E_f je, dakle,

[3] B. L. Robertson, T. A. Rogers i C. F. Dalziel, The Saturated Synchronous Machine, *Trans. AIEE*, vol. 56, No 7, str. 858 do 863, juli 1937.

[4] Charles Kingsley, Jr., Saturated Synchronous Reactance, *Trans. AIEE*. vol. 54, No. 3, str. 300 do 305, mart 1935.



Sl. 8-5. Krive sačinioca zasićenja k i zasićene sinhrone reaktanse x_s kao funkcije zajedničke e.m.s. za mašinu sa sl. 8-2

$$E_f = \frac{E_{f(g)}}{k} \tag{8-8}$$

a *zasićena vrednost* x_φ reaktanse magnećenja je

$$x_\varphi = \frac{x_{\varphi(g)}}{k} = \frac{x_{s(g)} - x_l}{k} \tag{8-9}$$

Zasićena sinhrona reaktansa x_s je, prema tome,

$$x_s = x_l + \frac{x_{s(g)} - x_l}{k} \tag{8-10}$$

U skladu sa pretpostavkama iz od. 8-2, Potjeova reaktansa x_p može se upotrebiti umesto rasipne reaktanse x_l kad se karakteristika praznog hoda upotrebljava kao kriva zasićenja pod opterećenjem. Zasićena sinhrona reaktansa je funkcija zajedničke e. m. s., kao što pokazuje kriva x_s na sl. 8-5.

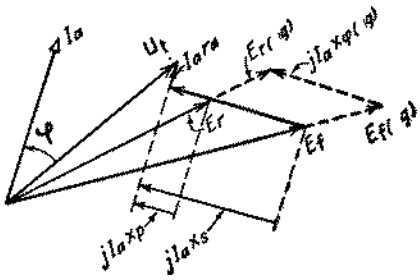
Upoređenje jedn. 8-8 i 8-9 sa jedn. 8-4 pokazuje da su zasićene vrednosti komponentnih napona, indukovanih dejstvom komponentnih fluksova koje proizvode pobuda induktora i reakcija indukta, date čitanjem sa prave linije *Oab* povučene kroz tačku *a* na krivoj zasićenja za napon vazdušnog procepa E_r. Drugim rečima, mašina se linearizuje i to za ono magnetno stanje koje određuje rezultantni fluks. Da je reluktansa magnetnog kola ostala konstantna, komponentne m. m. sile F i A bi tada stvorile komponentne fluksove i napone duž prave linije *Oab*, kao što pokazuju pročitane vrednosti napona E_f i $I_a\, x_\varphi$ na sl. 8-4. Proces mišljenja je proširenje linearnog principa superpozicije na nelinearnu situaciju na taj način što se funkcija uzroka i posledice smatra linearnom duž prave linije određene rezultantnim stanjem stvari.

Primer 8-2. Izračunati pobudnu struju potrebnu za $\cos\varphi = 0{,}80$ kap., kad sinhrona mašina iz sl. 8-2 radi kao sinhroni motor sa naponom na krajevima od 230 V i kad njen indukt prima snagu od 45 kW.

Rešenje. Sl. 8-6 je vektorski dijagram u kome I_a predstavlja struju dovedenu motoru. Primeniće se sistem relativnih jedinica. Prema primeru 7-1 je $x_{s(g)} = 0{,}92$ u relativnim jedinicama, a prema primeru 8-1 je $x_p = 0{,}227$ takođe u relativnim jedinicama. S obzirom da se radi o maloj mašini, pad napona u otporu indukta je znatan, ali se pojedinosti kao što je uticaj temperature na otpor mogu zanemariti. Prema primeru 7-2, $r_{a(eff)} = 0{,}040$ u relativnim jedinicama. (Otpor jedno-

smernoj struji može se upotrebiti, jer neće uneti znatnu grešku). Napon U_t u relativnim jedinicama je 230/220 = 1,045, a primljena prividna snaga je 1,00/0,80 = 1,25 u relativnim jedinicama. Uzimajući U_t kao referentni vektor imamo:

$$I_a = \frac{1{,}25}{1{,}045}(0{,}80 + j\,0{,}60) = 0{,}956 + j0{,}718 \text{ u relativnim jedinicama.}$$



Sl. 8-6. Vektorski dijagram zasićenog sinhronog motora, primer 8-2

Dalje treba izračunati zajedničku e. m. s. E_r kako bi se moglo odrediti zasićenje. Iz sl. 8-6 je

$$E_r = U_t - I_a(r_a + jx_p) \tag{8-11}$$
$$= 1{,}045 - (0{,}956 + j0{,}718)(0{,}040 + j0{,}227)$$
$$= 1{,}170 - j0{,}246$$

Intenzitet $E_r = 1{,}20$ u relativnim jedinicama. Dalje možemo postupiti na jedan od dva niže pokazana načina:

1. Iz krivih na sl. 8-5 za $E_r = 1{,}20$ je $k = 1{,}375$ i $x_s = 0{,}730$. Zasićena vrednost E_f napona usled pobude je vektorski

$$E_f = U_t - I_a(r_a + jx_s) \tag{8-12}$$
$$= 1{,}045 - (0{,}956 + j\,.\,0{,}718)(0{,}040 + j\,.\,0{,}730) =$$
$$= 1{,}531 - j\,.\,0{,}727$$

Intenzitet iznosi $E_f = 1{,}70$. Ova veličina se može prevesti u pobudnu struju ako se izračuna odgovarajuća vrednost prema liniji vazdušnog procepa; tako je, prema jedn. 8-8

$$E_{f(g)} = k\,E_f = 1{,}375 \cdot 1{,}70 = 2{,}33$$

Ovo je vrednost pobude induktora u relativnim jedinicama kad se za jedinicu te pobude uzme vrednost koja odgovara jedinici napona na liniji vazdušnog procepa, kao na sl. 7-15*b*. Za mašinu iz ovog zadatka, prema jedn. 8-2, pobuda 1,00 u relativnim jedinicama je 2,40 A. Prema tome pobudna struja za zadato opterećenje je

$$I_f = 2{,}33\,.\,2{,}40 = 5{,}60 \text{ A}$$

2. Kad se ne raspolaže krivama kao na sl. 8-5, sačinilac zasićenja k može se odrediti neposredno iz sl. 8-4. Zatim se iz jedn. 8-6 dobiva nezasićena vrednost zajedničke e. m. s.

$$E_{r(g)} = k\,E_r \tag{8-13}$$

kao što pokazuje tačkasti vektor $E_{r(g)}$ na sl. 8-6. Nezasićena vrednost napona usled pobude je

$$E_{f(g)} = E_{r(g)} - j\,I_a\,x_{\varphi(g)} \tag{8-14}$$

kao što pokazuju tačkasti vektori na sl. 8-6, gde je $x_{\varphi(g)}$ nađeno iz jedn. 8-7 uzimajući x_p mesto x_l; vrednost $E_{f(g)}$ je naravno istovetna sa vrednošću nađenom prvim metodom. Kao i ranije odgovarajuća pobudna struja je 5,60 A. Vrednost dobivena stvarnim ogledom opterećenja je

$$I_{f(\text{ogled})} = 5{,}50 \text{ A}$$

Rezultati izračunati po ovim metodima razlikuju se obično samo za nekoliko procenata od rezultata ogleda za normalno zasićene mašine bilo sa cilindričnim rotorom bilo sa isturenim polovima.

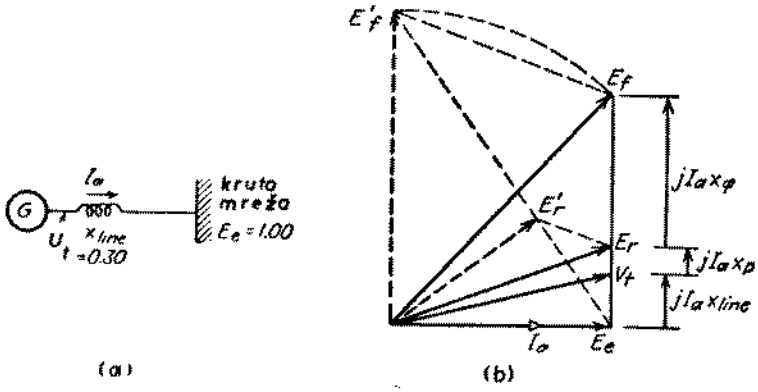
a) Približni metodi. Metodi postupka sa zasićenjem pokazani u primeru 8-2 pogodni su za probleme u kojima je zajednička e. m. s. poznata ili se lako može izračunati. Kad su podaci dati tako da se zajednička e. m. s. ne može izračunati neposredno, potrebno je ponekad da se pribegne postupku približnog računanja. Teškoće na koje se nailazi i dva približna metoda postupka sa zasićenjem pokazuje sledeći primer.

Primer 8-3. Turboalternatorom se snabdeva snagom veliki sistem preko dalekovoda kao što pokazuje sl. 8-7*a*. Prijemni sistem može se smatrati krutom mrežom sa naponom od $E_e = 1{,}00$ u relativnim jedinicama. Dalekovod ima reaktansu 0,30 u relativnim jedinicama uzimajući

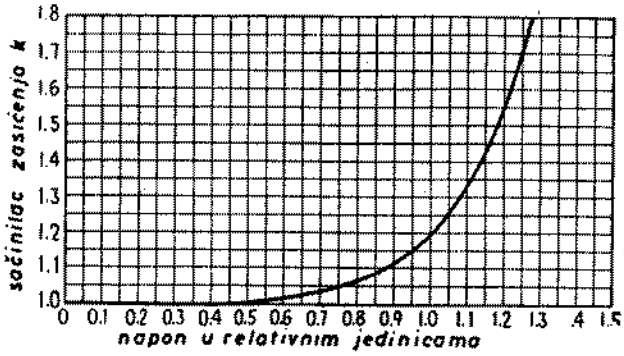
nominalne veličine generatora kao bazu. Nezasićena vrednost sinhrone reaktanse generatora je $x_{s(g)} = 0{,}970$ u relativnim jedinicama, a njegova reaktansa po Potjeu za nominalni napon je $x_p = 0{,}105$. Otpori se mogu zanemariti. Sačinilac zasićenja generatora dat je na sl. 8-8.

Uzmimo da je pobuda generatora podešena tako da sačinilac snage bude 1,00 na prijemnom kraju voda kad generator odaje nominalnu struju. Pobuda se tada održava konstantnom.

Izračunati granicu snage u ustaljenom stanju sistema pod pretpostavkom da zasićenje mašine stoji konstantno na vrednosti koja odgovara navedenim početnim radnim uslovima. Prodiskutovati dejstvo ove pretpostavke.



Sl. 8-7. Sinhroni generator i dalekovod za primer 8-3. *(a)* Jednopolna šema *(b)* Vektorski dijagram



Sl. 8-8. Sačinilac zasićenja k za mašinu u primeru 8-3

Rešenje. Vektorski dijagram za date početne uslove pokazan je punim linijama na sl. 8-7*b*, sa naponom E_e kao referentnim vektorom. Zajednički napon E_r je

$$E_r = E_e + jI_a(x_{\text{lin}} + x_p) \tag{8-15}$$

$$= 1{,}00 + j\,.\,1{,}00\,.\,0{,}405 = 1{,}00 + j\,.\,0{,}405$$

Intenzitet ovog napona iznosi $E_r = 1{,}08$, a prema sl. 8-8 je $k = 1{,}30$. Po jedn. 8-10, zasićena sinhrona reaktansa je

$$x_s = 0{,}105 + \frac{0{,}970 - 0{,}105}{1{,}30} = 0{,}770$$

a zasićena vrednost reaktanse celog sistema je

$$x_{\text{total}} = x_{\text{lin}} + x_s = 1{,}07$$

Zasićena vrednost napona usled pobude je

$$E_f = E_e + jI_a\, x_{\text{total}} = 1{,}00 + j\,.\,1{,}07$$

a intenzitet je $E_f = 1{,}46$ u relativnim jedinicama. Time su izračunate početne vrednosti.

Pretpostavljajući da zasićenje ostaje konstantno kad se obrtni momenat pogonske mašine povećava, granica snage postiže se kad ugao prednjačenja pobudnog napona ispred napona prijemnih sabirnica postane 90° kao što pokazuje tačkasti vektor E'_f na sl. 8-7*b*. Odgovarajuća granica snage pri konstantnoj pobudi, prema jedn. 7-24, je:

$$P_{\max} = \frac{E_f \cdot E_e}{x_{\text{total}}} = \frac{1{,}46 \cdot 1{,}00}{1{,}07} = 1{,}37 \text{ u relativnim jedinicama.}$$

Međutim, zasićenje ne ostaje u stvari konstantno. Kad se pobudni napon prebaci u položaj E_f' zajednička e.m.s. opadne, kao što pokazuje vektor E'_p na sl. 8-7*b*. Zasićenje se, prema tome, smanjilo. Zasićene vrednosti za E_f i x_φ nisu konstantne i, strogo uzev, granica snage ne nastupa tačno na 90°. Uopšte uzev, zasićenost opada sa približavanjem granici snage. Pobudna struja je stoga u stanju da proizvede veći komponentni fluks i najveća snaga je u stvari nešto veća od vrednosti ovde izračunate. Jedan mnogo duži proračun, zasnovan na metodu opisanom u referenci navedenoj u napomeni 4, daje $P_{max} = 1{,}45$.

Ponekad se pretpostavlja da je zasićenost određena naponom na krajevima (a ne zajedničkom e.m.s.) i da se uticajem zasićenosti smanjuje kako rasipna reaktansa tako i reaktansa magnećenja. Sa takvim pretpostavkama zasićena vrednost sinhrone reaktanse je:

$$x_s = \frac{x_{s(g)}}{k_t} \tag{8-16}$$

gde je k_t sačinilac zasićenja za napon na krajevima. Treba primetiti da je ovaj metod obrade zasićenja isti kao približni metod u jedn. 7-11 i 7-19. Iako ovaj metod verovatno ne odražava pravo stanje stvari u magnetnom kolu tako tačno kao jedn. 8-10, njegovo preimućstvo je jednostavnost. Za ponovno računatu granicu snage za primer 8-3 dobiva se na toj osnovi vrednost od 1,36 u relativnim jedinicama.

b. Metod ASA. Metod obrade zasićenja koji preporučuje Američko udruženje za standardizaciju[6] odnosi se prvenstveno na izračunavanje pobudne struje za određene uslove napona na krajevima, struje indukta i sačinioca snage. On se u principu sastoji u tome da se sa mašinom postupa kao da nije zasićena, a da se zatim doda izvesna dopunska komponenta pobude na ime zasićenja. Ova dopunska komponenta nalazi se iz zasićenja koje odgovara zajedničkoj e. m. s. Potrebni su isti podaci kao za metod zasićene sinhrone reaktanse u primeru 8-2, računanje je slično, a rezultati su skoro istovetni. Suština metoda opisana je u sledećem primeru. Međutim, mi ćemo u obradi detalja nešto malo odstupiti od metoda ASA.

Primer 8-4. Rešiti primer 8-2 pomoću metoda ASA.

Rešenje. Najpre se izračuna pobudna struja zanemarujući zasićenje. Konstante mašine date su u primeru 8-2. Vektorski dijagram je pokazan na sl. 8-9, gde I_a predstavlja primljenu struju motora. Vrednosti U_t i I_a u relativnim jedinicama iste su kao u primeru 8-2. Da je mašina nezasićena napon usled pobude E_f (nezasić.) bio bi

$$E_f(\text{nezasić.}) = U_t - I_a(r_a + jx_{s(g)}) \tag{8-17}$$

$$= 1{,}045 - (0{,}956 + j\,.\,0{,}718)(0{,}040 + j\,.\,0{,}92) = 1{,}667 - j\,.\,0{,}909$$

Intenzitet E_f (nezasić.) je 1,90 u relativnim jedinicama. Odgovarajuća pobudna struja na liniji vazdušnog procepa je

$$I_{f(g)} = 1{,}90\,.\,2{,}40 = 4{,}55 \text{ A}$$

gde je 2, 40 A pobudna struja koja odgovara naponu 1,00 u relativnim jedinicama (220 V) na liniji vazdušnog procepa u sl. 8-2.

---

[5] Za proučavanje granica snage turbogeneratora zasnovanih na ovom metodu obrade zasićenja vidi C. G. Adams i J. B. Mc Clure, Underexcited Operation of Turbogenerators, *Trans. AIEE*, vol. 67, str. 521 do 526, 1948.

[6] ASA Standards, Rotating Electrical Machinery, *Bull.* C50-1943, str. 33, American Standards Association, Njujork 1943.

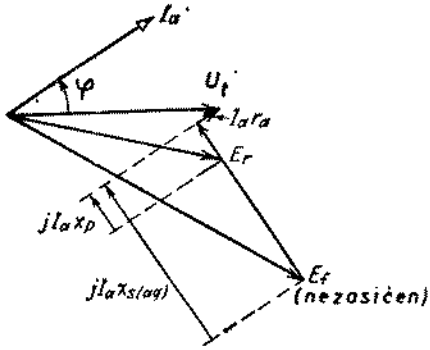
Priraštaj pobudne struje prouzrokovan zasićenjem nalazi se sada iz zajedničke e.m.s. i karakteristike praznog hoda. Zajednička e.m.s. E_r, izračunata kao u jedn. 8-11, je 1,20 u relativnim jedinicama, ili 264 V između faza. Iz sl. 8-2 odgovarajuća pobudna struja prema karakteristici praznog hoda je 3,95 A, a prema liniji vazdušnog procepa 2,87 A. Priraštaj ΔI_f prouzrokovan zasićenjem je

$$\Delta I_f = 3{,}95 - 2{,}87 = 1{,}08 \text{ A}$$

U metodu ASA ovaj priraštaj se neposredno dodaje pobudnoj struji izračunatoj bez zasićenja. Prema tome, pobudna struja korigovana s obzirom na zasićenje je

$$I_f = I_{f(g)} + \Delta I_f = 4{,}55 + 1{,}08 = 5{,}63 \text{ A}$$

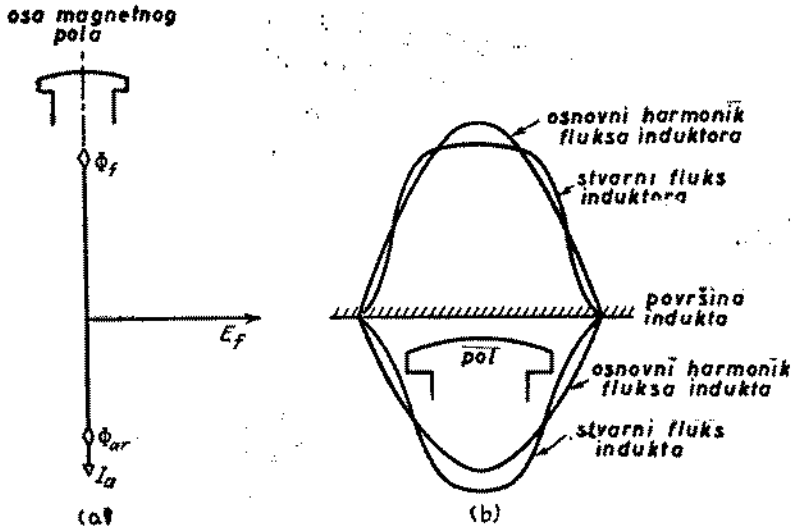
Uporedi sa vrednošću 5,60 A izračunatu u primeru 8-2 i vrednošću 5,50 A određenom stvarnim ogledom opterećenja.



Sl. 8-9. Vektorski dijagram sinhronog motora, zanemarujući zasićenost, primer 8-4

8-4. Uticaj isturenih polova. Uvod u teoriju dve reaktanse. U od. 7-2 videli smo da prostorni položaj talasa fluksa reakcije indukta u odnosu na polove induktora zavisi od faznog ugla struje indukta u odnosu na napon usled pobude. U mašini s ravnomernim vazdušnim procepom, magnetni otpor magnetnog kola nezavisan je od prostornog položaja talasa fluksa. Zato se za takve mašine induktivno dejstvo uravnoteženih struja višefaznog indukta može uzeti u obzir pomoću sinhrone reaktanse koja ne zavisi od sačinioca snage.

U mašini s isturenim polovima, međutim, imamo potpuno drukčije stanje stvari. Cilj ovog odeljka je da pokaže šta u elementarnim pojmovima iz gl. 7 treba izmeniti da bi se uzeo u obzir uticaj neravnomernog vazdušnog procepa i da pruži izvesne podatke o tome kad treba uzimati u obzir uticaj isturenosti. Videćemo da



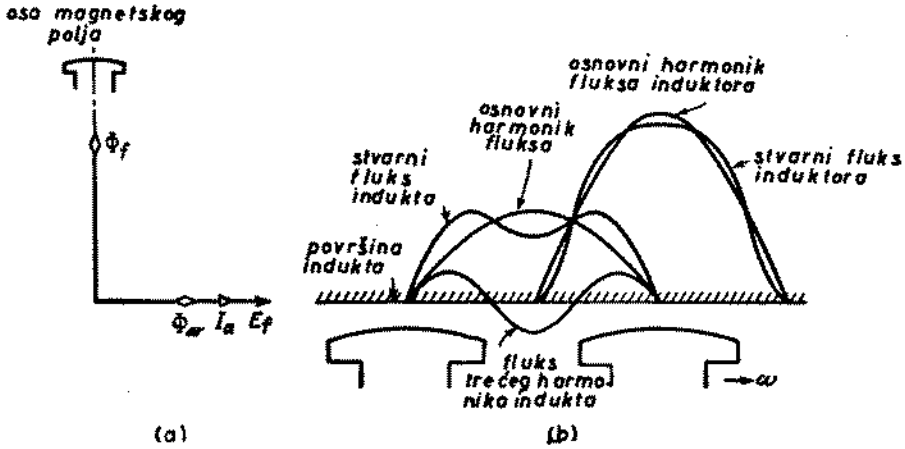
Sl. 8-10. Fluksovi u vazdušnom procepu u uzdužnoj osi polova sinhrone mašine s isturenim polovima

se struje indukta mogu razložiti u vremenski upravne komponente a da one stvaraju dve komponente reakcije indukta koje se sinhrono obrću; jedna od njih je u uzdužnoj a druga u poprečnoj osi polova induktora. Uticaj svake od ovih kompo-

nenata može se posebno razmatrati. Ovaj analitički metod predložio je najpre Blondel početkom ovog veka, a docnije su ga Doherty i Nickle[7] razradili u prilično uprošćenu kvantitativnu teoriju čiji će osnovi biti izloženi u ovom odeljku. Samo uslovi uravnoteženog ustaljenog stanja biće razmotreni, a uticaj magnetnog zasićenja će se zanemariti tako da se uslovi rezultantnog fluksa mogu smatrati kao zbir komponentnih fluksova.

U od. 7-2 pokazano je da talas fluksa reakcije indukta zaostaje za talasom fluksa induktora za prostorni ugao $90° + \theta_L$ gde je θ_L vremenski fazni ugao za koji struja indukta u smeru e. m. s. usled pobude zaostaje za e. m. s. usled pobude. Kad struja indukta I_a zaostaje za e. m. s. usled pobude E_f za 90°, talas fluksa reakcije indukta Φ_{ar} je upravo naspram magnetnih polova i ima smer suprotan smeru fluksa induktora Φ_f, kao što je vektorski prikazano na sl. 8-10*a*. Odgovarajući talasi indukcije na površini indukta koje proizvode pobudna struja i prostorni osnovni harmonik m. m. s. reakcije indukta koji se obrće sinhrono, pokazani su na sl. 8-10*b*, gde je uticaj žlebova zanemaren. Talasi se sastoje od prostornog osnovnog harmonika i familije neparnih harmonika višeg reda koji se obrću sinhronom brzinom. Fluksovi viših harmonika indukuju odgovarajuće e. m. s. u namotajima indukta, ali je njihov uticaj obično mali zbog dejstva ublažavanja razdeljenih namotaja indukta. Zato će biti razmotreni samo prostorni osnovni harmonici. Na sl. 8-10*a* vektorima Φ_f i Φ_{ar} prikazane su te osnovne harmonične komponente fluksova po polu.

Uslovi su sasvim drukčiji kad je struja indukta u fazi sa e. m. s. usled pobude, kao što vektorski prikazuje sl. 8-11*a*. Osa talasa reakcije indukta je ovde naspram međupolnog prostora, kao što se vidi na sl. 8-11*b*. Talas fluksa reakcije



Sl. 8-11. Fluksovi u vazdušnom procepu u poprečnoj osi polova sinhrone mašine s isturenim polovima

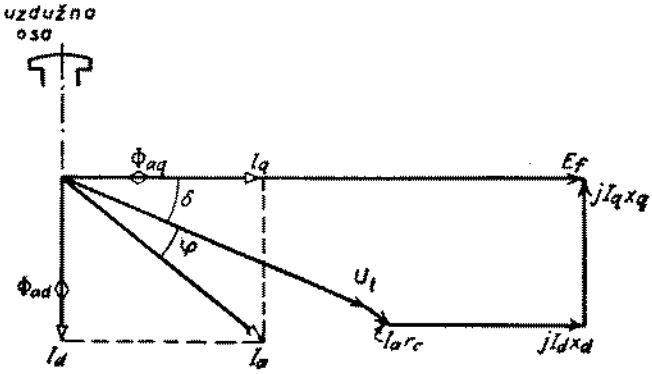
indukta jako je deformisan i sastoji se uglavnom od osnovnog harmonika i istaknutog trećeg prostornog harmonika. Talas fluksa trećeg harmonika indukuje treće harmonike e. m. sila u fazama indukta, ali se ovi naponi ne pojavljuju u linijskom naponu (v. od. 4-6*c*.)

Veliki magnetni otpor u vazdušnom procepu između polova čini da je prostorni osnovni harmonik fluksa reakcije indukta manji kad je reakcija indukta pod

[7] R. E. Doherty i C. A. Nickle, Synchronous Machines. Part I — An Extension of Blondel's Two-reaction Theory. Part II — Steady-state Power-angle Characteristics, *Trans. AIEE*, vol. 45, str. 912 do 947, 1926. Ostali članci ove klasične serije odnose se na prelazna stanja.

pravim uglom sa osom polova (sl. 8-11*b*) od onog koji bi stvorila ista struja indukta kad bi se talas fluksa indukta nalazio upravo naspram magnetnih polova (sl. 8-10*b*). Reaktansa magnećenja je zato manja kad je struja indukta vremenski u fazi sa e. m. s. usled pobude (sl. 8-11*a*) nego kad je vremenski pod pravim uglom u odnosu na e. m. s. usled pobude (sl. 8-10*a*).

Uticaj isturenih polova može se uzeti u obzir kad se struja indukta I_a razloži u dve komponente, od kojih je jedna vremenski pod pravim uglom a druga vremenski u fazi s naponom usled pobude E_f, kao što je vektorski prikazano na sl. 8-12 za generator s isturenim polovima koji radi s induktivnim sačiniocem snage. Komponenta I_d struje indukta, vremenski upravna na napon usled pobude, proizvodi komponentni osnovni harmonik fluksa reakcije indukta Φ_{ad} duž ose polova induktora kao na sl. 8-10. Komponenta I_q, u fazi s naponom usled pobude, proizvodi osnovnu harmoničku komponentu fluksa reakcije indukta Φ_{aq} prostorno



Sl. 8-12. Osnovni vektorski dijagram sinhronog generatora s isturenim polovima

upravnu na magnetne polove, kao u sl. 8-11. Indeksi d i q odnose se na prostorni fazni položaj fluksova reakcije indukta, a ne na vremensku fazu komponentnih struja koje ih proizvode. Zato se veličinama *uzdužne ose* smatraju one čije je magnetno dejstvo usredsređeno na ose polova rotora. M. m. s. uzdužne ose dejstvuju na glavno magnetno kolo. Veličinama *poprečne ose* smatraju se one čije je magnetno dejstvo usredsređeno na međupolni prostor. Svakoj od komponentnih struja I_d i I_q odgovara izvestan pad napona usled sinhrone reaktanse $j\ I_d\ x_d$ odnosno $j\ I_q\ x_q$. Reaktanse x_d i x_q su uzdužna odnosno poprečna sinhrona reaktansa. Njihove definicije su sledeće:[8]

Uzdužna sinhrona reaktansa je odnos osnovne harmoničke komponente reaktivnog pada napona indukta koji potiče od osnovne harmoničke komponente uzdužne ose struje indukta prema toj komponenti struje, pri uslovima ustaljenog stanja i pri nominalnoj učestanosti.

Poprečna sinhrona reaktansa je odnos osnovne harmoničke komponente reaktivnog pada napona indukta koji potiče od osnovne harmoničke komponente poprečne ose struje indukta prema toj komponenti struje, pod uslovima ustaljenog stanja i pri nominalnoj učestanosti.

Sinhronim reaktansama se uzima u račun induktivno dejstvo svih fluksova osnovne učestanosti proizvedenih strujama indukta, uključujući fluksove rasipanja indukta i reakcije indukta. Induktivna dejstva uzdužnih i poprečnih talasa fluksa reakcije indukta mogu se prema tome uzeti u obzir u vidu *uzdužne* odnosno *poprečne reaktanse magnećenja* $x_{\varphi d}$ i $x_{\varphi q}$, slično reaktansi magnećenja x_φ u teoriji cilindričnog rotora. Uzdužna odnosno poprečna sinhrona reaktansa su, dakle,

[8] AIEE Test Code for Synchronous Machines, No. 503, American Institute of Electrical Engineers, Njujork, juni 1945.

$$x_d = x_l + x_{\varphi_d} \tag{8-18}$$

$$x_q = x_l + x_{\varphi_q} \tag{8-19}$$

gde je x_l rasipna reaktansa indukta za koju se uzima da je ista za struje uzdužne i poprečne ose. Upor. s jedn. 7-7. Kao što se vidi iz vektorskog dijagrama generatora (sl. 8-12), napon usled pobude E_f ravan je vektorskom zbiru napona na krajevima U_t, pada napona u otporu indukta $I_a r_a$ i komponentnih padova napona usled sinhrone reaktanse $j I_d x_d + j I_q x_q$.

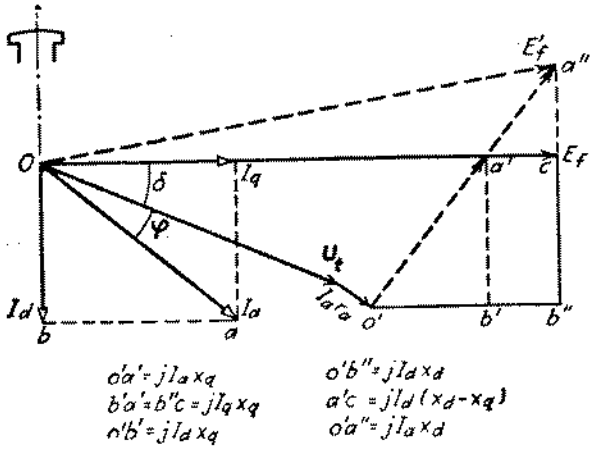
Reaktansa x_q manja je od reaktanse x_d jer je magnetni otpor vazdušnog procepa veći u poprečnoj osi. Obično je x_q između 0,6 x_d i 0,7 x_d. Tipične vrednosti su navedene u tablici 8-1. Treba primetiti da se i u turboalternatoru javlja izvestan slab uticaj isturenih polova, iako su to mašine s cilindričnim rotorom, zbog dejstva žlebova rotora na magnetni otpor u poprečnoj osi.

TABLICA 8—1

TIPIČNE VREDNOSTI REAKTANSI MAŠINA U RELATIVNIM JEDINICAMA
(Prividna snaga mašine uzeta kao baza)

	Sinhroni motori		Sinhroni kompen-zatori	Hidro-električni generatori	Turbo-alterna-tori
	brzohodi	sporo-hodi			
x_d	0,65 (min) 0,80 (prosečno) 0,90 (max)	0,80 1,10 1,50	1,60	0,60 1,00 1,25	1,15
x_q	0,50 (min) 0,65 (prosečno) 0,70 (max)	0,60 0,80 1,10	1,00	0,40 0,65 0,80	1,00

Pri upotrebi vektorskog dijagrama na sl. 8-12 struja indukta mora se razložiti na svoje komponente uzdužne i poprečne ose. Pri tom razlaganju pretpostavlja se da je fazni ugao $\varphi + \delta$ struje indukta u odnosu na napon usled pobude poznat. Međutim često se neposredno zna ugao φ u odnosu na napon na krajevima mašine a ne unutrašnji ugao $\varphi + \delta$. Vektorski dijagram sa sl. 8-12 ponovo je nacrtan na sl. 8-13, gde su ti vektori prikazani punim linijama. Proučavanje ovog dijagrama



Sl. 8-13. Odnosi između komponentnih napona koji se pojavljuju u teoriji isturenih polova.

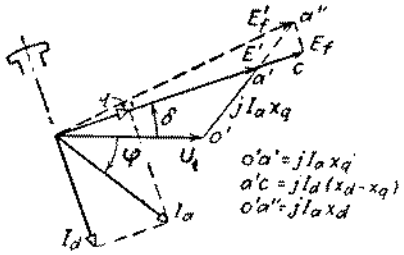
pokazuje da je vektor nacrtan tačkastom linijom $o'\,a'$, upravan na I_a, ravan $j\,I_a\,x_q$. Do ovog rezultata se geometrijski dolazi na osnovu činjenice da su trougli $o'\,a'\,b'$ i oab slični jer su im odgovarjuće strane uzajamno upravne. Tako je

$$\frac{o'a'}{oa} = \frac{b'a'}{ba} \tag{8-20}$$

ili

$$o'a' = \frac{b'a'}{ba}\,oa = \frac{jI_q x_q}{I_q}\,I_a = jI_a x_q \tag{8-21}$$

Vektorskim zbirom $U_t + I_a r_a + j\,I_a\,x_q$ određen je, dakle, ugaoni položaj napona usled pobude E_f, pa dakle i uzdužna i poprečna osa. Sa fizičkog gledišta mora tako da bude, jer celokupna pobuda induktora normalne mašine je u uzdužnoj osi. Primena ovih izraza pri određivanju potrebne pobude za date radne uslove na krajevima mašine s isturenim polovima pokazana je u primeru 8-5.



Sl. 8-14. Vektorski dijagram sinhronog generatora s isturenim polovima iz primera 8-5.

Primer 8-5. Reaktanse sinhronog generatora s isturenim polovima su $x_d = 1{,}00$ i $x_q = 0{,}60$ u relativnim jedinicama. Otpor indukta može se zanemariti.

Izračunati napon usled pobude kad generator odaje nominalnu prividnu snagu pri $\cos\varphi = 0{,}80$ i nominalnom naponu na krajevima.

Rešenje. Najpre treba naći fazu napona E_f da bi se vektor I_a mogao razložiti na komponente paralelne uzdužnoj i poprečnoj osi. Vektorski dijagram je dat na sl. 8-14. Vektorski je:

$$I_a = 0{,}80 - j\,0{,}60 = 1{,}00\underline{/-36{,}9^0}$$

$$jI_a x_q = j\,(0{,}80 - j\,0{,}60)\,.\,0{,}60 = 0{,}36 + j\,0{,}48$$

$$U_t = \text{referentni vektor} \qquad = 1{,}00 + j\,0$$

$$\text{Vektorski zbir} = E' \qquad = 1{,}36 + j\,0{,}48 = 1{,}44\,\underline{/\,19{,}4^0}$$

Ugao $\delta = 19{,}4^0$, a fazni ugao između E_f i I_a je $36{,}9^0 + 19{,}4^0 = 56{,}3^0$.

Struja indukta može se sad razložiti na svoje komponente paralelne uzdužnoj i poprečnoj osi. Njihove veličine su

$$I_d = 1{,}00 \sin 56{,}3^0 = 0{,}832$$

$$I_q = 1{,}00 \cos 56{,}3^0 = 0{,}555$$

Vektorski:

$$I_d = 0{,}832\underline{/-90^0 + 19{,}4^0} = 0{,}832\underline{/-70{,}6^0}$$

$$I_q = 0{,}555\,\underline{/19{,}4^0}$$

Sada bi se E_f mogao odrediti iz vektorskog odnosa:

$$E_f = U_t + jI_d\,x_d + jI_q x_q \tag{8-22}$$

Jedan kraći metod se sastoji u tome da se brojno doda dužina $a'c = I_d(x_d - x_q)$ veličini E'. Napon usled pobude je tada ravan algebarskom zbiru

$$E_f = E' + I_d\,(x_d - x_q) \tag{8-23}$$

$$= 1{,}44 + 0{,}832 \cdot 0{,}40 = 1{,}77 \text{ u relativnim jedinicama}$$

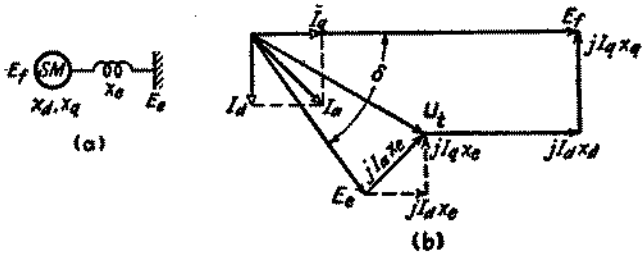
Vektorski, $E_f = 1{,}77\,\underline{/19{,}4^0}$.

U uprošćenoj teoriji u gl. 7 pretpostavili smo da se sinhorna mašina može prikazati jednom jedinom reaktansom — sinhronom reaktansom iz od. 7-5. Samo po sebi se postavlja pitanje koliki je stepen približnosti tako uprošćenog postupka kad es radi o mašini s isturenim polovima. Pretpostavimo da mašina s isturenim polovima na sl. 8-13 i 8-14, obrađena po teoriji cilindričnog rotora, ima samo jednu sinhronu reaktansu ravnu vrednosti svoje uzdužne komponente x_d odredene prostim ogledima u praznom hodu i u kratkom spoju prema od. 7-6. Pri istim uslovima na krajevima mašine, pad napona usled sinhrone reaktanse $jI_a x_d$ bio bi vektor $o' a''$, a ekvivalentni napon usled pobude bio bi E'_f, kao što je pokazano na tim slikama. S obzirom da je ca'' upravno na E_f, razlika između tačne vrednosti E_f i približne vrednosti E_f za normalno pobuđenu mašinu je mala. Ponovnim izračunavanjem napona usled popobude na toj osnovi za primer 8-5 dobiva se vrednost 1,79 26,6°.

Što se tiče uzajamnih odnosa između napona na krajevima, struje indukta, snage i pobude u normalnom radnom opsegu, uticaj isturenih polova obično je manje važan, tako da se karakteristike za mašine s isturenim polovima (na primer, krive pobude karakteristike reaktivnog opterećenja i krive V) obično mogu s dovoljnom tačnošću izračunati na osnovu proste teorije cilindričnog rotora iz gl. 7. Razlike između teorije cilindričnog rotora i teorije isturenih polova postaju značajne samo pri malim pobudama.

Izmedu faznih uglova za E_f i E'_f u sl. 8-13 i 8-14 postoji međutim znatna razlika. Ovu razliku izaziva reluktantni momenat u mašini s isturenim polovima. Taj uticaj je proučen u narednom odeljku.

8-5. Karakteristike snaga—ugao mašina s isturenim polovima. U od. 7-8 videli smo da tok snage u sinhronoj mašini sa cilindričnim rotorom predstavlja samo poseban slučaj toka snage kroz induktivnu impedansu. Tok snage kroz takvu



Sl. 8-15. Sinhrona mašina s isturenim polovima vezana na red s impedansom. *(a)* Jednopolna šema. *(b)* Vektorski dijagram

impedansu može se izraziti pomoću njenog otpora i reaktanse, napona na oba kraja i faznog ugla između tih napona. Cilj sledećeg razmatranja je u tome da se izvedu slični izrazi za mašine s isturenim polovima.

a) Osnovna teorija. Ograničićemo diskusiju na prost sistem pokazan na šemi sl. 8-15*a*, na kojoj je sinhrona mašina *SM* s isturenim polovima vezana za krutu mrežu napona E_e preko redne impedanse sa reaktansom po fazi x_e. Otpor je zanemaren pošto je obično mali. Uzmimo da sinhrona mašina radi kao generator. Vektorski dijagram prikazan je punim linijama na sl. 8-15*b*. Vektori nacrtani tačkastim linijama predstavljaju pad napona usled spoljne reaktanse razložen u komponente koje odgovaraju komponentama I_d i I_q. Uticaj spoljne impedanse je jedino u tome što se njena reaktansa sabira sa reaktansom mašine; tj. ukupne vrednosti reaktanse uključene između napona usled pobude E_f i napona sabirnica E_e su

$$X_d = x_d + x_e \tag{8-24}$$

$$X_q = x_q + x_e \tag{8-25}$$

Kad se napon sabirnica E_e razloži na komponente $E_e \sin \delta$ i $E_e \cos \delta$, u fazi sa I_d odnosno I_q, snaga P odata sabirnicama po fazi je

$$P = I_d E_e \sin \delta + I_q E_e \cos \delta \tag{8-26}$$

Takođe, prema sl. 8-15*b* je

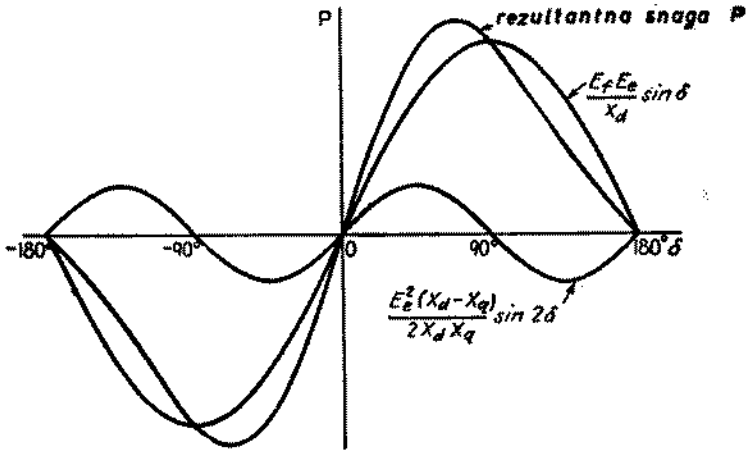
$$I_d = \frac{E_f - E_e \cos \delta}{X_d} \tag{8-27}$$

$$I_q = \frac{E_e \sin \delta}{X_q} \tag{8-28}$$

Zamena jedn. 8-27 i 8-28 u jedn. 8-26 daje

$$P = \frac{E_f E_e}{X_d} \sin \delta + E_e^2 \frac{X_d - X_q}{2 X_d X_q} \sin 2\delta \tag{8-29}$$

Karakteristika snaga—ugao (jedn. 8-29) prikazana je na sl. 8-16. Prvi član je istovetan s izrazom dobivenim za mašinu sa cilindričnim motorom. Taj član je samo proširenje osnovnih pojmova iz gl. 3 sa ciljem da se obuhvate uticaji

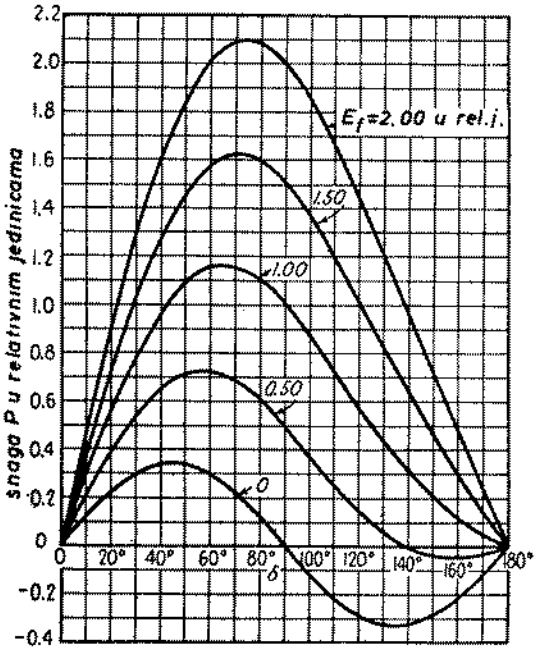


Sl. 8-16. Karakteristika snaga—ugao sinhrone mašine s isturenim polovima, sa osnovnim harmonikom koji potiče od pobudnog polja i drugim harmonikom koji potiče od reluktantnog momenta

redne reaktanse. Drugi član je izraz dejstva isturenih polova. On izražava činjenicu da se talasom fluksa u vazdušnom procepu stvara obrtni momenat koji teži da uravna polove induktora u položaj najmanjeg magnetnog otpora. Taj član je snaga koja odgovara reluktantnom momentu koji je po svojoj opštoj prirodi isti kao reluktantni momenat razmatran u čl. 2-2. Treba primetiti da je reluktantni momenat nezavisan od pobude induktora. Isto tako treba primetiti da kad je $X_d = X_q$, kao u mašinama sa ravnomernim vazdušnim procepom, nema privilegovanog pravca magnećenja, reluktantni momenat je ravan nuli i da se jedn. 8-29 svodi na jednačinu snaga—ugao za mašinu sa cilindričnim rotorom čija je sinhrona reaktansa X_d.

Slika 8-17 pokazuje familiju karakteristika snaga—ugao za razne vrednosti pobude i konstantni napon na krajevima. Pokazane su samo pozitivne vrednosti δ. Krive za negativne vrednosti δ su iste, osim što P dobiva suprotan znak. To znači da su oblasti generatora i motora slične kad su uticaji otpora zanemarljivi. Pri

generatorskom dejstvu E_f prednjači ispred E_e; pri motorskom dejstvu E_f zaostaje za E_e. Rad u ustaljenom stanju je stabilan u opsegu u kome je nagib karakteristike snaga—ugao pozitivan. Zbog reluktantnog momenta mašina s isturenim polovima je kruća od mašine sa cilindričnim rotorom — tj. pri jednakim naponima i jednakim vrednostima za X_d, mašina s isturenim polovima razvija dati obrtni momenat pri manjoj vrednosti za δ, a maksimalni obrtni momenat koji može da razvije je malo veći.



Sl. 8-17. Familija karakteristika snaga—ugao za sistem sa sl. 8-15*a* sa $E_e = 1{,}00$ $R = 0$, $X_d = 1{,}00$ $X_q = 0{,}60$

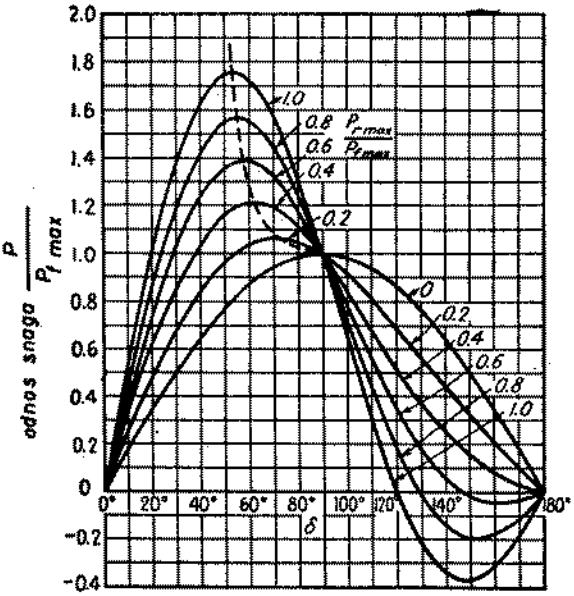
b) Bezdimenzione („normalizovane") karakteristike snaga —ugao. Jednačina 8-29 sadrži šest veličina—dve promenljive P i δ i četiri parametra E_f, E_e, X_d i X_q. Radi uprošćenja oznaka uzmimo da P_{fmax} znači najveću snagu od pobude induktora, a P_{rmax} najveću snagu od reluktantnog momenta. Tada se jedn. 8-29 može pisati.

$$P = P_{fmax} \sin \delta + P_{rmax} \sin 2\delta \tag{8-30}$$

Broj parametara može se još smanjiti kada se jedn. 8-30 podeli sa P_{fmax}; tada je

$$\frac{P}{P_{fmax}} = \sin\delta + \frac{P_{rmax}}{P_{fmax}} \sin 2\delta \tag{8-31}$$

Jednačina 8-31 je u bezdimenzionom ili „normalizovanom" obliku. Ona važi za sve mogućne kombinacije sinhrone mašine i spoljnog sistema, kao u sl. 8-15, pod uslovom da je otpor zanemarljiv. Prema jedn. 8-31 izračunata je familija krivih pokazana na sl. 8-18. Maksimalna vrednost odnosa P_{max}/P_{fmax} i ugao δ_{max} P pri kome je snaga najveća pokazani su kao funkcije odnosa P_{rmax}/P_{fmax} u sl. 8-19. Geometrijsko mesto tačaka maksimuma

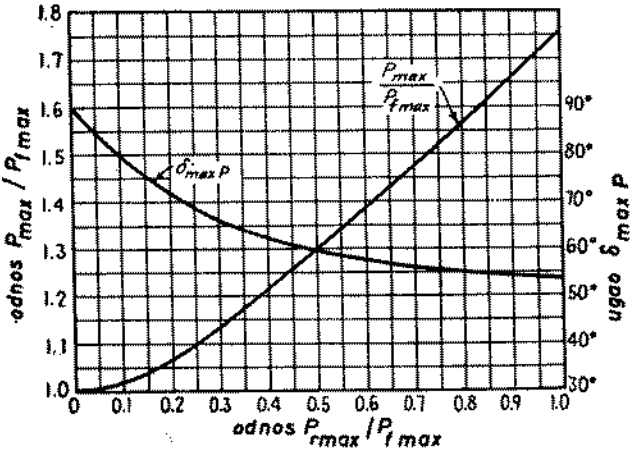


Sl. 8-18. Bezdimenzione („normalizovane") karakteristike snaga—ugao za sistem iz sl. 8-15*a*, za $R = 0$

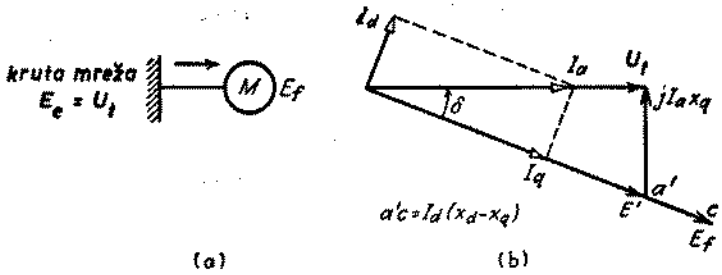
krivih na sl. 8-18 pokazuje isprekidana kriva. Primena ovih krivih pri izračunavanju granica snage u ustaljenom stanju prikazana je u primeru 8-6.

Primer 8-6· Sinhroni trofazni motor u sprezi Y, 2000 KS, 2300 V, sa sačiniocem snage 1,0 iz primera 7-4, ima reaktanse $x_d = 1{,}95$ i $x_q = 1{,}40\,\Omega$ po fazi. Svi gubici se mogu zanemariti.

Izračunati najveću mehaničku snagu u kW koju ovaj motor može dati kad se napaja iz krute mreže (sl. 8-20*a*) pri nominalnom naponu i nominalnoj učestanosti i kad mu se pobuda



Sl. 8-19. Bezdimenzione („normalizovane") krive koje pokazuju uticaj reluktantnog momenta na granicu snage u ustaljenom stanju



Sl. 8-20. Sinhroni motor s isturenim polovima iz primera 8-6. *(a)* Jednopolna šema. *(b)* Vektorski dijagram

induktora drži konstantna na vrednosti sa kojom se postiže $\cos\varphi = 1{,}00$ pri nominalnom opterećenju. Pretpostavlja se da opterećenje na vratilu raste postepeno tako da su prelazne oscilacije zanemarljive i da važi granica snage za ustaljeno stanje. Uzeti u obzir uticaj isturenih polova.

Rešenje. Najpre treba izračunati pobudu sinhronog motora pri nominalnom naponu, punom opterećenju i sačiniocu snage 1,00. Kao u primeru 7-4, pri punom opterećenju fazni napon na krajevima motora je 1330 V a struja po fazi je 374 A. Sl. 8-20*b* prikazuje vektorski dijagram za propisane uslove opterećenja. Bitna razlika između ovog vektorskog dijagrama i dijagrama za generator na sl. 8-14 je u tome što I_a u sl. 8-20 predstavlja struju koju motor prima. Vektorska jednačina za napon koja odgovara jedn. 8-22 postaje ovde:

$$E_f = U_t - jI_d x_d - jI_q x_q \tag{8-32}$$

Na sl. 8-20*b* je

$$E' = U_t - jI_a x_q \tag{8-33}$$

$$= 1330 + j0 - j\cdot 374\cdot 1{,}40 = 1{,}429 - 21{,}5^0$$

Znači da je ugao $\delta = 21{,}5^0$ sa E_f koje zaostaje za U_t. Vrednost I_d je

$$I_d = I_a \sin\delta = 374\cdot 0{,}367 = 137 \text{ A}$$

Veličina E_f može se dobiti kad se veličini E' brojno doda dužina $a'c = I_d(x_d - x_q)$:

$$E_f = E' + I_d(x_d - x_q)$$
$$= 1429 + 137 \cdot 0{,}55 = 1504 \text{ V}$$

Maksimalne vrednosti dveju komponenata snage mogu se sada izračunati. Iz jedn. 8-30 i 8-31 je

$$P_{f\max} = \frac{1504 \cdot 1330}{1{,}95} = 1025 \times 10^3 \text{ W po fazi}$$

$$P_{r\max} = \frac{1330^2 \cdot 0{,}55}{2 \cdot 1{,}95 \cdot 1{,}40} = 178 \times 10^3 \text{ W po fazi}$$

odatle je

$$\frac{P_{r\max}}{P_{f\max}} = 0{,}174$$

Iz sl. 8-19 je odgovarajuća vrednost odnosa maksimalne snage

$$P_{\max}/P_{f\max} = 1{,}05$$

prema tome maksimalna snaga je

$$P_{\max} = 1{,}05\ P_{f\max} = 1{,}05 \cdot 1025 \times 10^3 = 1080 \text{ kW po fazi}$$
$$= 3240 \text{ kW za 3 faze}$$

Upor. sa $P_{\max} = 3090$ kW nađenih u primeru 7-4, gde je bio zanemaren uticaj isturenih polova. Greška prouzrokovana zanemarivanjem isturenosti je nešto malo manja od 5 odsto.

Uticaj isturenih polova na granice snage raste naporedo sa odnosom $P_{r\max}/P_{f\max}$, kao što pokazuje sl. 8-19. Za normalno pobuđenu mašinu dejstvo isturenih polova obično iznosi najviše nekoliko procenata. Samo pri malim pobudama postaje reluktantni momenat znatan. Izuzev pri malim pobudama ili kad su potrebni izuzetno tačni rezultati, na mašinu s isturenim polovima obično se može primeniti prosta teorija cilindričnog rotora.

8-6. Merenje sinhronih reaktansi. Nezasićena vrednost sinhrone reaktanse u uzdužnoj osi može se dobiti iz rezultata ogleda praznog hoda i kratkog spoja opisanih u od. 7-6*b*. Uticaj zasićenja može se uzeti u obzir metodom zasićene sinhrone reaktanse pomoću jedn. 8-8 i 8-10—postupkom u kome se zasićenje posmatra kao da je ograničeno samo na gvožđu indukta[9]

Dva metoda za merenje sinhrone reaktanse u poprečnoj osi opisana su u posebnom standardu AIEE (v. primedbu 8). To su metodi ogleda klizanja i ogleda najveće induktivne struje, opisani u daljim redovima[10]

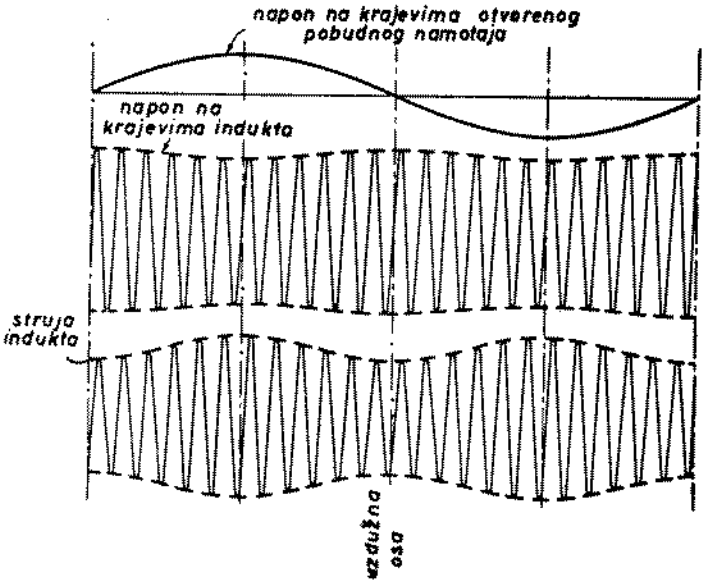
U ogledu klizanja mašina se goni mehanički brzinom malo različitom od sinhrone, sa otvorenim pobudnim namotajem, dok su na krajeve njenog indukta priključeni uravnoteženi višefazni naponi u ispravnom faznom redosledu. Pod tim uslovima talas m.m.s. indukta klizi polako kraj polova induktora brzinom klizanja. Snimaju se oscilogrami struje indukta, napona priključenog na krajeve indukta i napona indukovanog u otvorenom namotaju induktora. Slika 8-21 pokazuje opšti izgled oscilograma, ali je prikazana vrednost klizanja radi jasnoće mnogo veća nego što bi se upotrebila u praksi. Kad se osa talasa m.m.s. indukta poklapa sa osom

---

[9]) Za alternativni i teorijski potpuniji postupak vidi S. B. Crary, L. A. March i L. P. Shildneck, Equivalent Reactance of Synchronous Machines, *Trans. AIEE*, vol. 53, br. 1, str. 124 do 132, januar 1934. V. i napomenu 3.

[10]) Za bliža obaveštenja o ovom i drugim metodima ogleda v. R. V. Shepherd i C. E. Kilburne, The Quadrature Synchronous Reactance of Salient — pole Synchronous Machines, *Trans. AIEE*, vol. 62, br. 11, str. 684 do 689, novembar 1943.

polova induktora, impedansa mašine ravna je svojoj vrednosti u uzdužnoj osi. Za četvrt klizne periode docnije osa talasa m.m.s. se poklapa s poprečnom osom, a impedansa je ravna svojoj vrednosti u poprečnoj osi. Kad je otpor indukta zanemarljiv, sinhrona reaktansa uzdužne ose x_d ravna je najvećem odnosu između napona



Sl. 8-21. Opšti izgled oscilograma pri ispitivanju klizanja

priključenog na indukt po fazi i struje indukta po fazi, što nastupa kad je trenutni napon indukovan u namotaju induktora ravan nuli. Sinhrona reaktansa poprečne ose x_q je najmanja vrednost ovog odnosa i javlja se kad je trenutni napon indukovan u namotaju induktora na svojoj najvećoj vrednosti. Najbolji rezultati za x_q mogu se dobiti kad se odnos x_q/x_d odredi ogledom klizanja i za x_d upotrebi vrednost iz ogleda praznog hoda i kratkog spoja.

Glavni nedostatak ogleda klizanja je u tome što se velike greške mogu izazvati dejstvom struje indukovane u kola rotora kakva su prigušni namotaji, sem ako se ne podesi da klizanje bude vrlo malo. Ovom uslovu je ponekad teško udovoljititi zbog težnje mašine da uđe u sinhronizam i da dalje radi kao reluktantni motor sinhrono s talasom m.m.s. indukta. Prema tome, ogled se obično mora vršiti pri niskim vrednostima napona indukta. Dobivena vrednost za x_q je stoga njena nezasićena vrednost. S obzirom da se oscilogrami obično moraju snimiti, tačnost rezultata ograničena je tačnošću sa kojom se oscilogrami mogu čitati.

Ogled najveće induktivne struje pomaže da se izbegnu obe ove teškoće. Pri tom ogledu mašina radi kao neopterećen sinhroni motor sanormalnim uravnoteženim višefaznim naponima priključenim na krajeve njenog indukta. Struja pobude svede se na nulu. Mašina tada radi kao reluktantni motor. Polaritet pobude struje se tada preokrene i uključi se mala pobudna struja u obratnom (tj. negativnom) smeru, usled čega se struja indukta poveća. Povećavajući negativnu pobudu u malim stupnjevima odredi se najveća stabilna struja indukta. Svako dalje povećanje negativne pobude učinilo bi da mašina trenutno izgubi sinhronizam. Ona se obično vrati u sinhronizam posle sklizanja pored jednog pola. Kao što je pokazano u članku navedenom u napomeni 10, sinhrona reaktansa poprečne ose je tada približno

$$x_q = \frac{U_t}{I_{a(po)}} \tag{8-35}$$

gde je U_t napon po fazi na ktajevima indukta, a $I_{a(po)}$ stabilna struja indukta po fazi kad mašina upravo treba da sklizne pored jednog pola ali to još nije počela da čini.

Preimućstvo ogleda najveće induktivne struje nad ogledom klizanja je u tome da se može sprovoditi pri normalnom naponu i da se vrednost x_q može odrediti pri približno normalnim uslovima zasićenja.

8-7. Rezime. U gl. 7 uticaj zasićenja je uzet u obzir samo putem jedne empiričke jednačine, dok je uticaj isturenih polova bio potpuno zanemaren. U gl. 8 proučili smo oba ova uticaja. Najznačajniji zakjlučak iz gl. 8, potkrepljen eksperimentalnim dokazima, jeste da pomalo sirovi metodi iz gl. 7 daju iznenađujuće dobre rezultate u mnogim praktičnim okolnostima.

Proučavanje zasićenja je odličan primer inženjerskog prilaženja problemima koji su u suštini tako složeni da je tačno rešavanje beznadežno. Primenom promišljeno izabranih pretpostavki u svrhu uprošćavanja, zasnovanih na fizičkoj slici onoga što se zbiva, može se formulisati razumno uprošćena kvantitativna teorija koja se proverava stvarnim ispitivanjima pri opterećenju. Ove pretpostavke se sastoje u tome što se smatra da je reaktansa rasipanja konstantna i da se karakteristika praznog hoda može upotrebiti kao da predstavlja krivu zasićenja, odnosno zavisnost za jedničke e.m.s. i rezultantne m.m.s., pod opterećenjem. Ovaj proces mišljenja ima mnogo čega zajedničkog sa onim koji se odnosi na mašine za jednosmernu struju i za transfomatore. Sa ovim pretpostavkama stepen zasićenja može se kvantitativno odrediti pomoću sačinioca zasićenja k koji je funkcija zajedničke e.m.s., kao u jedn. 8-6. Uzima se da se sinhrona reaktansa sastoji od jednog konstantnog dela i jednog drugog na koji utiče zasićenje. Konstantni deo može se odrediti pomoću Potjeovog trougla (sl. 8-2) koji se zasniva na pretpostavci da je karakteristika reaktivnog opterećenja sa jakom pobudom identična sa karakteristikom praznog hoda pomerenom vertikalno naniže za konstantni pad naponaa horizontalno udesno za konstantnu m.m.s. Primena Potjeove reaktanse u problemima zasićenja kao da predstavlja reaktansu rasipanja pruža nam empiričku naknadu za greške zbog upotrebe karakteristike praznog hoda umesto krive zasićenja pod opterećenjem. Iako je ovaj način obrade zasićenja zasnovan na teoriji cilindričnog rotora, rezultati dobiveni primenom na mašini s isturenim polovima dobro se slažu sa stvarnim ogledima.

Uticaj isturenih polova može se uzeti u obzir razlažući struje indukta u komponente uzdužne i poprečne ose koje daju dve komponente reakcije indukta koje se sinhrono obrću, prva sa osom polova induktora, a druga sa osom upravnom na osu polova, kao na sl. 8-10 i 8-11. Svakoj od ovih komponenata struje indukta odgovara određena vrednost sinhrone reaktanse. Sinhrona reaktansa poprečne ose x_q znatno je manja od sinhrone reaktanse uzdužne ose x_d zbog većeg magnetnog otpora magnetnog kola u poprečnoj osi. Vektorski dijagram mašine s isturenim polovima može se nacrtati kao na sl. 8-12. Analiza ovog vektorskog dijagrama pokazuje da isturenost polova utiče relativno malo na uzajamne odnose između pobude induktora, napona na krajevima, struje indukta i snage, ali da na karakteristike snaga—ugao utiče prisustvo komponente rezutantnog momenta, kao na sl. 8-29 i 8-16. Zbog reluktantnog momenta mašina s isturenim polovima je kruća od mašine sa cilindričnim rotorom.

Proučavanje jednačine snaga—ugao, 8-29, navodi na pomisao da se ona dovede u opšti oblik pomoću bezdimenzionih odnosa, kao u jedn. 8-31 i sl. 8-18 i 8-19. Ovaj oblik izražavanja je primer „normalizovanja" primenljiv na mnoge proble-

me u prirodi. Broj promenljivih uvek se može svesti kad se ponašanje datog fizičkog sistema izrazi podesnim bezdimenzionim odnosima (količnicima), a postiže se i dublji fizički uvid u osnovne pojave.

Moglo bi se postaviti pitanje zašto se uticaj fluksa poprečne ose obrađuje za sinhrone mašine s isturenim polovima sasvim drukčije nego za mašine za jednosmernu struju. Ove su mašine na kraju krajeva obe s isturenim polovima, i obe imaju poprečne komponente magnećenja usled reakcije indukta. Jedan od razloga je u tome što uticaj oblika talasa indukcije nije važan u mašinâ za jednosmernu struju. Mnogo važniji je, međutim, uticaj komutatora. U mašinama za jednosmernu struju sa dirkama postavljenim u neutralni položaj, poprečni fluks ne indukuje napon između dirki. Dirke suzbijaju efektivni fluks na rezultantni fluks preko površine indukta ispunjene aktivnim kanurama između dirki. Komponenta poprečne ose pomera talas fluksa prostorno, ali između dirki nema neposrednog primetnog dejstva—ona jedino menja raspodelu indukovanog napona između raznih kanura od kojih se sastoji namotaj između dirki. U mašinama sa komutatorom, jedini uticaj poprečne reakcije magnećenja indukta primetan između dirki je posredni uticaj distorzije rezultantnog fluksa na zasićenje putanje fluksa uzdužne ose.

Fluks poprečne ose indukuje u sinhronim mašinama izvestan napon koji se javlja na krajevima namotaja indukta. Kao u mašini za jednosmernu struju, fluks u poprečnoj osi izaziva prostorno pomeranje talasa rezultantnog fluksa u vazdušnom procepu, ali sinhrona mašina, za razliku od mašina za jednosmernu struju, nema dirke koje primaju samo napon indukovan fluksom uzdužne ose. Prostorno pomeranje talasa rezultantnog fluksa u vazdušnom procepu dovodi jedino do vremenskog faznog pomeranja zajedničke e.m.s. u odnosu na napon usled pobude. Zato se fluks u poprečnoj osi mora obračunati kao indukovan napon (pad napona usled sinhrone reaktanse poprečen ose).

ZADACI

8-1. Sledeći podaci se odnose na hidroelektrični generator 16 000 kVA, 3 faze, 11 000 V, 60 Hz, 40 polova.
Karakteristika praznog hoda:

I_f, A	100	150	205	250	300	350	400	450
U_t linijski, kV	6,45	9,0	11,0	12,2	13,4	14,0	14,5	15,0

Ogled kratkog spoja

$I_f = 186$ A $\qquad I_a = 840$ A

Ogled reaktivnog opterećenja

$I_f = 550$ A $\qquad I_a = 840$ A $\qquad U_t = 11\,000$ V

Uneti podatke u dijagram i nacrtati Potjeov trougao.
Pretpostavljajući da veličina ovog trougla ostaje konstantna, nacrtati karakteristiku reaktivnog opterećenja.

Za rad pri nominalnom naponu, nominalnom opterećenju, sa induktivnim sačiniocem snage 0,80 izračunati:

a) Zajedničku e.m.s.

b) Sačinilac zasićenja

c) Zasićenu sinhronu reaktansu

d) Pobudnu struju

8-2. Sinhroni motor se napaja iz krute mreže. Raspolaže se karakteristikama praznog hoda i kratkog spoja mašine. Opterećenje se može otkloniti sa vratila motora, ali jedini izvor napona na krajevima je kruta mreža. Objasniti kako bi se odredila Potjeova reaktansa ove mašine. Potkrepiti objašnjenje pogodnim dijagramima i crtežima.

8-3. Pretpostavlja se da je veličina Potjeovog trougla srazmerna struji indukta. Konstruisati familiju karakteristika reaktivnog opterećenja za sinhronu mašinu sa sl. 8-2 za razne vrednosti struje indukta, kako induktivne tako kapacitivne. Iz tih krivih sakupiti podatke i nacrtati krivu V, za prazan hod sinhronog motora za ovu mašinu pri nominalnom naponu.

8-4. Izračunati pobudnu struju za mašinu 45 kVA na sl. 8-2 i 8-5 kad pri nominalnom naponu i nominalnoj učestanosti radi kao sinhroni motor koji prima 36 kW pri kapacitivnom sačiniocu snage od 0,80. Primeniti *(a)* metod zasićene sinhrone reaktanse iz primera 8-2; *(b)* metod ASA iz primera 8-4. Radi upoređenja, pobudna struja, izmerena pri stvarnom ogledu pod opterećenjem pri ovim uslovima opterećenja, iznosi 4,80 A.

8-5. Koliko procenata od svoje nominalne snage odaje sinhroni motor s isturenim polovima ne gubeći sinhronizam kad je priključeni napon normalan, pobuda induktora ravna nuli, a vrednosti $x_d = 0{,}80$ i $x_q = 0{,}50$ u relativnim jedinicama? Nacrtati vektorski dijagram za uslove najveće snage. Izračunati sačinilac snage i struju indukta u relativnim jedinicama pri najvećoj snazi.

8-6. Na osnovu vektorskog dijagrama jako pobuđenog sinhronog motora pokazati da je

$$\operatorname{tg}\delta = \frac{I_a x_q \cos\varphi + I_a r_a \sin\varphi}{U_t - I_a x_q \sin\varphi - I_a r_a \cos\varphi}$$

8-7. Na osnovu vektorskog dijagrama jako pobuđenog sinhronog motora pokazati da je

$$x_q = \frac{U_t \sin\delta - I_a r_a \sin(\varphi + \delta)}{I_a \cos(\varphi + \delta)}$$

Na osnovu ovoga obrasca zasićena vrednost za x_q može se izmeriti pod uslovima stvarnog opterećenja mereći U_t, I_a, snagu i δ. Ugao obrtnog momenta δ može se meriti stroboskobom.

8-8. Za sistem na sl. 8-15*a* izvesti izraz za reaktivnu snagu Q odatu krutoj mreži, u zavisnosti od napona usled pobude E_f, napona mreže E_e, reaktansi X_d i X_q i ugla δ. Otpore zanemariti a induktivnu reaktivnu snagu isporučenu mreži smatrati pozitivnom.

8-9. Sinhroni motor s isturenim polovima ima $x_d = 0{,}80$ i $x_q = 0{,}50$ u relativnim jedinicama. Radi na krutoj mreži sa $U_t = 1{,}00$ u relativnim jedinicama. Zanemariti sve gubitke. Kolika je, u relativnim jedinicama, najmanja pobuda pri kojoj će mašina ostati u sinhronizmu sa obrtnim momentom najvećeg opterećenja?

8-10. Dokazati da se x_q može odrediti na osnovu ogleda najveće induktivne struje, kao u jedn. 8-35. Zanemariti gubitke u induktu i pretpostaviti da su gubici rotacije mali.

8-11. Trofazna mašina s isturenim polovima 45 kVA, sprege Y, 220 V, prema sl. 8-2, podvrgnuta je ogledu po metodi najveće induktivne struje pri čemu su neposredno pred sklizanje pored jednog pola, ali dok je mašina još stabilno radila, dobivene sledeće vrednosti:

Linijski napon	208 V
Struja indukta	216 A
Pobudna struja	— 1,7 A
Trofazna snaga	6,4 kW

Izračunati vrednost x_q. Rezultat izraziti u Ω po fazi a i u relativnim jedinicama, uzimajući nominalne vrednosti mašine kao bazne.

GLAVA 9

VIŠEFAZNE ASINHRONE MAŠINE

U asinhronom motoru statorski namotaj se neposredno napaja naizmeničnom strujom, a u rotorskom namotaju se takva struja indukuje dejstvom statora. Uravnotežene višefazne struje u statoru i rotoru stvaraju statorske i rotorske komponentne talase m.m.s. konstantne amplitude, koji se u vazdušnom procepu obrću sinhronom brzinom, usled čega su međusobno nepokretni bez obzira na mehaničku brzinu rotora. Rezultanta ovih m.m.s. stvara rezultantni talas indukcije u vazdušnom procepu. Uzajamnim dejstvom talasa fluksa i rotorske m.m.s. izaziva se stvaranje obrtnog momenta. Svi uslovi za proizvodnju jednosmernog obrtnog momenta ispunjeni su pri svim brzinama izuzev sinhrone.

Predmet ove glave je da za višefazni asinhroni motor razvije ekvivalentna kola iz kojih se mogu odrediti kako uticaji motora na mrežu koja ga napaja tako i karakteristike samog motora, kao i da prouči te uticaje i karakteristike. Sličnost asinhrone mašine sa transformatorom nagoveštava opštu formu ekvivalentnog kola.

9-1. Spregnuta kola i ekvivalentna kola. U ovoj glavi biće razmatrane samo asinhrone mašine sa simetričnim višefaznim namotajima, pobuđene uravnoteženim višefaznim naponima. Posmatrati se može bilo koja faza s obzirom da jedinu razliku između faza čini karakteristični vremensko-fazni ugao uravnoteženog višefaznog sistema. Svi naponi, struje i impedanse predstavljaju, prema tome, vrednosti za jednu fazu mašine. Za trofazne mašine je lakše da se uvek ima u vidu sprega Y tako da su struje uvek linijske a naponi uvek fazni. Pretpostavlja se da sve struje i svi naponi imaju sinusoidni oblik talasa i uticaj prostornih harmonika na raspodelu fluksa se zanemaruje sem ako nisu u pitanju reaktanse rasipanja statora i rotora, kao što je navedeno u od. 4-9.

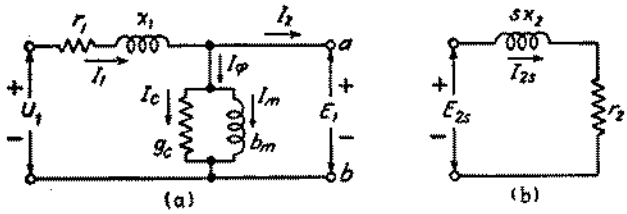
Razmotrimo najpre okolnosti u statoru. Talas fluksa u vazdušnom procepu koji se sinhrono obrće indukuje uravnotežene višefazne kontra e.m.s. u fazama statora. Napon na krajevima statora razlikuje se od kontra e.m.s. za pad napona u statorskoj impedansi rasipanja. Za posmatranu fazu važi vektorski izraz

$$U_1 = E_1 + I_1 (r_1 + j x_1) \tag{9-1}$$

gde je U_1 napon na krajevima statora, E_1 kontra e.m.s. koju indukuje rezultantni fluks u vazdušnom procepu, I_1 struja statora, r_1 efektivni otpor statora, a x_1 reaktansa rasipanja statora. Pozitivni smerovi su naznačeni u ekvivalentnom kolu na sl. 9-1*a*.

Rezultantni fluks u vazdušnom procepu stvara se kombinovanim m.m.s. statorskih i rotorskih struja. Baš kao kod transformatora, statorska struja se može razložiti na dve komponente, komponentu opterećenja i komponentu pobuđivanja. Komponenta opterećenja I_2 proizvodi m.m.s. koja se tačno suprotstavlja m.m.s. struje rotora. Komponenta pobuđivanja I_φ je dopunska statorska struja potrebna za stvaranje rezultantnog fluksa u vazdušnom procepu i funkcija je e.m.s. E_1. Struja

pobuđivanja se može razložiti u komponentu gubitaka u gvožđu I_c u fazi s E_1 i komponentu magnećenja I_m koja zaostaje iza E_1 za 90°. U ekvivalentnom kolu se pobudna struja može predstaviti otočnom granom koju obrazuju provodnost gubi-



Sl. 9-1. Stupnjevi razvoja ekvivalentnog kola za višefazni asinhroni motor.

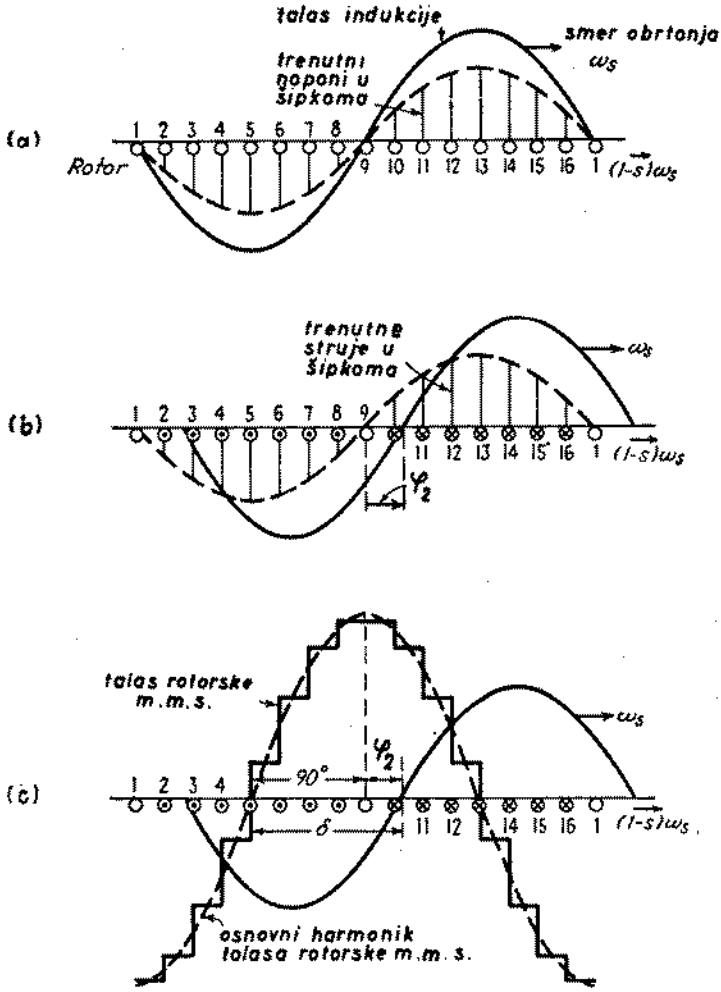
taka u gvožđu g_c i susceptansa magnećenja b_m vezani paralelno; na krajevima te grane nalazi se e.m.s. E_1, kao na sl. 9-1*a*. Kako g_c tako i b_m se obično određuju za nominalnu učestanost statora i za vrednost E_1 približnu očekivanoj radnoj vrednosti, onda se pretpostavlja da one ostaju konstantne za mala odstupanja od te vrednosti koja prate normalni rad motora.

Dovde je ekvivalentno kolo koje prikazuje pojave statora potpuno slično primaru transformatora. Da bi se kolo upotpunilo treba uključiti i dejstvo rotora. Rotor može biti ili kaveznog tipa ili sa simetričnim višefaznim namotajem od kanura; u oba slučaja osnovne pojave su iste.

Posmatrajmo uslove koji postoje kad se rotor obrće brzinom n koja odgovara klizanju s (obično izraženo u relativnim jedinicama). Prostorni osnovni harmonik talasa rezultantnog fluksa u vazdušnom procepu kreće se tada u odnosu na rotor brzinom klizanja i indukuje e. m. sile učestanosti klizanja u kola rotora. Ovim e.m. silama proizvode se struje učestanosti klizanja u kratko spojenim fazama ili šipkama rotora. Kad je rotor namotan, on mora imati namotaj za isti broj polova kao i stator, premda ne mora biti za isti broj faza. U takvom rotoru rotorske struje sa učestanošću klizanja stvaraju talas m.m.s. čiji prostorni osnovni harmonik ima isti broj polova kao induktorski talas fluksa koji se kreće brzinom klizanja u odnosu na rotor. Prostorni fazni ugao između induktorskog talasa fluksa i talasa rotorske m.m.s. je ugao obrtnog momenta. Kao što je pokazano u od. 3-7*c* i sl. 3-22, ugao obrtnog momenta δ je za 90° veći od ugla φ_2 između e.m.s. i struje rotora.

U od. 3-7*c* istaknuto je takođe da kavezni rotor, radeći pod uticajem fluksa u vazdušnom procepu, automatski postaje višefazni namotaj sa istim brojem polova kao polje u vazdušnom procepu. Opšta priroda pojava u rotoru pokazana je grafički na sl. 9-2. Na toj slici je u razvijenom obliku predstavljen rotor od 16 šipki položen u dvopolno polje. Radi uprošćenja crteža izabran je relativno mali broj rotorskih šipki, a taj broj je deljiv sa brojem polova, što se normalno izbegava da bi se sprečilo škodljivo dejstvo viših harmonika. Na sl. 9-2*a* sinusoidni talas magnetne indukcije indukuje u svakoj šipki napon koji shodno zakonu Blv ima trenutnu vrednost naznačenu punim vektorskim linijama. U izvesnom docnijem trenutku, struje u šipkama imaju trenutne vrednosti prikazane punim vertikalnim linijama u sl. 9-2*b*, pri čemu je vremensko zaostajanje određeno uglom φ_2 za koji struja rotora zaostaje iza odgovarajućeg napona. U tom vremenskom razmaku talas indukcije se pomerio u svom smeru obrtanja u odnosu na rotor za prostorni ugao φ_2 i dospeo u položaj pokazan na sl. 9-2*b*. Odgovarajući talas rotorske m.m.s. prikazan je stepenastim talasom na sl. 9-2*c*. Osnovna harmonička komponenta je nacrtana kao ispre-

kidana sinusoida, a talas indukcije kao sinusoida izvučena punom linijom. Proučavanje ovih slika potvrđuje opšte načelo da je broj rotorskih polova određen induktorskim talasom fluksa.



Sl. 9-2. Reakcije kaveznog rotora u dvopolnom polju

Prema tome, kad su u pitanju osnovne harmoničke komponente, kako kavezni tako i namotani rotori reaguju proizvodeći talas m.m.s. istog broja polova sa induktorskim talasom fluksa, koji se kreće istom brzinom kao i talas fluksa, i sa uglom obrtnog momenta za 90° većim od rotorskog ugla φ_2. Reakcija rotorskog talasa m.m.s. na stator čini da statorska struja ima komponentu kojom kompenzuje opterećenje, a time omogućuje da stator izuzme iz mreže snagu potrebnu za održavanje obrtnog momenta stvorenog uzajamnim dejstvom talasâ fluksa i m.m.s. Zbivanja se na strani statora mogu osetiti jedino posredstvom talasa fluksa u vazdušnom procepu i talasa rotorske m.m.s. Prema tome, kad bi se rotor zamenio drugim čija bi m.m.s. i ugao zaostajanja struje φ_2 bili isti pri istoj brzini, na strani statora ne bi bilo moguće otkriti tu promenu.

Kao prost primer uzmimo rotor sa namotajem za isti broj polova i faza kao što ima stator. Broj efektivnih navojaka po fazi u namotaju statora je a puta broj onih u namotaju rotora. Brojem efektivnih navojaka naziva se broj stvarnih navojaka korigovan u pogledu dejstva razdeljenosti i skraćenja koraka namotaja na osnovni harmonik. Uporedimo magnetno dejstvo ovog rotora sa dejstvom magnetno ekvivalentnog rotora koji ima isti broj navojaka kao stator. Pri istom fluksu i brzini, odnos između napona E_{rotor} indukovanog u stvarnom rotoru i napona E_{2s} indukovanog u ekvivalentnom rotoru je

$$E_{2s} = a\, E_{\text{rotor}} \tag{9-2}$$

Ako rotori treba da budu magnetno ekvivalentni, njihovi ampernavojci moraju biti jednaki i odnos između stvarne rotorske struje I_{rotor} i struje I_{2s} u ekvivalentnom rotoru mora biti

$$I_{2s} = \frac{I_{\text{rotor}}}{a} \tag{9-3}$$

Prema tome, odnos između rasipne impedanse pri učestanosti klizanja Z_{2s} ekvivalentnog rotora i rasipne impedanse pri učestanosti klizanja stvarnog rotora mora biti

$$Z_{2s} = \frac{E_{2s}}{I_{2s}} = \frac{a^2 E_{\text{rotor}}}{I_{\text{rotor}}} = a^2 Z_{\text{rotor}} \tag{9-4}$$

Naponi, struje i impedanse u ekvivalentom rotoru su definisane kao njihove vrednosti svedene na stator. Naše razmišljanje mora u suštini da bude isto kao kad se u teoriji statičkih transformatora sekundarne veličine svode na primarne (vidi od. A-3). Sačinioci svođenja su odnosi brojeva efektivnih navojaka i u suštini su isti kao u teoriji transformatora.

Sačinioci svođenja moraju, razume se, da budu poznati ako posebno želimo da znamo šta se događa u stvarnim kolima rotora. Sa gledišta statora, međutim, dejstva rotora prikazuju se pomoću svedenih veličina, a teorija kako namotanih tako i kaveznih rotora može se formulisati pomoću svedenih veličina rotora. Da bismo nastavili izlaganje osnovne teorije, podrobno razmatranje sačinilaca svođenja odloženo je za odeljak 9-7. U daljem tekstu ovog odeljka pretpostavićemo da su svedene konstante rotora poznate.

S obzirom da je rotor kratko spojen, vektorski odnos između svedenih vrednosti e.m.s. učestanosti klizanja E_{2s} indukovane u referentnoj fazi rotora i struje I_{2s} u toj fazi je

$$\frac{E_{2s}}{I_{2s}} = Z_{2s} = r_2 + jsx_2 \tag{9-5}$$

gde je Z_{2s} rotorska rasipna impedansa pri učestanosti klizanja po fazi u odnosu na stator, r_2 svedeni efektivni otpor a sx_2 svedena rasipna reaktansa pri učestanosti klizanja. Reaktansa je tako izražena zato što je srazmerna učestanosti rotora, time i klizanju. Stoga je x_2 definisano kao vrednost koju bi rotorska svedena rasipna reaktansa imala pri statorskoj učestanosti. Ekvivalentno kolo pri učestanosti klizanja jedne faze rotora sa veličinama svedenim na stator pokazano je na sl. 9-1*b*.

U odnosu na stator talas fluksa i talas m.m.s. obrću se sinhronom brzinom. Talas fluksa indukuje u rotoru napon učestanosti klizanja E_{2s} a u statoru kontra e.m.s. E_1. Kad ne bi bilo uticaja brzine, svedeni napon rotora bio bi ravan statorskom naponu s obzirom da je namotaj ekvivalentnog rotora istovetan sa namotajem statora.

Zato što se relativna brzina obrtnog fluksa u odnosu na rotor dobija kad se sa s pomnoži ta brzina u odnosu na stator, to za efektivne vrednosti važi:

$$E_{2s} = sE_1 \tag{9-6}$$

Rotorskom talasu m.m.s. se suprotstavlja m.m.s. komponente opterećenja I_2 statorske struje, pa je stoga, za efektivne vrednosti,

$$I_{2s} = I_2 \tag{9-7}$$

Kad se jedn. 9-6 podeli jednačinom 9-7 dobiva se, za efektivne vrednosti:

$$\frac{E_{2s}}{I_{2s}} = \frac{sE_1}{I_2} \tag{9-8}$$

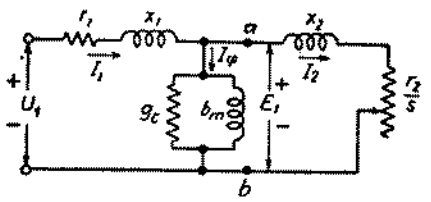
Osim toga, talas m.m.s. stvorene statorskom strujom opterećenja I_2 mora da bude prostorno pomeren u odnosu na rezultantni talas fluksa za isti prostorni ugao kao onaj između talasa rotorske m.m.s. i rezultantnog talasa fluksa tj. za ugao obrtnog momenta δ· Vremenski fazni ugao između statorskog napona E_1 i statorske struje opterećenja I_2 mora stoga da bude ravan odgovarajućem vremenskom uglu rotora, tj. uglu φ_2 između e.m.s. i struje rotora. Činjenica da su m.m. sile rotora i statora. u opoziciji uzeta je u obzir, s obzirom da rotorsku struju I_{2s} stvara rotorska e.m.s, E_{2s} dok statorska struja I_2 teče suprotno statorskoj kontra e.m.s. E_1. Prema tome jedn. 9-8 važi ne samo za efektivne vrednosti već i u vektorskom smislu. Zamenom jedn. 9-5 u vektorskom ekvivalentu jedn. 9-8 dobiva se

$$\frac{sE_1}{I_s} = \frac{E_{2s}}{I_{2s}} = r_2 + jsx_2 \tag{9-9}$$

Zatim, deleći sa s:

$$\frac{E_1}{I_2} = \frac{r_2}{s} + jx_2 \tag{9-10}$$

Znači da sa statorske strane posmatrano, magnetne pojave u vazdušnom procepu dovode do statorske kontra e.m.s. E_1 i statorske struje opterećenja I_2, a prema jedn. 9-10 ove pojave su identične sa pojavama koje se postižu kad se impedansa $r_2/s + j\,x_2$ stavi pod napon E_1. Shodno tome se dejstvo rotora može u ekvivalentno kolo na sl. 9-1a uneti pomoću te impedanse vezane između krajeva a i b. Krajnji rezultat je pokazan na sl. 9-3. Zajedničko dejstvo opterećenja na vratilu i otpora rotora pojavljuje se kao svedeni otpor r_2/s, koji je funkcija klizanja pa stoga i mehaničkog opterećenja. Struja u svedenoj rotorskoj impedansi ravna je komponenti opterećenja I_2 statorske struje; napon na njenim krajevima je ravan statorskoj e.m.s. E_1. Kad se rotorske struje i naponi svode na stator, treba imati u vidu da se i njihova učestanost menja na statorsku učestanost. Sve električne pojave na rotoru, kad se posmatraju sa statora, postaju pojave statorske učestanosti jer se talasi m.m.s. i fluksa u odnosu na statorski namotaj kreću sinhronom brzinom.



Sl. 9-3. Ekvivalentno kolo za višefazni asinhroni motor

9-2. Analiza ekvivalentnog kola. Pomoću ekvivalentog kola na sl. 9-3 može se izračunati struja, snaga i reaktivna snaga koju motor uzima pri bilo kom datom klizanju s. Osim toga, mogu se odrediti uslovi mehaničkog odavanja snage

primenjujući izraze za obrtni momenat izvedene u gl. 3 i 4. Prema jedn. 4-47, unutrašnji elektromagnetni obrtni momenat M (u Nm) je

$$M = \frac{p'}{4\pi f} q_1 E_1 I_2 \cos\varphi_2 = \frac{1}{\omega_s} q_1 E_1 I_2 \cos\varphi_2 \tag{9-11}$$

gde je ω_s sinhrona brzina u mehaničkim radijanima po sekundi, a q_1 broj statorskih faza. Veličina $q_1 E_1 I_2 \cos\varphi_2$ je snaga P_{g1} koju statorski namotaji odaju u vazdušnom procepu. Prema tome je

$$M = \frac{1}{\omega_s} P_{g1} \tag{9-12}$$

Ekvivalentno kolo pokazuje da je P_{g1} jednako snazi koju apsorbuje svedeni rotorski otpor r_2/s za sve faze, ili

$$P_{g1} = q_1 I_2^2 \frac{r_2}{s} \tag{9-13}$$

Odatle je

$$M = \frac{1}{\omega_s} q_1 I_2^2 \frac{r_2}{s} \tag{9-14}$$

Mehanička snaga je ravna obrtnom momentu pomnoženom sa ugaonom brzinom. Unutrašnja mehanička snaga P koju motor razvija je prema tome

$$P = (1 - s)\, \omega_s M = (1 - s) P_{g1} \tag{9-15}$$

s obzirom da je mehanička ugaona brzina rotora pri klizanju s ravna $(1-s)$ ω_s rad/sec. Znači da se deo $(1-s) P_{g1}$ snage P_{g1} koju stator apsorbuje pretvara u mehaničku snagu. Ostatak, ili deo $s P_{g1}$ statorske snage, prenosi se transformatorskim dejstvom na električna kola rotora. Električna snaga P_{g2}, proizvedena u rotoru strujama učestanosti klizanja je prema tome

$$P_{g2} = s P_{g1} \tag{9-16}$$

Asinhroni motor se tako pojavljuje kao uopšteni elektromehanički transformator koji električnu snagu P_{g1} apsorbuje u svojim primarnim namotajima, pretvara deo $(1-s) P_{g1}$ te snage u mehaničku snagu, a deo $s P_{g1}$ u električnu snagu u svojim sekundarnim namotajima, uz odgovarajuću promenu učestanosti. U asinhronom motoru s kratkospojenim rotorskim namotajima, snaga P_{g2} se rastura kao gubitak u bakru rotorskog kola, usled čega ukupni gubitak u bakru za sve faze rotora iznosi

$$\text{Rotorski gubitak u bakru} = s P_{g1} = s\, \omega_s M \tag{9-17}$$

— zaključak u skladu s rezultatom dobivenim množenjem jedn. 9-13 sa s. Asinhroni motor koji radi s velikim klizanjem predstavlja sam po sebi neefikasno sredstvo za proizvodnju obrtnog momenta.

Zamena jedn. 9-13 u jedn. 9-15 daje za unutrašnju mehaničku snagu:

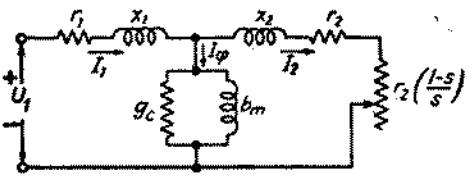
$$P = q_1 I_2^2 r_2 \frac{1 - s}{s} \tag{9-18}$$

Kad raspodelu snaga treba naročito istaći ekvivalentno kolo se često crta na način pokazan na sl. 9-4. Unutrašnja mehanička snaga po statorskoj fazi ravna je snazi koju apsorbuje otpor $r_2(1-s)/s$.

Obrtni momenat M i snaga P nisu vrednosti raspoložive na vratilu, jer još treba odbiti gubitke usled trenja i ventilacije i dopunske gubitke. Očigledno je

ispravno da se od M i P odbiju gubici trenja i ventilacije, a uopšte se smatra da se i dopunski gubici mogu oduzeti na isti način. Krajnji ostatak stoji u mehaničkom obliku na raspoloženju na vratilu za koristan rad.

U teoriji statičkog transformatora analiza ekvivalentnog kola uprošćava se često time što se bilo pobudna grana zanemari potpuno, bilo što se usvaja približnost da se ona neposredno premešta na krajeve primara. Ovakve približnosti nisu dozvoljene za asinhroni motor pod normalnim radnim uslovima jer prisustvo vazdušnog procepa zahteva mnogo veću pobudnu struju — 30 do 50 odsto od struje punog opterećenja — a i zbog toga što su reaktanse rasipanja neizostavno veće. Izvesno uprošćenje ekvivalentnog kola asinhronog motora postiže se kad se paralelno vezana provodnost g_c izostavi i odgovarajući gubitak u gvožđu se oduzme od M ili P istovremeno kad se oduzimaju gubici usled trenja i ventilacije i dopunski gubici. Ekvivalentno kolo dobiva tada izgled kao na sl. 9-5a ili b, a greška time izazvata zanemarljiva je. Taj postupak ima izvesno preimućstvo i pri ispitivanju motora, jer se gubitak u gvožđu pri praznom hodu ne mora u tom slučaju izdvajati od gubitaka usled trenja i ventilacije. Ova poslednja kola će biti korišćena u sledećim razmatranjima.



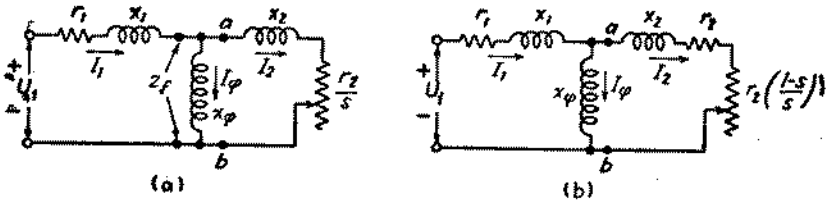
Sl. 9-4. Drukčiji oblik ekvivalentnog kola

Primer 9-1· Trofazni asinhroni motor, sprege Y, 220 V (linijski), 10 KS, 60 Hz, 6 polova, ima sledeće konstante u Ω po fazi, svedene na stator:

$$r_1 = 0{,}294 \qquad r_2 = 0{,}144$$

$$x_1 = 0{,}503 \qquad x_2 = 0{,}209 \qquad x_\varphi = 13{,}25$$

Gubitak pri obrtanju u praznom hodu pri nominalnom naponu i nominalnoj učestanosti je 336 W. Dopunski gubici iznose 67 W. Rotacioni i dopunski gubici mogu se smatrati konstantnim, nezavisnim od opterećenja.



Sl. 9-5. Uprošćena ekvivalentna kola. Gubitak u gvožđu je dodat gubicima usled trenja i ventilacije

Za klizanje od 2,00 odsto izračunati brzinu, odati obrtni momenat i snagu, statorsku struju, sačinilac snage i stepen korisnosti, kad motor radi pri nominalnom naponu i nominalnoj učestanosti.

Rešenje. Impedansa Z_f (sl. 9-5a) fizički prikazuje impedansu po fazi koju polje u vazdušnom procepu predstavlja za stator, obuhvatajući u sebi kako dejstvo rotora tako i uticaj pobudne struje. Iz sl. 9-5a je

$$Z_f = R_f + jX_f = \frac{r_2}{s} + jx_2 \text{ paralelno sa } jx_\varphi \tag{9-19}$$

Zamena brojnih vrednosti u jedn. 9-19 daje, za s = 0,0200

$$\begin{aligned} R_f + jX_f &= 5{,}41 + j\,3{,}11 \\ r + jx_1 &= \underline{0{,}29 + j\,0{,}50} \\ \text{Zbir} &= 5{,}70 + j\,3{,}61 = 6{,}75 \angle 32{,}4^\circ\ \Omega \end{aligned}$$

Priključeni fazni napon $= \frac{220}{\sqrt{3}} = 127$ V

Statorska struja $I_1 = \frac{127}{6{,}75} = 18{,}8$ A

Sačinilac snage $= \cos 32{,}4^\circ = 0{,}844$

Sinhrona brzina $= \frac{2f}{p'} = \frac{120}{6} = 20$ ob/s $= 1200$ ob/min

$\omega_s = 2\pi \cdot 20 = 125{,}6$ rad/s

Brzina rotora $= (1 - s) \times$ (sinhrona brzina) $= 0{,}98 \cdot 1200 = 1176$ ob/min

Kad se zanemari otpor u grani magnećenja, kao na sl. 9-5*a*,

$$P_{g1} = q_1 I_2^2 \cdot \frac{r_2}{s} = q_1 I_1^2 R_f \tag{9-20}$$

$$= 3 \cdot 18{,}8^2 \cdot 5{,}41 = 5740 \text{ W}$$

Prema jedn. 9-15, unutrašnja mehanička snaga je

$$P = 0{,}98 \cdot 5740 = 5630 \text{ W}$$

Oduzimanjem rotacionih i dopunskih gubitaka od 403 W dobiva se

Odata snaga $= 5630 - 403 = 5230$ W $= 7{,}00$ KS

Odati obrtni momenat $= \frac{\text{odata snaga}}{\omega_{\text{rotor}}} = \frac{5230}{0{,}98 \cdot 125{,}6}$

$= 42{,}5$ Nm (ili 31,4 funti-stopa)

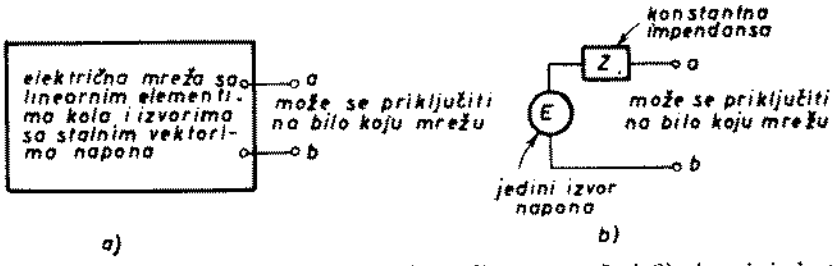
Stepen korisnosti se izračunava iz gubitaka.

Ukupni gubici u bakru statora $= 3 \cdot 18{,}8^2 \cdot 0{,}294$		$= 312$ W
Gubici u bakru rotora (prema jedn. 9-17) $= 0{,}0200 \cdot 5740$		$= 115$ W
Rotacioni i dopunski gubici		$= 403$ W
	Ukupni gubici	$= 830$ W
	Odata snaga	$= 5230$ W
	Primljena snaga	$= 6060$ W

$\frac{\text{Gubici}}{\text{Primljena snaga}} = \frac{830}{6060} = 0{,}137$ Stepen korisnosti $= 1{,}00 - 0{,}137 = 0{,}863$

Potpuna radna karakteristika motora može se odrediti ponavljanjem ovoga izračunavanja sa drugim pretpostavljenim vrednostima klizanja.

9-3. Obrtni momenat i snaga izračunati primenom Tevenenove teoreme. Kad se odnosi obrtnog momenta i snage treba da istaknu, primena Tevenenove

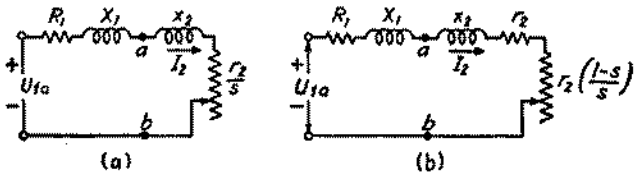


Sl. 9-6. Prikaz Tevenenove teoreme. (*a*) Opšta linearna mreža i (*b*) njen ekvivalent na krajevima *a* i *b*

teoreme za mreže na ekvivalentno kolo asinhronog motora omogućuje nam znatno prostiji postupak.

U svom opštem obliku, Tevenenova teorema omogućuje da se bilo koja mreža sa linearnim elementima kola i izvorima sa konstantnim vektorima napona, posmatrana sa dva kraja a i b na sl. 9-6a, zameni izvorom E s jednim vektorom napona vezanim na red sa samo jednom impedansom Z (sl. 9-6b).[1] Napon E odgovara naponu koji se javlja na krajevima a i b prvobitne mreže kad su ti krajevi otvoreni; impedansa Z odgovara impedansi koja se pojavljuje u odnosu na iste krajeve kad su svi izvori napona u mreži kratko spojeni. Za primenu na ekvivalentno kolo asinhronog motora, tačke a i b se uzimaju onako kako su uzete tako označene tačke na sl. 9-5a i b. Ekvivalentno kolo dobiva tada oblike prema sl. 9-7. U odnosu na pojave desno od tačaka a i b, kola na sl. 9-5 i 9-7 su identična kad napon U_{1a} i impedansa $R_1 + jX_1$ imaju odgovarajuće vrednosti. Prema Tevenenovoj teoremi, ekvivalentni izvor napona U_{1a} je napon koji bi se javio između krajeva a i b na sl. 9-5 pri praznom hodu i iznosi

$$U_{1a} = U_1 - I_0(r_1 + jx_1) = U_1 \frac{jx_\varphi}{r_1 + jx_{11}} \tag{9-21}$$



Sl. 9-7. Ekvivalentna kola asinhronog motora, uprošćena pomoć Tevenenove teoreme

gde je I_0 pobudna struja pri nultom opterećenju a

$$x_{11} = x_1 + x_\varphi \tag{9-22}$$

je reaktansa usled sopstvene induktivnosti statora po fazi, po veličini skoro jednaka reaktivnoj komponenti impedanse pri nultom opterećenju motora. Za većinu asinhronih motora zanemarivanje otpora statora u jedn. 9-21 predstavlja neznatnu grešku. Tevenenov ekvivalenat statorske impedanse $R_1 + jX_1$ je impedansa između krajeva a i b na sl. 9-5 posmatrana ka izvoru, sa kratko spojenim naponom izvora, te je:

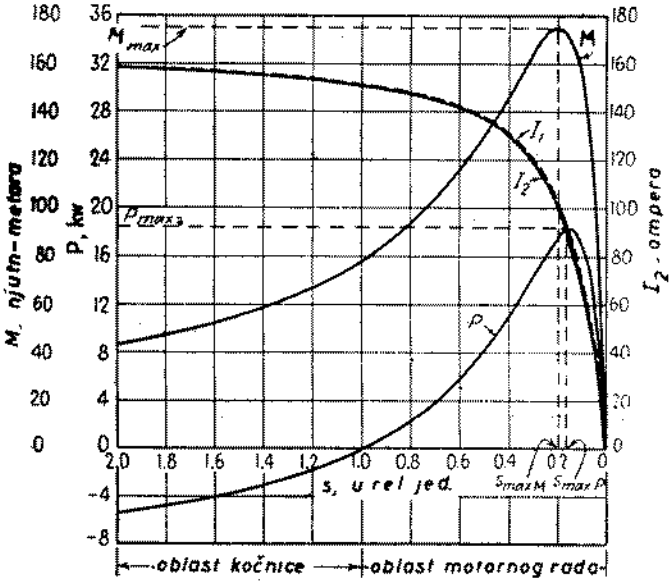
$$R_1 + jX_1 = (r_1 + jx_1) \text{ paralelno sa } jx_\varphi \tag{9-23}$$

Što se tiče komponente opterećenja I_2 statorske struje, T-šeme na sl. 9-5 su svedene na proste redne šeme na sl. 9-7. Napon U_{1a} i svi parametri kola, izuzev r_2/s na sl. 9-7a i $r_2(1-s)/s$ na sl. 9-7b, su konstantni i nezavisni od opterećenja. Oba kola se, dakle, svode na izvore konstantnog napona sa konstantnom impedansom koji odaju snagu opterećenju promenljivog otpora. Komponenta opterećenja I_2 statorske struje lako se može odrediti iz jedn. 9-7a u zavisnosti od priključenog statorskog napona, konstanti motora i klizanja. Unutrašnji obrtni momenat dat je tada jedn. 9-14, a snaga jedn. 9-18. Na primer,

$$M = \frac{1}{\omega_s} \frac{q_1 U_{1a}^2 \cdot \frac{r_2}{s}}{\left(R_1 + \frac{r_2}{s}\right)^2 + (X_1 + x_2)^2} \tag{9-24}$$

[1] Tumačenja Tevenenove teoreme se mogu naći u većini udžbenika o teoriji kola. V. na pr., EE Staff, MIT, „Electric Circuits", str. 144 do 146, 469 do 470, John Wiley & Sons, Inc., Njujork 1940; R. H. Frazier, „Elementary Electric-circuit Theory", str. 113 do 116, 203, Mc Graw-Hill Book Company, Inc., Njujork 1945.

Krive komponente opterećenja statorske srtuje I_2, unutrašnjeg obrtnog momenta M i unutrašnje snage P u funkciji od klizanja s pokazuje sl. 9-8. Podaci za ove krive izračunati su u primerima 9-2. Uslovi puštanja u rad su uslovi za $s = 1$. Da bi se fizički dobio rad u oblasti za s veće od 1, mora se motor goniti unazad, suprotno smeru obrtanja njegovog obrtnog polja, pomoću nekog izvora mehaničke snage sposobnog da nadvlada unutrašnji otporni momenat M. Glavna praktična



Sl. 9-8. Izračunate krive obrtnog momenta, snage i struje za asinhroni motor iz primera 9-1 i 9-2

korist ove oblasti sastoji se u brzom zaustavljanju motora po takozvanom metodu *ukrštanja faza*. Kad se trofaznom motoru ukrste dva voda na statoru, fazni redosled se naglo izmeni, a time i smer obrtanja magnetnog polja; motor se zaustavi pod dejstvom obrtnog momenta M ali se zatim mora isključiti iz mreže pre nego što bi krenuo u suprotnom smeru. Shodno tome oblast od $s = 1{,}0$ do $s = 2{,}0$ na sl. 9-8 naziva se *oblast kočenja*.

Maksimalni unutrašnji obrtni momenat ili prevalni obrtni momenat M_{max} i najveća unutrašnja snaga P_{max}, pokazani na sl. 9-8, mogu se lako izračunati iz ekvivalentnog kola. Treba primetiti da se najveći obrtni momenat i najveća snaga ne postižu pri istoj brzini. Unutrašnji obrtni momenat je maksimalan kad se snaga odata otporu r_2/s na sl. 9-7*a* nalazi na maksimumu. Prema načelu prilagođenja impedansâ iz teorije kola, ova snaga je maksimalna kad je impedansa r_2/s ravna impedansi između nje i konstantnog napona U_{1a}, dakle za vrednost klizanja s_{maxM} za koju je

$$\frac{r_2}{s_{\max M}} = \sqrt{R_1^2 + (X_1 + x_2)^2} \tag{9-25}$$

Klizanje $s_{\max M}$ pri maksimalnom obrtnom momentu je prema tome

$$s_{\max M} = \frac{r_2}{\sqrt{R_1^2 + (X_1 + x_2)^2}} \tag{9-26}$$

a odgovarajući obrtni momenat prema jedn. 9-24, je

$$M_{max} = \frac{1}{\omega_s} \frac{0{,}5\, q_1\, U_{1a}^2}{R_1 + \sqrt{R_1^2 + (X_1 + x_2)^2}} \tag{9-27}$$

Treba primetiti u jedn. 9-26 i 9-27 da je klizanje pri maksimalnom obrtnom momentu srazmerno otporu rotora r_2, ali da je vrednost maksimalnog obrtnog momenta nezavisna od r_2. Kad se r_2 poveća ubacivanjem spoljnjeg otpora u rotor s prstenovima, maksimalni inutrašnji obrtni momenat se time ne menja, ali se brzina pri kojoj se on postiže može neposredno regulisati.

Primer 9-2. Za motor iz primera 9-1 odrediti:

a) komponentu opterećenja I_2 statorske struje, unutrašnji obrtni momenat M i unutrašnju snagu P za klizanje $s = 0{,}03$;

b) maksimalni unutrašnji obrtni momenat i odgovarajuću brzinu;

c) unutrašnji polazni momenat i odgovarajuću brzinu.

Rešenje. Najpre se kolo svede na njegov oblik prema Tevenenovoj teoremi. Prema jedn. 9-21 je $U_{1a} = 122{,}3$ a prema jedn. 9-23 je $R_1 + jX_1 = 0{,}273 + j\,0{,}490$.

a) Za $s = 0{,}03$ je $r_2/s = 4{,}80$. Zatim je iz sl. 9-7*a*,

$$I_2 = \frac{122{,}3}{\sqrt{5{,}07^2 + 0{,}699^2}} = 23{,}9 \text{ A}$$

Prema jedn. 9-14,

$$M = \frac{1}{125{,}6} \cdot 3 \cdot 23{,}9^2 \cdot 4{,}80 = 65{,}5 \text{ Nm}$$

Prema jedn. 9-18,

$$P = 3 \cdot 23{,}9^2 \cdot 4{,}80 \cdot 0{,}97 = 7970 \text{ W}$$

Podaci za krive na sl. 9-8 izračunati su ponavljanjem ovoga računanja za izvestan broj pretpostavljenih vrednosti za s.

b) U tački maksimalnog obrtnog momenta, prema jedn. 9-26 je

$$s_{max\,M} = \frac{0{,}144}{\sqrt{0{,}273^2 + 0{,}699^2}} = \frac{0{,}144}{0{,}750} = 0{,}192$$

Brzina pri $M_{max} = (1 - 0{,}192) \cdot 1200 = 970$ ob/min
Prema jedn. 9-27 je

$$M_{max} = \frac{1}{125{,}6} \cdot \frac{0{,}5 \cdot 3 \cdot 122{,}3^2}{0{,}273 + 0{,}750} = 175 \text{ Nm}$$

c) Pri puštanju u rad je $s = 1$ a r_2 se smatra konstantnim. Prema tome,

$$\frac{r_2}{s} = r_2 = 0{,}144 \qquad R_1 + \frac{r_2}{s} = 0{,}417$$

$$I_{2\,start} = \frac{122{,}3}{\sqrt{0{,}417^2 + 0{,}699^2}} = 150{,}5 \text{ A}$$

Prema jedn. 9-14 je

$$M_{start} = \frac{1}{125{,}6} \cdot 3 \cdot 150{,}5^2 \cdot 0{,}144 = 78{,}0 \text{ Nm.}$$

9-4. Bezdimenzione („normalizovane") krive obrtni momenat—klizanje. U svima granama tehnike zajednička je pojava da jednačine kojima su izražene radne karakteristike mašina imaju dosta složen izgled i da sadrže veliki broj raznih veličina. Jednačina 9-24, na primer, sadrži devet veličina, uključujući zavisnu promenljivu M i nezavisnu promenljivu s. Često je korisno da se ovakve jednačine uproste time što se napišu u bezdimenzionom obliku, kao izrazi u kojima se pojavljuju odnosi između veličina a ne apsolutne vrednosti tih veličina. Za

asinhroni motor se to postiže kad se izraz za obrtni momenat i klizanje napiše pomoću odnosa M/M_{max} i $s/s_{max\,M}$. Iz jedn. 9-24 i 9-27 je

$$\frac{M}{M_{max}} = \frac{2\left[R_1 + \sqrt{R_1^2 + (X_1 + x_2)^2}\right]\frac{r_2}{s}}{\left(R_1 + \frac{r_2}{s}\right)^2 + (X_1 + x_2)^2} \tag{9-28}$$

S obzirom da krajnji rezultat treba da bude funkcija od $s/s_{max\,M}$ umesto samo od s, u jedn. 9-28 se r_2 mora zameniti svojom vrednošću u zavisnosti od $s_{max\,M}$ prema jedn. 9-26. Posle algebarskog uprošćenja dobiva se:

$$\frac{M}{M_{max}} = \frac{1 + \sqrt{Q^2 + 1}}{1 + \frac{1}{2}\sqrt{Q^2 + 1}\left(\frac{s}{s_{max\,M}} + \frac{s_{max\,M}}{s}\right)} \tag{9-29}$$

gde je

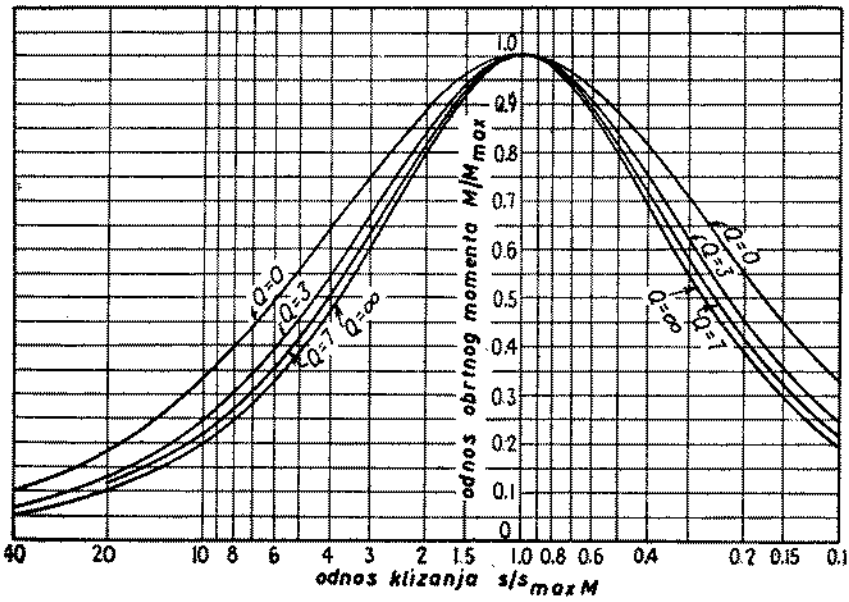
$$Q = \frac{X_1 + x_2}{R_1} \tag{9-30}$$

Simbol Q je usvojen zbog sličnosti ovog odnosa sa sačiniocem kvaliteta ili odnosa reaktanse prema otporu iz teorije kola.

Na sličan način može se dokazati da je odnos struje opterećenja statora I_2 prema njenoj vrednosti pri maksimalnom obrtnom momentu $I_{2max\,M}$

$$\frac{I_2}{I_{2max\,M}} = \sqrt{\frac{1 + \sqrt{1 + Q^2} + Q^2}{\left(1 + \frac{s_{max\,M}}{s}\sqrt{1 + Q^2}\right)^2 + Q^2}} \tag{9-31}$$

Krive M/M_{max} kao funkcije odgovarajućeg odnosa klizanja za razne vrednosti odnosa Q prikazane su na sl. 9-9, a na sl. 9-10 su prikazane krive odnosa struja



Sl. 9—9. Bezdimenzione („normalizovane") krive obrtni momenat—klizanje za višefazne asinhrone motore

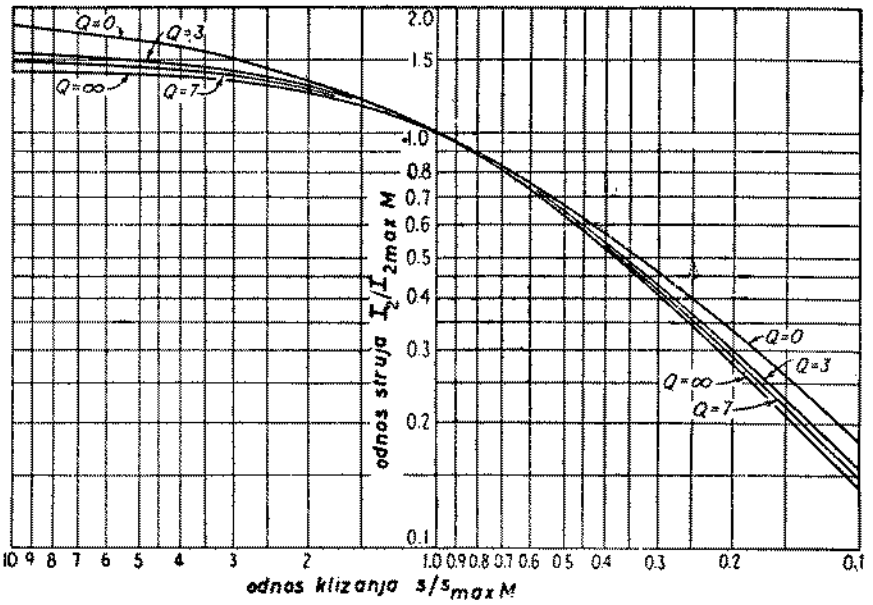
I_2/I_{2max} M. Većina asinhronih motora pada u oblast između $Q = 3$ i $Q = 7$, a prosek se nalazi otprilike na sredini između krivih za ove dve vrednosti. Treba uočiti da promene vrednosti Q utiču veoma malo na oblik ovih krivih, ali ne treba gubiti iz vida da te krive prikazuju odnose a ne apsolutne veličine.

U samoj činjenici da se krive obrtni momenat—klizanje mogu predstaviti u bezdimenzionom obliku, kao na sl. 9-9 dolazi do izražaja jedna od karakterističnih odlika običnih asinhronih motora: izuzev relativno malog uticaja odnosa Q, kad je određen maksimalni obrtni momenat i klizanje pri kom se on postiže, karakteristika brzina—obrtni momenat određena je približno za celokupan opseg brzina. Ova konstatacija podleže, međutim, ograničenju da su parametri motora konstantni i ona se zbog toga ne primenjuje na motore sa promenljivim otporom rotora.

Primer 9-3. Asinhroni motor sa rotorom konstantnog otpora razvija najveći obrtni momenat, 2,5 puta veći od obrtnog momenta pri punom opterećenju, pri klizanju 0,20. Proceniti koliko mu je klizanje pri punom opterećenju i polazni obrtni momenat pri nominalnom naponu.

Rešenje. Pri punom opterećenju je $M/M_{max} = 0{,}40$. Prema sl. 9-9, odgovarajuća vrednost za s/s_{max_M} nalazi se između 0,17 i 0,19 za vrednosti Q između 3 i 7, oblast normalnih motora. Prema tome, klizanje pri punom opterećenju je između $0{,}17 \cdot 0{,}20 = 0{,}034$ i $0{,}19 \cdot 0{,}20 = 0{,}038$.

Pri puštanju u rad je $s/s_{max_M} = 1/0{,}20 = 5{,}0$. Prema sl. 9-9, odgovarajuća vrednost za M/M_{max} nalazi se između 0,42 i 0,45 za Q između 7 i 3. Polazni obrtni momenat je, dakle, između $0{,}42 \cdot 2{,}5 = 1{,}05$ i $0{,}45 \cdot 2{,}5 = 1{,}13$ puta obrtni momenat pri punom opterećenju.



Sl. 9-10. Bezdimenzione („normalizovane") krive struja—klizanje za višefazne asinhrone motore

Primer 9-4. Kad radi pri nominalnom naponu i nominalnoj učestanosti sa kratkospojenim rotorskim namotajem, asinhroni motor od 500 KS sa prstenovima odaje svoju nominalnu snagu za puno opterećenje uz klizanje 1,5 odsto. Maksimalni obrtni momenat koji ovaj motor može da razvije je 200 odsto od obrtnog momenta pri punom opterećenju. Vrednost Q za njegovo ekvivalentno kolo po Tevenenu je 7,0. Za svrhe ovog primera gubici usled rotacije i dopunski gubici mogu se zanemariti. Odrediti:

a) gubitke u bakru rotora pri punom opterećenju, u kW,
b) klizanje pri maksimalnom obrtnom momentu,
c) struju rotora pri maksimalnom obrtnom momentu,
d) obrtni momenat pri klizanju od 20 odsto,
e) struju rotora pri klizanju od 20 odsto.

Obrtni momenat i struje rotora izraziti u relativnim jedinicama na bazi njihovih vrednosti za puno opterećenje.

Rešenje. a) Gubici u bakru rotora pri punom opterećenju. Snaga P_{g1} koju stator apsorbuje deli se na mehaničku snagu P i gubitke u bakru u odnosu $(1 - s)/s$ kao u jedn. 9-15 i 9-17. Prema tome, pri punom opterećenju (i zanemarujući rotacione i dopunske gubitke) je

$$P_{g1} = \frac{P}{1 - s} = \frac{500 \cdot 0{,}746}{0{,}985} = 379 \text{ kW}$$

Gubici u bakru rotora $= s P_{g1} = 0{,}015 \cdot 379 = 5{,}69$ kW.

Tačke *b)* do *e)* lako se rešavaju pomoću bezdimenzionih krivih na sl. 9-9 i 9-10.

b) Klizanje pri maksimalnom obrtnom momentu. Iz podataka je $M_{fl}/M_{\max} = 0{,}50$, gde indeks *fl* znači puno opterećenje. Iz sl. 9-9 za $Q = 7{,}0$ i $M/M_{\max} = 0{,}50$ je

$$\frac{s}{s_{\max M}} = \frac{s_{fl}}{s_{\max M}} = 0{,}25$$

otud

$$s_{\max M} = \frac{s_{fl}}{0{,}25} = \frac{0{,}015}{0{,}25} = 0{,}060$$

c) Struja rotora i maksimalni obrtni momenat. Iz sl. 9-10 za $Q = 7{,}0$ i odnos klizanja $s/s_{\max M} = 0{,}25$ pri punom opterećenju, odgovarajući odnos struja je

$$\frac{I_2}{I_{2\max M}} = \frac{I_{2fl}}{I_{2\max M}} = 0{,}355$$

odakle

$$I_{2\max M} = \frac{I_{2fl}}{0{,}355} = 2{,}82\, I_{2fl}$$

d) i *e). Obrtni momenat i struja rotora za* $s = 0{,}20$. Odnos klizanja je:

$$\frac{s}{s_{\max M}} = \frac{0{,}20}{0{,}060} = 3{,}33$$

Odgovarajući odnosi obrtnih momenata i struja mogu se pročitati sa krivih na sl. 9-9 i 9-10 za $Q = 7{,}0$ i $s/s_{\max M} = 3{,}33$. Prema sl. 9-9 je

$$\frac{M}{M_{\max}} = 0{,}60 \text{ ili } M = 0{,}60\, M_{\max} = 1{,}20\, M_{fl}$$

Prema sl. 9-10 je

$$\frac{I_2}{I_{2\max M}} = 1{,}40 \text{ ili } I_2 = 1{,}40\, I_{2\max M}$$

a prema tač. *c)* je

$$I_2 = 1{,}40 \cdot 2{,}82\, I_{2fl} = 3{,}95\, I_{2fl}$$

9-5. Uticaj otpora rotora; dvostruki kavezni rotori; razmatranja u vezi sa primenom. Jedno od osnovnih ograničenja asinhronih motora sa stalnim otporom rotora je u tome da konstrukcija motora mora da bude izvestan kompromis. Visok stepen korisnosti pri normalnim radnim uslovima zahteva da otpor rotora bude mali, a pri malom otporu rotora je polazni momenat mali, polazna struja velika a polazni sačinilac snage slab.

a) Motori s kliznim prstenovima. Primena namotanog rotora je zgodan način da se potreba za ovim kompromisom izbegne. Krajevi rotorskog namotaja vezani su za klizne prstenove sa dirkama, kao što je opisano u od. 3-7*c*. Pri puštanju u rad otpori se mogu vezati na red sa namotajem rotora, čime se postiže da polazni momenat bude veći i polazna struja manja uz bolji sačinilac snage. Opšta priroda uticaja promene otpora rotora na karakteristike obrtni momenat—brzina pokazana je na sl. 3-23. Primenom pogodne vrednosti otpora rotora može se podesiti da se maksimalni obrtni momenat ima pri stanju mirovanja ako polazni momenat treba da bude veliki. Sa povećavanjem brzine rotora mogu se spoljni otpori smanjivati

tako da se maksimalnim obrtnim momentom raspolaže u celom opsegu ubrzavanja. S obzirom da se rotorski gubici najvećim delom rasturaju u spoljnim otpornicima, temperatura rotora pri puštanju u rad manje se diže nego što bi bilo kad bi sav otpor bio u namotaju rotora. Pri normalnom radu namotaj rotora se može kratko spojiti neposredno na dirkama. Rotorski namotaj je konstruisan tako da otpor bude mali, te je stepen korisnosti visok a klizanje pri punom opterećenju malo. Osim njihove primene u teškim uslovima puštanja u rad, asinhroni motori s kliznim prstenovima mogu se primeniti u postrojenjima u kojima brzina treba da bude podešljiva. Najveći nedostatak motora s kliznim prstenovima je njihova veća cena u poređenju s motorima s kaveznim rotorom.

Glavni uticaji promenljivog otpora rotora na karakteristike asinhronih motora prilikom puštanja u rad i prilikom normalnog rada mogu se kvantitativno pokazati pomoću sledećeg primera:

Primer 9-5. Rotorski namotaj za motor iz primera 9-4 je trofazan, sprege Y i otpora r_{rotor}.

Kad se otpor rotorskog kola poveča na $5\,r_{rotor}$ uključivanjem neinduktivnih otpora na red sa svakim kliznim prstenom rotora, odrediti:

a) klizanje pri kome će motor razviti isti obrtni momenat pri punom opterećenju kao u primeru 9-4;

b) ukupne gubitke u otporima rotorskog kola pri obrtnom momentu za puno opterećenje;

c) odatu snagu u KS pri obrtnom momentu za puno opterećenje;

d) klizanje pri maksimalnom obrtnom momentu;

e) rotorsku struju pri maksimalnom obrtnom momentu;

f) polazni obrtni momenat;

g) rotorsku struju pri puštanju u rad.

Obrtne momente i rotorske struje izraziti u relativnim jedinicama uzimajući kao bazu vrednosti obrtnog momenta pri punom opterećenju.

Rešenje. Da bi se došlo do rešenja treba primetiti činjenicu da se procesi u rotoru prenose na stator jedino dejstvom otpora r_2/s. Ispitivanje ekvivalentnog kola (sl. 9-5*a* ili 9-7*a*) pokazuje da je sve što se tiče rada statora pri datom priključenom naponu i učestanosti, određeno vrednošću r_2/s, dok su ostali elementi impedanse konstantni. Na primer, ako se r_2 udvostruči i istovremeno se udvostruči s, na strani statora se ne primećuje da je došlo do bilo kakve promene. Statorska struja, sačinilac snage, snaga odata vazdušnom procepu i obrtni momenat konstantni su sve dok se odnos r_2/s ne menja.

Ovom tvrđenju se može dati dopunsko fizičko značenje kad se dejstvo istovremenog udvostručenja vrednosti r_2 i s ispita sa gledišta posmatrača na rotoru. Tom posmatraču izgleda da je brzina talasa rezultantnog fluksa u vazdušnom procepu dvaput veća od prvobitne, da se indukuje rotorski napon dvaput veći od prvobitnog pri učestanosti dvaput većoj od prvobitne. Reaktansa rotora je time udvostručena, a s obzirom na prvobitnu konstataciju da je i otpor rotora udvostručen, impedansa rotora je udvostručena, ali sačinilac snage rotora nije promenjen. S obzirom da su i rotorski napon i impedansa udvostručeni, efektivna vrednost rotorske struje ostaje ista; samo je njena učestanost promenjena. U vazdušnom procepu se sinhrono obrću isti talasi fluksa i m. m. s. sa istim uglom obrtnog momenta. Posmatrač na rotoru se, dakle, slaže sa posmatračem na statoru da se obrtni momenat ne menja kad se i otpor rotora i klizanje menjaju u istoj razmeri.

Međutim, posmatrač na rotoru zapaža dve promene koje se sa statora ne primećuju: 1) gubici u bakru rotora su dvaput veći i 2) rotor se obrće sporije i zato razvija manju mehaničku snagu pri istom obrtnom momentu. Drugim rečima, od snage koju stator apsorbuje troši se nešto više na zagrevanje rotora, a ostaje manje za mehaničku snagu.

Prethodno razmišljanje se sada lako može primeniti na rešavanje primera 9-5.

a) Klizanje pri obrtnom momentu za puno opterećenje. Kad se otpor rotora upetostruči, klizanje se mora povećati 5 puta za istu vrednost r_2/s, pa prema tome za isti obrtni momenat. Ali prvobitno klizanje pri punom opterećenju, kao što je dato u primeru 9-4, iznosi 0,015. Novo klizanje za obrtni momenat pri punom opterećenju je, dakle, $5 \cdot 0{,}015 = 0{,}075$.

b) Gubici u bakru rotora pri obrtnom momentu za puno opterećenje. Efektivna vrednost rotorske struje ista je kao njena vrednost pri punom opterećenju u primeru 9-4, te je gubitak u bakru rotora 5 puta veći od vrednosti za puno opterećenje 5,69 kW izračunate u tač. *a)* primera 9-4, dakle,

$$\text{gubici u bakru rotora} = 5 \cdot 5{,}69 = 28{,}45\ \text{kW}$$

Isti rezultat može se naravno dobiti i pomoću ekvivalentnog kola i jednačina iz od. 9-2.

c) Odata snaga pri obrtnom momentu za puno opterećenje. Povećano klizanje čini da brzina pri obrtnom momentu za puno opterećenje, u relativnim jedinicama, pada od vrednosti $1 - s = 0{,}985$ u primeru 9-4 na $1 - s = 0{,}925$ pri dodatom rotorskom otporu. Obrtni momenat je isti. Odata snaga je, dakle, srazmerno smanjena na

$$P = \frac{0{,}925}{0{,}985} \cdot 500 = 469{,}5 \text{ KS.}$$

Smanjenje odate snage ravno je povećanju gubitaka u bakru rotora.

d) Klizanje pri maksimalnom obrtnom momentu. Kad se otpor rotora poveća 5 puta, klizanje pri maksimalnom obrtnom momentu se prosto poveća 5 puta. Ali prvobitno klizanje pri maksimalnom obrtnom momentu je 0,060 kao što je nađeno u tač. *b)* primera 9-4. Novo klizanje pri maksimalnom obrtnom momentu sa dodatim otporom rotora je, dakle,

$$s_{\max M} = 5 \cdot 0{,}060 = 0{,}30$$

e) Rotorska struja pri maksimalnom obrtnom momentu. Efektivna vrednost rotorske struje pri maksimalnom obrtnom momentu je nezavisna od otpora rotora; samo se njena učestanost menja kad se otpor rotora menja. Prema tome, u vezi sa tač. *c)* primera 9-4 je

$$I_{2\max M} = 2{,}82\, I_{2fl}$$

f) Polazni obrtni momenat. Kad se otpor rotora poveća 5 puta, polazni obrtni momenat je isti kao prvobitni obrtni momenat pri radu s klizanjem 0,20 i zato je jednak radnom obrtnom momentu iz tač. *d)* primera 9-4, tj.

$$M_{\text{start}} = 1{,}20\, M_{fl}$$

g) Rotorska struja pri puštanju u rad. Rotorska struja pri puštanju u rad s dodatim otporima rotora ista je kao radna rotorska struja pri klizanju 0,20 sa kratko spojenim kliznim prstenovima kao u tač. *e)* primera 9-4, naime,

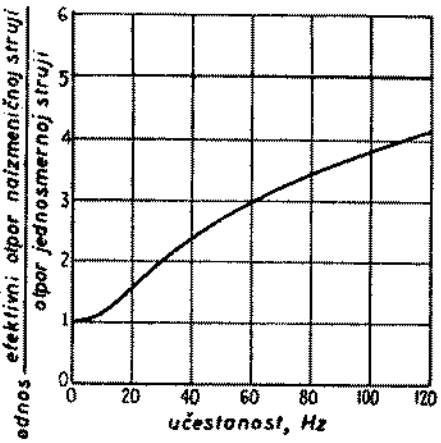
$$I_{2\text{start}} = 3{,}95\, I_{2fl}$$

b. Rotori s dubokim žlebovima i dvokavezni rotori. U duhovitom i prostom načinu za dobijanje rotorskog otpora koji se automatski menja s brzinom koristi se činjenica da su u stanju mirovanja učestanosti rotora i statora jednake; s ubrzavanjem rotora učestanost rotora pada veoma nisko — možda na 2 do 3 Hz pri punom opterećenju motora za 60 Hz. Primenom podesnih oblika i rasporeda rotorskih šipki, kavezni rotori se mogu konstruisati tako da im efektivni otpor pri 60 Hz bude nekoliko puta veći od otpora pri 2 ili 3 Hz. U svima ovakvim različitim konstrukcijama koristi se induktivno dejstvo rasipanja žlebnog fluksa na raspodelu struje u šipkama rotora. Pojave su u osnovi istovetne sa površinskim efektom („skin-efekt") i uticajem blizine u bilo kom sistemu provodnika s naizmeničnom strujom.

Sl. 9-11. Duboki rotorski žleb i fluks žlebnog rasipanja

Posmatrajmo najpre kavezni rotor s pljosnatim šipkama u uskim dubokim žlebovima kao na sl. 9-11. Opšti izgled fluksa rasipanja koji struja u šipki proizvodi u tom žlebu prikazan je na slici. Kad bi magnetna propustljivost rotorskog gvožđa bila beskonačna, sve linije sila fluksa rasipanja zatvarale bi se idući ispod žleba kao na slici. Zamislimo da se šipka sastoji od beskonačnog broja slojeva diferencijalne dubine; jedan na dnu i jedan na vrhu su označeni šrafiranim površinama na sl. 9-11. Rasipna induktivnost donjeg sloja veća je nego gornjeg sloja jer je donji sloj obuhvaćen većim rasipnim fluksom. Ali svi slojevi su paralelni u električkom pogledu. Prema tome, s obzirom da je struja naizmenična, u gornjim slojevima sa malom reaktansom srtuja je veća nego u donjim slojevima sa velikom reaktansom; struja je potisnuta ka vrhu žleba, a sem toga struja u gornjim slojevima prednjači pred strujom donjih slojeva. Neravnomerna raspodela struje dovodi do povećanja efektivnog otpora i relativno manjeg smanjenja efektivne rasipne induktivnosti šipke. S obzirom da deformisanje raspodele struje zavisi od induk-

tivnog dejstva, efektivni otpor je funkcija učestanosti. On je isto tako funkcija dubine žleba, magnetne propustljivosti i električne otpornosti materijala šipke.[2] Na sl. 9-12 pokazana je kriva odnosa efektivnog otpora naizmeničnoj struji prema otporu jednosmernoj struji kao funkcija učestanosti, izračunata za bakarnu šipku preseka visine 1 in (25,4 mm). Kavezni rotor s dubokim žlebovima može se lako konstruisati tako da mu efektivni otpor pri učestanosti statora (mirovanju) bude nekoliko puta veći od otpora jednosmernoj struji. Sa ubrzavanjem motora učestanost rotora opada, a s njom i efektivni otpor rotora, približavajući se vrednosti za jednosmernu struju kad klizanje postane malo.



Sl. 9-12. Površinski efekat u bakarnom rotorskom štapu visine 1,00 in

Drugi jedan način da se postignu slični rezultati je dvostruki kavez pokazan na sl. 9-13. Kavezni namotaj se sastoji od dva sloja šipki kratko spojenih bočnim prstenovima. Gornje šipke imaju manji poprečni presek nego donje i stoga im je otpor veći. Opšta priroda fluksa rasipanja pokazana je na sl. 9-13, na kojoj se može videti da je induktivnost donjih šipki veća nego induktivnost gornjih zbog fluksa koji žleb preseca između dva sloja. Razlika u induktivnosti može se učiniti znatnom podesnim izborom suženja žleba između dve šipke. U mirovanju, kad su učestanosti rotora i statora jednake, u donjim šipkama je struja srazmerno mala zbog njihove velike reaktanse; efektivni otpor rotora u mirovanju približava se tada efektivnom otporu visoko-otpornog gornjeg sloja. Pri niskim učestanostima rotora koje odgovaraju malim klizanjima, međutim, reaktansa prestaje da bude važna i otpor rotora se približava otporu oba sloja vezana paralelno.

Sl. 9-13. Šipke dvokaveznog rotora i fluks rasipanja žleba

Pošto se efektivni otpor i rasipna induktivnost dvokaveznih rotora i rotora s dubokim žlebovima menjaju s učestanošću, parametri r_2 i x_2 koji predstavljaju svedena dejstva otpora rotora i rasipne induktanse posmatrane sa statora nisu konstantni. Postupci „normalizovanja" iz od. 9-4 ne mogu se prema tome više tačno primeniti i njihova primena u ovakvim slučajevima predstavlja jednu manju ili veću približnost. Potrebno je ekvivalentno kolo složenijeg oblika ako se reakcije rotora treba da predstave pomoću dejstava klizanja zajedno s elementima konstantnog otpora i reaktanse.[3]

Prosta ekvivalentna kola izvedena u od. 9-1, 9-2 i 9-3 predstavljaju motor i dalje ispravno, ali sada su r_2 i x_2 funkcije klizanja. Svi osnovni izrazi još važe za motor ako su vrednosti r_2 i x_2 dobro prilagođene promenama klizanja. Na primer, pri proračunu puštanja u rad treba r_2 i x_2 uzeti kao efektivne vrednosti pri učestanosti statora; pri proračunu rada sa malim klizanjima, međutim, treba r_2 uzeti u efektivnoj vrednosti pri maloj učestanosti, a x_2 kao reaktansu statorske učestanosti

---

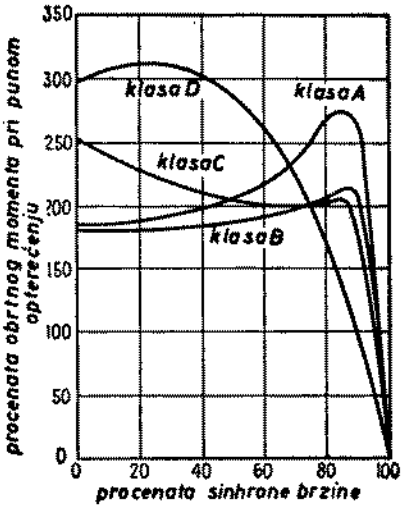
[2] Za podrobnu analizu v. W. V. Lyon, Heat Losses in the Conductors of Alternating-current Machines, *Trans. AIEE*, vol. 40, str. 1361 do 1395, 1921.

[3] Na primer, v. S. S. L. Chang, General Theory of Multiple-cage Induction Motors, *Trans. AIEE*, vol. 68, deo 2, str. 1139 do 1143, deo 2, 1949.

koja, međutim, odgovara efektivnoj vrednosti rasipne induktivnosti rotora pri niskoj učestanosti. Za klizanja u normalnom radnom opsegu, otpor rotora i rasipna induktivnost obično se mogu smatrati konstantnim, sa vrednostima koje u suštini odgovaraju jednosmernoj struji.

c) Razmatranja u vezi s primenom. Primenom dvokaveznih rotora i rotora s dubokim žlebovima, motori s kaveznim rotorom mogu biti konstruisani tako da im karakteristike pri puštanju u rad budu povoljne zahvaljujući velikom rotorskom otporu, a da im u isto vreme i karakteristike pri normalnom radu budu dobre zahvaljujući malom rotorskom otporu. Takve konstrukcije, međutim, predstavljaju nužno jedan kompromis, a motori nemaju elastičnost mašine s kliznim prstenovima i spoljnim rotorskim otporom. Kad su uslovi puštanja u rad teški treba pribeći motoru sa kliznim prstenovima.

Za potrebe industrije dvofazni i trofazni kavezni motori srednje snage mogu se sa stovarišta proizvođača dobiti kao motori sa standardizovanom nominalnom snagom u opsegu do 200 KS, za razne standardne učestanosti, napone i brzine[4]. Prema terminologiji koju je ustanovila NEMA, ima nekoliko standardnih konstrukcija za razne uslove puštanja u rad i razne uslove rada. Tipične karakteristike obrtni momenat—brzina za četiri najčešće konstrukcije pokazuje sl. 9-14. Ove krive odgovaraju približno motorima (sinhrone) brzine od 1800 ob/min, sa nominalnom snagom u opsegu od 7,5 do 200 KS, imajući u vidu da pojedinačni motori mogu imati karakteristike primetno drukčije od ovih prosečnih. Ukratko, karakteristične odlike ovih konstrukcija[5] su sledeće:



Sl. 9-14. Tipične karakteristike obrtni momenat—brzina asinhronih motora za opšte svrhe sa sinhronom brzinom 1800 ob/min

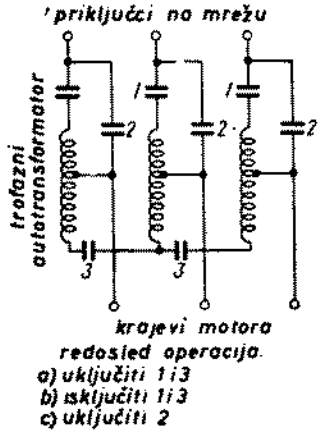
KONSTRUKCIJA KLASE A: *Normalni polazni obrtni momenat, normalna polazna struja, malo klizanje.* Ova konstrukcija obično ima jedan kavezni rotor malog otpora. Klizanje pri punom opterećenju je malo, a stepen korisnosti pri punom opterećenju je visok. Najveći obrtni momenat je obično znatno iznad 200 procenata od obrtnog momenta pri punom opterećenju i postiže se uz malo klizanje (manje od 20 procenata). Polazni obrtni momenat pri punom naponu varira od oko 200 procenata od obrtnog momenta pri punom opterećenju za male motore do oko 100 procenata za velike motore. Velika polazna struja (500 do 800 odsto od struje za puno opterećenje kad se uključuje nominalni napon) je glavni nedostatak ove konstrukcije. Za veličine manje od oko 7,5 KS, ove polazne struje su obično u granicama strujnog udara koji distributivna mreža može da podnese, te se motor može puštati u rad priključivanjem na pun napon; u ostalim slučajevima mora se primeniti puštanje u rad pri smanjenom naponu. Usled smanjenog napona smanjuje se i polazni obrtni momenat, jer je on srazmeran primljenoj prividnoj snazi motora,

[4] Vidi ASA Standards, Rotating Electrical Machinery, C50-1943, American Standards Association, Njujork 1943; NEMA Standards, Motor and Generator Standards, 45-102, National Electrical Manufacturers' Association, Njujork 1945.

[5] Za podrobniju diskusiju razmatranja u vezi s primenom, vidi D. R. Shoults, C. J. Rite i T. C. Johnson, „Electric Motors in Industry", gl. IV i V, John Wiley & Sons, Inc., Njujork 1942

a ova opet je srazmerna kvadratu napona priključenog na krajeve mašine. Smanjenje napona pri puštanju u rad obično se postiže autotransformatorom, a kojim se može manipulisati ručno ili automatski pomoću releja koji pun napon uključuju kad motor postigne brzinu. Šemu kola jednog tipa takvog autotransformatora pokazuje sl. 9-15. Kad puštanje u rad treba da bude elastičnije, mogu se upotrebiti redni otpori ili reaktanse u statoru.[6]

Motori klase A su osnovna standardna konstrukcija za veličine manje od oko 7,5 KS i veće od oko 200 KS. Ova konstrukcija se primenjuje i za srednje nominalne snage kad se iz konstruktivnih razloga teško može udovoljiti ograničenjima za polaznu struju koja zahteva konstrukcija klase B. Oblast njene primene je približno ista kao za klasu B čiji opis sleduje.



Sl. 9-15. Šema veza jednostepenog autotransformatora za puštanje motora u rad

KONSTRUKCIJA KLASE B: *Normalni polazni obrtni momenat, mala polazna struja, malo klizanje.* Ova konstrukcija ima približno isti polazni obrtni momenat kao konstrukcija klase A, ali sa 75 odsto od polazne struje. Zato se sa punim naponom mogu puštati u rad veći motori nego u klasi A. Polazna struja je smanjena konstrukcijom za relativno visoku rasipnu reaktansu, a polazni obrtni momenat je održan primenom dvokaveznih rotora ili rotora s dubokim žlebovima. Klizanje pri punom opterećenju i stepen korisnosti dobri su, otprilike kao u konstrukciji klase A. Upotrebom velike reaktanse je sačinilac snage ipak smanjen i maksimalni obrtni momenat snižen znatno (obično se može postići samo nešto preko 200 odsto od obrtnog momenta za puno opterećenje).

Ova konstrukcija se najviše upotrebljava za opseg veličina od 7,5 do 200 KS. Primenjuje se za postrojenja u kojima brzina treba u principu da bude konstantna a zahtevi polaznog obrtnog momenta nisu teški, kao što je postrojenje ventilatora, duvaljki, pumpi i mašina alatki.

KONSTRUKCIJA KLASE C: *Veliki polazni obrtni momenat, mala polazna struja.* U ovoj konstrukciji se primenjuje dvokavezni rotor s većim otporom rotora nego u konstrukcijama klase B. Time se postiže veći polazni obrtni momenat s manjom polaznom strujom, ali donekle nižim radnim stepenom korisnosti i većim klizanjem nego u konstrukciji klase A i B. Tipične primene su postrojenja kompresora i prenosilica (konvejora).

KONSTRUKCIJA KLASE D: *Veliki polazni obrtni momenat, veliko klizanje.* Ova konstrukcija obično ima jednokavezni rotor velikog otpora (često od mesinganih šipki). Razvija veoma veliki polazni obrtni momenat uz malu polaznu struju i veliki maksimalni obrtni momenat pri klizanju od 50 do 100 odsto, ali radi sa velikim klizanjem pri punom opterećenju (7 do 11 odsto) zbog čega joj je radni stepen korisnosti nizak. Primenjuje se najviše u postrojenjima sa povremenim opterećenjem skopčanim s velikim ubrzavanjem i u postrojenjima sa udarnim opterećenjima kao što su prese za probijanje i makaze. Kad služi za udarna opterećenja, rad motora je obično pomognut zamajcem koji doprinosi savlađivanju udara i smanjuje pulzacije u snazi primljenoj iz mreže. Traži se motor čija brzina znatno pada kad se o-

---

[6] Za upoređenje metoda puštanja u rad vidi gl. V. literature navedene u napomeni [5].

brtni momenat poveća kako bi se zamajac mogao usporiti i izvestan deo svoje kinetičke energije osloboditi pri udaru.

9-6. Proračun radnih karakteristika na osnovu ogleda praznog hoda i ogleda kratkog spoja. Podaci potrebni za proračun radnih karakteristika višefaznih asinhronih motora pod opterećenjem mogu se dobiti iz rezultata postignutih u ogledima praznog hoda i kratkog spoja, kao i merenjem otpora statorskih namotaja jednosmernom strujom. Dopunski gubici koji se moraju uzeti u obzir pri izračunavanju tačne vrednosti stepena korisnosti, mogu se takođe izmeriti pri ogledima bez opterećivanja motora. Ali ogledi za određivanje dopunskih gubitaka neće ovde biti opisivani.[7]

Kao ogled praznog hoda transformatora, tako i ogled praznog hoda asinhronog motora pruža podatke u pogledu pobudne struje i gubitaka u praznom hodu. Ogled se obično vrši pri nominalnoj učestanosti i sa uravnoteženim višefaznim naponima priključenim na krajeve statora. Vrednosti se čitaju pri nominalnom naponu, kad je motor radio dovoljno dugo da bi mu ležišta bila dobro podmazana. Ukupni gubici usled obrtanja pri nominalnom naponu i nominalnoj učestanosti pod opterećenjem obično se smatraju konstantnim i ravnim svojim vrednostima u praznom hodu.

Rotorska struja pri praznom hodu iznosi samo koliko je potrebno za razvijanje obrtnog momenta dovoljnog da se nadvlada trenje i ventilacioni otpor. Gubici u bakru rotora pri praznom hodu su zato zanemarljivo mali. Za razliku od transformatora, čiji se gubitak u bakru primara može zanemariti, gubici u bakru statora asinhronog motora mogu biti znatni zbog toga što mu je pobudna struja veća. Gubici usled obrtanja P_R pri normalnim radnim uslovima su

$$P_R = P_{nl} - q_1 I^2_{nl} r_1 \tag{9-32}$$

gde je P_{nl} ukupna višefazna primljena snaga, I_{nl} struja po fazi, q_1 broj faza statora i r_1 otpor statora po fazi.

S obzirom da je klizanje pri praznom hodu veoma malo, svedeni otpor rotora r_2/s_{nl} je veoma veliki. Paralelna kombinacija grana rotora i grana magnećenja postaje tada $j\,x_\varphi$ sa otokom veoma velikog otpora, a reaktansa ove paralelne kombinacije je prema tome vrlo približna vrednosti x_φ. Prividna reaktansa X_{nl} izmerena na krajevima statora pri praznom hodu je zbog toga po vrednosti veoma približna $x_1 + x_\varphi$ što je sopstvena reaktansa x_{11} statora, tj.

$$x_{11} = x_1 + x_\varphi = X_{nl} \tag{9-33}$$

Sopstvena reaktansa statora može se, dakle, odrediti iz čitanja instrumenata pr praznom hodu. Za trofaznu mašinu, pod pretpostavkom da je sprege Y, impedansa Z_{nl} u praznom hodu po fazi je

$$Z_{nl} = \frac{U_{nl}}{\sqrt{3}\, I_{nl}} \tag{9-34}$$

gde je U_{nl} linijski napon na krajevima pri ogledu praznog hoda. Otpor u praznom hodu R_{nl} je

$$R_{nl} = \frac{P_{nl}}{3\, I^2_{nl}} \tag{9-35}$$

gde je P_{nl} ukupna trofazna primljena snaga u praznom hodu; reaktansa X_{nl} u praznom hodu je tada

$$X_{nl} = \sqrt{Z^2_{nl} - R^2_{nl}} \tag{9-36}$$

[7] Za obaveštenja o metodima ispitivanja videti AIEE Test Code of Polyphase Induction Machines, No. 500, American Institute of Electrical Engineers, Njujork 1937.

Sačinilac snage u praznom hodu je obično oko 0,1, te je reaktansa u praznom hodu bezmalo ravna impedansi u praznom hodu.

Kao pri ispitivanju transformatora u kratkom spoju, ogled asinhronog motora u kratkom spoju daje podatke u pogledu rasipnih impedansi. Rotor je blokiran tako da se ne može obrtati, a na krajeve statora priključeni su uravnoteženi višefazni naponi. Katkad se meri i obrtni momenat pri kratkom spoju.

Ekvivalentno kolo za uslove kratkog spoja istovetno je sa kolom za kratko spojeni transformator. Ali je asinhroni motor složeniji od transformatora, jer na njegovu rasipnu impedansu može uticati magnetno zasićenje putanja rasipnog fluksa kao i učestanost rotora. Na impedansu kratkog spoja može uticati i položaj rotora, mada je taj uticaj obično mali za kavezne rotore. Vodeće načelo je da se ogled kratkog spoja izvodi pod uslovima približno iste struje i učestanosti rotora kao pri radnim uslovima za koje treba docnije izračunati podatke. Na primer, ako se traže karakteristike o klizanju bliskom jedinici, kao pri puštanju u rad, ogled kratkog spoja treba izvesti pri normalnoj učestanosti i sa strujama bliskim vrednostima koje se susreću pri puštanju u rad. Ako se pak traže normalne radne karakteristike, ogled kratkog spoja treba izvesti pri smanjenom naponu kojim se dobiva približno nominalna struja; isto tako treba smanjiti učestanost, s obzirom da se vrednosti efektivnog rotorskog otpora i rasipne induktivnosti pri niskim učestanostima rotora koje odgovaraju malim klizanjima mogu znatno razlikovati od svojih vrednosti pri normalnoj učestanosti, naročito sa dvokaveznim rotorima ili rotorima sa dubokim žlebovima. Propisi za ispitivanja AIEE (napomena 7) preporučuju učestanosti od 15 Hz za motore od 60 Hz, mada se može upotrebiti i učestanost od 25 Hz pod uslovom da se rezultati dobiveni sa 25 Hz ne razlikuju bitno od rezultata dobivenih sa 60 Hz. Vrednost reaktanse kratkog spoja pri normalnoj učestanosti može se izračunati iz vrednosti dobivene pri ogledu sa smanjenjem učestanosti uzimajući u obzir da je reaktansa srazmerna učestanosti. Uticaj učestanosti često je neznatan za normalne motore sa nominalnom snagom ispod 25 KS i impedansa kratkog spoja može se tada meriti neposredno pri normalnoj učestanosti.

Ako je pobudna struja zanemarena, reaktansa rotora pri kratkom spoju X_{bl}, korigovana na normalnu učestanost, ravna je zbiru reaktanse statora za normalnu učestanost x_1 i rasipne reaktanse rotora x_2. Način raspodele ukupne rasipne reaktanse $x_1 + x_2$ između statora i rotora utiče relativno malo na rad motora. Propisi za ispitivanje AIEE (napomena 7) preporučuju empiričku raspodelu prema tablici 9-1.

TABLICA 9-1

EMPIRIČKA RASPODELA RASIPNIH REAKTANSI U ASINHRONIM MOTORIMA

Klasa motora	Deo od $x_1 + x_2$	
	x_1	x_2
Klasa A (normalni polazni momenat, normalna polazna struja)	0,5	0,5
Klasa B (normalni polazni momenat, mala polazna struja)	0,4	0,6
Klasa C (veliki polazni momenat, mala polazna struja)	0,3	0,7
Klasa D (veliki polazni momenat, veliko klizanje)	0,5	0,5
Motor s kliznim prstenovima	0,5	0,5

Reaktansa magnećenja x_φ može se sada odrediti iz ogleda u praznom hodu i vrednosti x_1; tako je

$$x_\varphi = X_{nl} - x_1 \tag{9-37}$$

Statorski otpor r_1 može se smatrati ravnim njegovoj vrednosti pri jednosmernoj struji. Rotorski otpor se može odrediti na sledeći način: otpor pri kratkom

spoju R_{bl} se može izračunati iz ogleda kratkog spoja pomoću izraza sličnog jedn. 9-35. Razlika između otpora kratkog spoja i otpora statora može se tada odrediti iz oglednih podataka. Obeležavajući ovaj otpor sa R imamo:

$$R = R_{bl} - r_1 \tag{9-38}$$

Iz ekvivalentnog kola (sl. 9-5*a*), sa $s = 1$, otpor R je otpor impedanse $r_2 + jx_2$ paralelno vezane sa jx_φ. Za ovu paralelnu kombinaciju je

$$R = r_2 \frac{x_\varphi}{r_2^2 + x_{22}^2} \approx r_2 \left(\frac{x_\varphi}{x_{22}}\right)^2 \tag{9-39}$$

gde je $x_{22} = x_2 + x_\varphi$ sopstvena reaktansa rotora. Kad je x_{22} veće od $10\,r_2$, kao što obično biva, greška prouzrokovana primenom približnog oblika jedn. 9-39 iznosi manje od 1 odsto. Zamenjujući ovaj uprošćeni oblik u jedn. 9-38 i rešavajući je po r_2 dobiva se

$$r_2 = R\left(\frac{x_{22}}{x_\varphi}\right)^2 = (R_{bl} - r_1)\left(\frac{x_{22}}{x_\varphi}\right)^2 \tag{9-40}$$

Tako su određene sve konstante ekvivalentnog kola, te se podaci o radu motora pod opterećenjem mogu izračunati po metodima iz od. 9-2 i 9-3.

Primer 9-6. Sledeći ogledni podaci odnose se na trofazni četvoropolni asinhroni motor, 7,5 KS, 220 V, 19 A, 60 Hz sa dvokaveznim rotorom, tipa sa velikim polaznim obrtnim momentom i malom polaznom strujom (konstrukcija klase C):

1. *Ogled praznog hoda sa* 60 Hz
   Priključen linijski napon $U = 219$ V
   Prosečna linijska struja $I_{nl} = 5{,}70$ A
   Snaga (dva vatmetra) $W_1 = 680$ W, $W_2 = -300$ W
2. *Ogled kratkog spoja pri* 15 Hz
   $U = 26{,}5$ V $\quad I = 18{,}57$ A
   $W_1 = 215$ W $\quad W_2 = 460$ W
3. *Otpor prema jednosmernoj struji, prosečna vrednost po statorskoj fazi* (mereno neposredno posle drugog ogleda)
   $r_1 = 0{,}262\ \Omega$ po fazi (pretpostavljena sprega Y)
4. *Ogled kratkog spoja pri* 60 Hz
   $U = 212$ V $\quad I = 83{,}3$ A
   $W_1 = 3300$ W $\quad W_2 = 16\,800$ W
   Izmeren polazni obrtni momenat $M_{start} = 54{,}6$ funti-stopa

a) Izračunati gubitke usled obrtanja u praznom hodu i konstante ekvivalentnog kola, pretpostavljajući normalne radne uslove. Uzeti da je temperatura ista kao u trećem ogledu.

b) Izračunati unutrašnji polazni obrtni momenat iz podataka o izmerenoj primljenoj snazi za četvrti ogled. Uzeti da je temperatura kao u trećem ogledu.

Rešenje. a) Prema 1. ogledu je $P_{nl} = 380$ W, a prema jedn. 9-32

$$P_R = 380 - 3 \cdot 5{,}70^2 \cdot 0{,}262 = 354 \text{ W}$$

Prema 1. ogledu i jedn. 9-34, 9-35 i 9-36,

$$Z_{nl} = \frac{219}{\sqrt{3} \cdot 5{,}70} = 22{,}2\ \Omega \text{ po fazi Y}$$

$$R_{nl} = \frac{380}{3 \cdot 5{,}70^2} = 3{,}9\ \Omega \quad X_{nl} = 21{,}8\ \Omega$$

Ogled kratkog spoja rotorom pri smanjenoj učestanosti i nominalnoj struji ostvaruje približno normalne radne uslove rotora. Prema 2. ispitivanju,

$$Z'_{bl} = \frac{26{,}5}{\sqrt{3} \cdot 18{,}57} = 0{,}825\ \Omega \text{ po fazi za 15 Hz}$$

$$R_{bl} = \frac{675}{3 \cdot 18{,}57^2} = 0{,}654\ \Omega \quad X'_{bl} = 0{,}503\ \Omega \text{ za } 15 \text{ Hz}$$

gde oznake sa zarezom znače vrednosti za 15 Hz. Reaktansa kratkog spoja svedena na normalnu učestanost je tada

$$X_{bl} = {}^{60}/_{15} \times 0{,}503 = 2{,}01\ \Omega \text{ po fazi za } 60 \text{ Hz.}$$

Prema tablici 9-1,

$$x_1 = 0{,}3 \cdot 2{,}01 = 0{,}603 \qquad x_2 = 0{,}7 \cdot 2{,}01 = 1{,}407\ \Omega \text{ po fazi}$$

a prema jedn. 9-37,

$$x_\varphi = 21{,}8 - 0{,}6 = 21{,}2\ \Omega \text{ po fazi}$$

Prema 3. ogledu i jedn. 9-38 i 9-40,

$$R = 0{,}654 - 0{,}262 = 0{,}392 \quad r_2 = 0{,}392 \left(\frac{22{,}6}{21{,}2}\right)^2 = 0{,}445\ \Omega \text{ po fazi}$$

Tako su sada izračunate konstante ekvivalentnog kola za male vrednosti klizanja.

b) Unutrašnji polazni obrtni momenat može se izračunati iz podataka o primljenoj snazi izmerenoj za 4. ogled. Iz primljene snage i gubitaka u bakru statora, snaga obrtnog polja P_{g1} je

$$P_{g1} = 20\,100 - 3 \cdot 83{,}3^2 \cdot 0{,}262 = 14\,650 \text{ W}$$

Sinhrona brzina $\omega_s = 188{,}5$ rad/s, a prema jedn. 9-12,

$$M_{\text{start}} = \frac{14\,650}{188{,}5} = 77{,}6 \text{ Nm ili } 57{,}3 \text{ funti-stopa}$$

Izmerena vrednost $M_{\text{start}} = 54{,}6$ funti-stopa je nešto manja od izračunate zato što je zanemarena snaga utrošena na gubitke u gvoždu statora i dopunske gubitke.

9-7. Odnos transformacije. Odnosi između svedenih rotorskih veličina i odgovarajućih veličina stvarnog rotora potrebni su kad se istražuje šta se stvarno događa u kolima i šipkama rotora, kao, na primer, pri izračunavanju konstanti ekvivalentnog kola iz konstruktivnih dimenzija. Zadatak ovog odeljka je da izvede sačinioce svođenja.

a). Rotori s kliznim prstenovima. Višefazni stator i rotor moraju naravno biti namotani za isti broj polova p'. Ali oni ne moraju biti namotani za isti broj faza. U najopštijem slučaju uzima se da stator ima q_1 faza, N_{ph1} navojaka na red po fazi i kombinovani osnovni pojasni i tetivni sačinilac k_{w1}; odgovarajuće veličine za rotorski namotaj su q_2, N_{ph2} i k_{w2}.

Svedeni rotor je rotor za koji se smatra da ima isti broj faza i navojaka i isti tip namotaja kao stator tako da, ukoliko se radi o naponima koje indukuje prostorni osnovni harmonik fluksa, odnos efektivnih navojaka po fazi svedenog rotora prema efektivnim navojcima po fazi stvarnog rotora bude $N_{ph1}\ k_{w1}/N_{ph2}\ k_{w2}$. Prema tome, za isti fluks i brzinu, odnos između stvarnog rotorskog napona učestanosti klizanja po fazi E_{rotor} i odgovarajućeg rotorskog napona učestanosti klizanja E_{2s} svedenog na stator, je:

$$E_{2s} = \frac{N_{ph1}\,k_{w1}}{N_{ph2}\,k_{w2}}\,E_{\text{rotor}} \tag{9-41}$$

S obzirom da su rotori magnetno ekvivalentni, njihovi prostorni osnovni harmonici talasa m.m.s. moraju biti jednaki, i stoga prema jedn. 4-25, odnos između stvarne rotorske struje po fazi I_{rotor} i rotorske struje svedene na stator I_{2s}, glasi

$$I_{2s} = \frac{q_2\,N_{ph2}\,k_{w2}}{q_1 N_{ph1}\,k_{w1}} \cdot I_{\text{rotor}} \tag{9-42}$$

Vektorski izraz između svedene vrednosti Z_{2s} i stvarne vrednosti Z_{rotor} rotorske impedanse je

$$Z_{2s} = \frac{E_{2s}}{I_{2s}} = \frac{q_1}{q_2}\left(\frac{N_{ph1}\,k_{w1}}{N_{ph2}\,k_{w2}}\right)^2 \cdot \frac{E_{\text{rotor}}}{I_{\text{rotor}}} \tag{9-43}$$

ili
$$r_1 + jsx_2 = \frac{q_1}{q_2}\left(\frac{N_{ph1}\,k_{w1}}{N_{ph2}\,k_{w2}}\right)^2 (r_{\text{rotor}} + jsx_{\text{rotor}}) \tag{9-44}$$

gde su r_2 i sx_2 svedene vrednosti, a r_{rotor} i sx_{rotor} stvarne vrednosti rotorskog otpora i rasipne reaktanse za učestanost klizanja.

b) Kavezni rotori. Veličine koje će se svoditi na stator jesu indukovani napon u šipkama E_b, struja u šipkama I_b, ekvivalentni otpor r_{be} i rasipna reaktansa x_{be} šipke. Ekvivalentni otpor i rasipna reaktansa šipke podrazumevaju vrednost za jednu šipku plus dodatak kojim se uzimaju u obzir segmenti bočnih prstenova koji vezuju susedne šipke. Kavezni rotor može se smatrati simetričnim višefaznim namotajem u kome je vremenski fazni ugao između naponâ ili strujâ u susednim šipkama ravan električnom prostornom uglu između šipki. Posmatrajmo posebno kavezni rotor s celim brojem žlebova po polu ili sa tako velikim brojem polova da se može naći par šipki međusobno udaljenih za skoro jedan polni korak.[8] Od parova rotorskih šipki međusobno udaljenih za jedan polni korak i odgovarajućih bočnih prstenova mogu se obrazovati ekvivalentne dijametralne kanure sa jednim navojkom. U sl. 9-2, šipke 1 i 9, 2 i 10, 3 i 11, na primer, obrazuju takve kanure. Namotajni sačinilac k_w za ove kanure je 1. Napon učestanosti klizanja indukovan u takvoj kanuri, prema jedn. 4-1 je

$$2\,E_b = 4{,}44\,sf\,\Phi \tag{9-45}$$

gde je E_b efektivni napon indukovan u jednoj šipki, a Φ osnovni harmonik fluksa po polu.

Amplituda talasa rotorske m.m.s. može se izvesti metodama iz od. 4-2*a*. Prema jedn. 4-18 i sl. 4-7, amplituda prostorne osnovne harmoničke komponente talasa m.m.s. koju proizvodi jedna ekvivalentna dijametralna kanura, recimo šipke 1 i 9 na sl. 9-2, je

$$\frac{4}{\pi}\,\frac{1}{2}\sqrt{2}\,I_b = \frac{2\sqrt{2}}{\pi}\,I_b \tag{9-46}$$

gde je I_b efektivna vrednost struje u šipki. Mašine sa više od jednog para polova imaju za svaki par polova po jednu kanuru u sličnom položaju. Jednačina 9-46 daje amplitudu talasa m.m.s. koju proizvode sve te kanure. Mašina s p' polova i S_2 rotorskih šipki ima S_2/p' takvih grupa kanura. Na isti način kao što se sačiniocem $q/2$ uzima u obzir doprinos ostalih faza u jedn. 4-23, treba m.m. silu datu jednačinom 9-46 pomnožiti sa $S_2/2p'$ da bi se uračunale i ostale šipke. Prema tome je amplituda ukupnog talasa rotorske m.m.s.

$$F_2 = \frac{2\sqrt{2}}{\pi}\,\frac{S_2}{2p'}\,I_b = 0{,}90\,\frac{S_2}{2p'}\,I_b \tag{9-47}$$

Vidi se da se ovaj rezultat slaže s jedn. 4-23 s obzirom da je $S_2/2p'$ ukupni broj navojaka po polu kaveznog namotaja i da je ravan sačiniocu qN_{ph}/p' u jedn. 4-23.

Svedeni rotor je rotor za koji se smatra da ima isti broj faza i navojaka i isti tip namotaja kao stator, te je zato njegov indukovani napon učestanosti klizanja po fazi, prema jedn. 4-1,

$$E_{2s} = 4{,}44\,N_{ph1}\,k_{w1}sf\,\Phi \tag{9-48}$$

---

[8] Za opštije razmatranje rotorske m. m. s. koje se ne zasniva na ovom ograničenju i pored dejstva osnovnog harmonika obuhvata i uticaj viših harmonika, vidi E.E. Dreese, Synchronous Motor Effects in Induction Machines, *AIEE*, vol 49, br. 3, str. 1033 do 1042, juli 1930. Zaključci postignuti u našem ograničenom proučavanju su istovetni sa zaključcima iz opšteg razmatranja koji se odnose na osnovni harmonik.

Upoređenjem jedn. 9-45 i 9-48 dobiva se odnos između svedenog rotorskog napona i stvarnog napona u šipki:

$$E_{2s} = 2\, N_{ph1}\, k_{w1}\, E_b \tag{9-49}$$

Odnos izmedu svedene rotorske struje I_{2s} i stvarne struje u štapu I_b dobiva se izjednačenjem njihovih m.m.s. Prema jedn. 4-25, m.m.s. svedenog rotora je

$$F_2 = 0{,}90\, \frac{q_1 N_{ph1} \cdot k_{w1}}{p'} \cdot I_{2s} \tag{9-50}$$

Upoređenje s jedn. 9-47 daje

$$I_{2s} = \frac{S_2}{2 q_1 N_{ph1}\, k_{w1}} \cdot I_b \tag{9-51}$$

Sačinioci svođenja za impedansu mogu se sad dobiti iz količnika jedn.9-49 i jednačine 9-51, prama tome:

$$r_2 + jsx_2 = \frac{4\, q_1\, (N_{ph1}\, k_{w1})^2}{S_2} (r_{be} + jsx_{be}) \tag{9-52}$$

Pregled jedn. 9-49 do 9-52 pokazuje da svedene rotorske veličine zavise od pojedinosti kako statorskog namotaja tako i rotorskog kaveza.

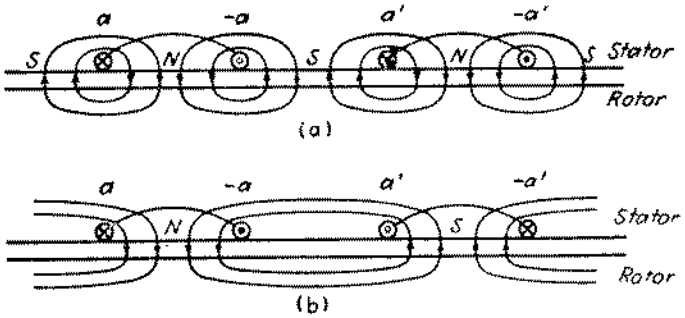
9-8. Regulisanje brzine asinhronih motora. Običan asinhroni motor odgovara izvrsno zahtevima postrojenja sa brzinom konstantnom u suštini. U mnogim primenama motora, međutim, potreban je veći broj brzina pa čak i izvestan opseg brzina kontinualno promenljivih. Još od prvih dana primene naizmeničnih energetskih sistema inženjeri su poklanjali pažnju razvoju motora naizmenične struje sa promenljivom brzinom. Zadatak ovog odeljka je da istraži opšta načela na kojima se zasnivaju metodi za regulisanje brzine asinhronih motora. Radi potpunijeg pregleda u okviru ovih izlaganja moramo imati u vidu konkurentnu ulogu motora za jednosmernu struju u kombinaciji s uređajima za pretvaranje naizmenične struje u jednosmernu (v. od. 6-1).

Sinhrona brzina asinhronog motora može se menjati *(a)* promenom broja polova p' ili *(b)* promenom učestanosti f napona napajanja. Klizanje se može menjati *(c)* promenom napona napajanja, *(d)* promenom rotorskog otpora ili *(e)* uključivanjem napona pogodne učestanosti u rotorska kola. Najvažnije odlike metoda za regulisanje brzine zasnovanih na ovih pet mogućnosti razmatraju se u sledećih pet delova ovog odeljka.

a). Motori s promenljivim brojem polova. Statorski namotaj može biti konstruisan tako da se broj polova prostim promenama veza kanura može promeniti u odnosu 2 prema 1. Može se izabrati bilo koja od dve sinhrone brzine. Rotor je skoro uvek kaveznog tipa. Kavezni namotaj uvek reaguje proizvodeći rotorsko polje sa istim brojem polova kao indukciono statorsko polje. Usvajanjem motora s kliznim prstenovima izazivaju se dopunske komplikacije jer se rotorski namotaj mora takode podesiti za promenu broja polova. Sa dve nezavisne garniture statorskih namotaja, od kojih je svaka predviđena za menjanje broja polova, mogu se dobiti četiri sinhrone brzine motora s kaveznim rotorom — na primer, 600, 900 1200 i 1800 ob/min.

Osnovna načela namotaja za promenu broja polova prikazuje sl. 9-16 gde su *aa* i *a'a'* dve kanure koje sačinjavaju deo faze *a* statorskog namotaja. Stvarni namotaj bi imao naravno po nekoliko kanura u svakoj grupi. Namotaji ostalih statorskih faza (koji nisu prikazani na slici) bili bi raspoređeni na sličan način. Na sl. 9-16*a* kanure su vezane tako da proizvode četvoropolno polje; na sl. 9-16*b* struji u kanuri *aa* promenjen je smer pomoću kontrolera, čime se postiže dvopolno polje. U isto vreme kada se kontrolerom menja smer struje veze dveju grupa kanura mogu se promeniti od rednih na otočne, a veze između faza od Y na Δ ili obratno. Na taj

način se indukcija u vazdušnom procepu može podesiti tako da proizvodi željene karakteristike obrtni momenat—brzina na dvema vezama. Slika 9-17 pokazuje tri mogućnosti i njihove odgovarajuće karakteristike obrtni momenat—brzina za



Sl. 9-16. Osnovna načela namotaja za promenu broja polova

tri motora čije su karakteristike za vezu velike brzine identične. Veza prema sl. 9-17*a* daje približno isti maksimalni obrtni momenat za obe brzine i služi za postrojenja koja zahtevaju približno isti obrtni momenat za obe brzine (opterećenja u kojima preovlađuje trenje, na primer). Veza prema sl. 9-17*b* daje približno dvaput veći maksimalni obrtni momenat za malu brzinu i služi za postrojenja koja zahtevaju približno konstantnu snagu (kao što su mašine alatke i čekrci). Veza prema sl. 9-17*c* daje znatno manji maksimalni obrtni momenat za malu brzinu i služi za postrojenja u kojima je potreban manji obrtni momenat pri nižoj brzini (ventilatori i centrifugalne pumpe, na primer). Tip konstantne snage je najskuplji, jer je fizički najveći.

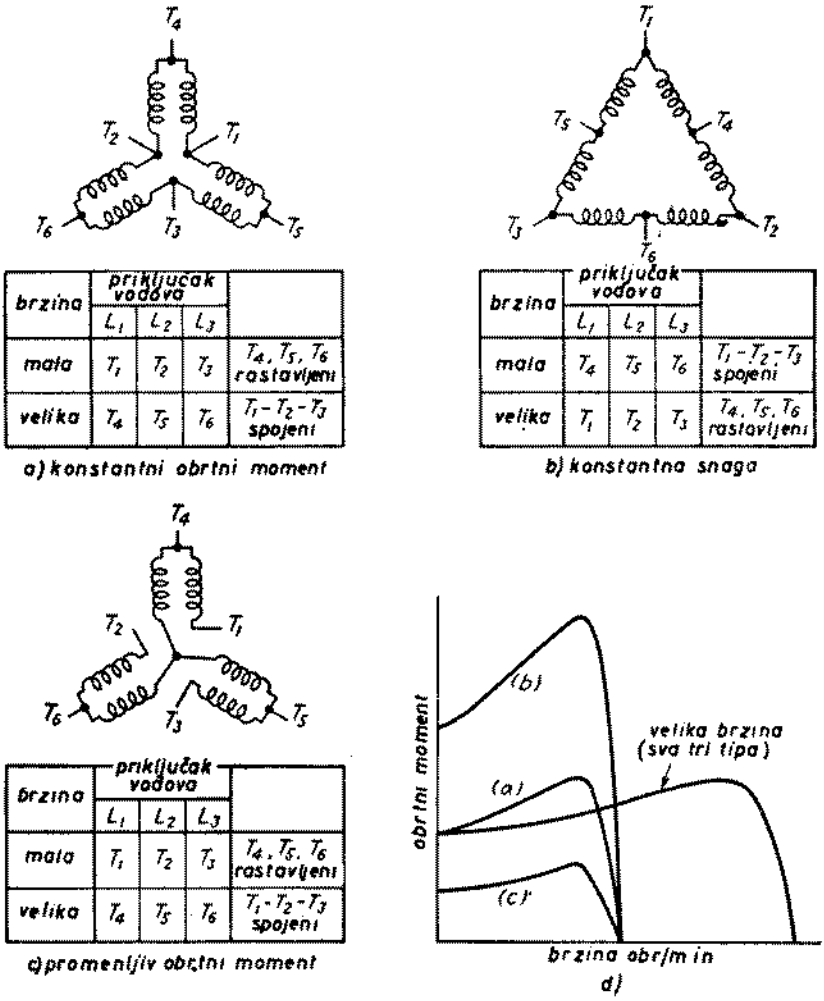
b) *Regulisanje učestanosti napona napajanja.* Sinhrona brzina asinhronog motora može se regulisati menjanjem učestanosti izvora napajanja. Da bi se indukcija održala na približno konstantnoj vrednosti, morao bi se i linijski napon menjati sa učestanošću. Maksimalni obrtni momenat ostaje tada skoro sasvim konstantan. Tako upotrebljeni asinhroni motor ima karakteristiku veoma sličnu karakteristici motora za jednosmernu struju sa nezavisnom pobudom, konstantnim fluksom i promenljivim naponom indukta, kao u Vard-Leonardovom sistemu (od. 6-1).

Najveća teškoća se sastoji u tome kako da se dobije promenljiva učestanost. Jedan način pruža asinhrona mašina s kliznim prstenovima kao menjača učestanosti, kao što je opisano u primeru 3-2. Ovaj način zahteva da se menjača učestanosti pokreće promenljivom brzinom. Uprkos činjenici da je ovo rešenje komplikovano, ima slučajeva u kojima kompaktnost i jednostavnost asinhronog motora s kaveznim rotorom čine ovaj sistem promenljive učestanosti veoma poželjnim. Dobar primer za to je ispitivanje aeroplanskih modela prirodne veličine u aerodinamičkom tunelu[9]. Motori koji pokreću elise motorizovanih modela moraju biti veoma kompaktni i sposobni za velike brzine. Tim zahtevima može udovoljiti kavezni motor hlađen vodom i napajan pogodnom učestanošću.

c). *Regulisanje naponom napajanja.* Unutrašnji obrtni momenat razvijen asinhronim motorom srazmeran je kvadratu napona priključenog na krajeve primara motora, kao što pokazuju dve karakteristike obrtni momenat—brzina na sl. 9-18. Kad opte-

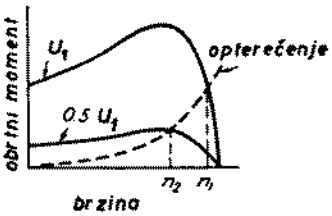
[9] C. C. Clymer i M. A. de Ferranti, Electric Equipment for Cornell Variable Density Wind Tunnel, *Trans. AIEE*, vol. 65, br. 8, str. 555 do 563, avgust 1946; J. A. White, 150 000 Horsepower Applied to Aeronautical Research, *Trans. AIEE*, vol. 65, br. 12, str. 833 do 839, decembar 1946; G. W. Heumann, Adjustable Frequency Control of High-speed Induction Motors, *Trans. AIEE*, vol. 66, str. 719 do 725, 1947.

rećenje ima karakteristiku obrtni momenat—brzina pokazanu isprekidanom linijom, brzina se smanjuje od n_1 na n_2. Ovaj metod regulisanja brzine obično se primenjuje na malim kaveznim motorima za pokretanje ventilatora.

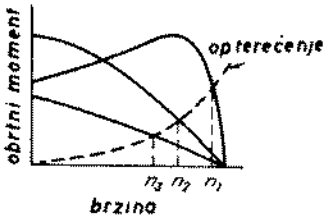


Sl. 9-17. Veze i krive obrtni momenat—brzina za tri tipa asinhronih motora sa promenljivim brojem polova

d) Regulisanje otporom rotora. Mogućnost regulisanja brzine motora s namotanim rotorom putem menjanja otpora njegovog rotorskog kola bila je već



Sl. 9-18. Regulisanje brzine pomoću napona napajanja



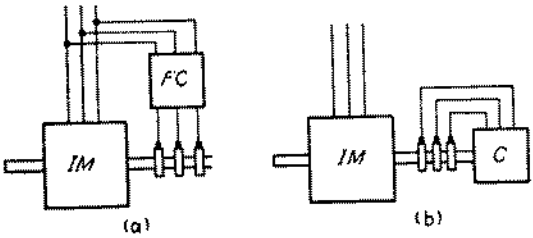
Sl. 9-19. Regulisanje brzine pomoću rotorskog otpora

istaknuta u od. 9-5*a*. Karakteristike obrtni momenat—brzina za tri razne vrednosti otpora rotora prikazane su na sl. 9-19. Kad opterećenje ima karakteristiku obrtni momenat—brzina pokazanu isprekidanom linijom, brzine koje odgovaraju pojedinim vrednostima rotorskog otpora su n_1, n_2 i n_3. Ovaj metod regulisanja brzine ima karakteristike slične karakteristikama u regulisanju brzine otočnog motora za jednosmernu struju pomoću otpora vezanog na red s induktom.

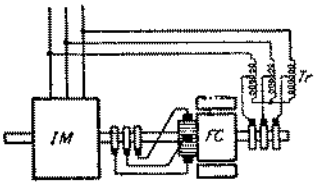
Glavni nedostaci kako regulisanja naponom napajanja tako i rotorskim otporom jesu nizak stepen korisnosti pri maloj brzini i slabo održavanje brzine u odnosu na promene opterećenja.

e) Regulisanje klizanja pomoćnim mašinama. Pri proučavanju sistema za regulisanje brzine menjanjem klizanja treba imati na umu osnovne zakone o toku snage u asinhronim mašinama. Kao što pokazuje jedn. 9-16, deo *s* snage koji apsorbuje stator pretvara se posredstvom elektromagnetne indukcije u električnu snagu u kolima rotora. Kad su kola rotora kratko spojena, ova snaga se gubi u vidu rotorskih gubitaka u bakru, te je rad sa smanjenom brzinom neekonomičan.

Mnogi sistemi bili su pronađeni za rekuperiranje ove električne snage koja potiče od struje učestanosti klizanja. Iako su neki od njih prilično složeni u svojim pojedinostima, svi predviđaju po neko sredstvo za uvođenje podešljivih napona sa učestanošću klizanja u rotorska kola asinhronog motora s kliznim prstenovima. Oni se uglavnom mogu podeliti na dve vrste, kao što pokazuje sl. 9-20, gde *IM* predstavlja trofazni asinhroni motor s kliznim prstenovima čiju brzinu treba regulisati. Na sl. 9-20*a* rotorska kola motora *IM* vezana su sa pomoćnim aparatom za menjanje učestanosti predstavljenim kutijom *FC*, u kojoj se električna snaga, proizvedena strujama učestanosti klizanja u rotoru glavnog motora, pretvara u električnu snagu učestanosti statora i vraća u mrežu. Na sl. 9-20*b* rotorska kola motora *IM* vezana su sa pomoćnim aparatom predstavljenim kutijom *C* u kojoj se električna snaga učestanosti klizanja pretvara u mehaničku snagu i dodaje snazi na vratilu koju glavni motor razvija. Kutije *FC* i *C* sadrže neku vrstu mašine komutatorskog tipa. U oba ova sistema brzina i sačinilac snage glavnog motora mogu se podešavati regulisanjem veličine i faze e.m.s. učestanosti klizanja na pomoćnim mašinama. Pomoćni aparat može biti približno složen sistem rotacionih mašina i transformatora sa podešljivim odnosom transformacije. Ali on obično može da bude srazmerno mali u poredenju s glavnim motorom, zato što on radi samo sa delom *s* snage u statoru glavnog motora. Tri specifična primera — sistem Leblanc, Schrage-ov motor i izmenjeni Krämer-ov sistem—opisani su ukratko u daljem tekstu.



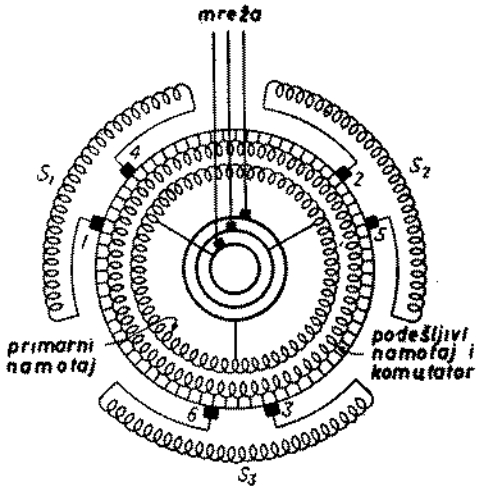
Sl. 9-20. Dva osnovna sistema za regulisanje brzine asinhronog motora pomoćnim mašinama



Sl. 9-21. Leblanc-ov sistem regulisanja brzine

Jedan od najprostijih uređaja je Leblanov sistem, pokazan na sl. 9-21. Menjača učestanosti *FC* ima induktni namotaj sličan namotaju u mašinama za jednosmernu struju ali s istim brojem polova kao glavni asinhroni motor *IM*. Ovaj namotaj je vezan za jedan komutator i za tri klizna prstena. Na komutator naležu tri garniture dirki, razmaknute za 120 električnih stepeni. Rotor se mehanički pokreće glavnim asinhronim motorom, što znači da se obrće brzinom $1-s$ u relativnim jedi-

nicama. Stator je uopšte bez namotaja — on predstavlja jedino putanju male magnetne otpornosti za magnetni fluks. Na klizne prstenove su priključeni naponi učestanosti mreže; oni stvaraju megnetno polje koje se obrće sinhronom brzinom u odnosu na rotor i u suprotnom smeru. Posmatrano sa statora, to polje se, dakle, obrće brzinom klizanja, a trofazni naponi učestanosti klizanja javljaju se između parova dirki na komutatoru (od. 3-9*d*). Ovi naponi su povezani na red s rotorskim kolima glavnog motora. Brzina i sačinilac snage glavnog motora mogu se regulisati podešavanjem veličine i faze ovih napona pomoću autotransformatora T_r sa podešljivim odnosom transformacije i pomeranjem dirki. Električna snaga koju odaje rotor glavnog motora pretvara se u menjači učestanosti u snagu u vidu struje sa učestanošću mreže i vraća se u ovu.



Sl. 9-22. Šematski prikaz motora sa podešavanjem brzine pomoću pomeranja dirki

Motor s pomerljivim dirkama Šrageovog tipa je kombinacija menjače učestanosti i glavnog motora u jednoj mašini. U osnovi je to naopako obrnuti asinhroni motor čiji je sekundarni namotaj na statoru, a primarni na rotoru vezan za mrežu preko kliznih prstenova, kao što pokazuje sl. 9-22. U iste žlebove rotora položen je namotaju za podešavanje vezan za komutator. Izgled preseka pokazan je na sl. 9-23. U namotaj za podešavanje transformatorskim dejstvom primarnog namotaja indukuju se naponi linijske učestanosti, a naponi učestanosti klizanja javljaju se između dirki na komutatoru, baš kao na Leblanovoj menjači učestanosti.

Na komutatoru je postavljeno šest garnitura dirki tako da je svaka od faza S_1, S_2 i S_3 sekundarnog namotaja vezana za jedan njihov par, kao što pokazuje sl. 9-22. Dirke 1, 2 i 3 su učvršćene na zajedničkom nosaču a međusobno su razmaknute za 120 električnih stepeni i mogu se grupno pomerati. Dirke 4, 5 i 6 su na sličan način učvršćene na drugi pokretan nosač. Ugaoni položaj i relativni razmak dveju garnitura dirki može se podešavati jednim ručnim točkom. Veličina napona učestanosti klizanja uključenih na red sa sekundarnim namotajima zavisi od razmaka između dve garniture dirki. a faza zavisi od njihovog ugaonog položaja. Tako se i brzina i sačinilac snage mogu regulisati pomoću ručnog točka.[10]

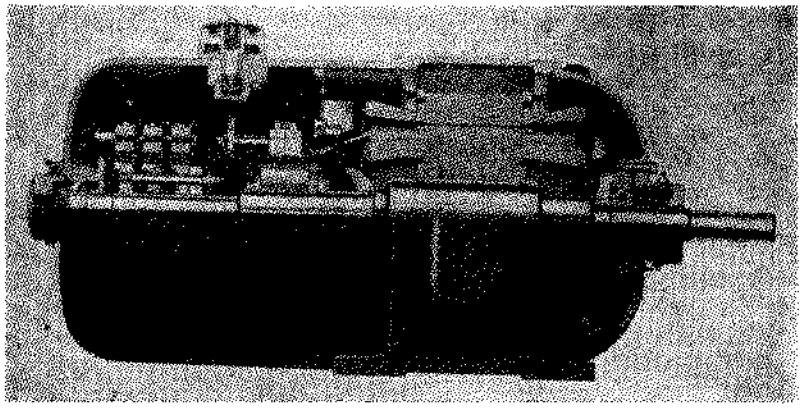
Mašine ovog tipa većinom se upotrebljavaju u veličinama do oko 50 KS i za opsege brzina od 6 prema 1 ili manje.

Izmenjen Kremerov sistem je varijanta pogona s podešljivom brzinom koja se može graditi u veoma velikim dimenzijama. Primenjivana je za pogon velikih aerodinamičkih tunela u veličinama do 40000 KS[11]. Kao što pokazuje sl. 9-24

[10] Za analize ovog motora vidi A. G. Conrad, F. Zweig i J. G. Clarke, Theory of Brush-shifting A-C Motor, deo I i II, *Trans. AIEE*, vol. 60, br. 8, str. 829 do 836, avgust 1941, deo III i IV, *Trans. AIEE*, vol. 61, br. 7, str. 502 do 512, juli 1942; F. Baumann, Impedance Relationships of the Adjustable-speed A-C Brush-shifting Motor, *Trans. AIEE*, vol. 66, str. 1460 do 1462, 1947; P. W. Franklin, A Study of the 3-phase Commutator Armature with Six Adjustable Brushes, *Trans. AIEE*, vol. 67, str. 197 do 207, 1948.

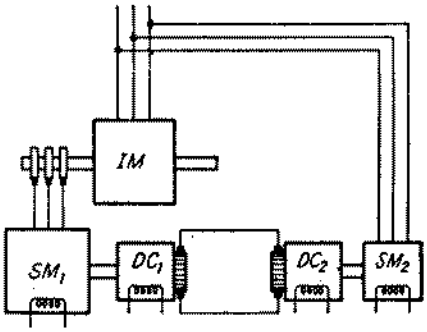
[11] A. D. Dickey, C. M. Laffoon i L. A. Kilgore, Variable-speed Drive for Wind Tunnel at Wright Field, *Trans. AIEE*, vol. 61, br. 3, str .126 do 130, mart 1942; S. L. Lindbeck i L. A. Kilgore, Big Winds for Model Planes, *Westinghouse Eng.*, vol. 8, br. 2, str. 57 do 62, mart 1948.

uredaj se sastoji od asinhronog motora s kliznim prstenovima IM, koji odaju rotorsku snagu učestanosti klizanja sinhronom motoru SM_1, a ovim se pokreće generator



Sl. 9-23. Izgled preseka motora podešljive brzine sa pomerljivim dirkama *(General Electric Company)*

jednosmerne struje DC_1 brzinom srazmernom klizanju glavnog motora IM. Električnu odatu snagu generatora DC_1 prima motor za jednosmernu struju DC_2 kojim se konstantnom brzinom pokreće sinhroni generator SM_2 čija se proizvedena snaga vraća mreži kao na sl. 9-20*a*. Pobudna kola sve četiri pomoćne mašine napajaju se sa sabirnica jednosmerne struje, a brzina glavnog motora IM podešava se regulisanjem brzine pomoćnog agregata $SM_1 DC_1$ podešavajući pobudu dve mašine za jednosmernu struju kao u Vard-Leonardovom sistemu. Sinhrona mašina s podešljivom brzinom SM_1 mora imati približno istu nominalnu snagu kao glavni asinhroni motor, ali su dimenzije dve mašine za jednosmernu struju i sinhrone mašine konstantne brzine SM_2 manje. Na primer, u uredaju za pogon aerodinamičkog tunela, snaga mašine SM_2 treba da ima samo oko 20 odsto od snage motora IM.

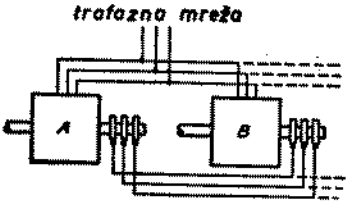


Sl. 9-24. Šematski prikaz izmenjenog Kremerovog sistema za regulisanje brzine velikih asinhronih motora

Preimućstvo ovog sistema je u tome što upotrebljava obične sinhrone mašine i mašine za jednosmernu struju koje se mogu graditi u velikim dimenzijama i koje su jevtinije od složenijih mašina za regulisanje potrebnih u drugim sistemima. Ima i tu dobru stranu što se veoma veliki asinhroni motor može puštati u rad ne izazivajući u mreži veće smetnje nego što se izazivaju pri puštanju u rad relativno male sinhrone mašine SM_2.

9-9. Električna osovina. Ima mnogo slučajeva u kojima je poželjno da se održi sinhronizam između dve osovine (odnosno dva vratila) ili više njih, postavljenih na izvesnom odstojanju i da se pri tom izbegnu nespretne mehaničke veze izmedu ovih osovina. Takve veze mogu se ostvariti električnim putem pomoću uređaja poznatih pod imenom *električna osovina,* odnosno pod raznim trgovačkim nazivima, kao što su *selsin, autosin* ili *sinhrotaj sistemi.* U kategoriji motora srednje

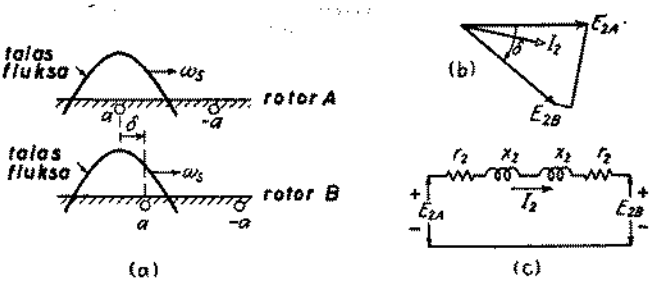
snage, ovi sistemi se sastoje od dve trofazne asinhrone mašine s kliznim prstenovima čiji se primarni namotaji pobuđuju iz istog trofaznog izvora, dok su im sekundarni namotaji spojeni kao što pokazuje sl. 9-25. Kad se jedna od ovih mašina pokreće mehanički, druga je prati u sinhronizmu baš kao da su dva vratila mehanički spojena; stoga se ovakvi uređaji nazivaju katkada i *autosinhronizacionim sistemima*. Takvi sistemi su bili primenjeni za održavanje sinhronizma između motora za dizanje dva kraja velikih pokretnih mostova kao što je most Triborough u Njujorku, zatim za postizanje sinhronizma između delova štamparskih presa i mnogih sličnih primena gde je potrebna koordinacija između delova složene aparature. U kategoriji motora sasvim male snage upotrebljavaju se, slično, jednofazne



Sl. 9-25. Električna osovina. Sastoji se od dva asinhrona motora sa spojenim rotorskim kolima

električne osovine za razne svrhe, na primer, za pokazivanje ugaonog položaja neke udaljene osovine ili vratila ili relativnih ugaonih položaja njihovih. Problemi o kojima se ovde radi odnose se na instrumente, a poželjne karakteristike su tačnost pri malim vrednostima obrtnog momenta a ne neka jaka snaga. Ovaj odeljak je prvenvestno usmeren na trofazne energetske agregate. O jednofaznim uređajima za instrumente biće reči u gl. 11.

Uzmimo da obe mašine na sl. 9-25 miruju i da su im statori pobuđeni. U rotorskim namotajima indukuju se naponi čije vremenske faze zavise od ugaonog položaja dva rotora. Odgovarajuće faze su šematski pokazane stranama kanura *aa*



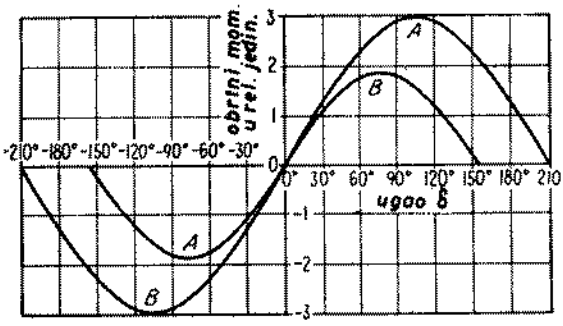
Sl. 9-26. Talasi fluksa, vektorski dijagram i ekvivalentno kolo električne osovine na sl. 9-25 za brzinu nula

na sl. 9-26*a*, gde je ugao δ između dva rotora meren od *A* prema *B* u smeru obrtanja magnetnog polja. Prema tome, rotorski napon mašine *B* zaostaje za naponom mašine *A* za vremenski fazni ugao δ, kao što pokazuje vektorski dijagram na sl. 9-26*b*. Ekvivalentno kolo jedne rotorske faze dato je na sl. 9-26*c*. Zbog fazne razlike između dva napona u rotorskim kolima se javlja struja, a snaga odlazi iz rotora mašine *A* u rotor mašine *B*. Situacija je kao u sinhronom generatoru kojim se napaja sinhroni motor i obrtni momenat se u svakoj mašini stvara uzajamnim dejstvom talasa fluksa u vazdušnom procepu i m. m. s. rotora. Ovi obrtni momenti deluju u smeru smanjenja ugla δ, odnosno ubrzanja rotora mašine *A* i usporenja rotora mašine *B* sve dok se oba rotora ne poravnaju. To znači da se indukovani naponi međusobno izravnavaju i da se struja svodi na nulu. Tipičnu karakteristiku obrtni momenat—ugao za stanje mirovanja pokazuje sl. 9-27.

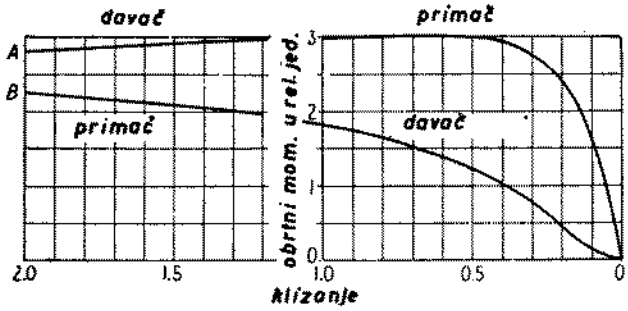
Pretpostavimo sad da se jedna od mašina mehanički pokreće brzinom koja odgovara klizanju *s*. Druga mašina će se obrtati sinhrono s prvom, a ugao pomeraja između dva rotora biće funkcija mehaničkog opterećenja druge mašine. Jedina

razlika između ove situacije i one u stanju mirovanja je u tome što se sada talas fluksa kreće brzinom klizanja pored posmatrača na rotoru. Indukovani naponi i rasipne reaktanse rotora dobijaju se sada kada se njihove vrednosti za statorsku učestanost pomnože sa s.

Ovaj sistem se lako može analizovati po načelima koja su već izložena. Tipične krive maksimalnog obrtnog momenta kao funkcije klizanja pokazuje sl. 9-28. Zbog otpora rotora maksimalni obrtni momenat brzo opada kad se klizanje smanji ispod približno 0,3. Mašine koje pri radu treba da se obrću samo u jednom smeru vezuju se obično tako da se obrću u smeru suprotnom obrtanju njihovih magnetnih polja.[12]



Sl. 9-27. Tipične karakteristike obrtni momenat—ugao električne osovine prema sl. 9-25 pri brzini nula



Sl. 9-28. Tipične krive maksimalnog obrtnog momenta pri radnim uslovima za električnu osovinu prema sl.9-25.

9-10. Rezime. U električnom pogledu višefazna asinhrona mašina je uopšten transformator. U mehaničkom pogledu to je naprava zavisna od klizanja. Ove dve osnovne osobine određuju joj radne karakteristike.

Višefazna asinhrona mašina zavisi od obrtnog magnetnog polja koje stvaraju uravnotežene višefazne struje u simetričnom višefaznom namotaju. Polje se obrće sinhronom brzinom i indukuje e. m. sile koje imaju statorsku učestanost u namotajima statora, a učestanost klizanja u namotajima rotora pri svim brzinama

[12] Za bliža obaveštenja o energetskim primenama autosinhronizacionih sistema vidi L. M. Nowacki, Induction Motors as Selsyn Drives, *Trans. AIEE*, vol. 53, str. 1721 do 1726;- L. A. Finzi i H. M. Mc Connel, The Torques of the Synchronous Tie—A Steady—state Ana lysis, *Trans. AIEE*, vol. 68, deo 2, str. 1147 do 1152, 1949.

rotora izuzev sinhrone brzine. Prema tome, asinhrona mašina transformiše napone i jednovremeno menja učestanost, osobina koja se korisno primenjuje u menjačama učestanosti asinhronog tipa. Rotorske struje učestanosti klizanja stvaraju talas m. m. s. koji se kreće brzinom klizanja u odnosu na rotor. U odnosu na stator ovaj talas rotorske m. m. s. obrće se sinhronom brzinom. Obrtni momenat se stvara uzajamnim dejstvom talasa rezultantne indukcije i rotorske m. m. s. u skladu s jedn. 3-22, u kojoj je sin δ ravan rotorskom sačiniocu snage cos φ_2. Sa gledišta statora, sve rotorske električne i magnetne pojave transformišu se na statorsku učestanost. Rotorska m. m. s. reaguje na statorske namotaje na isti način na koji m. m. s. sekundarne struje u transformatoru reaguje na primar. Što se tiče statorskih pojava, zbivanja su ista kao u primaru transformatora i zbog toga se analiza odvija na isti način kao kod transformatora.

Elektromehaničko pretvaranje energije dolazi do izražaja kad se razmatra šta biva s tokom energije. Kad je klizanje s, električna snaga indukovana u rotorskim namotajima je sP_{g1}, dakle, deo električne snage P_{g1} koju stator apsorbuje, kao što se vidi iz jedn. 9-16. Ostatak $(1-s)\ P_{g1}$ ove snage pretvara se u mehaničku snagu, kao što pokazuje jedn. 9-15. Unutrašnji obrtni momenat M stvoren međusobnim dejstvom talasa rezultantne indukcije i rotorske m. m. s. daje jedn. 9-12.

U asinhronom motoru s kratko spojenim rotorskim namotajima, deo sP_{g1} snage koju stator apsorbuje rastura se kao toplota u otporima rotorskih kola. U tom pogledu asinhrona mašina liči na kliznu mehaničku spojnicu ili ma koju drugu mehaničku spravu kod koje se pri radu javlja klizanje između delova koji primaju snagu i onih koji je odaju. Asinhroni motor s kratko spojenim rotorom ima kao bitno svojstvo rđav stepen korisnosti kad radi sa velikim klizanjem.

Posmatrano sa strane statora, ekvivalentno kolo asinhronog motora s kratko spojenim rotorom istovetno je sa ekvivalentnim kolom kratko spojenog transformatora sa sekundarnim otporom r_2/s, kao na sl. 9-3, 9-4 i 9-5. Električne i mehaničke radne karakteristike mogu se izračunati prema tim ekvivalentnim kolima pomoću jednačina 9-12 do 9-18. Kad treba da se istaknu odnosi obrtnog momenta i snage, ekvivalentna kola se mogu pomoću Tevenenove teoreme svesti na oblik pokazan u jedn. 9-7. Maksimalni obrtni momenat postiže se pri klizanju pri kome je veličina r_2/s prilagođena impedansi vezanoj na red sa tom veličinom u sl. 9-7*a*. Maksimalni obrtni momenat je nezavisan od otpora rotora.

Klizanje pri kome se razvija maksimalni obrtni momenat može se regulisati podešavanjem rotorskog otpora. Veliki rotorski otpor daje optimalne uslove za puštanje u rad, ali nije povoljan za normalan rad motora. Konstrukcija motora s kaveznim rotorom, prema tome, predstavlja jedno kompromisno rešenje. Znatno bolje puštanje u rad s relativno malim žrtvama u pogledu radne karakteristike može se pri građenju motora s kaveznim rotorom postići primenom duboko usađenih šipki ili dvokaveznog rotora, čiji efektivni otpor raste sa klizanjem. Za veoma teške uslove puštanja u rad ili u slučajevima kad je potrebno regulisanje brzine pomoću rotorskog otpora, može se primeniti motor s kliznim prstenovima. Motor s kliznim prstenovima je skuplji od motora s kaveznim rotorom.

Za primene koje zahtevaju konstantnu brzinu i gde uslovi puštanja u rad nisu preterano teški, motor s kaveznim rotorom je obično bez takmaca zbog svoje robusnosti, jednostavnosti i jevtinoće. Jedina mu je mana srazmerno mali sačinilac snage (oko 0,85 do 0,90 pri punom opterećenju za 4-polne motore 60 Hz, znatno manji pri malom opterećenju i za sporohode motore). Nizak sačinilac snage proizilazi iz činjenice da se celokupna pobuda mora napajati iz mreže naizmenične struje trošeći, dakle, induktivnu reaktivnu snagu. Ako je cena energije uslovljena penalima za mali sačinilac snage, onda se u ekonomskom pogledu mogu upoređivati sinhroni motor i asinhroni motor sa statičkim kondenzatorima za poboljšanje sačinioca snage. Za brzine ispod približno 500 ob/min i nominalne snage iznad

približno 50 KS ili za srednje brzine (500 do 900 ob/min) i nominalne snage iznad oko 500 KS sinhroni motor verovatno je jevtiniji od asinhronog motora.

Asinhroni motor nije povoljan za postrojenja sa podešljivom brzinom. Za mašinu koja zavisi od obrtnog magnetnog polja konstantne brzine bolje je da bude mašina konstantne brzine. Promena polova, opisana u od. 9-8*a*, dobro je rešenje kad se zahtevaju samo dve ili možda četiri brzine. Regulisanje brzine menjanjem klizanja je u suštini neekonomično, osim kad se primeni jedan od više ili manje složenih uređaja opisanih u od. 9-8*e* sa kojima se vrši rekuperacija energije klizanja. Svi ovi uređaji povlače za sobom primenu neke od pomoćnih komutatorskih mašina. Mašina komutatorskog tipa ne podleži ograničenju konstantne brzine, jer se komutatorom poništava uticaj obrtanja. Mašina za jednosmernu struju lako se može prilagoditi radu s podešljivom brzinom, kao što je opisano u od. 6-1. Kao što je istaknuto u od. 6-5, za pogone sa podešljivom brzinom mogu se obično ekonomski uporedivati cena motora za jednosmernu struju plus oprema za pretvaranje naizmenične struje u jednosmernu sa komandnim uređajima, s jedne strane i, s druge strane, relativno složeni uređaji sa asinhronim motorom podešljive brzine opisani u od. 9-8, ne gubeći iz vida ni mogućnosti mehaničkog prenosnika podešljive brzine koji bi se postavio između motora konstantne brzine i opterećenja koje treba goniti. Za veoma velike snage ili za velike brzine, ili kad se mora štedeti u prostoru (kao u primenama za aerodinamičke tunele pomenutim u od. 9-8*b* i *e*, na primer), jednostavnost i kompaktnost asinhronog motora predstavljaju njegova velika preimućstva.

ZADACI

9-1. Ponovo nacrtati sl. 9-2 za isti rotor postavljen u 4-polno sinusoidno polje.

9-2. Pri proračunima asinhronih motora često treba da se izračuna impedansa $Z_f = R_f + jX_f$ paralelne kombinacije impedansi $r_2/s + jx_2$ i jx_φ. Izvesti sledeće obrasce:

$$R_f = \frac{x_\varphi^2}{x_{22}} \cdot \frac{1}{sQ_2 + 1/sQ_2} \tag{9-53}$$

$$X_f = \frac{x_2 x_\varphi}{x_{22}} + \frac{R_f}{sQ_2} \tag{9-54}$$

gde je $x_{22} = x_2 + x_\varphi$ i $Q_2 = x_{22}/r_2$.

9-3. Trofazni asinhroni motor, 100 KS, 440 V, sprege Y, 60 Hz, 8 polova, sa kaveznim rotorom, ima sledeće konstante ekvivalentnog kola u omima po fazi, svedene na stator:

$r_1 = 0{,}085$ $\quad r_2 = 0{,}067$

$x_1 = 0{,}196$ $\quad x_2 = 0{,}161$ $\quad x_\varphi = 6{,}65$

Gubici usled obrtanja u praznom hodu = 2,7 kW. Dopunski gubici = 0,5 kW. Gubici usled obrtanja i dopunski gubici mogu se smatrati konstantnim.

a) Izračunati odatu snagu u KS, statorsku struju, sačinilac snage i stepen korisnosti pri nominalnom naponu i nominalnoj učestanosti za klizanje 3,00 odsto.

b) Izračunati polaznu struju i unutrašnji polazni momenat za nominalni napon i nominalnu učestanost.

9-4. Trofazni šestopolni asinhroni motor od 10 KS radi pri punom opterećenju sa klizanjem 3,0 odsto. Gubici usled obrtanja i dopunski gubici pri punom opterećenju su 4,0 odsto od odate snage. Izračunati:

a) Gubitke u bakru rotora pri punom opterećenju;

b) Elektromagnetni obrtni momenat pri punom opterećenju;

c) Snagu koju odaje stator u vazdušnom procepu pri punom opterećenju.

9-5. Trofazni četvoropolni motor s kaveznim rotorom, sprege Y, 60 Hz, ima statorski otpor 0,5 Ω po fazi pri radnoj temperaturi. Kad linijska struja koju motor prima iznosi 10 A i ukupna trofazna primljena snaga 3000 W, koliki je unutrašnji obrtni momenat? Zanemariti gubitke u gvožđu.

9-6. Asinhronim motorom se ubrzava zamajac od stanja mirovanja skoro do sinhrone brzine. Naći izraz za energiju rasutu u vidu gubitaka u bakru rotora. Uzeti da je J ukupni momenat inercije sveden na vratilo motora. U kakvom je odnosu energija rasuta u vidu gubitaka u bakru rotora prema kinetičkoj energiji zamajca? Zanemariti gubitke usled obrtanja i dopunske gubitke, a ubrzanje smatrati dovoljno malim da se može primeniti teorija ustaljenog stanja.

9-7. Trofazni četvoropolni asinhroni motor s kaveznim rotorom, 10 KS, 230 V, sprege Y, 60 Hz, razvija unutrašnji obrtni momenat za puno opterećenje pri klizanju 0,04 kad radi sa nominalnim naponom i nominalnom učestanošću. Za svrhe ovog zadatka gubici usled obrtanja i dopunski gubici mogu se zanemariti. Podaci o impedansama motora su sledeći:
Otpor statora $r_1 = 0{,}36\ \Omega$ po fazi
Rasipne reaktanse $x_1 = x_2 = 0{,}47\ \Omega$ po fazi
Reaktansa magnećenja $x_\varphi = 15{,}5\ \Omega$ po fazi

Odrediti najveći unutrašnji obrtni momenat pri nominalnom naponu i nominalnoj učestanosti, klizanje pri najvećem obrtnom momentu i unutrašnji polazni obrtni momenat pri nominalnom naponu i nominalnoj učestanosti.

9-8. Pretpostavlja se da se asinhroni motor iz zad. 9-7 napaja iz izvora konstantnog napona 240 V, 60 Hz kroz vod čija impedansa je $0{,}50 + j\,0{,}30\ \Omega$ po fazi. Odrediti maksimalni unutrašnji obrtni momenat koji motor može da razvije i odgovarajuće vrednosti statorske struje i napona na krajevima.

9-9. Trofazni asinhroni motor, pri nominalnom naponu i nominalnoj učestanosti, ima polazni momenat 160 odsto a maksimalni obrtni momenat 200 odsto od obrtnog momenta pri punom opterećenju. Zanemariti gubitke u otporu statora i gubitke usled obrtanja i uzeti da je otpor rotora konstantan. Odrediti:

a) Klizanje pri punom opterećenju;
b) Klizanje pri maksimalnom obrtnom momentu;
c) Rotorsku struju pri puštanju u rad u relativnim jedinicama, uzimajući za bazu rotorsku struju pri punom opterećenju.

9-10. Kad radi sa nominalnim naponom i nominalnom učestanošću, trofazni asinhroni motor s kaveznim rotorom (po konstruktivnoj klasifikaciji motor velikog klizanja) ima pri punom opterećenju klizanje od 8,5 odsto, a razvija maksimalni obrtni momenat od 250 odsto obrtnog momenta pri punom opterećenju sa klizanjem 50 odsto. Zanemariti gubitke u gvožđu i gubitke usled obrtanja i uzeti da su otpori i reaktanse motora konstantni.

Odrediti obrtni momenat i rotorsku struju pri puštanju u rad sa nominalnim naponom i nominalnom učestanošću. Izraziti obrtni momenat i rotorsku struju u relativnim jedinicama uzimajući kao bazu njihove vrednosti pri punom opterećenju.

9-11. Trofazni motor s kaveznim rotorom, 25 KS, 230 V, 60 Hz, koji radi sa naponom i učestanošću nominalne vrednosti, ima gubitke u bakru rotora pri maksimalnom obrtnom momentu 9,0 puta veće nego pri obrtnom momentu za puno opterećenje, a klizanje pri obrtnom momentu za puno opterećenje je 0,030 .Otpor statora i gubici usled obrtanja mogu se zanemariti, a za reaktanse i otpor rotora se pretpostavlja da ostaju konstantni. Naći:

a) Klizanje pri maksimalnom obrtnom momentu;
b) Maksimalni obrtni momenat;
c) Polazni momenat.

Obrtne momente izraziti u relativnim jedinicama uzimajući obrtni momenat pri punom opterećenju kao bazu.

9-12. Asinhroni motor s kaveznim rotorom radi pri punom opterećenju s klizanjem 5,0 odsto. Polazna rotorska struja je 5,0 puta veća od rotorske struje pri punom opterećenju. Otpor rotora je nezavisan od učestanosti rotora, a gubici usled obrtanja, dopunski gubici i otpor statora mogu se zanemariti.

a) Izračunati polazni momenat.
b) Izračunati najveći obrtni momenat i klizanje pri najvećem obrtnom momentu. Obrtne momente izraziti u relativnim jedinicama uzimajući za bazu obrtni momenat pri punom opterećenju.

9-13. Na osnovu upoređenja jedn. 9-14 i 9-18 i dva ekvivalentna kola na sl. 9-7, napisati izraze slične jedn. 9-24, 9-26 i 9-27 za unutrašnju mehaničku snagu P, klizanje s_{max} pri maksimalnoj snazi i maksimalnu snagu P_{max}. Zatim pokazati da „normalizovane" krive na sl. 9-9 daju takođe odnose između P/P_{max} i $s(1 - s_{max}p)/s_{max}p\,(1 - s)$ sa parametrom $Q = (X_1 + x_2)/(R_1 + r_2)$.

9-14. Trofazni četvoropolni asinhroni motor sa kliznim prstenovima, 50 KS, 440 V, 60 Hz, razvija maksimalni unutrašnji obrtni momenat od 250 odsto pri klizanju 16 odsto kad radi sa naponom i učestanošću nominalne vrednosti i sa rotorom kratko spojenim neposredno na kliznim prstenovima. Otpor statora i gubici usled obrtanja mogu se zanemariti, a otpor rotora može se smatrati konstantnim i nezavisnim od učestanosti rotora. Odrediti:

a) Klizanje pri punom opterećenju, u procentima;
b) Gubitke u bakru rotora pri punom opterećenju, u W;
c) Polazni momenat pri nominalnom naponu i nominalnoj učestanosti, u Nm.

Kad se otpor rotora udvostruči (ubacivanjem spoljnih otpora na red) odrediti:

d) Obrtni momenat u Nm kad statorska struja ima svoju vrednost za puno opterećenje;
e) Odgovarajuće klizanje.

9-15. Trofazni četvoropolni asinhroni motor s kaveznim rotorom, 50 KS, 480 V, 60 Hz, razvija maksimalni obrtni momenat od 300 odsto i polazni momenat od 150 odsto od obrtnog momenta pri punom opterećenju, kad radi sa nominalnim naponom i nominalnom učestanošću. Zanemariti gubitke usled obrtanja i otpor statora i uzeti da je otpor rotora konstantan i nezavisan od učestanosti rotora. Za rad sa nominalnim naponom i nominalnom učestanošću, naći:

a) Klizanje pri maksimalnom obrtnom momentu;
b) Gubitke u bakru rotora pri punom opterećenju, u W;
c) Obrtni momenat pri punom opterećenju, u Nm. Za priključeni napon 400 V, 50 Hz, naći:
d) Odatu snagu u KS kad statorska struja ima vrednost koja odgovara nominalnoj vrednosti za 60 Hz pri punom opterećenju;
e) Brzinu u ob/min pri maksimalnom obrtnom momentu sa 50 Hz;
f) Maksimalni obrtni momenat sa 50 Hz, u Nm;
g) Polazni momenat sa 50 Hz, u Nm.

9-16. Trofazni četvoropolni asinhroni motor sa kaveznim rotorom, 50 KS, 220 V, 60 Hz uzima struju kratkog spoja 200 odsto i razvija unutrašnji polazni momenat 16 odsto pri priključenom naponu od 30 odsto. Za ovaj motor treba nabaviti transformator za puštanje u rad. Takav trofazni transformator može se smatrati idealnim; on je vezan između mreže i motora i snižava napon. Odrediti polazni momenat u procentima kad ovaj transformator ograničava polaznu struju iz mreže na 150 odsto od struje pri punom opterećenju motora. Napon mreže je 220 V.

9-17. Trofazni četvoropolni asinhroni motor s kaveznim rotorom, 220 V, 60 Hz, razvija unutrašnji obrtni momenat od 150 odsto sa linijskom strujom od 155 odsto pri klizanju 5,0 odsto kad radi sa naponom i učestanošću nominalne vrednosti i kad su mu krajevi rotora kratko spojeni. (Obrtni momenat i struja su izraženi u procentima od njihovih vrednosti za puno opterećenje.) Otpor rotora je 0,100 Ω između svakog para rotorskih krajeva i može se smatrati konstantnim. Koliki bi trebalo da bude otpor svakog od tri uravnotežena otpornika vezana u zvezdu na red sa svakim od krajeva rotora kad polazna struja pri nominalnom naponu i nominalnoj učestanosti treba da se ograniči na 155 odsto? Koliki unutrašnji polazni momenat će se razviti?

9-18. Trofazni četvoropolni asinhroni motor s kaveznim rotorom, 220 V, 60 Hz, razvija maksimalni unutrašnji obrtni momenat od 250 odsto pri klizanju od 16 odsto kad radi sa nominalnim naponom i nominalnom učestanošću. Zanemarivši dejstvo statorskog otpora, odrediti maksimalni unutrašnji obrtni momenat koji bi taj motor razvijao kad bi bio priključen na 200 V sa 50 Hz? Pod tim uslovima, pri kojoj brzini u ob/min bi se razvio maksimalni obrtni momenat?

9-19. Trofazni osmopolni asinhroni motor s namotanim rotorom, 500 KS, 60 Hz, ima pri punom opterećenju klizanje od 1,80 odsto kad mu je rotor kratko spojen na kliznim prstenovima. Rotorski namotaj je trofazni, sprege Y, otpora 0,25 Ω po fazi. Odrediti klizanje, obrtni momenat i odatu snagu u KS kad struja ima svoju vrednost za puno opterećenje, ako se otpori od 1,00 Ω vežu na red sa svakom fazom rotorskog namotaja. Zanemariti gubitke usled obrtanja. Izračunati takođe gubitke u svakom od tih dodatih otpora.

9-20. Niže navedeni podaci odnose se na trofazni asinhroni motor s kaveznim rotorom, 50 KS, 2300 V, 60 Hz:

Ogled praznog hoda pri naponu i učestanosti nominalne vrednosti:

Linijska struja = 4,1 A
Trofazna snaga = 1550 W

Ogled kratkog spoja pri 15 Hz:

Linijski napon = 268 V
Linijska struja = 25,0 A
Trofazna snaga = 9600 W

Statorski otpor između krajeva = 5,80 Ω

Dopunski gubici = 420 W

Izračunati statorsku struju, sačinilac snage, odatu snagu u KS, i stepen korisnosti kad ovaj motor radi sa nominalnim naponom i nominalnom učestanošću, i sa klizanjem od 3,00 odsto.

9-21. Dva trofazna šestopolna asinhrona motora sa kaveznim rotorima, 50 KS, 440 V, 59,8 A imaju istovetne statore. Otpor meren jednosmernom strujom između bilo kog para krajeva statora je 0,212 Ω. Ogled kratkog spoja 60 Hz daje sledeće:

Motor 1	*Motor* 2
U = 61,3 V, linijski	U = 96,0 V, linijski
I = 60,0 A	I = 60,0 A
P = 3,16 kW, trofazno	P = 8,95 kW, trofazno

Odrediti odnos unutrašnjeg polaznog momenta koji razvija motor 2 prema onom koji razvija motor 1: *a)* pri istoj struji, *b)* pri istom priključenom naponu.

9-22. Rezultati ogleda kratkog spoja trofaznog šestopolnog asinhronog motora s kaveznim rotorom, 25 KS, 220 V, 60 Hz, su sledeći:

Linijski napon = 110 V
Linijska struja = 220 A
Trofazna snaga = 21,0 kW
Obrtni momenat = 65 funti-stopa (tj. 88,2 Nm).

Odrediti polazni momenat pri linijskom naponu 220 V sa 50 Hz.

9-23. Kakav bi uticaj na karakteristike asinhronog motora sa kliznim prstenovima prouzrokovalo premotavanje rotora sa dvaput više navojaka provodnikom upola manjeg poprečnog preseka, kad bi raspored novih namotaja ostao isti i pod pretpostavkom da se prostor zauzet izolacijom ne menja?

9-24. Kavezni rotor upotrebljen u izvesnom dvopolnom trofaznom statoru, sprege Y, daje svedeni rotorski otpor $r_{2(2\text{-}polni)}$. Isti rotor upotrebljen u četvoropolnom trofaznom statoru, sprege Y, namotanom na istom statorskom jezgru, imao je svedeni rotorski otpor $r_{2(4\text{-}polni)}$; dva statorska namotaja bila su konstruisana tako da amplituda talasa prostornog osnovnog harmonika indukcije u vazdušnom procepu bude ista pri istom naponu i učestanosti. Odrediti približan odnos između svedenih rotorskih otpora za 2 i za 4 pola. Zanemariti promenu uticaja bočnih prstenova.

9-25. Treba da se sagradi agregat za menjanje učestanosti iz koga bi se snagom promenljive učestanosti snabdevali asinhroni motori za pogon elisa avionskih modela prirodne veličine pri ispitivanju u aerodinamičkom tunelu, kao što je opisano u od. 9-8*b*. Menjača učestanosti je asinhrona mašina sa namotanim rotorom koju pokreće motor za jednosmernu struju čija se brzina može regulisati. Trofazni statorski namotaj asinhrone mašine pobuđuje se iz izvora od 60 Hz, a trofazne struje promenljive učestanosti odvode se iz rotorskog namotaja mašine. Agregat mora odgovarati sledećim specifikacijama:

Opseg učestanosti rotora = 120 do 450 Hz
Maksimalna brzina ne sme prekoračiti 3000 ob/min.
Maksimalna odata snaga = 80 kW pri sačiniocu snage 0,80 i 450 Hz.

Snaga kojom je ovaj asinhroni motor opterećen opada brzo kad se učestanost smanjuje, tako da su dimenzije mašina određene uslovima najveće brzine.

Pod pretpostavkom da su pobudna struja, gubici i padovi napona u asinhronoj mašini zanemarljivi, naći:

a) Najmanji broj polova asinhrone mašine;

b) Odgovarajuće najveće i najmanje brzine;

c) Nominalnu prividnu snagu statorskog namotaja asinhrone mašine;

d) Nominalnu snagu mašine za jednosmernu struju.

9-26. Otpor izmeren između svakog para kliznih prstenova trofaznog šesnaestopolnog asinhronog motora, 300 KS, 60 Hz, iznosi 0,035 Ω. Sa kratko spojenim kliznim prstenovima, klizanje pri punom opterećenju je 0,025 i može se uzeti da je kriva klizanje—obrtni momenat prava linija od praznog hoda do punog opterećenja. Ovim motorom goni se ventilator kome je potrebno 300 KS pri brzini za puno opterećenje motora. Obrtni momenat potreban za pogon ventilatora menja se kao kvadrat brzine. Kolike otpore bi trebalo vezati na red sa svakim kliznim prstenom da bi se ventilator obrtao sa 300 ob/min?

9-27. Za veliki ventilator nekog industrijskog postrojenja treba isporučiti pogonski agregat podešljive brzine. Za pogon ventilatora predviđena su dva asinhrona motora sa kliznim prstenovima, mehanički spojena sa osovinom ventilatora i podešena tako da za manje brzine služi manji motor a za veće veći. Regulisanje brzine treba da bude postepeno i neprekidno od najmanje do najveće brzine tako da ne bude nagle promene u brzini pri prelazu s jednog motora na drugi.

Veći motor će biti trofazni šestopolni motor od 500 KS, 2300 V, 60 Hz, a manji će biti osmopolni od 200 KS, 60 Hz. Proizvođač je dao sledeće podatke o njima:

Konstante	Motor od 200 KS	Motor od 500 KS
Otpor statora	0,57 Ω	0,14 Ω
Otpor rotora	0,93 Ω	0,24 Ω
Ukupna rasipna reaktansa statora i rotora	2,6 Ω	0,98 Ω

Ovo su vrednosti po fazi (sprega Y) svedene na stator. Gubici usled obrtanja i uticaj pobude se mogu zanemariti.

Najmanja radna brzina ventilatora treba da bude 450 ob/min, a najveća oko 1170 ob/min. Za ventilator je potrebno 450 KS pri 1170 ob/min, a snaga pri ostalim brzinama menja se približno kao treći stepen brzine.

Predložena regulaciona šema zasniva se na tome da statori oba motora budu stalno vezani za mrežu dogod pogon radi. U opsegu nižih brzina rotorsko kolo motora od 500 KS je otvoreno. Ovaj niži opseg se dobiva podešavanjem spoljnog otpora rotora za motor od 200 KS. Iznad ovog opsega nižih brzina rotorsko kolo motora od 200 KS je otvoreno, a brzina gornjeg opsega se podešava spoljnim otporom u rotorskom kolu motora od 500 KS.

Prelaz između motora sa nižeg na viši opseg brzina treba da se sprovodi na sledeći način:

1. Isključe se svi spoljni otpori iz rotorskog kola motora od 200 KS.

2. Pomoću kontaktora odgovarajuće konstrukcije zatvara se najpre rotorsko kolo motora od 500 KS, a zatim se otvara rotorsko kolo motora od 200 KS. Spoljni otpor rotorskog kola motora od 500 KS ima u tom stupnju takvu vrednost da je brzina ista kao u prvom stupnju.

3. Veće brzine se dobivaju isključivanjem rotorskih otpora motora od 500 KS. Ovaj postupak je u suštini obrnut od postupka pri vraćanju sa višeg na niži opseg brzina.

Kao pogonskom inženjeru stavlja vam se u zadatak da proučite izvesne osobenosti ovog predloga. Naročito se traži sledeće:

a) Odrediti koje sve otpore (svedene na stator) treba imati na raspoloženju za uključivanje u rotorsko kolo motora od 200 KS;

b) Odrediti koje sve otpore treba imati na raspoloženju za uključivanje u rotorsko kolo motora od 500 KS;

c) Prodiskutovati one osobenosti predloga koje vam se ne sviđaju i predložiti izmene;

d) Razmotriti kako sa ekonomskog tako i sa tehničkog gledišta upotrebu dva motora umesto samo jednog motora od 500 KS. Ako smatrate da se ovde radi samo o ekonomičnosti, ukratko objasnite kako bi izdatak za motor od 200 KS opravdali skeptičnom članu uprave preduzeća.

9-28. Asinhroni motor sa kliznim prstenovima, 40 000 KS, 22 pola, 60 Hz, služi za pogon ventilatora aerodinamičkog tunela. Snaga potrebna za pogon ventilatora menja se sa kubom brzine i iznosi 40 000 KS pri 297 ob/min.

Mora postojati mogućnost da se brzina reguliše u opsegu od 297 do 37,5 ob/min. Ako je primenjeno regulisanje brzine pomoću rotorskih otpora, nacrtati krive za sledeće promenljive kao funkcije brzine obrtanja, i to:

a) Snaga ventilatora

b) Snaga dovedena motoru. Zanemariti gubitke u bakru statora, gubitke pri obrtanju i dopunske gubitke.

c) Ukupni gubici u bakru rotorskog kola.

9-29. Izmenjeni Kremerov sistem, pokazan na sl. 9-24, treba da služi za pogon u aerodinamičkom tunelu opisanom u zad. 9-28. Sinhroni motor SM_1 motorgeneratorskog agregata promenljive brzine na sl. 9-24 ima 14 polova, a sinhroni generator SM_2 agregata konstantne brzine ima 12 polova. Brzina se reguliše podešavanjem pobude dve mašine za jednosmernu struju. Za obrtanje ventilatora sa 75 odsto njegove sinhrone brzine, obe mašine za jednosmernu struju rade sa najvećom pobudnom strujom. Za brzine ventilatora ispod 75-procentne, mašine za jednosmernu struju rade pod konstantnim naponom, a brzina se reguliše slabljenjem pobude mašine DC_1. Za brzine ventilatora iznad 75-procentne, DC_1 radi sa potpunom pobudom, a brzina se reguliše snižavanjem napona jednosmerne struje podešavajući pobudu mašine DC_2. (Zbog teškoća u građenju veoma velikih mašina za jednosmernu struju, DC_1 i DC_2 na sl. 9-24 u stvari su po dve mašine na red, ali se pri analizi sistema svaki par može smatrati kao ekvivalenat jedne mašine, kao na sl. 9-24.)

Ako se svi gubici u sistemu zanemare, nacrtati krive za sledeće promenljive kao funkcije brzine ventilatora:

a) Snaga ventilatora;

b) Tok snage kroz pomoćne mašine;

c) Napon jednosmerne struje u procentima njegove vrednosti pri brzini ventilatora 75 odsto od sinhrone;

d) Struja u mašinama za jednosmernu struju u procentima njene vrednosti pri najvećoj brzini ventilatora (297 ob/min.)

GLAVA 10

MOTORI MALE SNAGE ZA NAIZMENIČNU STRUJU

Važnost elektromotora male snage u savremenoj civilizaciji tako je očigledna da joj ne treba mnogo komentara. Čitalac bi mogao naći zabavu u nabrajanju broja malih motora koje on i njegova porodica upotrebljavaju u svakodnevnom životu — usisači, električne hladnjače, mašine za pranje rublja, plamenici za tečna goriva, ventilatori, mikseri, da pomenemo samo neke od njih. U trgovini i industriji mali motori se isto tako upotrebljavaju veoma mnogo — na primer, za pogon ručnih i manjih mašina alatki, kancelarijskih mašina i uređaja za klimatizaciju. Mali motori se korisno primenjuju u raznim uređajima za automatsko upravljanje, a za uspešno rešavanje problema koji se javljaju u takvim primenama često je potrebno da i konstrukter i pogonski inženjer raspolažu visokim nivoom tehničkog znanja.

Nije čudno, prema tome, da proizvodnja malih motora predstavlja jednu od velikih grana elektroindustrije. Elektroinženjer koji nije specijalista za energetiku verovatno će pre doći u dodir s malim motorima nego s ma kojom drugom vrstom električnih rotacionih mašina.

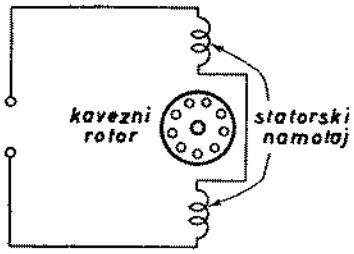
Iako se trofazni asinhroni motori mogu dobiti sa stovarišta čak i sa tako malim snagama kao što je 1/6 KS, među malim motorima najčešći su jednofazni motori za naizmeničnu struju iz očiglednog razloga što oni odgovaraju obično jedinom raspoloživom izvoru snage na mestu upotrebe. Cilj ove glave je na prvom mestu da pruži kvalitativna objašnjenja o ponašanju običnih tipova malih motora[1], zatim da kvantitativno prouči rad asinhronog motora s jednofaznim namotajem pomoću teorije obrtnog polja i, najzad, da izvede uopštenu teoriju obrtnog polja asinhronih motora sa dvofaznim namotajima, pomoću koje se mogu odrediti polazne i radne karakteristike za mnoge vrste asinhronih motora.

10-1. Jednofazni asinhroni motori. Kvalitativna razmatranja. U pogledu strukture, najčešće vrste jednofaznih asinhronih motora slične su višefaznim motorima s kaveznim rotorom izuzev u rasporedu statorskih namotaja. Na sl. 10-1 šematski je prikazan asinhroni motor s kaveznim rotorom i jednofaznim statorskim namotajem, uz napomenu da stvarni statorski namotaj nije koncentrisan u jedan kalem već raspoređen u žlebove tako da daje približno sinusoidnu raspodelu m. m. s. Takav motor nema u principu polaznog momenta, ali kad se pokrene pomoćnim sredstvima, on nastavlja da se obrće. Pre nego što razmotrimo pomoćne metode za puštanje u rad, opisaćemo osnovne osobine elementarnog motora na sl. 10-1.

---

[1] Za praktična obaveštenja i kvalitativnu obradu veoma različitih motora male snage, vidi C. C. Veinott, „Fractional Horsepower Electric Motors", 2. izd., Mc Graw-Hill Book Company, Inc., Njujork 1948.

Razmatrajući uslove koji postoje kad je rotor u stanju mirovanja, lako se uviđa da se ne proizvodi nikakav polazni momenat. Iz. sl. 10-1 je očigledno da osa statorskog polja ostaje nepokretna u svom položaju duž ose kalema. Sa naizmeničnom strujom u statorskom namotaju, talas statorske m. m. s. je stacionaran u prostoru ali pulzira u veličini, jačina statorskog polja menja polaritet i sinusoidno se menja u vremenu. Transformatorskim dejstvom se u rotoru indukuju struje, a one imaju takav smer da proizvode m. m. s. suprotne statorskoj m. m. s. Osa talasa rotorske m. m. s. poklapa se s osom statorskog polja zbog čega je ugao obrtnog momenta ravan nuli i polazni obrtni momenat se ne stvara. Motor je samo jednofazni statički transformator s kratko spojenim sekundarom.



Sl. 10-1. Elementarni jednofazni asinhroni motor

Ali uslovi nisu tako jednostavni kad se rotor na neki način obrće. Za objašnjenje rada motora mogu se usvojiti dva različita gledišta: prvo se sastoji u tome da se uslovi izvedu iz već ustanovljenih uslova za višefazne motore, a drugo je da se počne ispočetka i pokaže da su, pod izvesnim okolnostima, zadovoljeni uslovi za proizvodnju motornog obrtnog momenta. Oba načina, naravno, vode istim rezultatima i oba se mogu prikazati kvantitativno. Analitičke metode do kojih se dolazi poznate su pod nazivima *teorija obrtnog polja*, odnosno *teorija poprečnog polja*. Svaki od ova dva načina ima izvesna preimućstva, ali se u celini ne razlikuju mnogo u pogledu proračunskih primena.

Prema teoriji poprečnog polja, kad se rotor obrće javlja se osim transformatorskog napona i napon indukovan u rotoru zbog obrtanja u nepokretnom polju statora. Na sl. 10-1, na primer, naponi usled obrtanja u provodnicima rotora su svi u jednom smeru u gornjem delu rotora, a svi u suprotnom smeru u donjem delu rotora. Napon usled obrtanja proizvodi komponentnu rotorsku struju i komponentni talas rotorske m. m. s. čija osa je pomerena za 90 električnih stepeni od ose statora. Ugao obrtnog momenta za ovu komponentu rotorske m. m. s. je 90 stepeni i tako se dobiva obrtni momenat. Dalja podrobna analiza pokazuje da ovaj obrtni momenat ima isti smer kao smer obrtanja i da su ispunjeni uslovi potrebni za neprekidno stvaranje obrtnog momenta.[2)]

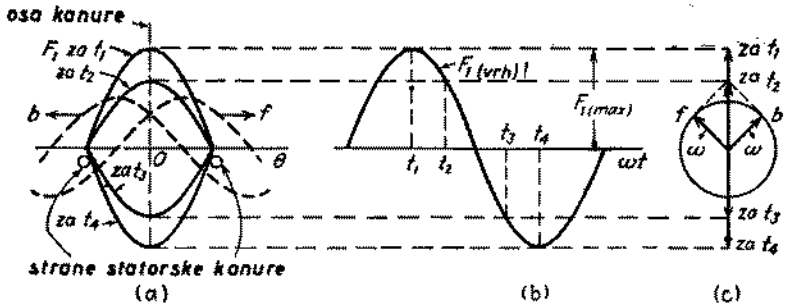
U teoriji obrtnog polja dokazuje se da iz proizvedenog obrtnog magnetnog polja proističe asinhroni obrtni momenat usled pojava opisanih u od. 3-7. Osim toga, taj obrtni momenat je i kvantitativno sličan momentu u višefaznom motoru o kome je bilo raspravljeno u gl. 9, tako da se može očekivati da radne karakteristike budu približno iste. U daljem tekstu ove glave raspravljaće se o jednofaznim asinhronim motorima s gledišta obrtnog polja.

Posmatrajmo elementarni motor na sl. 10-1, čiji je statorski namotaj za jedan pol šematski prikazan u razvijenom stanju pomoću strana koncentrisane kanure na sl. 10-2*a*. Ali treba voditi računa da je statorski namotaj u stvari raspodeljen u izvestan broj žlebova kako bi proizvodio približno sinusoidalnu prostornu raspodelu m. m. s., simetrično prema osi kanure. Ako se viši prostorni harmonici zanemare, prostorni talas statorske m. m. s. F_1 može se izraziti kao

$$F_1 = F_{1(\text{vrh})} \cos \theta \tag{10-1}$$

[2)] Teorija poprečnog polja je izložena u mnogim udžbenicima o mašinama za naizmeničnu struju. Vidi, na primer, A. F. Puchstein i T. C. Lloyd, „Alternating-current Machines", 2. izd., str. 343 do 375, 384 do 392, John Wiley & Sons, Inc., Njujork 1942; R. R. Lawrence, „Principles of Alternating-current Machinery", 3 izd. str. 583 do 597, Mc Graw-Hill Book Company, Inc., Njujork 1940. Postoji, takođe, opširna literatura u tehničkim časopisima.

gde je θ električki prostorni ugao meren od ose statorske kanure a $F_{1(vrh)}$ trenutna vrednost talasa m. m. s. u osi kanure koja je srazmerna trenutnoj statorskoj struji. Kad se statorska struja menja sinusoidno, onda se $F_{1(vrh)}$ menja sinusoidno u



Sl. 10-2. Talasi m. m. s. u jednofaznom asinhronom motoru; (*a*) prostorni talasi; (*b*) vremenske promene; (*c*) prikaz pomoću prostornih vektora

vremenu, kao što pokazuje sl. 10-2*b*. Prostorne raspodele statorske m. m. s. F_1 koje odgovaraju raznim trenucima vremena pokazane su u sl. 10-2*a*. Statorski talas m. m. s. je nepomičan, a njegova amplituda menja se sinusoidno sa vremenom.

Za analitičke svrhe ovaj pulzacioni nepomični talas može se razložiti u dva talasa koji se kreću i čije su amplitude konstantne. Primetimo da se pulzaciona statorska m. m. s. može predstaviti prostornim vektorom promenljive dužine, koji je pola vremena okrenut naviše a pola naniže, a čija su veličina i smer određeni trenutnom veličinom i smerom statorske struje. Ovaj prostorni vektor je prikazan vertikalnim strelicama na sl. 10-2*c* za iste trenutke vremena naznačene na sl. 10-2*a* i *b*. Ali na sl. 10-2*c* se vidi da se takav vektor može smatrati zbirom dva jednaka vektora koji se obrću u suprotnim smerovima, pri čemu svaki komponentni vektor ima konstantnu dužinu ravnu polovini najveće dužine prvobitnog pulzacionog vektora. Pulzacioni talas statorske m. m. s. može se prema tome razložiti u dva obrtna talasa jednake veličine. Ovi komponentni talasi obrću se sinhronom brzinom u suprotnim smerovima. Obrtni talasi m. m. s. *f* direktni i *g* inversni prikazani su isprekidanim linijama na sl. 10-2*a* za trenutak vremena t_2, a odgovarajući obrtni vektori koji ih predstavljaju su *f* i *b* na sl. 10-2*c*.

Do istih zaključaka može se doći analitičkim putem. Analiza je u suštini ista kao teorija obrtnog polja u od. 3-6 izuzev što se sada radi samo o jednoj fazi dok se u od. 3-6 radilo o trima fazama statora. Tako, ako je statorska struja kosinusna funkcija vremena, trenutna vrednost prostornog vrha pulzacionog talasa m. m. s. je

$$F_{1(\mathrm{vrh})} = F_{1(\mathrm{max})} \cos \omega t \tag{10-2}$$

gde je $F_{1(\mathrm{max})}$ najveća vrednost koja odgovara maksimalnoj trenutnoj struji. Zamenom jedn. 10-2 u jedn. 10-1 dobiva se, dakle, da je talas m. m. s. funkcija i vremena i prostora

$$F_1 = F_{1(\mathrm{max})} \cos \omega t \cos \theta \tag{10-3}$$

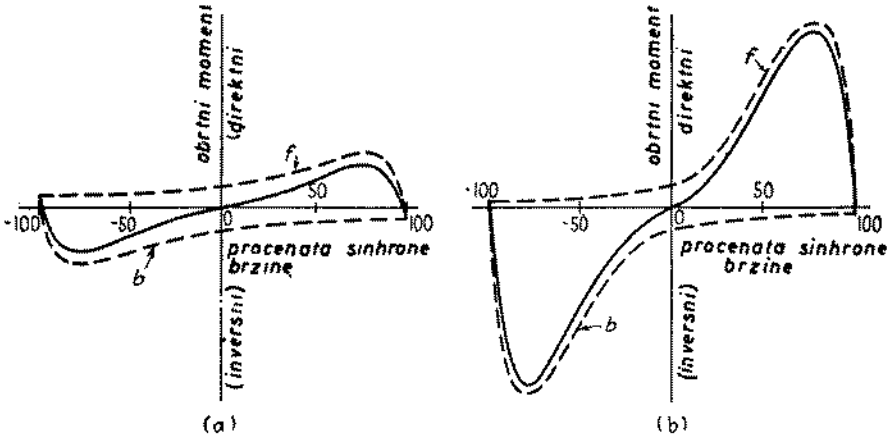
ili, primenjujući obrazac za proizvod dva kosinusa,

$$F_1 = \frac{1}{2} F_{1(\mathrm{max})} \cos (\theta - \omega t) + \frac{1}{2} F_{1(\mathrm{max})} \cos (\theta + \omega t) \tag{10-4}$$

Svaki od konusnih članova u jedn. 10-4 predstavlja jednu sinusoidnu funkciju prostornog ugla θ. Svaki ima vrhunačnu vrednost ravnu polovini najveće ampli-

tude pulzacionog talasa i prostorno-fazni ugao ωt. Oba talasa su simetrično postavljena prema osi statorskog namotaja u trenutku kad statorska m. m. s. ima svoju maksimalnu vrednost. Ugao ωt čini da se svaki talas obrće duž vazdušnog procepa stalnom ugaonom brzinom ω [električnih radijana u sekundi] dok se talasi kreću u suprotnim smerovima. Prvi talas, direktni, čiji argument je $\theta - \omega t$, kreće se u pozitivnom pravcu ugla θ; drugi talas, inversni, čiji argument je $\theta + \omega t$, kreće se u negativnom pravcu ugla θ. U uravnoteženom višefaznom namotaju inversne komponente poništavaju se a ostaju samo direktne komponente, kao u jedn. 3-47 za trofazni namotaj. U jednofaznom namotaju, međutim, postoje obe komponente, i direktna i inversna. Tako jedn. 10-4 vodi istom zaključku kao što je onaj do koga smo došli pomoću vektorskog dijagrama na sl. 10-2*c*.

Svaki od ovih komponentnih talasa m. m. s. proizvodi motorno dejstvo, ali odgovarajući obrtni momenti imaju suprotne smerove. Kad rotor miruje, direktni i inversni talasi fluksa u vazdušnom procepu, stvoreni kombinovanim m. m. silama statorskih i rotorskih struja jednaki su, komponentni obrtni momenti su takođe jednaki i polaznog momenta nema. Kad bi direktni i inversni talasi fluksa u vazdušnom procepu ostali jednaki pri obrtanju rotora, svako od komponentnih polja proizvodilo bi karakteristiku obrtni momenat — brzina sličnu karakteristici



Sl. 10-3. Karakteristika obrtni momenat—brzina jednofaznog asinhronog motora; (*a*) na bazi konstantnih talasa direktnog i inversnog fluksa; (*b*) uzimajući u obzir promene u talasima fluksa

višefaznog motora sa zanemarljivom rasipnom impedansom, kao što pokazuju isprekidane krive *f* i *b* na sl. 10-3*a*. Rezultantna karakteristika obrtni momenat —brzina, koja je algebarski zbir dve komponentne krive, pokazuje da bi motor, kad bi se pokrenuo pomoćnim sredstvima, proizvodio obrtni momenat bez obzira u kom smeru je bio stavljen u pokret.

Pretpostavka da talasi fluksa u vazdušnom procepu ostaju isti kad se rotor kreće predstavlja prilično drastično uprošćavanje stvarnog stanja stvari. Na prvom mestu se u njoj zanemaruje uticaj rasipne impedanse statora. Zatim ni uticaj indukovanih rotorskih struja nije ispravno uzet u obzir. Oba ova uticaja biće konačno obuhvaćena u detaljnoj kvantitativnoj teoriji u od. 10-6*a*. Sledeće kvalitativno objašnjenje pokazuje da je rad jednofaznih asinhronih motora znatno bolji nego što se moglo predvideti na osnovu jednakih talasa direktnog i inversnog fluksa.

Kad se rotor nalazi u pokretu, komponentne rotorske struje koje indukuje inversno obrtno polje veće su nego u stanju mira, a njihov sačinilac snage je manji. Njihova m. m. s. suprotna m. m. sili statorske struje teži da smanji talas inversnog

fluksa. Obratno tome, magnetno dejstvo komponentnih struja koje indukuje direktno obrtno polje manje je nego u miru, jer su rotorske struje manje, a njihov sačinilac snage veći. Sa povećavanjem brzine talas direktnog fluksa raste zbog toga a inversnog opada, dok njihov zbir ostaje približno konstantan pošto on indukuje kontra e. m. silu statora, a ova je približno konstantna kad je pad napona usled rasipne impedanse statora mali. Pri kretanju rotora je stoga obrtni momenat direktnog obrtnog polja veći, a inversnog manji nego na sl. 10-3*a*, pa je prava situacija približno kao na sl. 10-3*b*. U području normalnog rada sa klizanjem od nekoliko procenata, direktno polje je nekoliko puta veće od inversnog, a talas fluksa ne razlikuje se mnogo od obrtnog polja konstantne amplitude u vazdušnom procepu uravnoteženog višefaznog motora. U području normalnog rada, prema tome, karakteristika obrtni momenat—brzina jednofaznog motora nije mnogo nepovoljnija od karakteristike višefaznog motora s istim rotorom koji radi sa istom maksimalnom indukcijom u vazdušnom procepu.

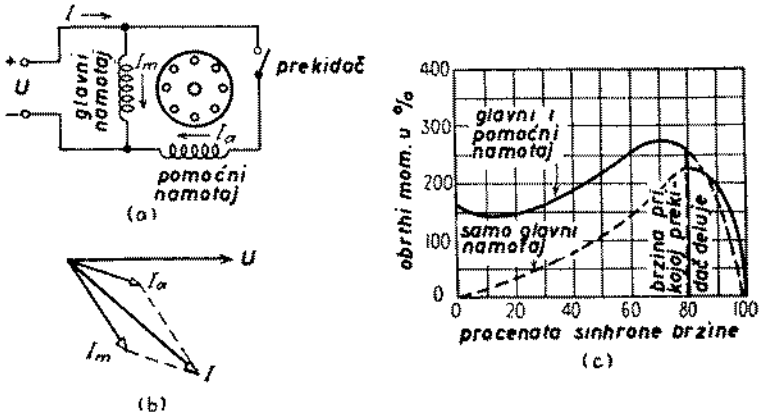
Uzajamnim dejstvom talasa fluksa i m. m. s., koji se obrću u suprotnim smerovima i klize jedni pored drugih dvostrukom brzinom od sinhrone, proizvode se, pored obrtnih momenata koje pokazuje sl. 10-3, pulzacije obrtnog momenta dvostruke statorske učestanosti. Ova uzajamna dejstva ne proizvode nikakav jednosmerni obrtni momenat, već teže da motor učine bučnijim od višefaznog motora. Takve pulzacije obrtnog momenta ne mogu se u jednofaznom motoru izbeći zbog pulzacija trenutne vrednosti primljene snage svojstvenih jednofaznom kolu. Uticaj pulzacionog obrtnog momenta može se smanjiti upotrebom elastičnog postolja za motor. Obrtni momenat prikazan krivama obrtni momenat—brzina predstavlja vremenski srednju vrednost trenutnog obrtnog momenta.

10-2. Polazne i radne karakteristike jednofaznih asinhronih motora. Jednofazni asinhroni motori mogu se klasifikovati prema načinu puštanja u rad. Kao i za motore veće snage, izbor podesnog tipa vrši se na osnovu polaznih i radnih karakteristika kao i ekonomskog upoređenja. Razni metodi za puštanje u rad i odgovarajuće karakteristike obrtni momenat—brzina biće u ovom odeljku kvalitativno razmotreni. Metod puštanja u rad zasnovan na principu repulzionog motora opisan je u od. 10-5.

a. Motor s pomoćnom fazom. Ovi motori imaju dva statorska namotaja, glavni namotaj m i pomoćni namotaj a, čije su ose prostorno pomerene za 90 električnih stepeni. Njihovu vezu pokazuje sl. 10-4*a*. Pomoćni namotaj ima veći odnos otpora prema reaktansi nego glavni namotaj, zbog čega su dve struje fazno pomerene kao što pokazuje vektorski dijagram na sl. 10-4*b*, koji važi za uslove pri puštanju u rad. S obzirom da struja pomoćnog namotaja I_a prednjači pred strujom glavnog namotaja I_m, statorsko polje najpre postiže jedan maksimum u osi pomoćnog namotaja, a nešto docnije postiže maksimum u osi glavnog namotaja. Struje u namotajima ekvivalentne su neuravnoteženim dvofaznim strujama, a motor je ekvivalentan neuravnoteženom dvofaznom motoru. Rezultat toga je obrtno statorsko polje koje čini da se motor pokrene. Kad je motor krenuo, pomoćni namotaj se isključi, obično pomoću centrifugalnog prekidača koji deluje otprilike pri 75 odsto od sinhrone brzine. Veliki odnos otpora prema reaktansi za pomoćni namotaj može se dobiti na prost način time što se za ovaj namotaj upotrebi tanja žica nego za glavni, a to je dozvoljeno jer je ovaj namotaj uključen samo pri puštanju u rad. Reaktansa mu se može donekle smanjiti ako se namotaj položi u gornjim delovima žlebova. Tipičnu karakteristiku obrtni momenat—brzina pokazuje sl. 10-4*c*.

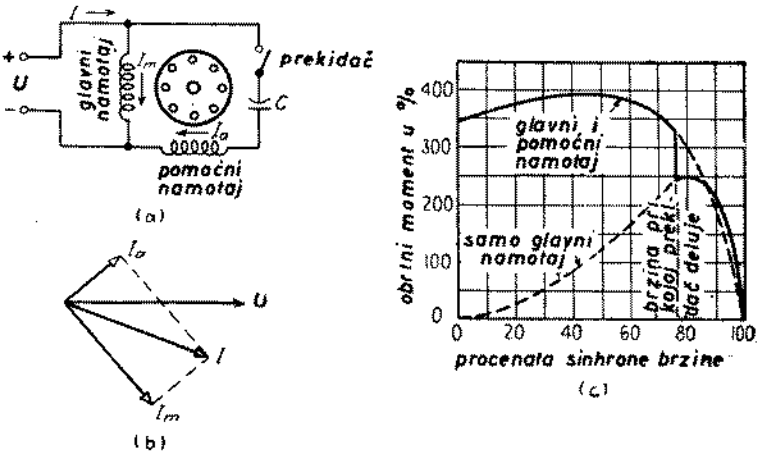
b. Puštanje u rad s kondenzatorom u pomoćnoj fazi. Ovde se vremenski fazni pomeraj između dve struje postiže kondenzatorom vezanim na red s pomoćnim namotajem, kao što pokazuje sl. 10-5*a*. I ovde se pomoćni namotaj isključuje posle

polaska motora, zbog čega pomoćni namotaj i kondenzator mogu biti izrađeni za povremeni rad, dakle jevtino. Obično se upotrebljavaju suvi elektrolitički kondenzatori za naizmeničnu struju, zato što su kompaktni i jevtini. Ovakvi kondenza-



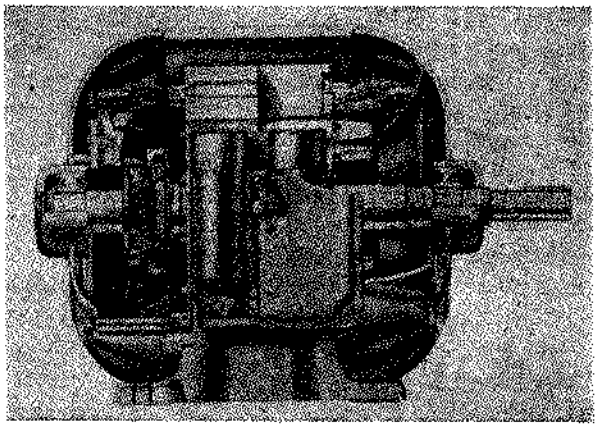
Sl. 10-4. Motor s pomoćnom fazom; (*a*) šema veza (*b*) vektorski dijagram pri puštanju u rad; (*c*) tipična karakteristika obrtni momenat—brzina

tori su predviđeni za pogon s prekidima i osetljivi su prema prenaponu, te treba obratiti pažnju da se pravilno upotrebljavaju. Za pokretanje motora pri naponu od 110 V garantovani su obično za prenapon od 25 odsto i za najviše 20 radnih ciklusa na čas, pod uslovom da ni jedan od ciklusa ne traje više od 3 sekunde. Primenom polaznog kondenzatora podesne vrednosti može se postići da struja pomoćnog namotaja I_a u mirovanju prednjači pred strujom glavnog namotaja I_m za 90 električnih stepeni kao u uravnoteženom dvofaznom motoru (vidi sl. 10-5*b*). U stvari, najbolji kompromis između polaznog momenta, polazne struje i cene postiže se sa faznim uglom malo manjim od 90°. Tipičnu karakteristiku obrtni momenat—brzina pokazuje sl. 10-5*c* čija je najvažnija odlika veliki polazni momenat. Izgled ovakvog motora u preseku pokazuje sl. 10-6.

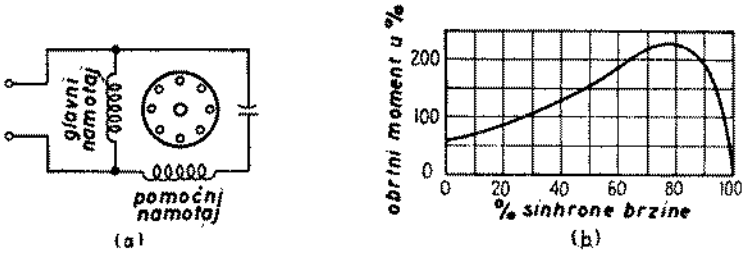


Sl. 10-5. Motor sa kondenzatorom u pomoćnoj fazi za puštanje u rad; (*a*) šema veza; (*b*) vektorski dijagram pri puštanju u rad; (*c*) tipična karakteristika obrtni momenat—brzina

Istorija razvoja kondenzatorskih motora zanimljiv je primer toga kako razvoj u jednom području tehnike utiče na napredak u drugim područjima. Činjenica da bi se polazni momenat motora sa pomoćnom fazom mogao povećati kad bi se fazni ugao između struja pomoćnog i glavnog namotaja mogao povećati do blizu 90° otkrivena je još u početku razvoja ovih motora. Isto tako je bilo poznato da bi vrednost kapaciteta morala biti velika, ali je proizvodnja kondenzatorskih motora bila neizvodljiva sa kondenzatorima sa kojima se u to vreme raspolagalo. Sve do kraja treće decenije ovog veka, u slučajevima gde je bio potreban veliki polazni obrtni momenat primenjivani su složeniji jednofazni asinhroni motori koji pri polasku rade kao repulzioni motori, opisani u od. 10-5. Podstrek koji je radio-industrija dala razvoju kondenzatora u pomenutoj deceniji doveo je do tako vidnog napretka da se sada, zahvaljujući jednofaznom motoru sa kondenzatorom, motor koji polazi kao repulzioni smatra skoro zastarelim.



Sl. 10-6. Izgled preseka asinhronog motora sa kondenzatorom za puštanje u rad. Centrifugalni prekidač za puštanje u rad je levo od rotora. Kondenzatori za puštanje u rad su dva valjka u kućici na boku motora. (*Westinghouse Electric Corporation*)



Sl. 10-7. Asinhroni motor sa stalno priključenim kondenzatorom i tipična karakteristika obrtni momenat—brzina

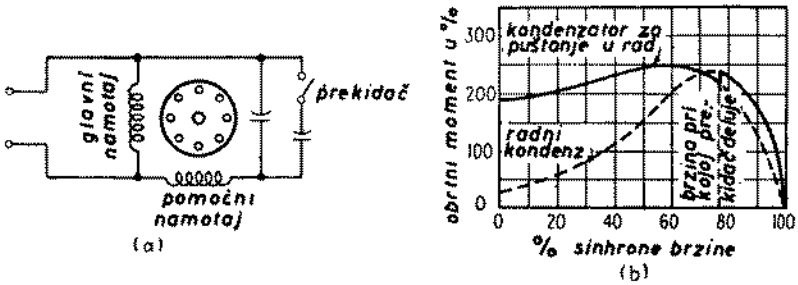
c. Motor sa stalno priključenim kondenzatorom. Ako se kondenzator i pomoćni namotaj prethodnog motora ne isključe posle puštanja u rad, konstrukcija se može uprostiti izostavljanjem prekidača, a sačinilac snage, stepen korisnosti i pulzacije obrtnog momenta mogu se poboljšati. Na primer, kondenzator i pomoćni namotaj mogli bi se konstruisati za savršen dvofazni rad pri ma kom željenom opterećenju.[3] Inversno polje bi se time otklonilo, što bi dovelo do poboljšanja stepena korisnosti. Pulzacije obrtnog momenta dvostruke statorske učestanosti bi se takođe eliminisale, jer kondenzator služi kao rezervoar u kome se nagomilava energija kojom se izravnavaju pulzacije u dovedenoj snazi iz jednofaznog voda. Postiže se da motor radi bez buke. S obzirom da elektrolitički kondenzatori nisu podesni za trajan pogon,

[3] P. H. Trickey, Design of Capacitor Motors for Balanced Operation, *Trans. AIEE*, vol. 51, br. 3, str. 780 do 785, septembar 1932.

moraju se upotrebiti skuplji kondenzatori od hartije impregnisane uljem. I jak polazni momenat se mora žrtvovati, jer kapacitet predstavlja nužno izvestan kompromis između najboljih vrednosti za pokretanje i za rad motora. Postignuta karakteristika obrtni momenat—brzina, zajedno sa šemom veza, dati su na sl. 10-7.

d. Motor s dva kondenzatora. Ako se upotrebe dva kondenzatora, jedan za pokretanje a drugi za normalni rad motora, mogu se postići teorijski optimalne polazne i radne karakteristike. Jedan način da se to ostvari pokazan je na sl.10-8*a*. Mali kapacitet potreban za optimalne uslove u normalnom radu je kondenzator od impregnisane hartije, stalno vezan na red s pomoćnim namotajem, a mnogo veći kapacitet potreban za puštanje motora u rad dobiva se od elektrolitičkog kondenzatora za naizmeničnu struju vezanog otočno s radnim kondenzatorom. Kondenzator za puštanje u rad isključuje se posle polaska motora.

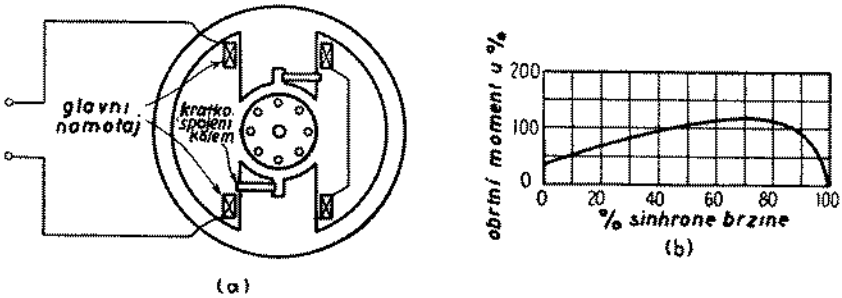
Konstrukcija je malo kompromisna. Gornju granicu broja navojaka pomoćnog namotaja nameće potreba da se pri puštanju u rad izbegnu prenaponi na elektrolitičkom kondenzatoru. Sa tim ograničenjem u konstrukciji pomoćnog namotaja



Sl. 10-8. Motor s dva kondenzatora i tipična karakteristika obrtni momenat—brzina

radni kondenzator retko može da bude dovoljno veliki, iz ekonomskih razloga, za optimalne radne uslove pri punom opterećenju.

e. Motor s kratko spojenim navojkom na statoru. Ovakav motor šematski prikazan na sl. 10-9*a*, ima obično isturene polove, a izvestan deo svakog pola obuhvaćen je kratko spojenim bakarnim navojkom. Struje indukovane u kratko spojenom navojku čine da fluks u tom delu pola zaostaje za fluksom u ostalom delu.



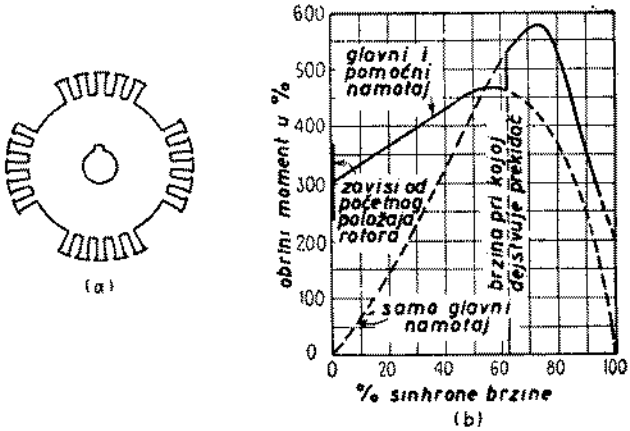
Sl. 10-9. Motor s kratko spojenim navojkom i tipična karakteristika obrtni momenat—brzina

Rezultat toga je da se polje slično obrtnom polju kreće od tog dela ka delu pola sa kratko spojenim navojkom i proizvodi izvestan mali polazni momenat. Tipična karakteristika obrtni momenat — brzina data je na sl. 10-9*b*. Stepen korisnosti je mali. Ovaj princip se primenjuje samo u sasvim malim motorima, kao za male

ventilatore i za puštanje u rad motora za električne časovnike. Glavna preimućstva su mu jednostavnost i jevtinoća.[4]

10-3. Jednofazni sinhroni motori. Sinhroni motori male snage su obično ili *reluktantnog (reakcionog) tipa* opisanog u od. 2-2 ili histereznog tipa opisanog u delu *b* ovog odeljka.

a. Samopolazni reluktantni (reakcioni) motori. Bilo koji od asinhronih motora opisanih u od. 10-2 može se pretvoriti u samopolazni sinhroni motor reluktantnog tipa. Sve ono čime bi se postiglo da reluktansa vazdušnog procepa bude funkcija ugaonog položaja rotora u odnosu na osu statorskog namotaja, proizvelo bi reluktantni obrtni momenat kad se rotor obrće sinhronom brzinom. Uzmimo, na pri-



Sl. 10-10. Rotorski lim za 4-polni sinhroni motor reluktantnog tipa i tipične polazne karakteristike.

mer, da se sa nekog kaveznog rotora skinu neki zupci, a da šipke i bočni prstenovi ostanu netaknuti kao u običnom asinhronom motoru s kaveznim rotorom. Slika 10-10*a* prikazuje lim za takav rotor konstruisan za četvoropolni stator. Stator može da bude višefazni ili jednofazni od bilo kog tipa opisanog u od. 10-2. Motor polazi kao asinhroni motor i pri malom opterećenju se ubrzava do male vrednosti klizanja. Reluktantni obrtni momenat se javlja usled težnje rotora da se postavi u položaj najmanje reluktanse prema direktnom talasu fluksa u procepu koji se obrće sinhrono u pozitivnom smeru, u skladu s načelima izloženim u gl. 2. Pri malom klizanju menja se polako smer obrtnog momenta: rotor se ubrzava u toku pozitivnog polutalasa varijacije obrtnog momenta, a usporava u toku narednog negativnog polutalasa. Kad je, pak, momenat inercije rotora i njegovog mehaničkog opterećenja dovoljno mali, rotor se ubrzava od brzine klizanja do sinhrone brzine u toku ubrzavajućeg polutalasa reluktantnog obrtnog momenta. Rotor tada ulazi u sinhronizam i nastavlja da radi sinhronom brzinom sa karakteristikom sličnom karakteristici opisanoj u od. 2-2. Jedan činilac zanemaren u od. 2-2 je obrtni momenat inversnog obrtnog polja koji se javlja kao i pri radu jednofaznog asinhronog motora. Taj obrtni momenat utiče na radnu karakteristiku sinhronog motora na isti način kao dopunsko opterećenje na vratilu.

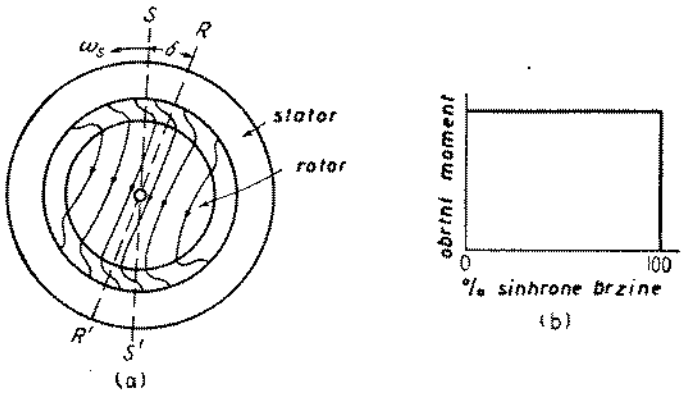
Na sl. 10-10*b* data je jedna tipična karakteristika obrtni momenat—brzina za jednofazni sinhroni motor reluktantnog tipa s pomoćnom fazom. Vredna pažnje je visoka vrednost asinhronog obrtnog momenta. To dolazi otuda što se u poku-

[4]) Za kvantitativnu teoriju vidi S. S .L. Chang, Equivalent Circuits and their Application in Designing Shaded-pole Motors, *Trans. AIEE*, vol. 70, str. 690 do 698, 1951.

šajima da se postignu zadovoljavajuće karakteristike sinhronog motora pokazalo potrebnim da se sinhroni motori reluktantnog tipa izraduju sa kućištima koja bi odgovarala asinhronim motorima dvaput ili triput veće nominalne snage za sinhrone motore.[5] Treba isto tako primetiti da rotor s isturenim polovima utiče na karakteristiku asinhronog momenta najviše u stanju mirovanja, kad trzanje može da bude primetno tj. kad se polazni momenat primetno menja u zavisnosti od položaja rotora.

b. Histerezni motori. Pojava histereze može se koristiti za proizvodnju mehaničkog obrtnog momenta.[6] U svom najjednostavnijem obliku, rotor histereznog motora je gladak valjak od tvrdog magnetnog čelika koji nema ni namotaja ni zubaca. On je postavljen u ožlebljeni stator sa raspodeljenim namotajima konstruisanim tako da prostorna raspodela fluksa koji proizvode bude što približnija sinusoidnoj, s obzirom da valovitost talasa fluksa mnogo povećava gubitke. U jednofaznim motorima postoje obično dva statorska namotaja i stalni kondenzator, kao na sl. 10-7. Kondenzator je izabran tako da u namotajima motora stvara približno uravnotežene dvofazne uslove. Takav stator proizvodi obrtno polje čiji prostorni talas ima približno konstantan oblik i obrće se sinhronom brzinom.

Trenutni magnetni uslovi u vazdušnom procepu i rotoru prikazani su na sl. 10-11*a* za dvopolni stator. Osa *SS'* talasa statorske m. m. s. obrće se sinhronom brzinom. Zbog histereze magnećenje rotora zaostaje za indukcionim talasom m. m. s., usled čega osa *RR'* talasa rotorskog fluksa zaostaje za osom talasa statorske m. m. s. za histerezni ugao zaostajanja δ (sl. 10-11*a*). Kad rotor miruje, proizvodi se polazni momenat srazmeran proizvodu osnovnih harmonika statorske m.m.s. rotorskog fluksa i sinusa ugla obrtnog momenta δ. Rotor se tada ubrzava ako je otporni momenat opterećenja manji od obrtnog momenta koji se razvija u motoru. Sve dok se rotor obrće brzinom manjom od sinhrone, svaki njegov delić podleže histereznim ciklu-



Sl. 10-11. (*a*) Opšta priroda magnetnog polja u vazdušnom procepu i rotoru histereznog motora. (*b*) Idealizovana karakteristika obrtni momenat—brzina

[5] P. H. Trickey, Small Synchronous Motors without Exciters, *Elec. J.*, vol. 30, br. 4, str. 160 do 162, april 1933; P. H. Trickey, Performance Calculations on Polyphase Reluctance Motors, *Trans. AIEE*, vol. 65, br. 4, str. 190 do 193, april 1946.

[6] Za podrobna proučavanja histereznog obrtnog momenta vidi H. C. Roters, The Hysteresis Motor — Advances which Permit Economical Fractional Horsepower Ratings, *Trans. AIEE*, vol. 66, str. 1419 do 1430, 1947; B. R. Teare, Jr., Theory of Hysteresis-motor Torque, *Trans. AIEE*, vol. 59, str. 907 do 912, 1940.

sima učestanosti klizanja koji se stalno ponavljaju. Za vreme dok se rotor ubrzava, ugao zaostajanja ne menja se ako je fluks konstantan, s obzirom da ugao δ zavisi jedino od histerezne petlje rotora, a ne zavisi od brzine sa kojom se petlja obilazi. Motor razvija zato konstantan obrtni momenat sve dok se ne postigne sinhrona brzina, kao što pokazuje idealizovana karakteristika obrtni momenat—brzina na sl. 10-11*b*. Za razliku od reluktantnog motora koji mora da pomoću asinhronog momenta uvuče svoje opterećenje u sinhronizam, histerezni motor može da sinhronizuje svako opterećenje koje je sposoban da ubrzava, bez obzira na veličinu inercije.

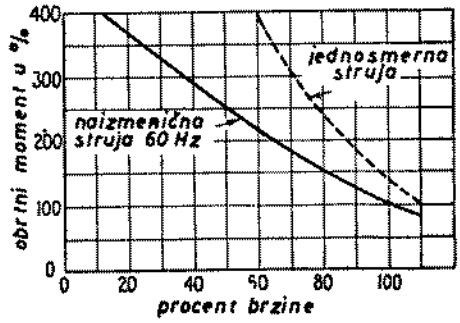
Kad jednom postigne sinhronizam, motor nastavlja da radi sinhronom brzinom i podešava svoj ugao obrtnog momenta tako da razvija obrtni momenat koji opterećenje traži. Mehanizam kojim se motor prilagođava opterećenju opisao je Teare (napomena 6).

Do nedavna su histerezni motori najviše primenjivani za električne časovnike i druge vremenske uredaje, gde odate snage iznose svega nekoliko milivata, dovedene snage 2 ili 3 vata, a stepeni korisnosti nekoliko desetih od procenta. Oni se upotrebljavaju i kao gramofonski motori gde njihov miran rad i sposobnost da sinhronizuju opterećenja velike inercije predstavljaju izvesno preimućstvo. Nedavnim usavršavanjima omogućene su konstrukcije do snage od 1/7 KS, koje se po veličini i stepenu korisnosti mogu uporediti sa običnim asinhronim motorima.

10-4. Redni motori za naizmeničnu struju. Univerzalni motori. Već je bilo istaknuto (v. od. 3-4) da redni motor raspolaže pogodnom sposobnošću da radi bilo s naizmeničnom bilo s jednosmernom strujom i sa sličnim karakteristikama, pod uslovom da i statorsko i rotorsko jezgro budu izrađeni od limova. Takav jednofazni redni motor naziva se zato obično *univerzalni motor*. Ugao obrtnog momenta određen je položajem dirki i obično ima svoju optimalnu vrednost od 90°. Kad se redni motor napaja naizmeničnom strujom, jačine statorskog i rotorskog polja menjaju se ali ostaju međusobno tačno vremenski u fazi. Oba polja menjaju smer u istim trenucima i obrtni momenat ima zbog toga uvek isti smer, mada mu veličina pulzira sa učestanošću dvaput većom od učestanosti mreže. Proizvodi se jednosmerni obrtni momenat i motor uglavnom radi kao s jednosmernom strujom. Međutim, teškoće pri komutaciji veće su nego sa jednosmernom strujom, zbog čega se za velike snage uzimaju niže učestanosti, kao napr. 25 Hz. Veći redni motori za naizmeničnu struju upotrebljavaju se prvenstveno za vuču. Teškoće u komutaciji pri 60 Hz mogu se savladati u kategorijama motora male i vrlo male snage. Mali univerzalni motori upotrebljavaju se u slučajevima gde je važna mala težina, kao za vakuumske usisače i ručne alatke i obično imaju veliki broj obrtaja (1500 do 15000 ob/min). Tipične karakteristike pokazuje sl. 10-12. Primenom mehaničkog regulisanja mogu se ovi motori konstruisati tako da imaju karakteristike konstantne brzine. U mikserima za hranu i sličnim primenama, brzinu koju regulator održava može korisnik da podešava.

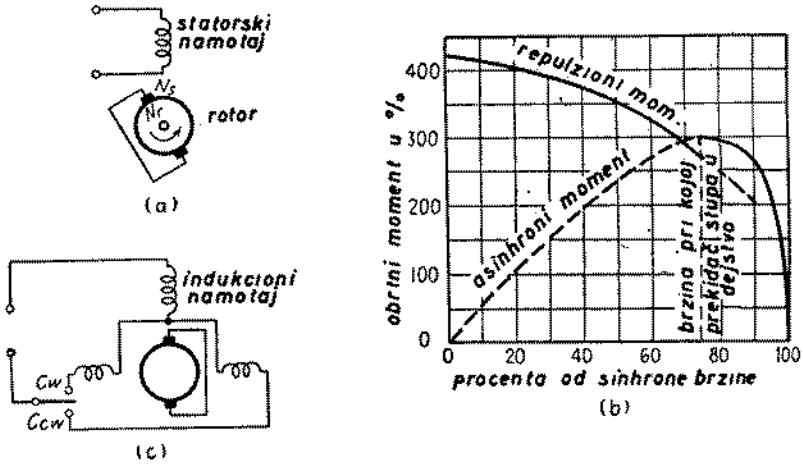
Karakteristike za naizmeničnu i za jednosmernu struju razlikuju se donekle iz dva razloga: (1) kad je struja naizmenična, izvestan deo priključenog napona se izgubi u vidu pada napona usled reaktanse u induktoru i induktu i prema tome, za datu struju i obrtni momenat, kontra e.m.s. usled obrtanja indukovana u induktu manja je nego kad je struja jednosmerna, te brzina teži da se smanji; (2) naizmeničnom strujom može se magnetno kolo znatno zasititi u vrhovima strujnog talasa tako da efektivna vrednost fluksa bude osetno manja sa naizmeničnom srujom nego sa istom efektivnom vrednošću jednosmerne struje; obrtni momenat teži zato da bude manji, a brzina veća sa naizmeničnom nego s jednosmernom strujom. Kad je važno da se

za naizmeničnu i jednosmernu struju imaju slične karakteristike, razlike se mogu svesti na najmanju meru pomoću kompenzacionih namotaja.



Sl. 10-12. Tipične karakteristike obrtni momenat—brzina univerzalnog rednog motora

10-5. Repulzioni motori i varijante. U rednim motorima za naizmeničnu struju, namotaji rotora i statora vezani su galvanski, tj. struja rotora dobiva se provođenjem iz statora. Repulzioni motori slični su rednim izuzev što je veza namotaja rotora i statora induktivna, tj., struju u rotoru stvara stator transformatorskim dejstvom. Na statoru obično postoji razdeljen namotaj sličan glavnom namotaju običnog jednofaznog asinhronog motora. Na rotoru je dobošni namotaj vezan za komutator, sličan namotaju indukta mašina za jednosmernu struju opisanih u od. 3-9. Dirke su kratko spojene. Takav je motor šematski prikazan na sl. 10-13*a*. Magnetna osa rotora određena je položajem dirki. Ako bi se osa rotora poklapala sa osom statora, struja indukovana u rotoru transformatorskim dejstvom proizvela bi m. m.s. suprotnu statorskoj m.m.s. Ali se ne bi proizveo nikakav obrtni momenat, jer bi ugao obrtnog momenta bio ravan nuli. Ako bi osa rotora bila upravna na osu statorskog polja, ugao obrtnog momenta imao bi svoju optimalnu



Sl. 10-13. *(a)* Šema repulzionog motora. *(b)* Tipična karakteristika obrtni momenat—brzina repulzionog indukcionog motora. *(c)* Statorski namotaj za promenu smera obrtanja

vrednost od 90°, ali se u rotoru ne bi indukovala nikakva struja jer rezultantna induktivna veza tada ne bi postojala. U stvari, dirke su u nekom srednjem položaju, kao što pokazuje sl. 10-13*a*. S obzirom da su rotorska i statorska m.m.s. u opoziciji, indukovana rotorska struja proizvodi rotorski pol istog polariteta sa najbližim statorskim polom, kao što je na sl. 10-13*a* naznačeno slovima N_s za polaritet statora i N_r za polaritet rotora. Odbijanjem istoimenih polova stvara se u rotoru obrtni momenat u smeru u kome su dirke pomerene od položaja koji odgovara najvećoj struji.

Pravi repulzioni motor ima karakteristiku sa velikim polaznim momentom i promenljivom brzinom, tipičnu za redne motore, a brzina mu se može podešavati pomeranjem dirki. *Repulzioni—asinhroni* motori imaju i namotaj sa komutatorom i

kavezni rotorski namotaj; ovaj poslednji je uvučen u žlebove ispod prvog namotaja; kod ovih motora se pojavljuje i repulzioni i asinhroni obrtni momenat. U *jednofaznim asinhronim motorima s repulzionim puštanjem u rad*, jedna sprava koja deluje centrifugalnom silom spaja kratko sve komutatorske segmente i obično isključuje dirke kad motor postigne oko 75 procenata od sinhrone brzine, posle čega je rotorski namotaj sličan kratko spojenom kaveznom rotoru, a motor radi kao jednofazni asinhroni motor. Tipične karakteristike ovakvog motora date su na sl. 10-13*b*. Otprilike do 1930. godine takvi motori mnogo su se upotrebljavali za primene koje su zahtevale veliki polazni momenat. Ali su od tog vremena naovamo prostiji kondenzatorski motori (vidi od. 10-2*b* i sl. 10-5) uglavnom preuzeli ovo područje.

Smer obrtanja motora na sl. 10-13*a* ne može se menjati električkim putem. Za promenu smera obrtanja moraju mu se dirke pomeriti na suprotnu stranu ose statorskog polja. Jedan način da se promena smera obrtanja postigne električno sastoji se u tome da se osa statora pomeri ne pomerajući dirke. Na sl. 10-13*c* statorski namotaj sastoji se od indukcionog namotaja i dva pobudna namotaja suprotnog polariteta postavljena na stator električki upravno na indukcioni namotaj. Obrtanje u željenom smeru postiže se priključivanjem indukcionog namotaja na red s jednim ili drugim namotajem poprečnog polja, kao što pokazuje sl. 10-13*c*.

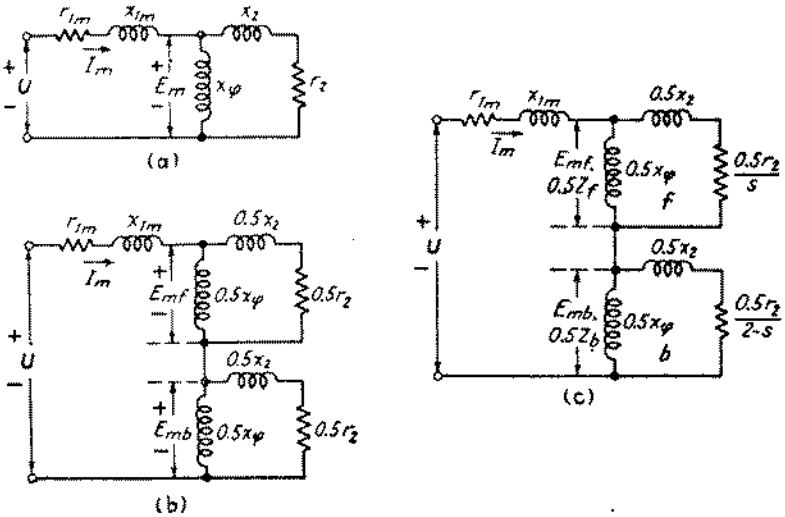
10-6. Teorija obrtnog polja za jednofazne asinhrone motore. U od. 10-1 pokazano je da je talas statorske m.m.s. jednofaznog asinhronog motora ekvivalentan dvama talasima m.m.s. konstantnih amplituda koji se obrću sinhronom brzinom u suprotnim smerovima. Svaki od ovih komponentnih talasa statorske m.m.s. indukuje svoje sopstvene komponentne rotorske struje i proizvodi asinhrone momente baš kao uravnotežen višefazni motor. Ovaj pojam dvojnog obrtnog polja ne samo da je koristan za kvalitativnu vizuelnu predstavu, već se može razviti u kvantitativnu teoriju primenljivu na veoma različite tipove asinhronih motora. Prost ali važan slučaj predstavlja jednofazni asinhroni motor koji radi samo s glavnim namotajem.

a). Jednofazni asinhroni motori. Kvantitativna analiza. Razmotrimo najpre uslove koji postoje kad rotor miruje a pobuđen je samo glavni statorski namotaj m. Motor je tada ekvivalentan transformatoru s kratko spojenim sekundarom. Ekvivalentno kolo pokazano je na sl. 10-14*a*, gde je r_{1m} otpor a x_{1m} rasipna reaktansa glavnog namotaja, x_φ reaktansa magnećenja, r_2 i x_2 su vrednosti za stanje mirovanja rotorskog otpora, odnosno rasipne reaktanse, svedeni na glavni statorski namotaj primenom odgovarajućeg odnosa brojeva navojaka. Gubici u gvoždu, koji su ovde zanemareni, biće docnije uzeti u obzir kao da su gubici usled obrtanja. Priključeni napon je U, a struja glavnog namotaja I_m. Napon E_m je kontra e.m.s. indukovana u glavnom namotaju dejstvom pulzacionog talasa fluksa u vazdušnom procepu proizvedenog skupnim dejstvom struja statora i rotora.

U skladu s pojmom dvojnog obrtnog polja iz od. 10-1, statorska m.m.s. može se razložiti na dva obrtna polja sa upola manjim amplitudama i suprotnim smerovima obrtanja. Pri mirovanju amplitude direktnog i inversnog talasa fluksa u vazdušnom procepu jednake su polovini amplitude pulzacionog polja. Na sl. 10-14*b* deo ekvivalentnog kola koji pokazuje dejstvo fluksa u vazdušnom procepu podeljen je na dva jednaka dela koji pokazuju dejstvo direktnog odnosno inversnog fluksa.

Razmotrimo sada uslove koji postoje kad je motor već dobio brzinu nekim pomoćnim sredstvom i radi samo pomoću svog glavnog namotaja u smeru direktnog fluksa i sa klizanjem s u relativnim jedinicama. Struje koje u rotoru indukuje direktni fluks imaju učestanost klizanja sf, gde je f učestanost statora. Baš kao u svakom višefaznom motoru sa simetričnim višefaznim ili kaveznim rotorom, ove rotorske struje proizvode talas m.m.s. koji se kreće u pozitivnom smeru brzinom klizanja

u odnosu na rotor i, prema tome, sinhronom brzinom u odnosu na stator. Rezultanta talasa u pozitivnom smeru statorske i rotorske m.m.s. stvara rezultantni direktni talas fluksa u vazdušnom procepu koji indukuje kontra e.m.s. E_{mf} u glavnom namotaju



Sl. 10-14. Ekvivalentna kola za jednofazni asinhroni motor. *(a)* Rotor zakočen. *(b)* Rotor zakočen, s prikazom dejstva fluksova oba smera. (*c*) Radni uslovi

m statora. Svedeno dejstvo rotora posmatrano sa statora slično je dejstvu u višefaznom motoru i može se predstaviti impedansom $\frac{0{,}5 r_2}{s} + j\,0{,}5\,x_2$ paralelnom sa $j\,0{,}5\,x_\varphi$, kao u delu ekvivalentnog kola (sl. 10-14*c*) s oznakom *f*. Sačinioci 0,5 potiču od razlaganja pulzacione statorske m.m.s. na direktnu i inversnu komponentu.

Pogledajmo sad uslove s obzirom na inversno polje. Rotor se još obrće sa klizanjem *s* u odnosu na direktno polje i njegova brzina *n* u relativnim jedinicama u smeru tog polja je

$$n = 1 - s \tag{10-5}$$

Relativna brzina rotora u odnosu na inversno polje je $1 + n$, ili njegovo klizanje u odnosu na inversno polje je

$$1 + n = 2 - s \tag{10-6}$$

Inversno polje, dakle, indukuje u rotoru struje učestanosti $(2-s)f$. Kad je klizanje malo, učestanost rotorskih struja je skoro dvostruko veća od statorske učestanosti. Pri malom klizanju, prema tome, oscilogram rotorske struje pokazuje jednu komponentu visoke učestanosti koja potiče od inversnog polja, pored druge komponente niske učestanosti dobivene dejstvom direktnog polja. Posmatran sa statora, talas rotorske m.m.s. od rotorskih struja inversnog polja kreće se sinhronom brzinom, ali u negativnom smeru. Ekvivalentno kolo koje predstavlja ove unutrašnje reakcije s gledišta statora slično je kolu višefaznog motora čije klizanje je $2-s$ i dato je u delu ekvivalentnog kola (sl. 10-14*c*) s oznakom *b*. Kao i za direktno polje, sačinioci 0,5 potiču od razlaganja pulzacione statorske m.m.s. na direktnu i inversnu komponentu. Napon E_{mb} između krajeva paralelne kombinacije koja predstavlja inversno polje je kontra e.m.s. indukovana u glavnom namotaju *m* statora dejstvom rezultantnog inversnog polja.

Pomoću ekvivalentnog kola sa sl. 10-14*c* može da se izračuna statorska struja, dovedena snaga i sačinilac snage za bilo koju pretpostavljenu vrednost klizanja kad su priključeni napon i impedanse motora poznati. Da bi se uprostilo označavanje uzećemo da je

$$Z_f \equiv R_f + jX_f \equiv \frac{r_2}{s} + j\,x_2 \text{ paralelno vezano sa } jx_\varphi \tag{10-7}$$

$$Z_b \equiv R_b + jX_b \equiv \frac{r_2}{2-s} + jx_2 \text{ paralelno vezano sa } jx_\varphi \tag{10-8}$$

Impedanse koje predstavljaju reakcije direktnog i inversnog polja sa gledišta jednofaznog statorskog namotaja *m* jesu 0,5 Z_f odnosno 0,5 Z_b na sl. 10-14*c*. (U tehničkoj literaturi o jednofaznim motorima često se Z_f i Z_b definišu kao polovine vrednosti datih jednačinama 10-7 i 10-8, što donekle uprošćava označavanje za specijalan slučaj rada s jednom fazom, ali nije podesno za uopštenu teoriju simetričnih komponenti koja će biti izvedena u daljem tekstu ove galve. Sa definicijama za Z_f i Z_b, datim u jedn. 10-7 i 10-8, sačinilac 0,5 koji uzima u obzir razlaganje statorske m.m.s. u obrtna polja — direktno i inversno — sa polovinom amplitude, mora se uneti kao određen sačinilac.)

Ispitivanjem ekvivalentnog kola (sl. 10-14*c*) potvrđuje se zaključak donet na osnovu kvalitativnog razmatranja u od. 10-1 (sl. 10-3*b*) da direktni talas fluksa u vazdušnom procepu raste, a inversni talas opada kad se rotor počne obrtati. Kad motor radi s malim klizanjem, svedeno dejstvo otpora rotora u direktnom polju, 0,5 r_2/s, mnogo je veće nego u mirovanju, dok je odgovarajuće dejstvo u inversnom polju, 0,5 $r_2(2-s)$, manje. Kontra e.m.s. E_{mf} direktnog polja je zato veća nego pri mirovanju, dok je kontra e.m.s. E_{mb} inversnog polja manja; tj. talas direktnog fluksa u vazdušnom procepu raste dok inversni fluks opada.

Osim toga, uslovi mehaničkog odavanja snage mogu se izračunati primenom izraza za obrtni momenat i snagu izvedenih za višefazne motore u od. 9-2. Setimo sa na dokazivanja u od. 4-5*a* i 9-2, gde je pokazano da se obrtni momenat proizveden uzajamnim dejstvom talasa fluksa i talasa m.m.s. koji se obrću istom brzinom može izraziti pomoću električne snage koja odgovara naponu indukovanom talasom fluksa i struji koja stvara talas m.m.s. Obrtni momenti koje proizvode direktno i inversno polje mogu se na taj način posebno tretirati. Uzajamnim dejstvom talasa fluksa i m.m.s. koji se obrću u suprotnim smerovima izazivaju se pulzacije obrtnog momenta sa učestanošću dvaput većom od statorske, ali se ne proizvodi jednosmerni obrtni momenat.

Kao u jedn. 9-12, unutrašnji obrtni momenat M_f direktnog polja, (u Nm), ravan je $1/\omega_s$ puta snaga P_{gf} (u W,) koju statorski namotaj odaje direktnom polju, gde je ω_s sinhrona ugaona brzina u mehaničkim radijanima po sekundi, te je

$$M_f = \frac{1}{\omega_s} P_{gf} \tag{10-9}$$

Ako se impedansa magnećenja tretira kao čisto induktivna, P_{gf} je snaga koju apsorbuje impedansa 0,5 Z_f, tj.

$$P_{gf} = I^2_m\, 0{,}5\, R_f \tag{10-10}$$

gde je R_f aktivna komponenta direktne impedanse definisane u jedn. 10-7. Na sličan način je unutrašnji obrtni momenat M_b inversnog polja

$$M_b = \frac{1}{\omega_s} P_{gb} \tag{10-11}$$

gde je P_{gb} snaga koju statorski namotaj odaje inversnom polju ili

$$P_{gb} = I^2_m \cdot 0{,}5\, R_b \tag{10-12}$$

gde je R_b aktivna komponenta inversne impedanse Z_b definisane u jedn. 10-8. Obrtni momenat inversnog polja ima smer suprotan obrtnom momentu direktnog polja i, prema tome, rezultantni obrtni momenat M je:

$$M = M_f - M_b = \frac{1}{\omega_s}(P_{gf} - P_{gb}) \tag{10-13}$$

S obzirom da rotorske struje proizvedene dvema komponentama polja u vazdušnom procepu imaju različite učestanosti, ukupni gubici u bakru rotora su aritmetički zbir gubitaka proizvedenih svakim poljem. Uopšte uzev, kao što je pokazano u jedn. 9-17, gubici u bakru rotora prouzrokovani obrtnim poljem ravni su proizvodu klizanja polja i snage koju ono apsorbuje iz statora, te su gubici u bakru rotora

dejstvom direktnog polja sP_{gf} (10-14)

dejstvom inversnog polja $(2-s)\, P_{gb}$ (10-15)

ukupni gubici u bakru rotora $sP_{gf} + (2-s)\, P_{gb}$ (10-16)

S ozirom da je snaga ravna proizvodu obrtnog momenta i ugaone brzine, a ugaona brzina rotora je $(1-s)\,\omega_s$, unutrašnja snaga P pretvorena u mehanički oblik, (u W,) je

$$P = (1-s)\,\omega_s\, M = (1-s)\,(P_{gf} - P_{gb}) \tag{10-17}$$

Kao za višefazne motore, unutrašnji obrtni momenat M i unutrašnja snaga P nisu vrednosti odate snage, jer još treba odbiti gubitke usled obrtanja. Očigledno je ispravno da se snaga utrošena na trenje i ventilacioni otpor oduzmu od M ili P, a obično se uzima da se sa gubicima u gvožđu može postupati na isti način. Za manje promene brzine na koje se nailazi u normalnom radu često se pretpostavlja da su gubici usled obrtanja konstantni.

Primer 10-1. Četvoropolni motor sa kondenzatorom za puštanje u rad, 1/4 KS, 110 V, 60 Hz, ima sledeće konstante i gubitke:

$r_{1m} = 2{,}02\,\Omega$ $\quad x_{1m} = 2{,}79\,\Omega$

$r_2 = 4{,}12\,\Omega$ $\quad x_2 = 2{,}12\,\Omega$

$x_\varphi = 66{,}8\,\Omega$

Gubici u gvožđu = 24 W. Trenje i ventilacija = 13 W.

Za klizanje 0,05 odrediti statorsku struju, sačinilac snage, odatu snagu, brzinu, obrtni momenat i stepen korisnosti kad ovaj motor radi kao jednofazni motor pri nominalnom naponu i nominalnoj učestanosti i sa otvorenim namotajem za puštanje u rad.

Rešenje. Prvo treba odrediti vrednosti direktne i inversne impedanse i odgovarajuće vrednosti klizanja. Sledeći obrasci izvedeni iz jedn. 10-7 uprošćavaju računanja:

$$R_f = \frac{x^2_\varphi}{x_{22}} \frac{1}{s\,Q_2 + (1/s\,Q_2)} \tag{10-18}$$

$$X_f = \frac{x_2\, x_\varphi}{x_{22}} + \frac{R_f}{s\,Q_2} \tag{10-19}$$

gde je

$$x_{22} = x_2 + x_\varphi \tag{10-20}$$

i

$$Q_2 = \frac{x_{22}}{r_2} \tag{10-21}$$

Zamena brojnih vrednosti daje, za $s = 0{,}05$

$$R_f + jX_f = 31{,}9 + j \cdot 40{,}3\,\Omega$$

Odgovarajući obrasci za inversnu impedansu Z_b dobivaju se stavljajući $2-s$ namesto s u jedn. 10-18 i 10-19. Kad je $(2-s)\,Q_2$ veće od 10, kao što je obično slučaj, mogu se sa greškom manjom od 1 odsto primeniti sledeći približni obrasci:

$$R_b = \frac{r_2}{2-s}\left(\frac{x_\varphi}{x_{22}}\right)^2 \tag{10-22}$$

$$X_b = \frac{x_2\,x_\varphi}{x_{22}} + \frac{R_b}{(2-s)\,Q_2} \tag{10-23}$$

Zamena numeričkih vrednosti daje, za $s = 0{,}05$,

$$R_b + jX_b = 1{,}98 + j\,2{,}12\,\Omega$$

Sabiranjem rednih elemenata ekvivalentnog kola na sl. 10-14*c* dobiva se:

$$r_{1m} + jX_{1m} = 2{,}02 + j\cdot 2{,}79$$

$$0{,}5\,(R_f + jX_f) = 15{,}95 + j\cdot 20{,}15$$

$$0{,}5\,(R_b + jX_b) = \underline{0{,}99 + j\cdot 1{,}06}$$

$$\text{Ulazna impedansa} = \text{zbir} = 18{,}96 + j\cdot 24{,}00 = \underline{30{,}6\,/51{,}7^\circ}$$

$$\text{Statorska struja } I_m = \frac{110}{30{,}6} = 3{,}59\ \text{A}$$

Sačinilac snage = cos 51,7° = 0,620
Dovedena snaga = 110 · 3,59 · 0,620 = 244 W
Snaga koju apsorbuje direktno polje (jedn. 10-10)

$$P_{gf} = 3{,}59^2\cdot 15{,}92 = 206\ \text{W}$$

Snaga koju apsorbuje inversno polje (jedn. 10-12)

$$P_{gb} = 3{,}59^2\cdot 0{,}99 = 12{,}8\ \text{W}$$

Unutrašnja mehanička snaga (jedn. 10-17)

$$P = 0{,}95\cdot(206 - 13) = 184$$

Gubici usled obrtanja = 24 + 13 = 37
Odata snaga = razlika = 147 W ili 0,197 KS
Sinhrona brzina = 1800 ob/min, ili 30 ob/s

$$\omega_s = 2\pi\cdot 30 = 188{,}5\ \text{rad/s}$$

Brzina rotora = $(1-s)\times$ (sinhrona brzina)
= 0,95 · 1800 = 1710 ob/min
= 0,95 · 188,5 = 179 rad/s

Obrtni momenat = (snaga) / (ugaona brzina)
= 147/179 = 0,821 Nm ili 0,605 funti-stopa

$$\text{Stepen korisnosti} = \frac{\text{dovedena snaga}}{\text{odata snaga}} = \frac{147}{244} = 0{,}602$$

Kao provera bilansa snage, izračunajmo gubitke:

Gubici u bakru statora $I^2_m\ r_{1m} = 3{,}59^2\cdot 2{,}02$	= 26,0
Gubici u bakru rotora	
direktno polje, jedn. 10-14 = 0,05 · 206	= 10,3
inversno polje, jedn .10-15 = 1,95 · 12,8	= 25,0
Gubici usled obrtanja	= 37,0
Zbir	= 98,3
Ukupni gubici, dovedena snaga—odata snaga	= 97

(Slaže se u granicama tačnosti računanja)

Ispitivanje reda veličine brojnih vrednosti u primeru 10-1 pokazuje nam približnosti sa kojima se obično može raditi. Ove približnosti naročito se vrše za inversnu impedansu. Treba primetiti da impedansa $0{,}5(R_b + jX_b)$ iznosi samo oko 5 odsto od ukupne impedanse motora za klizanje blizu punog opterećenja. Prema tome, približnost u iznosu od 20 odsto od ove impedanse prouzrokovala bi samo oko 1 odsto greške u struji motora. Mada je, strogo uzev, inversna impedansa funkcija klizanja, dobiva se obično veoma mala greška ako se njena vrednost računa za bilo koje podesno klizanje u području normalnog rada — recimo za 5 odsto — a zatim se pretpostavi da su R_b i X_b konstante. Sa malo grubljom približnošću otočno dejstvo reaktanse jx_φ i na inversnu impedansu može se često zanemariti, tako da je

$$Z_b \approx \frac{r_2}{2-s} + jx_2 \tag{10-24}$$

Ova jednačina daje vrednosti inversnog otpora za nekoliko procenata veće, kao što se može videti upoređujući je sa jedn. 10-22. Ako bi se u jedn. 10-24 zanemarilo s, dobile bi se vrednosti tog otpora koje bi težile da budu suviše male, te bi se takvom približnošću nadoknadila greška iz jedn. 10-24. Zato se za mala klizanja uzima

$$Z_b \approx \frac{r_2}{2} + jx_2 \tag{10-25}$$

Za višefazne motore (od. 9-3) maksimalni unutrašnji obrtni momenat i klizanje pri kome se on postiže mogu se lako izraziti pomoću konstanti motora; maksimalni unutrašnji obrtni momenat je nezavisan od otpora rotora. Za jednofazni rotor ne postoje neki jednostavni obrasci. Problem jednofaznog motora mnogo je složeniji zbog postojanja inversnog polja čiji je uticaj dvostruk: prvo, ono apsorbuje nešto od priključenog napona čime smanjuje raspoloživi napon za direktno polje i smanjuje njegov obrtni momenat; drugo, inversno polje još apsorbuje nešto od obrtnog momenta direktnog polja. Oba ova uticaja zavise od otpora rotora, kao i od njegove rasipne reaktanse. Prema tome, za razliku od višefaznog motora, maksimalni unutrašnji obrtni momenat jednofaznog motora je funkcija otpora rotora: povećanjem otpora rotora smanjuje se maksimalni obrtni momenat i povećava se klizanje pri kome se maksimalni obrtni momenat postiže.[7]

Zbog dejstva inversnog polja, prvenstveno, jednofazni asinhroni motor je malo gori od višefaznog motora sa istim rotorom i istim statorskim jezgrom. Jednofazni motor ima manji maksimalni obrtni momenat koji se postiže pri manjem klizanju. Za isti obrtni momenat jednofazni motor ima veće klizanje i veće gubitke, uglavnom zbog gubitaka u bakru rotora usled inversnog polja. Prividna snaga dovedena u jednofazni motor veća je poglavito zbog aktivne i reaktivne snage koje troši inversno polje. Gubici u bakru statora takođe su malo veći u jednofaznom motoru, jer celu struju mora da primi samo jedna faza umesto više njih. Zbog većih gubitaka stepen korisnosti je manji, a povišenje temperature pri istom obrtnom momentu je veće. Za jednofazni motor mora se upotrebiti veće kućište nego za višefazni motor iste nominalne snage i brzine. Zbog većeg kućišta maksimalni obrtni momenat može da se uporedi sa obrtnim momentom fizički manjeg višefaznog motora čija je nominalna snaga ista. I pored većih kućišta i potrebe za pomoćnim uređajima za puštanje u rad, jednofazni motori za opšte svrhe u standardnim veličinama, iz kategorije malih motora, jevtiniji su od višefaznih motora odgovarajuće snage, zato što se proizvode u mnogo većem broju.

b). Ogledi kratkog spoja i praznog hoda. Konstante jednofaznog asinhronog motora mogu se odrediti iz rezultata dobivenih ogledima kratkog spoja i praznog

[7] Za analizu ovog problema pomoću teorije poprečnog polja vidi A. F. Puchstein i T. C. Lloyd, Single-phase Induction-motor Performance, *Elec. Eng.*, vol. 56, br. 10, str. 1277 do 1284, oktobar 1937.

hoda kao i merenjem statorskog otpora. Postupak je sličan postupku za višefazne motore (vidi od. 9-6), ali je tumačenje rezultata malo složenije zbog uticaja inversnog polja[8].

Najpre bi trebalo meriti otpor statorskih namotaja prema jednosmernoj struji na sobnoj temperaturi koju treba zabeležiti. Otpor glavnog namotaja r_{1m} može se tada smatrati jednakim njegovoj vrednosti pri jednosmernoj struji, ispravljenoj, po potrebi, na odgovarajuću radnu temperaturu na način uobičajen za bakarne provodnike (vidi jedn. 7-13).

Kao za višefazne motore, ogled kratkog spoja daje podatke u pogledu svedenog rotorskog otpora i kombinovanih rasipnih reaktansi statora i rotora. Pri ovom ogledu može pomoćni namotaj jednofaznog motora s pomoćnom fazom biti otvoren, u kome slučaju se proizvodi veoma mali polazni momenat — teorijski nikakav, premda trzanje tamo-amo može dati motoru izvestan zamah da krene ako je trenje ležišta malo. Na jednofaznom asinhronom motoru sa repulzionim puštanjem u rad sve lamele komutatora moraju se kratko spojiti zajedno kao kad motor normalno radi kao jednofazni asinhroni motor. U jednofaznim motorima je uticaj rotorske učestanosti na otpor rotora obično mali, a ogled kratkog spoja može se izvesti pri nominalnoj učestanosti. Efektivni otpor i rasipna induktivnost rotora mogu se obično smatrati konstantnim, nezavisnim od rotorske učestanosti. Ogled se može sprovesti ili na približno nominalnom naponu ili smanjenom naponu. Iskustvo izgleda ukazuje da ogled pri nominalnom naponu daje bolje rezultate ali se motor tada brzo zagreva. Instrumente treba pročitati jednovremeno u roku od nekoliko sekundi, a otpor glavnog statorskog namotaja prema jednosmernoj struji treba ponovo meriti što je brže mogućno posle čitanja vrednosti u kratkom spoju. Cilj ponovnog merenja otpora je da se omoguće korekture za promene otpora sa povišenjem temperature koje treba primeniti, kao što će biti objašnjeno u sledećem stavu.

Kad rotor miruje ekvivalentno kolo se svodi na kolo kratko spojenog transformatora, kao što pokazuje sl. 10-14*a*. Uzmimo da impedansa, određena prema vrednostima pročitanim u ogledu kratkog spoja i posle korekture usled potrošnje snage instrumenata, iznosi

$$Z'_{bl} = R'_{bl} + j X_{bl} \tag{10-26}$$

i da je r'_{1m} otpor glavnog statorskog namotaja prema jednosmernoj struji, izmeren neposredno posle ogleda kratkog spoja. Ako se uzme da je temperatura rotora i statora ista, otpor kratkog spoja se može svesti na bilo koju željenu temperaturu prostom proporcijom; kad je na primer r_{1m} otpor statora pri normalnoj radnoj temperaturi, otpor u kratkom spoju R_{bl} pri normalnoj radnoj temperaturi je:

$$R_{bl} = R'_{bl} \frac{r_{1m}}{r'_{1m}} \tag{10-27}$$

U nastavku ovog razmatranja pretpostavlja se da su izvršene odgovarajuće temperaturne ispravke.

Kao za višefazne motore, ukupan otpor R paralelne veze grane motora i grane magnećenja može se dobiti pomoću podataka dobivenih ogledom; tako je

$$R = R_{bl} - r_{1m} \tag{10-28}$$

Otpor R može se takođe izraziti pomoću konstanti grane rotora i grane magnećenja. Prema jedn. 9-39 je

---

[8] Za praktičnu raspravu o ogledima malih motora vidi gl. XIX knjige navedene u napomeni 1. Za analizu teorijskih aspekata vidi C. G. Veinott, Segregation of Losses in Single Phase Induction Motors, *Trans. AIEE*, vol. 54, br. 12, str. 1302 do 1306, decembar 1935.

$$R = r_2 \frac{x_\varphi^2}{r_2^2 + x_{22}^2} \approx r_2 \left(\frac{x_\varphi}{x_{22}}\right)^2 \tag{10-29}$$

Da bi se dopunilo odredivanje konstanti motora, potrebni su sada podaci koji se dobijaju ogledom praznog hoda.

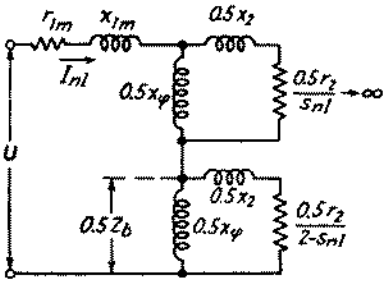
Kao za višefazne motore, ogled praznog hoda daje podatke u vezi sa gubicima u gvožđu, gubicima usled obrtanja i pobudnoj struji. Struja praznog hoda i snaga koju motor uzima mere se pri nominalnom naponu i nominalnoj učestanosti. Ponekad se napon menja i dobivaju se podaci za krive struje i snage u zavisnosti od napona.

U višefaznom motoru gubici u bakru rotora pri praznom hodu zaista su veoma mali. U jednofaznom motoru međutim, inversno polje indukuje priličnu rotorsku struju i proizvodi inversni momenat, čak i u praznom hodu. Klizanje u praznom hodu mora se samo po sebi podesiti tako da direktno polje indukuje dovoljno rotorske struje da bi se savladali ne samo gubici usled obrtanja već i otporni momenat inversnog polja. Klizanje u praznom hodu je, dakle, nešto veće za jednofazni motor nego za višefazni.

Rotorska struja usled direktnog polja obično je dovoljno mala tako da je gubitak u bakru rotora koji ona proizvodi zanemarljiv, kao u višefaznom motoru. Ali rotorska struja usled inversnog polja proizvodi gubitke u bakru koji iznose priličan deo od snage dovedene u praznom hodu. U skladu s opštim načelom da je gubitak u bakru rotora ravan klizanju pomnoženom sa snagom koju apsorbuje stator (vidi jedn. 10-15), gubitak u bakru rotora usled inversnog polja je

$$(2 - s_{nl})\, P_{gb} = (2 - s_{nl})\, I_{nl}^2 \,.\, 0{,}5 \,.\, R_b \tag{10-30}$$

gde je s_{nl} klizanje u praznom hodu, P_{gb} snaga koju inversno polje apsorbuje od statora, I_{nl} statorska struja praznog hoda, 0,5 R_b otpor u inversnoj impedansi, 0,5 Z_b u ekvivalentnom kolu za prazan hod na sl. 10-15. Ali, na osnovu jedn. 10-22 i 10-29:



Sl. 10-15. Ekvivalentno kolo za jednofazni asinhroni motor u praznom hodu

$$R_b = \frac{r_2}{2 - s_{nl}} \left(\frac{x_\varphi}{x_{22}}\right)^2 = \frac{R}{2 - s_{nl}} \tag{10-31}$$

odakle se, zamenom u jedn. 10-30, dobivaju gubici u bakru rotora usled inversnog

$$\text{polja} = I_{nl}^2 \cdot 0{,}5\, R \tag{10-32}$$

gde je R otpor paralelne kombinacije rotorske grane i grane magnećenja, dobiven iz ogleda kratkog spoja i otpora statora, kao u jedn. 10-28. Gubici usled obrtanja P_R za normalne radne uslove (uključujući i mehaničke komponente i gubitke u gvožđu) mogu se sada dobiti oduzimajući gubitke u bakru statora i rotora od izmerene dovedene snage pri praznom hodu P_{nl}; tako je

$$P_R = P_{nl} - I_{nl}^2\, r_{1m} - I_{nl}^2\, 0{,}5\, R \tag{10-33}$$

Treba primetiti da su, s obzirom na malo klizanje u praznom hodu, gubici u bakru rotora usled inversnog polja (jedn. 10-30) skoro dvaput veći od snage P_{gb} koju inversno polje apsorbuje od statora. To znači da se samo nešto preko polovine gubitaka u bakru rotora usled inversnog polja isporučuje rotoru neposredno u vidu magnetne reakcije inversnog polja na stator. Ostatak gubitaka u bakru rotora dobija se od mehaničke snage utrošene na pogon rotora u pozitivnom smeru,

dakle, nasuprot otpornom momentu inversnog polja. Ovaj deo dolazi opet od obrtnog momenta direktnog polja i apsorbuje se iz statora posredstvom tog polja.

Kao za višefazni motor, sopstvena reaktansa statorskog namotaja jednofaznog motora može se naći iz ogleda praznog hoda, mada je tumačenje rezultata ogleda malo složenije. U pogledu direktnog polja situacija je ista kao u višefaznom motoru, tj. rotorska struja usled direktnog polja dovoljno je mala tako da je njen uticaj na reaktansu zanemarljiv. Drugim rečima, reaktansa 0,5 X_f koja predstavlja direktno polje u sl. 10-15 skoro je jednaka reaktansi grane magnećenja 0,5 x_φ. Reaktansa 0,5 X_b paralelne kombinacije koja predstavlja inversno polje na sl. 10-15 malo je manja od polovine reaktanse paralelne kombinacije $r_2 + jx_2$ i jx_φ u stanju mirovanja, jer je uticaj svedenog rotorskog otpora na reaktansu paralelne kombinacije manji kad se rotor obrće suprotno inversnom polju nego kad miruje. Ali se obično uzima, uz zanemarljivu grešku, da je:

$$0{,}5\, X_b = 0{,}5\,(X_{bl} - x_{1m}) \tag{10-34}$$

gde je X_{bl} reaktansa izmerena na krajevima glavnog namotaja u kratkom spoju. Prema tome, reaktansa praznog hoda X_{nl} na krajevima glavnog namotaja je

$$X_{nl} = x_{1m} + 0{,}5\, x_\varphi + 0{,}5\,(X_{bl} - x_{1m}) \tag{10-35}$$

$$= 0{,}5\,(x_{1m} + x_\varphi + X_{bl}) = 0{,}5\,(x_{11} + X_{bl}) \tag{10-36}$$

gde je

$$x_{11} \equiv x_{1m} + x_\varphi \tag{10-37}$$

sopstvena reaktansa glavnog namotaja. Ova važna konstanta može se, dakle, odrediti iz vrednosti reaktanse praznog hoda i reaktanse kratkog spoja dobivenih ogledom; tako je

$$x_{11} = 2\, X_{nl} - X_{bl} \tag{10-38}$$

Približne vrednosti konstanti ekvivalentnog kola mogu se sad odrediti na način opisan u od. 9-6 za višefazni motor. Prema tome, ako se zanemari uticaj pobudne struje na reaktansu kratkog spoja i ako se uzme da su rasipne reaktanse statora i rotora jednake

$$x_{1m} = x_2 = 0{,}5\, X_{bl} \tag{10-39}$$

reaktansa magnećenja x_φ je tada:

$$x_\varphi = x_{11} - x_{1m} \tag{10-40}$$

gde se x_{11} može odrediti iz podataka dobivenih ogledom pomoću jedn. 10-38. Upravo kao za višefazni motor (jedn. 9-40), otpor rotora r_2 je tada, veoma približno

$$r_2 = (R_{bl} - r_{1m}) \left(\frac{x_{22}}{x_\varphi}\right)^2 \tag{10-41}$$

gde je x_{22} sopstvena reaktansa rotora koja je jednaka x_{11}, prema pretpostavci da su rasipne reaktanse statora i rotora jednake. Sada su poznate sve konstante ekvivalentnog kola i radna karakteristika motora pod opterećenjem može se izračunati metodom iz primera 10-1.

Primer 10-2. Ogledom na šestopolnom asinhronom motoru s pomočnim namotajem, 1/6 KS, 110 V, 60 Hz, dobiveni su sledeći podaci (iz članka AIEE navedenog u napomeni 8): Otpor glavnog namotaja prema jednosmernoj struji na 25°C = 2,48 Ω

Ogled kratkog spoja za 60 Hz, sa isključenim namotajem za puštanje u rad,

Priključeni napon = 110 V
Struja = 11,65 A
Snaga = 851 W

Otpor glavnog namotaja prema jednosmernoj struji meren neposredno posle ogleda sa blokiranim rotorom = 2,54 Ω

Ogled praznog hoda sa 60 Hz

Priključeni napon = 110 V
Struja = 2,72 A
Snaga = 63,8 W

Otpor glavnog namotaja prema jednosmernoj struji meren neposredno posle ogleda kratkog spoja = 2,65 Ω

Gornji podaci su vrednosti koje su posle čitanja instrumenata korigovane odbijajući struju i snagu koju troše instrumenti.

Odrediti gubitke usled obrtanja u praznom hodu i približne vrednosti konstanti ekvivalentnog kola za pretpostavljenu radnu temperaturu od 65°C.

Rešenje. Korektura otpora glavnog namotaja na 65°C po jedn. 7-13 daje

$$r_{1m} = \frac{234{,}5 + 65}{234{,}5 + 25} \times 2{,}48 = 2{,}86\ \Omega \text{ na } 65°\text{C}$$

Prema ogledu kratkog spoja je

$$Z'_{bl} = \frac{U}{I} = \frac{110}{11{,}65} = 9{,}44\ \Omega$$

$$R'_{bl} = \frac{P}{I^2} = \frac{851}{11{,}65^2} = 6{,}27\ \Omega$$

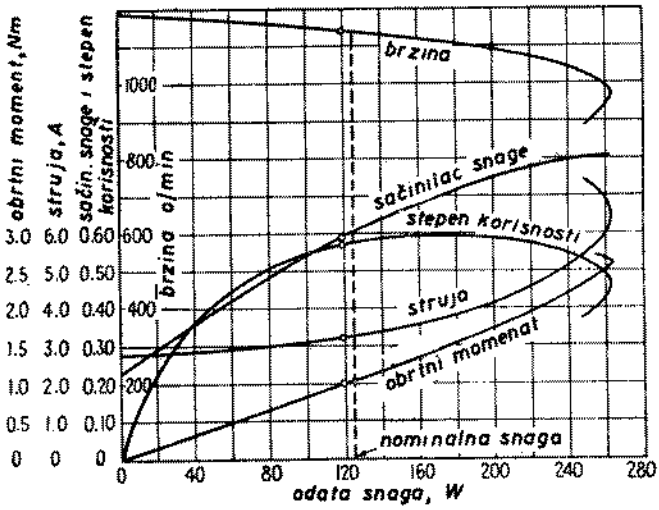
$$X_{bl} = \sqrt{9{,}44^2 - 6{,}27^2} = 7{,}06\ \Omega$$

Shodno pretpostavci iz jedn. 10-39,

$$x_{1m} = x_2 = \frac{7{,}06}{2} = 3{,}53\ \Omega$$

Korektura kratkog spoja na 65°C prema jedn. 10-27 daje

$$R_{bl} = 6{,}27\,\frac{2{,}86}{2{,}54} = 7{,}06\ \Omega \text{ na } 65°\text{C}$$



Sl. 10-16. Izračunate karakteristike šestopolnog jednofaznog asinhronog motora 1/6 KS, 110 V, 60 Hz

Prema ogledu praznog hoda

$$Z_{nl} = \frac{110}{2{,}72} = 40{,}4\ \Omega$$

$$R_{nl} = \frac{63,8}{2,72^2} = 8,62\ \Omega$$

$$X_{nl} = \sqrt{40,4^2 - 8,62^2} = 39,5\ \Omega$$

Prema jedn. 10-38

$$x_{11} = 79,0 - 7,06 = 71,9\ \Omega$$

a prema jedn. 10-40

$$x_\varphi = 71,9 - 3,53 = 68,4\ \Omega$$

Po jedn. 10-41, na 65°C

$$r_2 = (7,06 - 2,86)\left(\frac{71,9}{68,4}\right)^2 = 4,64\ \Omega$$

Korektura otpora kratkog spoja na temperaturu ogleda u praznom hodu daje

$$R_{bl} = 6,27 \cdot \frac{2,65}{2,54} = 6,54$$

Na toj temperaturi, prema jedn. 10-28, je:

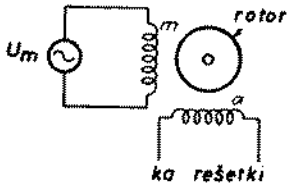
$$R = 6,54 - 2,65 = 3,89$$

Na osnovu jedn. 10-33, gubici usled obrtanja u praznom hodu su

$$P_R = 63,8 - 2,72^2(2,65 + 1,95) = 29,8\ \text{W}$$

Pomoću gore utvrđenih konstanti ekvivalentnog kola i gubitaka usled obrtanja mogu se kompletne radne karakteristike motora izračunati kao u primeru 10-1, pretpostavljajući niz vrednosti za klizanje. Rezultati su pokazani na sl. 10-16.

10-7. Tahometri za naizmeničnu struju. Za svrhe automatskog regulisanja često je potrebno da se može meriti ugaona brzina nekog vratila, a mnogo puta je poželjno da rezultat tog merenja bude u vidu naizmeničnog napona konstantne učestanosti. Za ovu svrhu može poslužiti mali dvofazni asinhroni motor. Šema veza pokazana je na sl. 10-17. Namotaj m, često nazvan *stalni* ili *referentni namotaj*, napaja se podesnim naizmeničnim naponom konstantne veličine i učestanosti. U pomoćnom ili *upravljačkom namotaju a* indukuje se zbog toga napon iste učestanosti. Ovaj napon se priključi na kolo rešetke velike impedanse elektronskog pojačavača, tako da se namotaj a može smatrati kao otvoreno kolo. Sa električne tačke gledišta trebalo bi da veličina signalnog napona indukovanog u namotaju a bude linearno srazmerna brzini i da faza ovog napona bude utvrđena u odnosu na priključeni napon U_m.



Sl. 10-17. Šema dvofaznog tahometra

Način rada tahometra za naizmeničnu struju može se zamisliti i objasniti pomoću teorije dva obrtna polja iz od. 10-6[9]. Posmatran sa referentnog namotaja m, tahometar je ekvivalentan malom jednofaznom asinhronom motoru i ekvivalentno kolo na sl. 10-14c odgovara uslovima kako se oni vide sa tog namotaja. Naponi na krajevima impedanse $0,5\,Z_f$ odnosno $0,5\,Z_b$ na sl. 10-14c su naponi indukovani u namotaju m talasima fluksa direktnog odnosno inversnog smera. Ovi talasi fluksa indukuju napone i u pomoćnom namotaju a. Ako je a odnos izmedu efektivnog broja navojaka u namotaju a i efektivnog broja navojaka namotaja m onda vrednost napona indukovanog u namotaju a mora da bude a puta vrednost odgovarajućeg napona indukovanog u namotaju m. Pod efektivnim brojem navojaka razume se broj navojaka ispravljen s obzirom na uticaj raspodele namotaja

[9] Za kvantitativnu analizu vidi R. H. Frazier, Analysis of the Drag-cup A-C Tachometer, *Trans. AIEE*, vol. 70, 1951.

a uzimajući u obzir samo osnovne prostorne harmonike fluksa i m. m. s. Ako je smer obrtanja takav da se polje direktnog smera obrće i prolazi pored namotaja a četvrt periode pre nego što prolazi pored namotaja m, onda napon E_{af} indukovan poljem direktnog smera u namotaju a prednjači pred odgovarajućim naponom E_{mf} indukovanim u namotaju m za 90°, ili vektorski:

$$E_{af} = jaE_{mf} = jaI_m\,0{,}5\,Z_f \tag{10-42}$$

gde je I_m vektor struje u namotaju m, određen ekvivalentnim kolom na sl. 10-14c. Inversno polje se obrće u suprotnom smeru, zbog čega napon E_{ab} koje ono indukuje u namotaju a zaostaje za odgovarajućim naponom E_{mb} indukovanim u namotaju m za 90°, ili vektorski

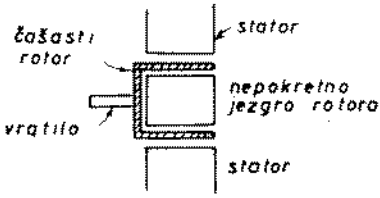
$$E_{ab} = -jaE_{mb} = -jaI_m\,0{,}5\,Z_b \tag{10-43}$$

Ukupan napon E_a indukovan u namotaju a je zbir komponenata koje indukuju dva polja, ili

$$E_a = jaI_m\,0{,}5\,(Z_f - Z_b) \tag{10-44}$$

U stanju mirovanja direktno polje je jednako s inversnim te se u namotaju a ne indukuje napon. Ali kad se rotor obrće, impedansa direktnog polja raste, a impedansa inversnog polja opada, dok im je razlika funkcija brzine. Napon indukovan u namotaju a, prema tome, funkcija je brzine. Promenom smera obrtanja menja se faza napona pomoćnog namotaja za 180°.

Oblici krivih koje predstavljaju veličine napona i faznog ugla u funkciji od brzine zavise od opsega brzina i konstanti tahometra — prvenstveno od odnosa Q_2 između sopstvene reaktanse i otpora rotora. Može se dokazati da i rotor sa niskim Q_2 (x_{22}/r_2 manje od oko 0,1) i rotor sa visokim Q_2 (x_{22}/r_2 veće od oko 10) daju skoro konstantan fazni ugao i skoro linearni odnos između napona pomoćnog namotaja i brzine. Osetljivost u voltima po ob/min manja je ako se upotrebi rotor s niskim Q_2, ali se time dobiva širi opseg linearne brzine. S druge strane, ako se upotrebi rotor s visokim Q_2, opseg brzine oko brzine nula ograničen je na prilično mali deo od sinhrone brzine pri strogim zahtevima za linearnost napona i nepromenljivost faznog ugla. Ova ograničenja u pogledu rotorskog Q_2 ne treba međutim primiti suviše doslovno jer se zadovoljavajuće karakteristike mogu postići sa srednjim vrednostima Q_2 kad zahtevi za linearnost napona i nepromenljivost faznog ugla nisu suviše strogi.



Sl. 10-18. Poprečni presek čašastog rotora

Kao i kod ostalih mernih instrumenata, uticaj tahometra za naizmeničnu struju na sistem kome je pridodat treba da bude što manji. Drugim rečima, njegov obrtni momenat treba da je mali u poređenju sa ostalim obrtnim momentima koji u sistemu deluju, a njegova inercija treba da je mala kad se mora računati sa naglim promenama brzine, kao što je slučaj u uređajima za automatsku regulaciju. Da bi se inercija svela na najmanju meru, tahometri za naizmeničnu struju izraduju se često sa rotorom u vidu tanke metalne čaše, slično kutiji bez poklopca, kao što pokazuje uprošćena skica na sl. 10-18. Nepokretnim gvozđenim jezgrom, kao čepom u čaši, dopunjava se magnetno kolo. Ovaj tip konstrukcije naziva se *čašasti rotor*. Zbog relativno dugačkog vazdušnog procepa, ova konstrukcija ima dosta nisko Q_2, čija se vrednost po želji može još sniziti time što se čašasti rotor izradi od materijala velike električne otpornosti.

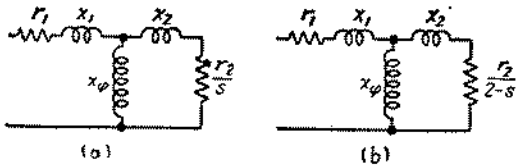
Tahometri za naizmeničnu struju zahtevaju preciznu izradu i brižljivu konstrukciju i montažu, kako bi se održala koncentričnost i kako bi se izbeglo da se

rasipni fluksovi između pobudnog namotaja i upravljačkog namotaja ne spoje. Takav spoj bi se odrazio signalnim naponom pri brzini nula. Katkad se predviđaju štitovi od mekog gvožđa da bi se sprečio uticaj stranih polja. Tahometri za naizmeničnu struju upotrebljavaju se često u sistemima od 400 Hz.

10-8. Neuravnoteženi rad simetričnih dvofaznih mašina. Pojam simetričnih komponenata. U od. 10-6*a* videli smo da se unutrašnja zbivanja u jednofaznoj asinhronoj mašini sa ravnomernim vazdušnim procepom i simetričnim višefaznim ili kaveznim rotorom mogu prilično jednostavno izraziti pomoću ekvivalentnih kola na sl. 10-14 ako se talas statorske m. m. s. razloži na komponentne talase sa direktnim i inversnim smerom obrtanja. Moglo se dakle očekivati da bi pojam dva obrtna polja dao korisne rezultate ako bi se primenio na mnoge različite probleme i to očekivanje se zaista pokazalo ispravnim. Činjenica je da su razmišljanja u vezi s teorijom dva obrtna polja u asinhronim mašinama navela C. L. Fortescue-a da pronađe metodu simetričnih komponenti za analizovanje neuravnoteženih višefaznih sistema.[10] Forteskju je pokazao da se neuravnoteženi višefazni sistem može razložiti na nekoliko komponentnih simetričnih sistema. Unutrašnje ponašanje rotacionih mašina za svaki od ovih komponentnih sistema može se lako izraziti pomoću jednostavnih polja koja oni proizvode. Iz ovog pronalaska ponikla je široka teorija sa opširnom literaturom[11]. Ali izgleda nije preterano reći, da je uviđanje lakoće sa kojom se mnogi problemi u vezi s rotacionim mašinama mogu raspravljati pomoću obrtnih polja s konstantnom amplitudom upravo dalo podstreka iznalaženju simetričnih komponenti, s obzirom da se neuravnotežena statička kola mogu obrađivati isto toliko lako jednostavnom teorijom mreža.

Svrha ovog odeljka je da razvije teoriju simetričnih komponenti dvofaznih asinhronih motora polazeći od zamisli dva obrtna polja. U od. 10-9 i 10-10 biće pokazano da se ova teorija može proširiti u primeni na razne probleme o asinhronim motorima sa dva statorska namotaja međusobno upravna u prostoru.

Najpre ćemo kritički ispitati šta biva kad se uravnoteženi dvofazni naponi priključe na krajeve statora dvofazne mašine s ujednačenim vazdušnim procepom, simetričnim višefaznim ili kaveznim rotorom i dva jednaka statorska namotaja *a* i *m* međusobno upravno postavljena u prostoru. Statorske struje su jednake po jačini, a u vremenu pomerene za 90°. Kad struja u namotaju *a* postigne trenutni maksimum, struja u namotaju *m* je ravna nuli, a osa talasa statorske m. m. s. poklapa se sa osom namotaja *a*. Slično tome, osa talasa statorske m. m. s. poklapa se sa osom namotaja *m* u trenutku kad struja u namotaju *m* postiže svoj maksimum. Talas statorske m.m.s. pređe, dakle, u prostoru 90 električnih stepeni u vremenskom razmaku od 90°, a smer njegovog kretanja zavisi od faznog redosleda struja. Potpunija analiza na način izložen u od. 3-6 ili na sl. 10-2 potvrđuje da pokretni talas ima konstantnu amplitudu i konstantnu ugaonu brzinu. Ova činjenica je, naravno, osnova cele teorije uravnoteženog rada asinhronih mašina.



Sl. 10-19. Ekvivalentna kola za dvofazni motor pri neuravnoteženim uslovima. *(a)* Direktno polje. *(b)* Inversno polje

[10] C. L. Fortescue, Method of Symmetrical Co-ordinates Applied to the Solution of Polyphase Networks, *Trans. AIEE*, vol. 37, deo 2, str. 1027 do 1115, 1918.

[11] Vidi, na primer, Edith Clarke „Circuit Analysis of A-C Power Systems", vol. I, Symmetrical and Related Components, John Wiley & Sons, Inc., Njujork 1943; W. V. Lyon, „Applications of the Method of Symmetrical Components", Mc-Graw Hill Book Company, Inc Njujork 1933.

Lako je utvrditi kako se ponaša motor kad se priključi na uravnotežene dvofazne napone bilo kog faznog redosleda. Kad se na primer rotor obrće brzinom n u relativnim jedinicama u smeru od namotaja a ka namotaju m, impedansa na krajevima po fazi odredena je ekvivalentnim kolom na sl. 10-19a ako priključeni napon u_a prednjači priključenom naponu u_m za 90°. U daljem izlaganju po ovoj stvari takav fazni redosled zvaće se *pozitivni redosled* i označavati indeksom f. Sve dok je rotor prinuden da se obrće istom brzinom u istom smeru, impedansa na krajevima po fazi biće odredena ekvivalentnim kolom na sl. 10-19b kad u_a zaostaje za 90° za u_m. Ovaj fazni redosled će se zvati *negativni redosled* i označavati indeksom b.

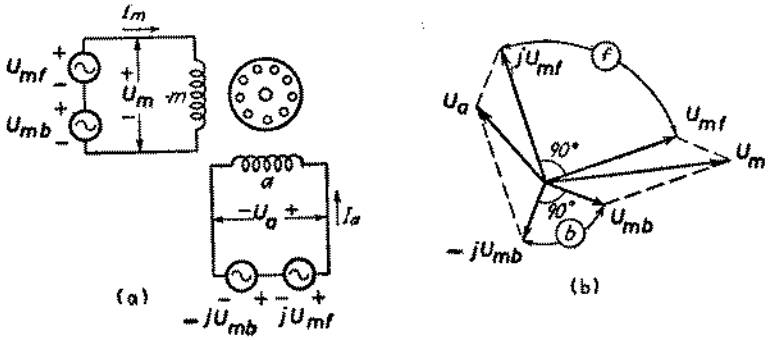
Pretpostavimo sad da se *dva* uravnotežena dvofazna izvora *suprotnih faznih redosleda* vežu na red i jednovremeno priključe na motor, kao što pokazuje sl. 10-20a; ovde vektori napona, U_{mf}, koji je priključen na namotaj m i jU_{mf}, koji je priključen na namotaj a, obrazuju uravnoteženi sistem pozitivnog redosleda, a vektori napona U_{mb} i $-jU_{mb}$ obrazuju drugi uravnoteženi sistem ali negativnog redosleda. Rezultantni napon U_m priključen na namotaj m, izražen vektorski, je:

$$U_m = U_{mf} + U_{mb} \tag{10-45}$$

a napon priključen na namotaj a je

$$U_a = jU_{mf} - jU_{mb} \tag{10-46}$$

Kad, na primer, direktni sistem ili sistem pozitivnog redosleda predstavljaju vektori U_{mf} i jU_{mf} na sl. 10-20b, a inversni sistem ili sistem negativnog redosleda predstavljaju vektori U_{mb} i $-jU_{mb}$, rezultantni naponi su dati vektorima U_m i U_a. Na taj način se sintezom dva simetrična sistema suprotnog faznog redosleda dobiva neuravnoteženi dvofazni sistem priključenih napona U_m i U_a.



Sl. 10-20. Stvaranje neuravnoteženog dvofaznog sistema iz zbira dva uravnotežena sistema suprotnih faznih redosleda

Međutim, sa simetričnim komponentnim sistemima mnogo se lakše radi nego sa njihovim rezultantnim sistemom koji nije uravnotežen. Lako je na primer izračunati komponentne struje koje proizvodi svaki od simetričnih komponentnih sistema priključenih napona, s obzirom da asinhroni motor radi kao uravnoteženi dvofazni motor u odnosu na svaki od ovih sistema. Po načelu superpozicije stvarna struja u nekom od namotaja je zbir njenih komponenata. Tako, kad su I_{mf} odnosno I_{mb} komponentni vektori struje pozitivnog odnosno negativnog redosleda u namotaju m, odgovarajući komponentni vektori struje pozitivnog odnosno negativnog redosleda u namotaju a su jI_{mf} i $-jI_{mb}$, a stvarne struje u namotaju, vektorski izražene, su:

$$I_m = I_{mf} + I_{mb} \tag{10-47}$$

$$I_a = jI_{mf} - jI_{mb} \tag{10-48}$$

Često se mora postupati obratno, da se nadu simetrične komponente datih napona ili struja. Kad se jedn. 10-45 i 10-46 reše po vektorskim komponentama U_{mf} i U_{mb} u zavisnosti od poznatih vektora napona U_m i U_a dobiva se

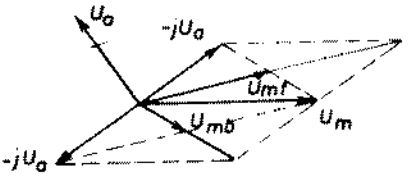
$$U_{mf} = \frac{1}{2}(U_m - jU_a) \tag{10-49}$$

$$U_{mb} = \frac{1}{2}(U_m + jU_a) \tag{10-50}$$

Ova izračunavanja su grafički predstavljena vektorskim dijagramom na sl. 10-21. Očigledno je da slični izrazi daju vektorske simetrične komponente I_{mf} i I_{mb} struje u namotaju m u zavisnosti od datih vektora struje I_m i I_a u dvema fazama, i to

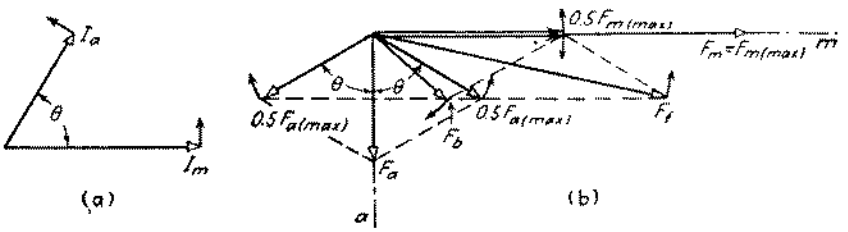
$$I_{mf} = \frac{1}{2}(I_m - jI_a) \tag{10-51}$$

$$I_{mb} = \frac{1}{2}(I_m + jI_a) \tag{10-52}$$



Sl. 10-21. Razlaganje neuravnoteženih dvofaznih napona u simetrične komponente

Razlaganje talasa statorske m. m. s. u direktnu i inversnu komponentu, kao na sl. 10-2*c*, može pomoći da se dopuni fizička slika o tome šta se zbiva u mašini kad se primene transformacije simetričnih komponenata prema jedn. 10-51 i 10-52. Na sl. 10-22*a* su I_m i I_a vektori koji se obrću u zavisnosti od vremena i čije su projekcije na realnu osu srazmerne trenutnim strujama u namotajima. Slika 10-22*b* je prostorni vektorski dijagram u kome su linijama tačka-crta m i a predstavljene ose namotaja, a vektorima F_m i F_a trenutne vrednosti pulzacionih talasa m. m. s. proizvedenih ovim namotajima. Uprošćenja radi vektori su prikazani u svojim položajima u trenutku kad i_m, pa prema tome i F_m, postiže trenutni maksimum $F_{m(\max)}$. Kad se, dakle, F_m razloži na svoje obrtne komponente sa polovinom



Sl. 10-22. *(a)* Neuravnotežene dvofazne struje i *(b)* razlaganje talasa m. m. s. u direktnu i inversnu komponentu

amplitude, direktnu i inversnu (na način prikazan na sl. 10-2*c* i jednačinom 10-4), ove komponente su u tom trenutku usmerene u pravcu ose m kao što pokazuju dve komponente $0{,}5\,F_{m(\max)}$ suprotnog smera obrtanja. U tom istom trenutku, međutim, struja i_a je prošla svoju maksimalnu vrednost za vremenski ugao θ (sl. 10-22*a*), pa se zato obrtne komponente $0{,}5\,F_{m(\max)}$, direktna i inversna, nalaze u položajima pokazanim na sl. 10-22*b*. Prostorni vektori koji predstavljaju rezultantne vektore direktnog polja F_f i inversnog F_b su vektorski zbirovi komponenata, kao na sl. 10-22*b*. Zbog prostornog ugla izmedu dva namotaja, ugao između dve komponente obrtnih polja $0{,}5\ F_{m(\max)}$ i $0{,}5\ F_{a(\max)}$ za direktno polje je za 90°

manji od vremenskog faznog ugla θ između struja, a za inversno polje je za 90° veći. Prema tome, vektorska sabiranja kojima se dobivaju m. m. sile F_f i F_b na sl. 10-22*b* potpuno su slična onima u jedn. 10-51 i 10-52 za izračunavanje simetričnih komponentnih struja. Kad se, dakle, struje razlože u simetrične komponente, kao u jedn. 10-51 i 10-52, statorska m. m. s. je time razložena na direktnu i inversnu komponentu.

Primer 10-3. Konstante ekvivalentnog kola dvofaznog asinhronog motora s kaveznim rotorom, 5 KS, 220 V, 60 Hz imaju sledeće vrednosti u Ω po fazi:

$$r_1 = 0{,}534 \qquad x_1 = 2{,}45 \qquad\qquad x_\varphi = 70{,}1$$
$$r_2 = 0{,}956 \qquad x_2 = 2{,}96$$

Motor se napaja iz neuravnoteženog dvofaznog izvora čiji su fazni naponi 230 odnosno 210 V, pri čemu manji napon prednjači za 80° ispred većeg. Za klizanje 0,05 naći:

a) komponente pozitivnog i negativnog redosleda priključenih napona;

b) komponente pozitivnog i negativnog redosleda statorskih faznih struja;

c) efektivne vrednosti faznih struja;

d) unutrašnju mehaničku snagu.

Rešenje. a) Obeležimo sa U_m i U_a napone priključene na odgovarajuće faze. Tada je

$$U_m = 230 \angle 0^\circ = 230 + j\,0 \text{ V}$$

$$U_a = 210 \angle 80^\circ = 36{,}4 + j\,207 \text{ V}$$

Prema jedn. 10-49 i 10-50, direktna i inversna komponenta napona je, vektorski:

$$U_{mf} = \frac{1}{2}(230 + j0 + 207 - j36{,}4)$$

$$= 218{,}5 - j18{,}2 = 219{,}5 \angle -4{,}8^\circ \text{ V}$$

$$U_{mb} = \frac{1}{2}(230 + j\,0 - 207 + j\,36{,}4)$$

$$= 11{,}5 + j\,18{,}2 = 21{,}5 \angle 57{,}7^\circ \text{ V}$$

b) Prema jedn. 10-18 i 10-19, impedansa direktnog polja za klizanje 0,05 je

$$Z_f = 16{,}46 + j\,7{,}15\ \Omega$$

$$r_1 + jx_1 = 0{,}53 + j\,2{,}45\ \Omega$$

$$16{,}99 + j\,9{,}60 = 19{,}50 \angle 29{,}4^\circ\ \Omega$$

Iz toga je direktna komponenta statorske struje

$$I_{mf} = \frac{219{,}5 \angle -4{,}8^\circ}{19{,}50 \angle 29{,}4^\circ} = 11{,}26 \angle -34{,}2^\circ \text{ A}$$

Za isto klizanje, prema jedn. 10-22 i 10-23, inversna impedansa je

$$Z_b = 0{,}451 + j\,2{,}84\ \Omega$$

$$r_1 + jx_1 = 0{,}534 + j\,2{,}45\ \Omega$$

$$0{,}985 + j\,5{,}29 = 5{,}38 \angle 79{,}5^\circ\ \Omega$$

Iz toga je inversna komponenta statorske struje

$$I_{mb} = \frac{21{,}5 \angle 57{,}7^\circ}{5{,}38 \angle 79{,}5^\circ} = 4{,}00 \angle -21{,}8^\circ \text{ A}$$

c) Prema jedn. 10-47 i 10-48 struje u dvema fazama su

$$I_m = 13{,}06 - j\,7{,}79 = 15{,}2\ \underline{/-31^\circ}\ \mathrm{A}$$

$$I_a = 4{,}81 - j\,5{,}64 = 7{,}40\ \underline{/49{,}2^\circ}\ \mathrm{A}$$

Treba primetiti da su struje mnogo neuravnoteženije nego priključeni naponi. Čak i ako motor nije preopterećen na vratilu gubici su znatno povećani zbog neuravnoteženosti struja i statorski namotaj koji propušta najveću struju može da se pregreva.

d) Snaga koju dve statorske faze odaju direktnom polju je

$$P_{gf} = 2\,I^2_{mf} \cdot R_f = 2 \times 126{,}8 \times 16{,}46 = 4\,175\ \mathrm{W}$$

a snaga odata inversnom polju je

$$P_{gb} = 2\,I^2_{mb}\,R_b = 2 \times 16{,}0 \times 0{,}451 = 15\ \mathrm{W}$$

Prema tome, prema jedn. 10-17, razvijena unutrašnja mehanička snaga, je:

$$P = 0{,}95\,(4175 - 15) = 3950\ W$$

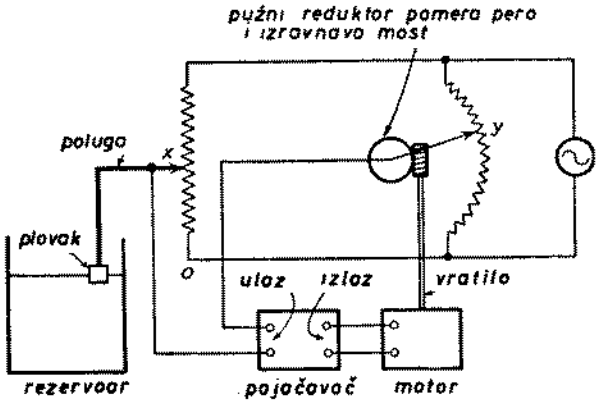
Kad su gubici u gvoždu, gubici usled trenja i ventilacije i dopunski gubici poznati, snaga odata na vratilu može se naći oduzimanjem gubitaka od unutrašnje snage. Gubici usled trenja i ventilacije zavise jedino od brzine i isti su kao pri uravnoteženom radu i istoj brzini. Ali gubici u gvoždu i dopunski gubici su malo veći nego pri uravnoteženom radu s istim naponom i strujom pozitivnog redosleda. Povećanje je izazvato uglavnom gubicima u gvoždu, usled učestanosti $(2-s)$ i dopunskim gubicima u rotoru stvorenim inversnim poljem.

10-9. Dvofazni servomotori. Karakteristike ustaljenog stanja. Jedna važna i interesantna oblast primene elektromotora je u sistemima za automatsko regulisanje, u kojima se brzina ili ugaoni položaj nekog vratila mora regulisati na neki željeni način. U ovom razmatranju ćemo usredsrediti pažnju na uređaje male snage za regulisanje položaja, kod kojih se maksimalne odate snage kreću od izvesnog dela jednog vata pa do nekoliko stotina vati. Dvofazni asinhroni motori često se upotrebljavaju u takvim uređajima na način koji ćemo docnije opisati u ovom odeljku. Usvajanjem podesnih pretpostavki, metode simetričnih komponenata iz od. 10-8 pružaju prosto i uspešno sredstvo za analizovanje njihovih karakteristika ustaljenog stanja, kao što ćemo uskoro videti.

Radi bolje preglednosti, razmotrimo najpre ukratko opštu prirodu problema koji se pojavljuju u uređajima male snage za regulisanje položaja, naročito onih koji se tiču motora. Takvi uređaji se mnogo primenjuju kod instrumenata i regulacije industrijskih procesa. Na primer, uzmimo da je potrebno da se u toku nekog procesa vrši neprekidno registrovanje — recimo promenâ nivoa tečnosti u nekom rezervoaru. To se može postići instrumentom za registrovanje koji se sastoji od pera kojim se grafikon promenljive veličine ucrtava na traku koja se ravnomerno kreće. Promenljiva veličina se može meriti nekim sredstvom koje proizvodi izvestan njoj srazmeran električni signal. Jedna od mnogih mogućnosti sastoji se u otporu, induktivnosti ili kapacitetu na koje promenljiva utiče i koji obrazuju jednu granu kola u vidu mosta. Položaj pera za registrovanje može se menjati pokretanjem preko pužnog reduktora malim elektromotorom, a pero može mehanički biti napravljeno tako da drugu granu kola u vidu mosta menja u zavisnosti od svoga položaja, kao što pokazuje šema na sl. 10-23. Zato što mu je funkcija da otkriva grešku između položaja x datog promenljivom i položaja y koji odgovara registracionom peru, most se naziva *detektor grešaka*. Na primer, kad je most neuravnotežen, signal srazmeran greški deluje na ulaz pojačavača, čiji izlaz utiče na motor da se obrće u smeru potrebnom da se most uravnoteži. Taj sistem je jedan primer veoma razgranate vrste uređaja za automatsku regulaciju poznatih pod imenom *servomehanizmi* (često skraćeno *servo*) o kojima će biti više reči u od. 13-5 i 13-6.

Moglo bi se postaviti pitanje čemu je potreban tako složen uređaj? Zašto, na primer, napon U_{ox} na sl. 10-23 ne bi mogao poslužiti da bi se kretanjem volt-

metra pomeralo pero? Po potrebi bi se između U_{ox} i voltmetra mogao postaviti neki pojačavač. Za takav uređaj, međutim, trebalo bi da karakteristike svih kom-



Sl. 10-23. Šema servomehanizma za registrovanje nivoa tečnosti u rezervoaru

ponenata između mernog kola i registracionog pera budu uvek apsolutno konstantne. Uticaji poremećaja, kao što su promene temperature, promenljivo trenje, promene karakteristike elektronskih cevi i kolebanja napona u mreži, mogli bi prouzrokovati znatne greške. Nije sigurno da se položaj registracionog pera stvarno pridržava primljenog signala.

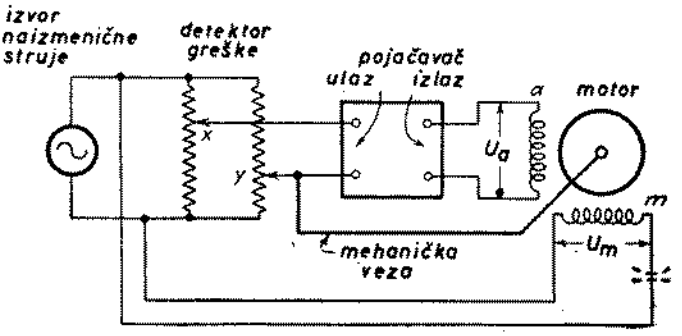
U servo-sistemu, međutim, sve dok pero nije u tačnom položaju, most je neuravnotežen i motor se obrće tako da most vraća u ravnotežu, čak i ako su se karakteristike elemenata između mosta i pera promenile. Netačnosti zbog promenljivog trenja mogu se smanjiti konstruišući servo-sistem tako da mu izlazni obrtni momenat bude veliki u poređenju sa obrtnim momentima trenja koji postoje u sistemu. Prema tome, strani uticaji utiču veoma malo na tačnost. Jedna od karakterističnih odlika servomehanizma je njegova povratna veza pomoću koje se izlaz poredi s ulazom i nove sile se puštaju u dejstvo kada dođe do greške između izlaza i ulaza. Treba zapaziti da ove opšte odlike imaju mnogo čega sličnog sa reakcionim pojačavačima (pojačavačima sa povratnom spregom).

Zahtevi kojima mora udovoljiti motor za ovakvu primenu u servo-uređajima očigledno su dosta drukčiji od onih za motore koji savlađuju opterećenje više ili manje konstantnom brzinom. Servomotor mora očigledno da radi u oba smera i njegova brzina obično je podvrgnuta neprekidnom regulisanju. On retko radi ustaljenom brzinom — u stvari, retko dostiže punu brzinu. Najvećim delom radi u blizini brzine nula, najpre u pozitivnom smeru nekoliko obrtaja, a zatim možda u negativnom. Ova vrsta radnog ciklusa povećava teškoće oko hlađenja motora, s obzirom da se ne može računati da će ventilatorsko dejstvo rotora pomoći strujanju vazduha za hlađenje. Motor mora biti kadar da se brzo ubrzava i menja smer obrtanja, jer trom odziv vodi netačnom praćenju primljenih signala i drugim dinamičkim teškoćama. Njegov polazni momenat mora, dakle, biti velik a momenat inercije mali. Da bi se smanjile greške u ustaljenom stanju, obrtni momenat motora treba da je veliki u poređenju s obrtnim momentima trenja u uređaju. Motor troši odatu snagu najvećim delom na ubrzavanje vlastitih obrtnih masa i obrtnih masa celog uređaja. Iz obzira stabilnosti, karakteristika obrtni momenat—brzina treba da ima negativan nagib.

Iako asinhronom motoru s kaveznim rotorom najbolje odgovara da radi s malim klizanjem, zbog čega se on najlakše prilagođava pogonu s konstantnom

brzinom, ovaj tip motora ipak ima druge dovoljno privlačne odlike, tako da se on mnogo upotrebljava za servo-sisteme male snage. Robustnost i jednostavnost kaveznog rotora veliko je preimućstvo kako iz ekonomskih tako i iz tehničkih razloga. On nema dirki sa kliznim kontaktima koje zahtevaju bar povremeni pregled i održavanje, kao što je slučaj sa ostalim motorima. S obzirom da rotorski namotaj ne zahteva izolaciju, temperatura rotora je ograničena samo mehaničkim obzirima i posredno svojim uticajem na temperaturu statorskog namotaja. Kad se za hlađenje statorskih namotaja predvide pogodna sredstva, može se dozvoliti da rotorski gubici budu veći nego za ostale vrste motora. S obzirom da nema mnogo neaktivnog materijala, inercija motora s kaveznim rotorom može se podesiti da bude manja od inercije motora za jednosmernu struju odgovarajuće nominalne snage. Rotor čašastog tipa (sl. 10-18) može se primeniti kad je maksimalna odata snaga manja od nekoliko vata. Ovaj tip rotora ima vrlo malu inerciju.

Najvažnije elemente servo-sistema u kome je primenjen dvofazni asinhroni motor pokazuje sl. 10-24, koja je ista kao sl. 10-23, samo je prilagođena za upotrebu sa dvofaznim motorom. Stalna ili referentna faza m motora napaja se iz izvora konstantnog napona i konstantne učestanosti. Detektor greške, u ovom slučaju kolo u vidu mosta, kao ono na sl. 10-23, napaja se iz istog izvora. Kao na sl. 10-23, položaj kliznog kontakta x određuje promenljiva veličina koju treba meriti, a kontakt y biva pokretan motorom u smeru uravnoteženja mosta. Napon U_{xy}, srazmeran sa greškom, priključuje se na ulaz pojačavača čiji izlaz napaja upravljačku



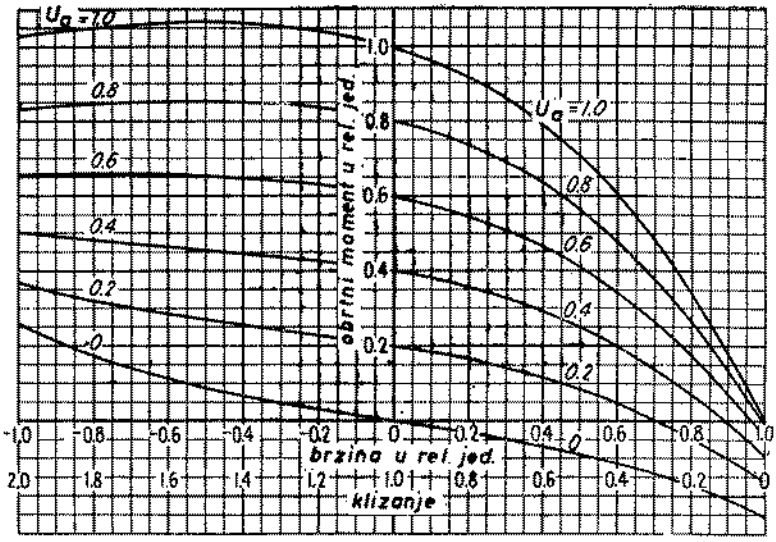
Sl. 10-24. Šema servomehanizma sa dvofaznim servomotorom

fazu a motora. Naponi priključeni na motor su vremenski pomereni za prav ugao, bilo ostvarivanjem faznog pomeraja od 90° u pojačavaču, bilo vezivanjem pogodnog kondenzatora na red s referentnom fazom m, kao na sl. 10-24. Na taj način se motor napaja neuravnoteženim dvofaznim naponima, a napon upravljačke faze U_a srazmeran je greški. Kad je most neuravnotežen, motor razvija obrtni momenat u smeru povratka u uravnoteženo stanje, a njegov obrtni momenat je funkcija brzine i napona upravljačke faze U_a. Promena smera greške ima za posledicu fazni pomeraj za 180° u naponu pojačavača, to jest promenu faznog redosleda napona priključenih na motor. Time se menja i smer obrtnog momenta koji motor razvija. Jednostavnost sistema je njegova veoma poželjna odlika.

Zahtevi položajnog servo-sistema propisuju takoreći u potpunosti oblik karakteristike obrtni momenat—brzina za dvofazni asinhroni motor podesan za takvu primenu. Kao kod svakog motora za ovakvu primenu, obrtni momenat mora biti veliki za brzine blizu nule, a nagib karakteristike obrtni momenat—brzina morao bi biti negativan u normalnom radnom opsegu oko brzine nula, kao što je u ovom

odeljku ranije naglašeno. Oba ova zahteva mogu se ispuniti upotrebom rotora sa velikim otporom konstruisanog tako da maksimalni obrtni momenat razvija pri negativnoj brzini približno ravnoj polovini sinhrone brzine, kao što pokazuje karakteristika obrtni momenat—brzina sa oznakom $U_a = 1{,}0$ na sl. 10-25. Normalan rad blizu brzine nula je tada u stabilnoj oblasti desno od tačaka maksimalnog obrtnog momenta. Drugi jedan zahtev je da motor ne sme težiti da radi kao jednofazni motor kad je signal greške ravan nuli. Može se dokazati da je ovaj zahtev zadovoljen upotrebom rotora sa velikim otporom.

Premda potpuna analiza servo-sistema predstavlja očigledno dinamički problem, izvesna predstava o karakteristici motora za servo-sisteme može se ipak stvoriti proučavanjem njegovih karakteristika za ustaljeno stanje. Analiza se znatno



Sl. 10-25. Krive obrtni momenat—brzina dvofaznog servomotora iz primera 10-4

uprošćava sa pretpostavkom da su struje i naponi sinusoidni, da je uticaj impedansi izvora zanemaren i da motor ima identične dvofazne statorske namotaje. Motor je tada naprosto simetrični dvofazni motor, koji se napaja iz neuravnoteženog dvofaznog izvora i njegove karakteristike mogu se izračunati metodima iz od. 10-8. Složenija teorija iz od. 10-10 potrebna je radi obračunavanja uticaja neuravnoteženih impedansi.

Primer 10-4. Simetrični dvofazni asinhroni motor razvija maksimalni unutrašnji obrtni momenat pri negativnoj brzini od 0,50 u relativnim jedinicama kad se na krajeve statora priključe uravnoteženi dvofazni naponi. Sačinilac kvaliteta njegovog ekvivalentnog kola po Tevenenu (vidi od. 9-4) je $Q = 3{,}0$. Ovaj motor treba da posluži kao dvofazni servomotor s konstantnim naponom od 1,00 u relativnim jedinicama priključenim na njegovu referentnu fazu i promenljivim naponom priključenim na njegovu upravljačku fazu, pod pretpostavkom da su ovi naponi vremenski pomereni za prav ugao.

Nacrtati familiju karakteristika unutrašnji obrtni momenat—brzina za napone upravljačke faze 1,00, 0,80, 0,60, 0,40, 0,20 i 0 u relativnim jedinicama i za opseg brzina od —1 do +1 u relativnim jedinicama. Obrtne momente izraziti u relativnim jedinicama uzimajući kao bazu unutrašnji obrtni momenat u stanju mirovanja, kad se uravnoteženi dvofazni naponi 1,00 u relativnim jedinicama priključe na dve statorske faze.

Rešenje. Brzina za maksimalni obrtni momenat, vrednost Q i polazni momenat za uravnotežene dvofazne napone određuju položaj krive za $U_a = 1{,}00$. Ova kriva može se lako odrediti

iz bezdimenzionih krivih obrtni momenat — klizanje na sl. 9-9. Ostatak familije može se izračunati iz te krive razlaganjem priključenih napona na dvofazne simetrične komponente.

S obzirom da je brzina za maksimalni obrtni momenat data, — 0,50 u relativnim jedinicama, klizanje za maksimalni obrtni momenat je $s_{\max M} = 1{,}50$. U stanju mirovanja je, dakle,

$$\frac{s}{s_{\max M}} = \frac{1{,}00}{1{,}50} = 0{,}667$$

Prema sl. 9-9 za $Q = 3{,}0$ je odgovarajući odnos obrtnih momenata u stanju mirovanja

$$\frac{M_{\text{start}}}{M_{\max}} = 0{,}938$$

Ali $M_{\text{start}} = 1{,}00$ u relativnim jedinicama, po definiciji. Otud je $M_{\max} = 1/0{,}938 = 1{,}066$ u relativnim jedinicama.

Podaci za krivu obrtni momenat—brzina za $U_a = 1{,}00$ na sl. 10-25 mogu se sad dobiti iz sl. 9-9. Podaci su navedeni u tablici 10-1. U prvoj i drugoj koloni su odnosi klizanja, a odgovarajući odnosi obrtnog momenta čitaju se sa krive za $Q = 3{,}0$ na sl. 9-9. Stvarno klizanje s u koloni 3 nalazi se množeći vrednosti iz kolone 1 sa $s_{\max M} = 1{,}50$. Odgovarajući obrtni momenat M'_f u koloni 4 dobiva se množenjem vrednosti iz kolone 2 sa $M_{\max} = 1{,}066$. Pri uravnoteženim uslovima ($U_a = 1{,}00$) nema obrtnog momenta inversnog smera, a kolona 4 daje rezultantni obrtni momenat sa kojim je nacrtana kriva na sl. 10-25 sa oznakom $U_a = 1{,}0$

TABLICA 10—1

IZRAČUNATE VREDNOSTI ZA PRIMER 10—4

$\frac{s}{s_{\max M}}$	$\frac{M}{M_{\max}}$	s	M'_f	$2 - s$	M'_b
0	0	0	0	2,0	1,03
0,133	0,32	0,2	0,34	1,8	1,055
0,267	0,565	0,4	0,60	1,6	1,06
0,40	0,745	0,6	0,795	1,4	1,06
0,533	0,86	0,8	0,92	1,2	1,045
0,667	0,94	1,0	1,00	1,0	1,00
0,80	0,98	1,2	1,045	0,8	0,92
0,933	0,995	1,4	1,06	0,6	0,795
1,067	0,995	1,6	1,06	0,4	0,60
1,20	0,99	1,8	1,055	0,2	0,34
1,33	0,965	2,0	1,03	0	0

Kad su naponi neuravnoteženi, mogu se razložiti na simetrične komponente. Uzmimo da je U_a napon upravljačke faze u relativnim jedinicama i da on prednjači za 90° ispred referentnog napona U_m. Vektorski izraz za napon upravljačke faze je tada jU_a, a jedn. 10-49 i 10-50 se svode na

$$U_{mf} = \frac{1}{2}[1 - j(jU_a)] = \frac{1}{2}(1 + U_a) \tag{10-53}$$

$$U_{mb} = \frac{1}{2}[1 + j(jU_a)] = \frac{1}{2}(1 - U_a) \tag{10-54}$$

Sad postoje oba polja, direktno i inversno. Za inversno polje klizanje je $2-s$, kao u koloni 5 tablica 10-1. Kolona 6 daje vrednosti inversnog obrtnog momenta M'_b koji bi se razvio pri naponima negativnog faznog redosleda od 1,00 u relativnim jedinicama, a dobiva se iz kolone 4. (Na primer, vrednost M'_b pri klizanju inversnog polja $2 - s = 1{,}8$ je ista kao vrednost M'_f pri klizanju direktnog polja $s = 1{,}8$).

Podsetimo se sada da višefazni asinhroni motor razvija unutrašnji obrtni momenat srazmeran kvadratu napona. Direktni i inversni obrtni momenat je, dakle,

$$M_f = U^2_{mf} \cdot M'_f \tag{10-55}$$

$$M_b = U^2_{mb} \cdot M'_b \tag{10-56}$$

gde su U_{mf}, U_{mb} vrednosti u relativnim jedinicama komponenata pozitivnog i negativnog redosleda priključenih neuravnoteženih napona (jedn. 10-53 i 10-54), a M'_f, M'_b direktni i inversni

obrtni momenti koji odgovaraju priključenim naponima pozitivnog i negativnog redosleda od 1,00 u relativnim jedinicama, kao što je dato u kolonama 4 i 6. Rezultantni unutrašnji obrtni momenat M je

$$M = M_f - M_b \tag{10-57}$$

Sada se može odrediti obrtni momenat koji se razvija pri bilo kojoj izabranoj vrednosti U_a i klizanja. Na primer, prema jedn. 10-53, 10-54, 10-55 i 10-56.
Za $U_a = 0{,}60$:

$$U_{mf} = 0{,}80 \qquad M_f = 0{,}64\, M'_f$$

$$U_{mb} = 0{,}20 \qquad M_b = 0{,}04\, M'_b$$

Vrednosti za M'_f i M'_b mogu se pročitati iz tablice 10-1. Na primer, za $s = 0{,}20$.

$$M'_f = 0{,}34 \qquad M_f = 0{,}64 \cdot 0{,}34 = 0{,}218$$

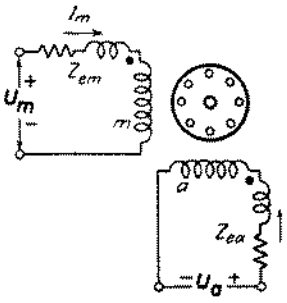
$$M'_b = 1{,}055 \qquad M_b = 0{,}04 \cdot 1{,}055 = 0{,}042$$

$$M = M_f - M_b = 0{,}176$$

Podaci za familiju krivih na sl. 10-25 mogu se približno primeniti na sve dvofazne servomotore s obzirom da su svi oni konstruisani tako da razvijaju maksimalni obrtni momenat pri otprilike istoj brzini u relativnim jedinicama i da imaju približno isto Q. Klizanje $s_{\max M}$ pri maksimalnom obrtnom momentu i Q određuju oblik karakteristika dogod je otpor rotora konstantan a uticaj zasićenja zanemarljiv. Prilično široke promene parametara $s_{\max M}$ i Q utiču relativno malo na karakteristike u normalnom radnom području.

Glavni nedostatak dvofaznog servomotora je rđav stepen korisnosti što je svojstveno motoru s kaveznim rotorom kad radi s velikim klizanjem. Kao što je istaknuto u od. 9-2, stepen korisnosti višefaznog asinhronog motora s kratko spojenim rotorskim namotajem je sličan stepenu korisnosti mehaničke spojnice s klizanjem; klizanje je neposredna mera rotorskih gubitaka. Granica stepena korisnosti još je niža u uređaju za regulisanje brzine u kome dolazi do neuravnoteženosti priključenih napona zbog opadanja odate snage i povećanja rotorskih gubitaka prouzrokovanog inversnim poljem. Uredaji za regulisanje brzine pomoću podešavanja klizanja motora s kaveznim rotorom neizvodljivi su za velike motore zbog teškoća u vezi sa hlađenjem, zbog povećanja potrošnje energije sa porastom dimenzija i zbog ekonomske važnosti gubitaka.

10-10. Teorija obrtnog polja za nesimetrične dvofazne asinhrone mašine. Videli smo da pojam dvostrukog obrtnog polja vodi korisnoj metodi za analizu dvofaznih mašina sa istovetnim statorskim namotajima u međusobno upravnom položaju. Prirodno se postavlja pitanje: da li se isti način razmišljanja može primeniti na mašine s nesimetričnim statorskim kolima? Problem koji bismo naročito želeli da rešimo naznačen je na sl. 10-26 koja pokazuje dvofazni asinhroni motor povezan sa dva izvora napona U_m i U_a preko neuravnoteženih kola sa impedansama Z_{em} i Z_{ea}. Motor ima ravnomeran vazdušni procep i simetričan višefazni ili kavezni rotor. Statorski namotaji su prostorno pod električnim pravim uglom, ali mogu imati nejednake brojeve navojaka i nejednake rasipne impedanse[12]. Ako bi se uspelo u rešavanju ovog problema, rezultati bi se mogli primeniti na najrazličitije vrste asinhronih mašina. Na primer, motori s pomoćnom fazom i kondenzatorski motori predstavljali bi posebne slučajeve u kojima su naponi U_m i



Sl. 10-26. Dvofazni asinhroni motor s neuravnoteženim statorskim kolima.

[12] Za opšta razmatranja mašina u kojima namotaji ne moraju biti u međusobno upravnom položaju, vidi W. V. Lyon i Charles Kingsley, Jr., Analysis of Unsymmetrical Machines, *Trans. AIEE*, vol. 55, br. 5, str. 471 do 476, maj 1936.

Za analizu mašina sa međusobno upravnim namotajima, vidi F. W. Suhr, Symmetrical Components as Applied to the Single-phase Induction Motor, *Trans. AIEE*, vol. 64, br. 9, str. 651 do 656, septembar 1945.

U_a jednaki. Jednofazni rad bio bi specijalan slučaj u kome je I_a ravno nuli. U stvari, prethodna istraživanja u od. 10-6 i 10-8 mogu se smatrati samo kao izviđanja koja konačno vode uopštenom gledištu koje će se sad razmatrati.

a. Uopštena teorija. Vektorske jednačine napona statorskog kola za uopšteni dvofazni motor na sl. 10-26 mogu se odmah napisati kao

$$U_m = I_m Z_{1m} + E_m \tag{10-58}$$

$$U_a = I_a Z_{1a} + E_a \tag{10-59}$$

gde su U_m i U_a vektori napona izvora, I_m i I_a vektori faznih struja, Z_{1m} i Z_{1a} vektorski zbirovi impedanse spoljnog kola i rasipne impedanse pojedinih statorskih faza, a E_m i E_a kontra e. m. sile indukovane u statorskim namotajima dejstvom fluksa u vazdušnom procepu. Da bi se moglo nastaviti, treba najpre proučiti unutrašnje reakcije talasâ fluksa u vazdušnom procepu. Ranije iskustvo iz od. 10-8 navodi na pomisao da bi statorske struje trebalo razložiti u dve garniture komponenata koje bi proizvele direktni odnosno inversni talas m. m. s. Zatim bi se kontra e. m. s. mogle izraziti pomoću unutrašnjih impedansi u odnosu na komponentna obrtna polja. U razmatranje će biti uzeti samo osnovni prostorni harmonici fluksa i m. m. s.

Uzmimo da su N_m i N_a efektivni brojevi navojaka namotaja m, odnosno a. Pod brojem efektivnih navojaka razume se broj navojaka ispravljen s obzirom na uticaj raspodele namotaja ukoliko se posmatra osnovni prostorni harmonik m. m. s. Baš kao u uravnoteženom dvofaznom motoru, obrtno polje konstantne amplitude bi se obrazovalo ako bi struje u dva namotaja proizvodile m. m. s. jednakih amplituda i vremenski pomerene za prav ugao. Smer obrtanja polja zavisio bi od faznog redosleda struja. Direktno polje konstantne amplitude bi se obrazovalo ako bi garnitura vektora struje I_{mf} i I_{af} u namotajima m odnosno a zadovoljavala vektorski izraz:

$$N_a I_{af} = j N_m I_{mf} \tag{10-60}$$

ili

$$I_{af} = j \frac{I_{mf}}{a} \tag{10-61}$$

gde je a odnos efektivnih brojeva navojaka N_a/N_m. Na sličan način bi se obrazovalo inversno polje konstantne amplitude ako bi druga garnitura vektora struje I_{mb} i I_{ab} zadovoljila vektorski izraz

$$I_{ab} = -j \frac{I_{mb}}{a} \tag{10-62}$$

Kad bi obe garniture struja istovremeno postojale, stvarne struje u namotajima, izražene vektorski, bile bi:

$$I_m = I_{mf} + I_{mb} \tag{10-63}$$

$$I_a = I_{af} + I_{ab} = j \frac{I_{mf}}{a} - j \frac{I_{mb}}{a} \tag{10-64}$$

i oba polja bi postojala, direktno i inversno. Rešavanjem ovih jednačina po komponentnim strujama I_{mf} i I_{mb} u zavisnosti od stvarnih struja u namotajima I_m i I_a dobiva se

$$I_{mf} = \frac{1}{2}(I_m - jaI_a) \tag{10-65}$$

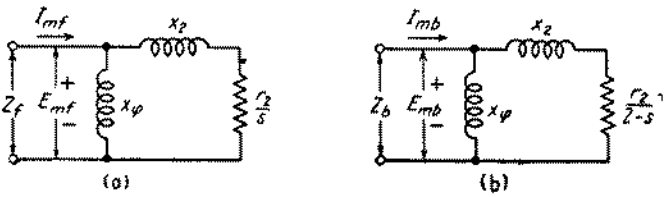
$$I_{mb} = \frac{1}{2}(I_m + jaI_a) \tag{10-66}$$

Uporedi sa jedn. 10-51 i 10-52. Treba imati na umu da aI_a jednostavno znači struju u namotaju a svedenu na namotaj m, kao u teoriji statičkog transformatora.

Sa gledišta namotaja m, unutrašnje reakcije direktnog i inversnog polja su u svemu kao u uravnoteženom dvofaznom motoru. Tako, kad se impedanse rotora i impedanse magnećenja svedu na namotaj m, impedanse direktnog i inversnog polja Z_f i Z_b posmatrane sa namotaja m dobivaju se iz ekvivalentnih kola na sl. 10-27, a komponentne kontra e. m. s. E_{mf} i E_{mb}, indukovane u namotaju m dejstvom odnosnih polja, su ravne naponima na krajevima tih impedansi. Ukupna kontra e. m. s. E_m indukovana u namotaju m, vektorski izražena, je:

$$E_m = E_{mf} + E_{mb} = I_{mf} Z_f + I_{mb} Z_b \tag{10-67}$$

Zbog odnosa brojeva navojaka komponentne e. m. sile indukovane u namotaju a su a puta veće od odgovarajućih komponentnih napona indukovanih u namotaju m. Zbog smerova u kojima se ova polja obrću, komponenta direktnog polja indukovana



Sl. 10-27. Ekvivalentna kola koja predstavljaju reakcije *(a)* direktnog i *(b)* inversnog polja, posmatrane sa glavnog namotaja

u namotaju a prednjači, a komponenta inversnog polja zaostaje u odnosu na odgovarajuću komponentu indukovanu u namotaju m. Prema tome, ukupna kontra e. m. s. E_a indukovana u namotaju a dejstvom oba polja izražena vektorski, je

$$E_a = ja\, E_{mf} - ja\, E_{mb} = ja\, I_{mf} Z_f - ja\, I_{mb} Z_b \tag{10-68}$$

Ne treba gubiti iz vida da su aE_{mf} i aE_{mb} naponi namotaja m svedeni na namotaj a.

Zamena jedn. 10-63, 10-64, 10-67 i 10-68 u jedn. 10-58 i 10-59 daje tada

$$U_m = (I_{mf} + I_{mb}) Z_{1m} + I_{mf} Z_f + I_{mb} Z_b \tag{10-69}$$

$$U_a = \left(j\frac{I_{mf}}{a} - j\frac{I_{mb}}{a}\right) Z_{1a} + jaI_{mf} Z_f - jaI_{mb} Z_b \tag{10-70}$$

Razmeštanjem članova ovih jednačina i množenjem jedn. 10-70 sa $-j/a$ dobiva se

$$U_m = I_{mf}(Z_{1m} + Z_f) + I_{mb}(Z_{1m} + Z_b) \tag{10-71}$$

$$-j\frac{U_a}{a} = I_{mf}\left(\frac{Z_{1a}}{a^2} + Z_f\right) - I_{mb}\left(\frac{Z_{1a}}{a^2} + Z_b\right) \tag{10-72}$$

Treba imati na umu da je U_a/a napon faze a sveden na namotaj m i da je Z_{1a}/a^2 impedansa statorskog kola faze a svedena na namotaj m.

Ove se jednačine mogu rešiti po strujama u zavisnosti od napona i impedansi, ali iskustvo sa metodom simetričnih komponenata, kao u od. 10-8, navodi na pomisao da bi se preinačenjem jednačina uz uvođenje simetričnih komponenata priključenih napona moglo postići znatno uprošćenje. Takvo preinačenje je lako izvršiti; tako, sabiranjem jedn. 10-71 i 10-72 i deljenjem rezultata sa 2 dobiva se

$$\frac{1}{2}\left(U_m - j\frac{U_a}{a}\right) = I_{mf}\left(\frac{\frac{Z_{1a}}{a^2} + Z_{1m}}{2} + Z_f\right) - I_{mb}\frac{\frac{Z_{1a}}{a^2} - Z_{1m}}{2} \tag{10-73}$$

Na sličan način se oduzimanjem jedn. 10-72 od jedn. 10-71 i deljenjem rezultata sa 2 dobiva

$$\frac{1}{2}\left(U_m + j\frac{U_a}{a}\right) = -I_{mf}\frac{\frac{Z_{1a}}{a^2} - Z_{1m}}{2} + I_{mb}\left(\frac{\frac{Z_{1a}}{a^2} + Z_{1m}}{2} + Z_b\right) \tag{10-74}$$

Uzmimo sad da je

$$U_{mf} = \frac{1}{2}\left(U_m - j\frac{U_a}{a}\right) \tag{10-75}$$

$$U_{mb} = \frac{1}{2}\left(U_m + j\frac{U_a}{a}\right) \tag{10-76}$$

Uporedenjem sa jedn. 10-49 i 10-50 u ovim novim naponima mogu se prepoznati simetrične komponente priključenih napona, svedenih na fazu m. Prema jedn. 10-75 i 10-76, izrazi za stvarne napone namotaja izraženi pomoću simetričnih komponenata su

$$U_m = U_{mf} + U_{mb} \tag{10-77}$$

$$U_a = ja\,U_{mf} - ja\,U_{mb} \tag{10-78}$$

Radi uprošćenja obeležavanja stavićemo:

$$Z_0 = \frac{1}{2}\left(\frac{Z_{1a}}{a^2} + Z_{1m}\right) \tag{10-79}$$

$$Z_d = \frac{1}{2}\left(\frac{Z_{1a}}{a^2} - Z_{1m}\right) \tag{10-80}$$

gde je Z_0 srednja vrednost impedansi svedenih na glavni namotaj a Z_d polovina njihove razlike. Zamenom vrednosti definisanih jednačinama 10-75, 10-76, 10-79 i 10-80 u jedn. 10-73 i 10-74 dobiva se

$$U_m = I_{mf}(Z_0 + Z_f) - I_{mb}Z_d \tag{10-81}$$

$$U_{mb} = -I_{mf}Z_d + I_{mb}(Z_0 + Z_b) \tag{10-82}$$

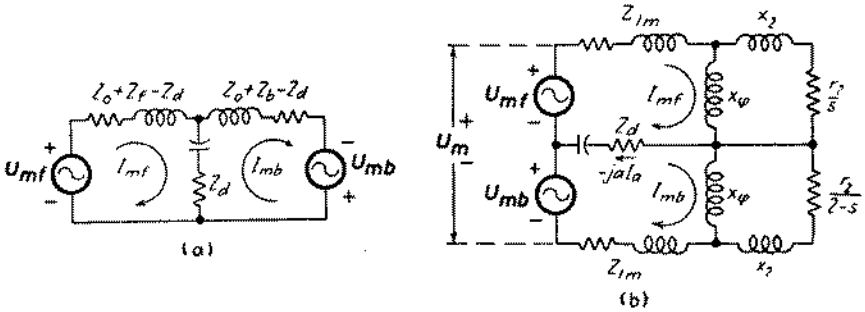
Jednačine 10-81 i 10-82 su takođe naponske jednačine za spregnuto kolo pokazano na sl. 10-28*a*, koje prema tome predstavlja ekvivalentno kolo za motor. Iz jedn. 10-79 i 10-80 je

$$Z_0 - Z_d = Z_{1m} \tag{10-83}$$

Treba se podsetiti da su impedanse Z_f i Z_b paralelne kombinacije rotorske grane i grane magnećenja (sl. 10-27). Ekvivalentno kolo, dakle, može se nacrtati i kao na sl. 10-28*b*[13]. Impedansa Z_d se crta kao kapacitivna impedansa, jer to ona i jeste

[13] Za izvođenje sličnog ekvivalentnog kola pomoću tenzorske analize, vidi Gabriel Kron, Equivalent Circuit of the Capacitor Motor, *Gen. Elec. Rev.*, vol. 44, br. 9, str. 511 do 513, septembar 1941; isto tako, Gabriel Kron, Steady-state Equivalent Circuits of Synchronous and Induction Machines, *Trans. AIEE*, vol. 67, str. 157 do 181, 1948. Za drukčiji oblik ekvivalentnog kola izvedenog pomoću teorije poprečnog polja, vidi Sheldon S. L. Chang, The Equivalent Circuit of the Capacitor Motor, *Trans. AIEE*, vol. 66, str. 631 do 640, 1947.

u važnom slučaju kondenzatorskog motora. Ova impedansa deluje kao sprega, upravo kao uzajamna impedansa između direktnog i inversnog polja i pokazuje



Sl. 10-28. Uopštena ekvivalentna kola za dvofazne asinhrone mašine

način na koji ova polja utiču jedno na drugo. Struja u toj impedansi je

$$I_{mf} - I_{mb} = -jaI_a \tag{10-84}$$

Jednačine 10-81 i 10-82 i ekvivalentno kolo na sl. 10-28*b* mogu se primeniti na veoma različite vrste motora. Na primer, ako su impedanse statorskog kola jednake kad se svedu na isti namotaj, onda je $Z_d = 0$, direktno i inversno polje ne zavise jedno od drugog; ovaj specijalni slučaj je tačno kao slučaj sa simetričnim motorom u od. 10-8 posle svođenja svih veličina na isti namotaj. Ako je $Z_d = 0$ i ako svedeni naponi obrazuju uravnotežen dvofazni sistem pozitivnog faznog redosleda, onda se sl. 10-28*b* svodi na ekvivalentno kolo za uravnoteženi rad. Kad je namotaj *a* otvoren, onda je Z_d beskonačno; to je poseban slučaj jednofaznog rada razmatran u od. 10-6*a*. Za taj specijalni slučaj je $I_a = 0$, a jedn. 10-65 i 10-66 postaju

$$I_{mf} = I_{mb} = \frac{1}{2} I_m \tag{10-85}$$

Ekvivalentno kolo se tada svodi na napon U_m priključen na kombinaciju $2\,Z_{1m}$ na red s impedansama direktnog i inversnog kola. Deljenjem impedansi sa 2 dobiva se ekvivalentno kolo na sl. 10-14*c*.

Jednačine 10-81 i 10-82 mogu se rešiti po strujama i dobiti:

$$I_{mf} = \frac{U_{mf}(Z_0 + Z_b) + U_{mb} Z_d}{(Z_0 + Z_f)(Z_0 + Z_b) - Z^2_d} \tag{10-86}$$

$$I_{mb} = \frac{U_{mb}(Z_0 + Z_f) + U_{mf} Z_d}{(Z_0 + Z_f)(Z_0 + Z_b) - Z^2_d} \tag{10-87}$$

Kad su konstante motora i priključeni naponi poznati, a jedna vrednost klizanja pretpostavljena, direktna i inversna komponenta struje u fazi *m* mogu se odrediti. Snaga koju faza *m* statora odaje direktnom polju je $I^2_{mf} R_f$, a kako je motor u svom unutrašnjem ponašanju prema komponentama direktnog polja jednak uravnoteženom dvofaznom motoru, to i faza *a* daje sličan doprinos. Kao u uravnoteženom dvofaznom motoru, ukupna snaga P_{gf} koju direktnom polju odaju obe faze statora, prema tome je

$$P_{gf} = 2\, I^2_{mf} R_f \tag{10-88}$$

Slično tome, ukupna snaga P_{gb} odata inversnom polju je

$$P_{gb} = 2\, I^2_{mb} R_b \tag{10-89}$$

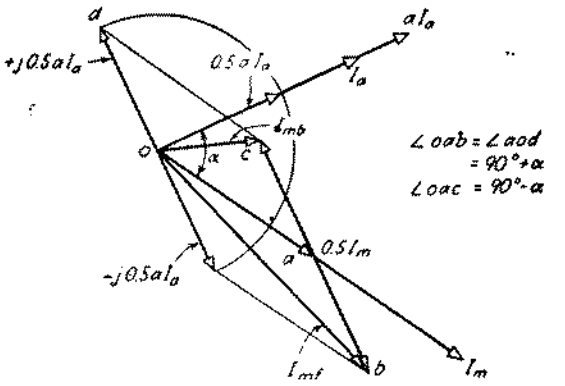
Unutrašnji obrtni momenat, gubici u bakru rotora i unutrašnja mehanička snaga mogu se zatim odrediti direktnom primenom teorije obrtnog polja, kao u jedn. 10-13, 10-61 i 10-17.

b. Polazni momenat. Uslovi puštanja u rad predstavljaju važan i prost poseban slučaj[14]. Kad rotor miruje, struja u svakom namotaju može se odrediti iz njegovog vlastitog priključenog napona i impedanse (uključivo redne impedanse vezane ako ih ima), jer uzajamnog uticaja između faza nema pri mirovanju kad su namotaji prostorno pod pravim uglom. Razložimo li sada statorske struje na direktne i inversne komponente, unutrašnji polazni momenat može se odrediti pomoću osnovnog obrasca za obrtni momenat (jedn. 10-13). S obzirom da su impedanse direktnog i inversnog polja u stanju mirovanja jednake, osnovni obrazac za obrtni momenat svodi se na

$$M_{\text{start}} = \frac{2}{\omega_s}(I^2_{mf} - I^2_{mb})R \tag{10-90}$$

gde je M_{start} unutrašnji polazni momenat (u Nm) a R otpor impedanse paralelne kombinacije $r_2 + jx_2$ i jx_φ svedene na namotaj m. Sačinilac 2 je broj statorskih faza.

Jednostavan i podesan izraz za polazni momenat može se onda dobiti kad se razlika između kvadrata efektivnih vrednosti direktne i inversne struje izrazi pomoću rezultantnih statorskih struja i faznog ugla između njih. Razlaganje statorskih struja u direktne i inversne komponente shodno jedn. 10-65 i 10-66, prikazano je na vektorskom dijagramu na sl. 10-29. Fazni ugao između I_m i I_a je α. Za trougao oab je



Sl. 10-29. Vektorski dijagram struja i njihovih simetričnih komponenata

$$\overline{ob}^2 = \overline{oa}^2 + \overline{ab}^2 - 2\overline{oa} \cdot \overline{ab} \cdot \cos \sphericalangle oab \tag{10-91}$$

ili, izraženo u efektivnim vrednostima strujâ,

$$I^2_{mf} = (0{,}5\, I_m)^2 + (0{,}5\, aI_a)^2 + 2 \cdot 0{,}5\, I_m \cdot 0{,}5\, aI_a \sin \alpha \tag{10-92}$$

Slično, za trougao oac je

$$I^2_{mb} = (0{,}5\, I_m)^2 + (0{,}5\, aI_a)^2 - 2 \cdot 0{,}5\, I_m \cdot 0{,}5\, aI_a \sin \alpha \tag{10-93}$$

Zamenom razlike između jedn. 10-92 i 10-93 u jedn. 10-90 dobiva se

$$M_{\text{start}} = \frac{2}{\omega_s} I_m a I_a R \sin \alpha \tag{10-94}$$

[14] Za iscrpno izlaganje uslova puštanja u rad motora s pomoćnom fazom na statoru i kondenzatorskih motora, vidi C. G. Veinott, Starting Windings for Single-phase Induction Motors, *Trans. AIEE*, vol. 63, br. 6, str. 288 do 294, juni 1944; T. C. Lloyd i J. H. Karr, Design of Starting Windings for Split-phase Motors, *Trans. AIEE*, vol. 63, br. 1, str. 9 do 13, januar 1944.

c. Kondenzatorski motori i motori s pomoćnim faznim namotajem. Ovi motori predstavljaju poseban slučaj u kome je

$$U_m = U_a = U \tag{10-95}$$

gde je U jednofazni linijski napon. Jednačine 10-75 i 10-76 svode se tada na

$$U_{mf} = \frac{U}{2}\left(1 - \frac{j}{a}\right) \tag{10-96}$$

$$U_{mb} = \frac{U}{2}\left(1 + \frac{j}{a}\right) \tag{10-97}$$

U jedn. 10-79 i 10-80, impedansa Z_{1m} je rasipna impedansa glavnog namotaja. Impedansa Z_{1a} je rasipna impedansa pomoćnog namotaja plus (u slučaju kondenzatorskog motora) impedansa kondenzatora. Jednofazna linijska struja je vektorski zbir struja u namotajima. Primenu teorije na brojno izračunavanje radnih karakteristika prikazaćemo jednim primerom.

Primer 10-5. Četvoropolni asinhroni motor 1/4 KS, 110 V, 60 Hz, s dva kondenzatora (polaznim i radnim) ima sledeće konstante:

Rotorske veličine svedene na namotaj m: $r_2 = 4{,}12\ \Omega$ $x_2 = 2{,}12\ \Omega$
Reaktansa magnećenja svedena na namotaj m: $x_\varphi = 66{,}8\ \Omega$

Glavni namotaj	$r_{1m} = 2{,}02\ \Omega$	$x_{1m} = 2{,}79\ \Omega$
Pomoćni namotaj	$r_{1a} = 7{,}14\ \Omega$	$x_{1a} = 3{,}22\ \Omega$
Polazni kondenzator	$r_c = 3{,}00\ \Omega$	$x_c = -14{,}5\ \Omega$
Radni kondenzator	$r_c = 9{,}00\ \Omega$	$x_c = -172\ \Omega$

Odnos efektivnih brojeva navojaka $N_a/N_m = a = 1{,}18$
Gubici u gvožđu u praznom hodu = 24 W
Trenje i ventilacija u praznom hodu = 13 W

a) Za stanje mirovanja izračunati struju u svakom namotaju, linijsku struju i sačinilac snage, napon na krajevima kondenzatora i unutrašnji obrtni momenat.

b) Sa uključenim polaznim kondenzatorom ponoviti *a)* za klizanje 0,50.

Rešenje. Pomoću konstanti rotora i reaktanse magnećenja svedenih na glavni namotaj, impedanse za obrtna polja — direktno Z_f i inversno Z_b — mogu se izračunati za propisanu vrednost klizanja. Rezultati su sledeći:

$s = 1{,}0$	$s = 0{,}5$
$Z_f = Z_b = Z$	$Z_f = 7{,}62 + j\,2{,}97$
$= 3{,}87 + j\,2{,}29$	$Z_b = 2{,}58 + j\,2{,}16$

a) U stanju mirovanja motor predstavlja statičko kolo bez međusobnog uticaja među fazama. Impedansa na krajevima glavne faze priključenim na mrežu je

$$Z_m = Z_{1m} + Z = 2{,}02 + j\,2{,}79 + 3{,}87 + j\,2{,}29$$
$$= 6{,}89 + j\,5{,}08 = 7{,}78\ \underline{/40{,}8^\circ}\ \Omega$$

Uzimajući linijski napon U kao referentni vektor

$$I_m = \frac{U}{Z_m} = \frac{110}{7{,}78}\ \underline{/-40{,}8^\circ} = 14{,}14\ \underline{/-40{,}8^\circ}\ \text{A}$$
$$= 10{,}7 - j\,9{,}23$$

Impedansa rotora i impedansa magnećenja svedena na pomoćni namotaj je

$$a^2 Z = 1{,}18^2\,(3{,}87 + j\,2{,}29) = 5{,}38 + j\,3{,}18$$

Impedansa polaznog kondenzatora vezanog na red s rasipnom impedansom pomoćnog namotaja je

$$Z_{1a} = 3{,}00 - j\,14{,}5 + 7{,}14 + j\,3{,}22 = 10{,}14 - j\,11{,}28$$

Impedansa na krajevima pomoćne faze priključenim na mrežu je

$$Z_a = Z_{1a} + a^2 Z = 10{,}14 - j\,11{,}28 + 5{,}38 + j\,3{,}18 = 15{,}52 - j\,8{,}1$$
$$= 17{,}5 \angle -27{,}5^\circ\ \Omega$$

$$I_a = \frac{U}{Z_a} = \frac{110}{17{,}5} \angle +27{,}5^\circ = 6{,}29 \angle +27{,}5^\circ \text{ A}$$
$$= 5{,}57 + j\,2{,}91$$

Linijska struja $I = I_m + I_a = 16{,}27 - j\,6{,}32 = 17{,}5 \angle -21{,}3^\circ$ A

Sačinilac snage $= \cos 21{,}3^\circ = 0{,}932$

Impedansa polaznog kondenzatora $= \sqrt{r_c^2 + x_c^2} = 14{,}8\ \Omega$

Napon kondenzatora pri puštanju motora u rad $= I_a Z_c = 6{,}25 \cdot 14{,}8 = 93$ V

U jedn. 10-94

$$\omega_s = 377/2 = 188{,}5 \qquad \alpha = 27{,}5^\circ + 40{,}8^\circ = 68{,}3^\circ$$
$$\sin\alpha = 0{,}929$$

$$M_{\text{start}} = \frac{2}{188{,}5}\, 14{,}14 \cdot 1{,}18 \cdot 6{,}29 \cdot 3{,}87 \cdot 0{,}929$$
$$= 4{,}00 \text{ Nm (ili 2,95 funti-stopa)}$$

b) Kad je rotor u pokretu, motor nije više prosto statičko kolo, a direktna i inversna struja moraju se izračunavati po jedn. 10-86 i 10-87. Iz jedn. 10-96 i 10-97, uzimajući linijski napon kao referentni vektor,

$$U_{mf} = 55 - j\,\frac{55}{1{,}18} = 55 - j\,46{,}6 = 72{,}1 \angle -40{,}3^\circ$$
$$U_{mb} = 55 + j\,46{,}6 = 72{,}1 \angle +40{,}3^\circ$$

Sa polaznim kondenzatorom prema tač. a)

$$\frac{Z_{1a}}{a^2} = \frac{1}{1{,}18^2}(10{,}14 - j\,11{,}28) = 7{,}30 - j\,8{,}10$$
$$Z_{1m} = 2{,}02 + j\,2{,}79$$

Prema jedn. 10-79 i 10-80

$$Z_0 = 4{,}66 - j\,2{,}66$$
$$Z_d = 2{,}64 - j\,5{,}45 \qquad -Z^2_d = +22{,}7 + j\,28{,}9$$

Pri klizanju $s = 0{,}50$ a prema tablici na početku rešenja,

$$Z_f = 7{,}62 + j\,2{,}97 \qquad Z_b = 2{,}58 + j\,2{,}16$$
$$Z_0 = 4{,}66 - j\,2{,}66 \qquad Z_0 = 4{,}66 - j\,2{,}66$$
$$Z_0 + Z_f = 12{,}28 + j\,0{,}31 \qquad Z_0 + Z_b = 7{,}24 - j\,0{,}50$$

Zamenom brojnih vrednosti u jedn. 10-86 i 10-87 dobiva se tada

$$I_{mf} = \frac{946 \angle -35{,}0^\circ}{114{,}0 \angle 11{,}6^\circ} = 8{,}30 \angle -46{,}6^\circ = 5{,}69 - j\,6{,}03$$

$$I_{mb} = \frac{577 \angle 16{,}8^\circ}{114{,}0 \angle 11{,}6^\circ} = 5{,}05 \angle 5{,}2^\circ = 5{,}03 + j\,0{,}46$$

Struja glavnog namotaja $I_m =$ zbir $= 10{,}72 - j\,5{,}57 = 12{,}1$ A

Prema jedn. 10-64

$$j\frac{I_{mf}}{a} = 5{,}11 + j\,4{,}82$$

$$-j\frac{I_{mb}}{a} = \underline{0{,}39 - j\,4{,}27}$$

Struja pomoćnog namotaja $I_a = 5{,}50 + j\,0{,}55 = 5{,}53$ A

Linijska struja $I = I_m + I_a = 16{,}22 - j\,5{,}02 = 17{,}0\ \underline{/-17{,}2^\circ}$

Sačinilac snage $= \cos 17{,}2^\circ = 0{,}955$

Napon kondenzatora $= 5{,}53 \cdot 14{,}8 = 81{,}8$ V

Prema jedn. 10-88 i 10-89,

$$P_{gf} = 2 \cdot 8{,}30^2 \cdot 7{,}62 = 1\,048 \text{ W}$$

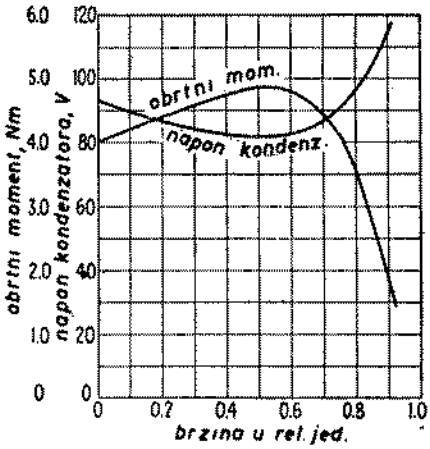
$$P_{gb} = 2 \cdot 5{,}05^2 \cdot 2{,}58 = \underline{132 \text{ W}}$$

$$\text{Razlika} = 916 \text{ W}$$

Prema jedn. 10-13,

$$M = \frac{916}{188{,}5} = 4{,}86 \text{ Nm (ili 3,59 funti-stopa)}$$

Podaci za krive unutrašnjeg obrtnog momenta i napona kondenzatora prikazani na sl. 10-30 bili su izračunati po sličnom računskom postupku sa drugim usvojenim vrednostima za klizanje. Opšti oblik karakteristike tipičan je za motore s polaznim kondenzatorom. Pada u oči prilično nagao porast napona na krajevima kondenzatora kad se brzina poveća iznad oko 0,7. Sa porastom brzine motora raste i njegova reaktansa, te se motor približava stanju sličnom rezonansi. Jedan od problema sa kojima se konstrukter suočava sastoji se u podesnom izboru pravilne kombinacije konstanti pomoćnog namotaja, odnosa broja navojaka i nominalnog kapaciteta kondenzatora kako bi se dobila pogodna karakteristika obrtnog momenta a da se ne prouzrokuje preteran napon na krajevima kondenzatora.[15]



Sl. 10-30. Izračunate krive obrtnog momenta i napona na krajevima polaznog kondenzatora za motor s dva kondenzatora, 1/4 KS, 110 V, iz primera 10-5

10-11. Rezime. Iako su bili dodirnuti i drugi predmeti, glavni predmet ove glave je nastavak teorije asinhronih mašina iz gl. 9. Ova teorija je u gl. 10 postupno proširena polazeći od proste teorije obrtnog polja simetričnog višefaznog asinhronog motora. Svedeni na ono što je u njima bitno, novi pojmovi uvedeni u ovoj glavi malobrojni su i jednostavni. Osnovni pojam je razlaganje talasa m. m. s. statora u dva talasa konstantnih amplituda, koji se obrću po obimu vazdušnog procepa sinhronom brzinom a u suprotnim smerovima, direktnom i inversnom. Kad je klizanje direktnog polja s, klizanje inversnog polja je $2 - s$. Svako od ovih komponentnih polja proizvodi odgovarajuće dejstvo, baš kao u simetričnom višefaznom motoru. Sa gledišta statora dejstvo rotora može se predstaviti i kvantitativno izraziti pomoću prostih ekvivalentnih kola. Lakoća s kojom se na taj način mogu objasniti unutrašnja zbivanja glavna je korist od teorije dva obrtna polja.

[15] Za konstrukcione metode zasnovane na teoriji poprečnog polja vidi T. C. Lloyd i Sheldon S. L. Chang, A Design Method for Capacitor Motors, *Trans. AIEE*, vol. 66, str. 652 do 657, 1947; Sheldon S. L. Chang, A Design Method for Capacitor Start Motors, *Trans. AIEE*, vol. 66, str. 1369 do 1374, 1947.

Za jednofazni namotaj direktna i inversna komponenta talasa m. m. s. su jednake, a njihova amplituda je ravna polovini najveće vrednosti maksimuma nepomične pulzacione m. m. s. koju proizvodi namotaj. Razlaganje statorske m. m. s. na njenu direktnu i inversnu komponentu vodi onda fizičkom pojmu jednofaznog motora opisanom u od. 10-1 i najzad kvantitativnoj teoriji izloženoj u od. 10-6 i ekvivalentnim kolima sa sl. 10-14.

Sledeći korak u proširivanju naše teorije je ispitivanje mogućnosti da se razlaganje u dva obrtna polja primeni na simetrični dvofazni motor priključen na neuravnotežene napone, kao u od. 10-8. Ovo ispitivanje vodi ka pojmu simetričnih komponenata pomoću kojih se neuravnoteženi dvofazni sistem struja ili napona može razložiti na zbir dva uravnotežena dvofazna komponentna sistema suprotnih faznih redosleda. Razlaganje struja na sisteme simetričnih komponenata ekvivalentno je s razlaganjem talasa statorske m. m. s. u njegovu direktnu i inversnu komponentu, te su unutrašnje reakcije rotora na svaki od sistema simetričnih komponenata istovetne sa onima koje smo već ispitali. Veoma sličan proces razmišljanja, koji ovde nije izložen, vodi dobro poznatom metodu trofaznih simetričnih komponenata za rešavanje problema iz oblasti neuravnoteženog rada trofaznih rotacionih mašina. Lakoća s kojom se rotacione mašine mogu analizovati pomoću teorije obrtnog polja predstavlja glavnu korist ove metode simetričnih komponenata

Ukoliko su osnovni pojmovi u pitanju, metod simetričnih komponenata iz od 10-8 može se vrlo lako izmeniti tako da se uticaj nejednakih brojeva navojaka u statorskim namotajima dvofaznog motora može uzeti u obzir kao u od. 10-10. Treba samo da se struje i naponi svedu na odredeni namotaj pomoću odnosa efektivnih brojeva navojaka, na isti način kao u teoriji statičkih transformatora. Uticaj nejednakih impedansi statorskih kola takođe je obuhvaćen, ali se time ne uvode novi pojmovi već se samo algebarske operacije malo produžuju. Uticaj neuravnoteženih statorskih impedansi čini da dva sistema simetričnih komponenti postaju uzajamno zavisni, kao što pokazuje ekvivalentno kolo na sl. 10-28*b*. Ovo ekvivalentno kolo važi za veoma različite vrste asinhronih motora čiji su važni primeri kondenzatorski motor i motor s pomoćnom fazom.

Transformacije simetričnih komponenata iz od. 10-8 i 10-10 se mogu prosto smatrati kao matematičko menjanje promenljivih, što ima za cilj da se dobiju nove promenljive sa kojima je lakše operisati i koje imaju prilično jasno fizičko značenje. Matematička fizika puna je transformacija te vrste — na primer, razlaganje sistema sila koje deluju na neko telo na komponente X, Y, Z sa dejstvom u težištu i na obrtne momente koji izazivaju obrtanje oko težišta. Fizičko značenje i matematička jednostavnost idu obično naporedo. Sa jasnim fizičkim predstavama o onome što se zbiva u prostim situacijama mogu se složeniji slučajevi objasniti kao rezultanta prostih elemenata. Metod simetričnih komponenata je dobar primer toga.

ZADACI

10-1. Koju vrstu motora biste upotrebili za sledeće primene? Dati obrazloženje. Vakuumski usisač. Hladnjača. Mašina za pranje rublja. Plamenik za tečno gorivo, za domaćinstvo. Stoni ventilator. Mašina za šivenje. Brus. Časovnik. Mešalica za hranu. Gramofon. Ručna električna bušilica.

10-2. U stanju mirovanja, struje u glavnom i pomočnom namotaju asinhronog motora s polaznim kondenzatorom su $I_m = 14{,}14$ A i $I_a = 7{,}07$ A. Struja pomočnog namotaja prednjači pred strujom glavnog namotaja za 60°. Efektivni brojevi navojaka po polu — tj. brojevi navojaka korigovani s obzirom na uticaj raspodele namotaja — su $N_m = 80$ i $N_a = 100$. Namotaji su prostorno postavljeni pod pravim uglom. Odrediti amplitude direktnog i inversnog talasa statorske m. m. s. Pretpostavimo da se veličina i faza struje pomočnog namotaja mogu podešavati. Koja bi veličina i faza ove struje proizvela samo direktni talas m. m. s.?

10-3. Naći odatu mehaničku snagu jednofaznog četvoropolnog asinhronog motora 1/4 KS, 110 V, 60 Hz, čije su konstante pri klizanju 0,05 sledeće:

$r_{1m} = 1{,}86\,\Omega$ $\quad x_{1m} = 2{,}56\,\Omega$

$x_\varphi = 53{,}5\,\Omega$

$r_2 = 3{,}56\,\Omega$ $\quad x_2 = 2{,}56\,\Omega$

Gubici u gvožđu = 35 W. Trenje i ventilacija = 13,5 W.

10-4. Gubici usled obrtanja u praznom hodu jednofaznog četvoropolnog asinhronog motora, 1/6 KS, 110 V, 60 Hz, iznose 25,0 W. Pri klizanju $s = 0{,}06$ koje odgovara nominalnom opterećenju, ukupni gubici u bakru rotora su 25 W. Za svrhe ovog zadatka gubici u bakru statora mogu se zanemariti.

a) Kolika je snaga dovedena mašini pri klizanju $s = 0{,}06$?

b) Kolikt je gubitak u bakru rotora prouzrokovan inversnim poljem?

10-5. Jednofazni četvoropolni asinhroni motor, 1/4 KS, 115 V, 60 Hz, ispitivan pod opterećenjem dao je sledeće rezultate:

Priključeni napon $U = 115$ V pri 60 Hz
Struja glavnog namotaja $I_m = 3{,}70$ A
Dovedena snaga = 270 W

Namotaj za puštanje u rad bio je otvoren za vreme ogleda. Ostali podaci su:

Otpor glavnog statorskog namotaja $r_{1m} = 2{,}00\,\Omega$

Komponenta omskog otpora u impedansi inversnog polja, $R_b = 1{,}50\,\Omega$ za navedeno klizanje ogleda.

Izračunati rezultantni unutrašnji obrtni momenat pri uslovima ogleda pod opterećenjem. Zanemariti gubitke usled obrtanja i gubitke u gvožđu.

10-6. Za jednofazni asinhroni motor iz primera 10-1 kad radi s klizanjem 0,05, odrediti odnos direktnog talasa fluksa prema inversnom talasu fluksa. Nacrtati polutalas rezultantne raspodele fluksa za trenutke koji odgovaraju $\omega t = 0{,}45^0$, 90^0, 135^0 i 180^0, uzimajući da je vreme ravno nuli u trenutku kad su direktni i inversni talas fluksa prostorno u fazi. Kad se direktni i inversni talasi fluksa predstave prostornim vektorima kao što su vektori m. m. s. *f* i *b* na sl. 10-2*c*, nacrtati dijagram koji prikazuje komponente i rezultantu za tih pet vrednosti vremena. Skicirati geometrijsko mesto vrha vektora koji predstavlja rezultantni talas fluksa u vazdušnom procepu. Šta mislite koja vrsta krive je to geometrijsko mesto?

10-7. Jednofazni četvoropolni asinhroni motor, 1/6 KS, 110 V, 60 Hz, radi s klizanjem $s = 0{,}03$ kad mu se priključi nominalni napon. Ukupni gubici u bakru rotora su 12,65 W, a motor razvija rezultantni unutrašnji obrtni momenat od 0,324 Nm. Geometrijsko mesto vrhova vektora koji predstavlja talas rezultantnog fluksa u vazdušnom procepu je elipsa za koju odnos između dužina najveće i najmanje ose iznosi 1,136. Za klizanje $s = 0{,}03$ naći sledeće:

a) odnos između talasa inversnog i direktnog fluksa;

b) snagu koju statorski namotaj odaje inversnom polju;

c) unutrašnji obrtni momenat direktnog polja;

d) odnos inversnog prema direktnom talasu m. m. s. statora;

e) odnos efektivne vrednosti rotorske struje koju indukuje inversno polje prema efektivnoj vrednosti rotorske struje koju indukuje direktno polje.

10-8. Izvesti izraz brzine, različite od nule, jednofaznog asinhronog motora pri kojoj je unutrašnji obrtni momenat ravan nuli i to u funkciji od Q_2 (vidi jedn. 10-21).

10-9. Motor iz zad. 10-3 pokreće se mehanički tačno sinhronom brzinom.

a) nacrtati njegovo ekvivalentno kolo s brojnim vrednostima parametra;

b) izračunati struju uzetu iz mreže;

c) izračunati snagu koja iz mreže ide u vazdušni procep;

d) izračunati gubitke u bakru rotora proizvedene direktnim poljem, a zatim one koje proizvodi inversno polje;

e) pod pretpostavkom da se svi gubici u gvožđu stvaraju u statoru, izračunati mehaničku snagu potrebnu za pogon motora;

f) kako se rotor snabdeva energijom koja se troši na njegove gubitke u bakru?

10-10. Na osnovu niže navedenih ogledniih podataka, naći parametre ekvivalentnog kola pri 70° C i gubitke usled obrtanja u praznom hodu. Podaci se odnose na jednofazni četvoropolni asinhroni motor 1/4 KS, 110 V, 60 Hz.

Ogled praznog hoda	*Ogled kratkog spoja (samo glavni namotaj)*
$U = 110$ V	$U = 110$ V
$I = 2{,}73$ A	$I = 16{,}6$ A
$P = 56$ W	$P = 1260$ W

Otpor glavnog namotaja pri 25°C = 1,463 Ω
Otpor glavnog namotaja posle ogleda kratkog spoja = 1,48 Ω

10-11. Rezultati ogleda praznog hoda jednofaznog šestopolnog asinhronog motora, 1/6 KS, 110 V, 60 Hz, su sledeći:

Priključeni napon $U = 110$ V pri 60 Hz
Struja glavnog namotaja $I_m = 3{,}16$ A (pomoćni namotaj otvoren)
Dovedena snaga = 188 W
Odata mehanička snaga nije merena. Ostali podaci o ovom motoru su sledeći:
Otpor glavnog namotaja $r_{1m} = 2{,}86\ \Omega$
Otpor rotora $r_2 = 4{,}64\ \Omega$

Rotorski sačinilac kvaliteta $Q_2 = \dfrac{X_{22}}{r_2} = 15{,}5$

Odnos reaktansi $\dfrac{X_\varphi}{x_{22}} = 0{,}95$

Gubici usled obrtanja (gubici u gvožđu plus trenje i ventilacija) = 30 W

a) Izračunati ukupne gubitke motora u uslovima ogleda pod opterećenjem kad je klizanje poznato i iznosi tačno 0,043. Naći odatu mehaničku snagu.

b) Klizanje se pri ogledu može odrediti brzo ali netačno čitajući brzine na tahometru. Na bazi brzine motora od 1130 ob/min, pročitane na tahometru pri tom ogledu pod opterećenjem, izračunati gubitke i odatu mehaničku snagu. Uporediti rezultate sa onim iz tač. *a)*.

10-12. Mali dvofazni dvopolni asinhroni motor ima sledeće konstante pri 60 Hz:

$r_{1m} = 357\ \Omega$ $\qquad r_2 = 255\ \Omega$
$x_{1m} = x_2 = 50\ \Omega$ $\qquad x_\varphi = 920\ \Omega$

Glavni i pomoćni namotaj imaju isti broj navojaka. Ovaj motor služi kao tahometar sa referentnim naponom učestanosti 60 Hz priključenim na njegov glavni namotaj, kao na sl. 10-17. Izračunati osetljivost napona usled rotacije kao odnos izlaznog prema ulaznom naponu po jedinici brzine obrtanja u blizini brzine nula. Izračunati i fazni ugao izlaznog napona u odnosu na ulazni napon.

10-13. *a)* Naći polazni momenat motora iz primera 10-3 pri propisanim uslovima.

b) Uporediti rezultat iz tač. *a)* s obrtnim momentom koji bi motor razvio pri puštanju u rad ako bi mu se priljučili uravnoteženi dvofazni naponi od 220 V.

c) Dokazati da je, uopšte, polazni momenat dvofaznog motora isti, kad mu se na stator priključe bilo nejednaki uzajamno upravni naponi U_m i U_a bilo uravnoteženi dvofazni naponi intenziteta $\sqrt{U_m U_a}$.

10-14. Asinhroni motor iz primera 10-3 napaja se iz neuravnoteženog dvofaznog izvora preko 4 provodnika čija impedansa je $1{,}0 + j\,3{,}0\ \Omega$ po fazi. Naponi izvora, izraženi vektorski, su:

$$U_m = 240\underline{/0^0}\ \text{V} \qquad U_a = 200\underline{/75^0}\ \text{V}$$

Za klizanje od 0,05 dokazati da je radna karakteristika asinhronog motora takva da naponi na njegovim krajevima približnije odgovaraju naponima uravnoteženog dvofaznog sistema nego naponi izvora.

10-15. Konstante ekvivalentnog kola u Ω po fazi, svedeni na stator, za dvofazni četvoropolni asinhroni motor s kaveznim rotorom, 1,5 KS, 220 V, 60 Hz, navedeni su dole. Gubici usled obrtanja u praznom hodu su 200 W.

$r_1 = 3{,}2$ $\qquad r_2 = 2{,}4$
$x_1 = x_2 = 3{,}2$ $\qquad x_\varphi = 100$

a) Napon priključen na fazu m je $220\underline{/0^0}$ V, a na fazu a je $220\underline{/60^0}$. Pri klizanju $s = 0{,}04$, $Z_f = 41{,}9 + j\,27{,}8\ \Omega$ a $Z_b = 1{,}20 + j\,3{,}2\ \Omega$. Koliki je rezulantni obrtni momenat u vazdušnom procepu?

b) Koliki je polazni momenat s priključenim naponima prema tač. *a)*?

c) Priključeni naponi su podešeni tako da je $U_m = 220\underline{/0^0}$ a $U_a = 220\underline{/90^0}$. Puno opterećenje mašine nastaje pri $s = 0{,}04$. Pri kojoj vrednosti klizanja nastaje maksimalni obrtni momenat? Koja je vrednost maksimalnog obrtnog momenta u vazdušnom procepu?

d) Dok motor radi kao u tač. *c)*, prekinuto je kolo faze a. Koliku snagu razvija mašina pri klizanju $s = 0{,}04$?

e) Koji napon se javlja na krajevima otvorene faze a pod uslovima navedenim u tač. *d)* pri $s = 0{,}04$?

10-16. Motor iz zad. 10-12 služi kao dvofazni servomotor. Ako je napon referentne faze 100 V, a napon upravljačke faze od 70 V prednjači pred prvim za 90° (oba napona učestanosti 60 Hz), izračunati:

a) odnos talasa inversnog fluksa prema talasu direktnog fluksa, u stanju mirovanja;

b) odnos talasa inversnog fluksa prema talasu direktnog fluksa, pri klizanju $s = 0{,}80$;

c) razvijenu unutrašnju mehaničku snagu, u W, pri $s = 0{,}80$.

10-17. Za dvofazni asinhroni motor iz primera 10-4, nacrtati familiju krivih gubitaka snage u rotoru i razvijene unutrašnje snage za vrednosti napona upravljačke faze od 1,00, 0,50 i 0 u relativnim jedinicama, a za opseg brzina od —1 do +1 u relarivnim jedinicama. Priključeni naponi su međusobno pomereni za 90°. Izraziti snagu u relativnim jedinicama uzimajući kao bazu snagu koju statorski namotaji isporučuju vazdušnom procepu u stanju mirovanja kad se na dve statorske faze priključe dvofazni uravnoteženi naponi od 1,00 u relativnim jedinicama.

10-18. Mali dvopolni asinhroni motor s kaveznim rotorom, namenjen servosistemu, ima na statoru simetrične dvofazne namotaje. U stanju mirovanja, ulazna impedansa, merena na krajevima svakog od statorskog namotaja je $305 + j\,51\ \Omega$. Za svrhe ovog zadatka se gubici usled obrtanja i gubici u gvožđu mogu zanemariti. Na krajeve statora priključeni su dvofazni uravnoteženi naponi od 100 V, 60 Hz. Podaci za tri tačke karakteristike obrtni momenat—klizanje ovog motora su sledeći:

Obrtni momenat, Nm	0,064	0,082	0,088
Klizanje, u relativnim jedinicama	0,50	1,00	1,50

Ako se napon referentne faze održava konstantnim na 100 V, 60 Hz, a napon upravljačke faze smanji na 50 V (dok su vektori napona vremenski međusobno upravni), izračunati:

a) obrtni momenat u stanju mirovanja;

b) snagu dovedenu referentnoj fazi, u stanju mirovanja;

c) snagu dovedenu upravljačkoj fazi, u stanju mirovanja;

d) ukupne gubitke u bakru rotora, u stanju mirovanja;

e) obtni momenat pri $s = 0{,}50$.

10-19. Za dvofazni servomotor iz zad. 10-18 u stanju mirovanja sa 100 V priključenih na referentnu fazu i promenljivim naponom priljučenim na upravljačku fazu, nacrtati krive sledećih promenljivih u funkciji od obrtnog momenta u stanju mirovanja:

a) ukupne gubitke u bakru rotora;

b) gubitke u bakru upravljačke faze statora;

c) gubitke u bakru referentne faze statora;

d) snagu dovedenu upravljačkoj fazi;

e) snagu dovedenu referentnoj fazi.

10-20. Simetričnim dvofaznim servomotorom proizvodi se obrtni momenat od 1,25 funti-stopa (tj. 1,7 Nm) u stanju mirovanja kad mu se priključe uravnoteženi naponi od 100 V.

Ako motor treba da pri brzini nula razvije ubrzanje od 64,4 rad/s² pri opterećenju bez trenja, ali sa momentom inercije od 0,5 funti-kvadratnih stopa (tj. 0,042 kgm²), kolikim naponom treba napajati pomoćni namotaj, ako se glavni namotaj napaja sa 100 V; dva napona su vremenski međusobno pomerena za 90°.

10-21. Pri polasku (rotor u stanju mirovanja) struje u glavnom i pomoćnom namotaju jednofaznog asinhronog motora sa polaznim kondenzatorom su

$$I_m = 15\ \text{A} \qquad\qquad I_a = 10\ \text{A}$$

I_a prednjači ispred I_m za 60°. Pomoćni i glavni namotaj su međusobno upravni u prostoru, a odnos efektivnih brojeva navojaka pomoćnog i glavnog namotaja je 1,50.

Za uslove pri puštanju u rad izračunati:

a) odnos amplituda direktnog i inversnog talasa statorske m. m.s.;

b) odnos amplituda direktnog i inversnog talasa fluksa u vazdušnom procepu;

c) odnos direktnog i inversnog obrtnog momenta;

d) odnos direktnog obrtnog momenta prema rezultantnom polaznom momentu.

10-22. *a)* Koliku vrednost mora imati polazni kondenzator da bi pri puštanju u rad motora iz primera 10-5 proizveo struju pomoćnog namotaja vremenski upravnu na struju glavnog namotaja? Uzima se da kondenzator nema gubitaka.

b) Koliki polazni momenat razvija motor s tim polaznim kondenzatorom?

c) Nacrtati vektorski dijagram za uslove puštanja u rad, uzimajući napon napajanja kao referentni vektor. Prikazati vektor struje glavnog namotaja i geometrijsko mesto vektora struje pomoćnog namotaja kad se menja kapacitet polaznog kondenzatora. Svi ostali parametri su konstantni. Iz analize zasnovane na proučavanju ovog vektorskog dijagrama, izračunati maksimalni unutrašnji polazni obrtni momenat (u Nm) koji se sa ovim motorom može postići menjajući polazni kondenzator.

Izračunati i odgovarajuću vrednost kapaciteta (u μF).

10-23. Kondenzatorski motor i njegov kondenzator mogu se konstruisati tako da se inversno polje eliminiše za izvesnu određenu vrednost klizanja (vidi literaturu navedenu u napomeni 3). Pri tom klizanju motor radi kao uravnotežen dvofazni motor. Za motor iz primera 10-5 naći vrednost otpora i reaktanse za kondenzator sa kojim bi se dobio uravnoteženi dvofazni rad pri klizanju $s = 0{,}04$.

10-24. Dok kondenzatorski motor iz primera 10-5 radi s klizanjem $s = 0{,}5$ pomoćni namotaj i s njim na rad vezani polazni kondenzator slučajno su isključeni iz mreže od 110 V i kratko spojeni. Za $s = 0{,}5$ naći struje u glavnom i pomoćnom namotaju i rezultantni unutrašnji obrtni momenat.

GLAVA 11

GENERATORI REGULACIONOG TIPA I AUTOSINHRONIZACIONE MAŠINE

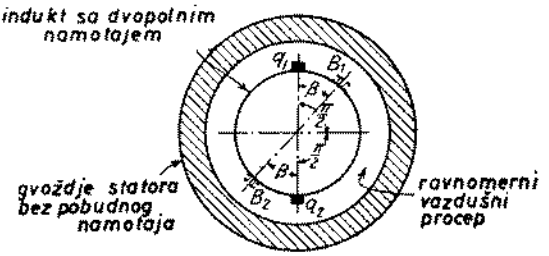
Ova glava ima za predmet naročito da opiše konstrukciju i rad i da razmotri radne karakteristike dve različite vrste mašina za specijalne svrhe: generatora jednosmerne struje regulacionog tipa (amplidin, rototrol, reguleks) i autosinhronizacionih mašina (selsin, sinhro, autosin). Mašine prvo pomenute vrste imaju jedan ili više induktora s nezavisnim pobuđivanjem, koji uz utrošak malog iznosa snage omogućuju skoro potpuno regulisanje relativno velikim iznosom snage u kolu indukta. One se razlikuju od običnih generatora jednosmerne struje s nezavisnim pobuđivanjem utoliko što su ovde preduzete naročite mere da se regulisanje postiže sa malim utroškom snage i da odziv na komandne signale bude što brži. Upotrebljavaju se uglavnom kao komponente izvesnog sistema mašina, kao što je Vard-Leonardov sistem iz od 6-1, u kojima je najnužnije da se precizno reguliše krajnja izlazna veličina. Mašine druge pomenute vrste namenjene su primenama kao što je tzv. električna osovina tj. gde dva ili više vratila treba održati u tačnom ili približno tačnom sinhronizmu. One mogu same da daju neposredno obrtne momente potrebne za održanje sinhronizma (kao u trofaznim električnim osovinama razmatranim u gl. 9) ili mogu da sačinjavaju sistem za prenošenje podataka koji električnim putem obaveštava o neslaganju tako da drugi uređaj koji raspolaže relativno većom snagom može to neslaganje da ispravi.

U ovoj glavi se pojavljuju dve srodne teme kao posebni pojmovi. Prva je elastičnost komutatorskih mašina; njen razvoj predstavlja dalje istraživanje stepenâ slobode pruženih konstruktorima i pogonskim inženjerima koji nastoje da postignu najekonomičniji kompromis između radnih karakteristika stvarnih mašina odnosno radnih karakteristika sistema i željenog ideala, naročito kad je ideal teško dostižan i veoma složen. Druga tema, najpre izražena u od. 4-13, tiče se pojedinačne mašine kao elementa sistema — kao dela izvesnog sistema za elektromehaničko pretvaranje ili prenošenje energije, dela koji se mora na odgovarajući način prilagoditi ostalim sastavnim delovima sistema kako u pogledu primljene tako i u pogledu odate snage.

Nas ovde prvenstveno interesuje razvoj ideja, pojmova i metoda koji imaju izvesnu potencijalnu vrednost za postizanje tačno određenih radnih karakteristika. Pojedinosti kao što je obrada zasićenja, uticaj neravnomernosti vazdušnog procepa i, uopšte, činioci kojima se izazivaju samo odstupanja od sekundarne važnosti u odnosu na ustanovljeni ideal, nisu kvantitativno proučavane. Tako su jednačine upotrebljene samo zbog njihove osobine da koncizno izraze ideje i pojmove, a ne i sa namerom da se razviju tačni metodi računske analize. U mnogim slučajevima priroda modifikacija i mera preduzetih da bi se obuhvatili zanemareni činioci postaće očigledna na osnovu metoda iz prethodnih šest glava.

11-1. Mašine za jednosmernu struju s pobuđivanjem indukta. Kad kroz indukt mašine za jednosmernu struju prolazi struja, u vazdušnom procepu se

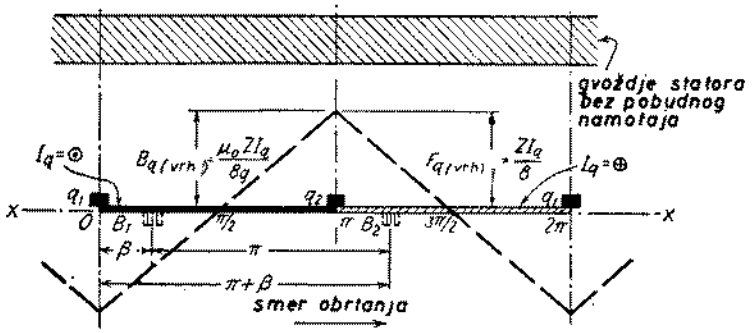
javlja talas m. m. s. indukta ili talas reakcije indukta, prikazan na sl. 4-13 i detaljno razmotren u od 5-1; usled toga se uspostavlja i odgovarajuća komponenta fluksa u vazdušnom procepu. Ovaj fluks ostaje prostorno nepokretan; njega prema tome presecaju svi provodnici obrtnog indukta i on u njima indukuje napone. Međutim, rezultantna vrednost ovog napona merenog između normalnih dirki ravna je nuli, pošto putanja od dirke do dirke kroz namotaj obuhvata suprotne napone jednake veličine. Ali još postoji mogućnost da se nap ni određene veličine dobiju između dopunskih dirki postavljenih na drugim tačkama komutatora. Ova mogućnost se ovde proučava najpre za mašinu kod koje je samo indukt pobuden. Zatim se razmatra jednovremena upotreba i indukta i induktora kao pobudnih namotaja. Jedan od praktičnih rezultata ovakvog programa je generator s nezavisnom pobudom, kome je za pobuđivanje dovoljna mnogo manja snaga nego običnom generatoru.



Sl. 11-1. Mašina za jednosmernu struju sa pobudivanjem indukta

a. Pobuđivanje samo induktnog namotaja. Da bismo ispitali mogućnosti pobuđivanja indukta, uzmimo prostu mašinu na sl. 11-1. Indukt ima običan dvopolni dobošasti namotaj kao na sl. 3-37 i 3-38, ali sa dovoljno velikim brojem provodnika, tako da se namotaj može smatrati gusto razdeljenim. Otpori namotaja indukta, dirki i kontakta dirki zanemareni su. U sastavu statora nema nikakvih namotaja već on jednostavno dopunjuje magnetno kolo mašine. Vazdušni procep je potpuno ravnomeran, a magnetni otpor gvozdenih delova magnetnog kola smatra se zanemarljivim. Dve dirke, q_1 i q_2, postavljene na komutator na odstojanju od 180°, vezane su za izvor struje. U ovoj i sledećim šemama komutatorskih mašina, dirke su prikazane u položaju onih provodnika indukta sa kojima su preko komutatora neposredno vezane. U normalnoj mašini za jednosmernu struju ove bi dirke bile u električkom pogledu postavljene u međupolnu ili poprečnu osu.

Kad kroz kolo indukta uspostavljeno dirkama q_1 i q_2 protiče ustaljena jednosmerna struja I_q, u vazdušnom procepu se stvaraju trougaoni talasi m. m. s. i indukcije. Ta činjenica je predstavljena na sl. 11-2, koja prikazuje razvijenu šemu mašine po uzoru na sl. 4-11 i 4-13. Ekvivalentni strujni plaštovi koje stvara pobuđeni namotaj indukta prikazani su crnom trakom i šrafiranom trakom. Radi uproš-



Sl. 11-2. Raspodela magneta motorne sile i indukcije u mašini sa sl. 11-1. Dirke B_1 i B_2 nisu vezane za spoljno kolo

ćenja, isti talas, prikazan isprekidanom linijom, predstavlja jednovremeno m. m. s. i indukciju. Pozitivna ordinata znači fluks koji izlazi iz rotora i usmeren radijalno kroz vazdušni procep ka statoru.

Iz jedn. 4-43, napisane posebno za dvopolni namotaj sa dve paralelne grane, amplituda talasa m. m. s. je

$$F_{q(\text{vrh})} = \frac{ZI_q}{8} \tag{11-1}$$

gde je Z ukupni broj provodnika indukta. Amplituda odgovarajućeg talasa indukcije je

$$B_{q(\text{vrh})} = \frac{\mu_0 Z I_q}{8g} \tag{11-2}$$

gde je g dužina a μ_0 permeabilnost vazdušnog procepa.

Pretpostavimo sada da su dve dopunske dirke B_1 i B_2 (sl 11-1 i 11-2) postavljene na komutator i međusobno razmaknute za ugao 180°, a od dirki q_1 odnosno q_2 pomerene za ugao β. Odmah se pojavljuje pitanje kako sprečiti varničenje na njima ali ostavimo za trenutak to pitanje sa uverenjem da će metodi koji obezbeđuju zadovoljavajuću komutaciju biti docnije prikazani. Uzmimo najpre da dirke B_1 i B_2 nisu vezane za spoljno opterećenje niti kolo. Među njima se javlja napon koji je funkcija fluksa uspostavljenog strujom I_q, brzine i ugla β. Što se tiče kola indukta uspostavljenog tim dirkama, u vazdušnom procepu postoji stacionarni talas indukcije, prikazan isprekidanom linijom na sl. 11-2. Sporedno je da li je ovaj talas stvoren dejstvom statora ili rotora: napon se u provodnicima indukta indukuje kad se oni kreću kroz polje, a rezultantni indukovani napon između dirki je algebarski zbir napona u pojedinačnim provodnicima jedne grane indukta između B_1 i B_2. Za poseban položaj određen sa $\beta = \pi/2$ dirke B_1 i B_2 su u odnosu na talas indukcije u vazdušnom procepu u položaju normalnom za dirke običnog generatora jednosmerne struje, a najupadljivija spoljašnja razlika je u tome da je talas fluksa trouglast umesto da ima uobičajeni oblik s zaravnjenim vrhom koji stvaraju normalni induktori.

Veličina napona otvorenog kola između dirki B_1 i B_2 može se dobiti po postupku koji vodi jednačini 4-38. Tako je prema jedn. 4-35, sa granicama integrisanja promenjenim tako da predstavljaju položaj dirki B_1 i B_2, indukovani napon po navojku

$$E_{B(\text{nav.})} = 4\frac{n}{60}\int_{\beta}^{\pi+\beta} B_\theta \, lr \, d\theta \tag{11-3}$$

Veličina n je brzina obrtanja indukta (u ob/min), l dužina a r poluprečnik indukta. Oznaka B_θ označava ordinatu talasa indukcije za ugao θ meren od početka O na sl. 11-2. Kod dvopolne mašine sa njenim dvema paralelnim granama ima $Z/4$ navojaka na red između dirki. Rezultantni indukovani napon E_B između dirki B_1 i B_2, prema tome, je

$$E_B = \frac{nlrZ}{60}\int_{\beta}^{\pi+\beta} B_\theta \, d\theta \tag{11-4}$$

Vidimo da je napon E_B srazmeran rezultantnom fluksu kroz površinu indukta između tih dirki.

Napon E_B ima očigledno svoju maksimalnu vrednost kad je $\beta = \pi/2$, a mašina je pod tim uslovima efikasniji proizvođač napona i prenosnik snage. Odsada će se uzimati u obzir samo taj položaj dirki, a umesto indeksa B upotrebljavaće se

indeks d kojim se naročito naznačuje uzdužna osa, pomerena za 90 električnih stepeni prema poprečnoj osi. Napon pri otvorenom kolu je tada:

$$E_d = \frac{nlrZ}{60}\int_{\pi/2}^{3\pi/2} B_\theta \, d\theta = \frac{nlrZ}{60}\frac{\pi}{2} B_{q(v2h)} \tag{11-5}$$

gde je vrednost integrala iz jedn. 11-5 izračunata prosto kao površina jednog trougaonog polutalasa indukcije. Primenom jedn. 11-2, napon postaje

$$E_d = \frac{nlrZ}{60}\frac{\pi}{2}\frac{\mu_0 Z I_q}{8g} = \frac{\mu_0 \pi l r Z^2}{2\times 8\times 60g} I_q n \tag{11-6}$$

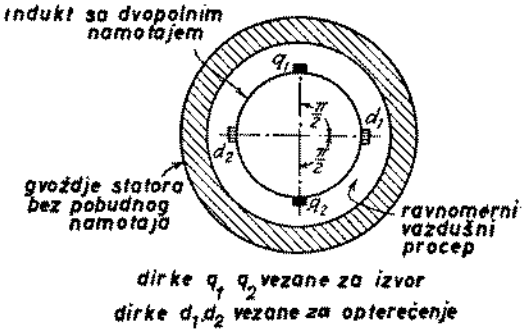
$$= K_{dq} I_q n \tag{11-7}$$

gde je

$$K_{dq} = \frac{\mu_0 \pi l r Z^2}{2\times 8\times 60g} \tag{11-8}$$

Kad se sa dirki d_1 i d_2 ne izuzima struja, na dirke q_1 i q_2 ne mora se priključivati nikakav napon da bi se održala struja I_q pod pretpostavkom da je otpor indukta zanemarljiv. Iz tog razloga je prvobitno rečeno da se dirke q_1 i q_2 vežu za neki izvor struje a ne za više uobičajeni izvor napona. U stvari, naravno, izvestan dovoljan napon mora biti priključen da bi struja I_q savladala obično mali otpor indukta.

Kad se dirke d_1 i d_2 vežu za kolo opterećenja, uslovi u mašini menjaju se zbog komponentne m. m. s. indukta koju stvara struja I_q u tim dirkama. Mašina je šematski prikazana na sl. 11-3 i na razvijenom dijagramu sl. 11-4. U induktu postoje sada jednovremeno dve komponente struje, I_q i I_d. S obzirom da se zasićenje ne uzima u obzir, može se primeniti superpozicija struja, m. m. sila i fluksova, što znači da se uticaji svake komponente struje mogu posebno posmatrati a da se zatim kombinuju da bi se dobilo ukupno dejstvo. Na sl. 11-4 smerovi struje I_q u induktu naznačeni su crnim i šrafiranim površinama iznad horizontalne linije xx. Ovi smerovi i površine isti su kao na sl. 11-2; smer struje menja se na svakoj dirki q. Na sličan način su smerovi struje I_d naznačeni površinom ispod horizontale xx; ovi smerovi se menjaju u svakoj dirki d. U kvadrantima provodnika indukta između dirki d_1 i q_2 i između d_2 i q_1, dve komponente struje se sabiraju tako da su ovi provodnici relativno jako opterećeni u strujnom pogledu. U kvadrantima između q_1 i d_1 i između q_2 i d_2, dve komponente struje su u opoziciji, te su ovi provodnici relativno slabo opterećeni.



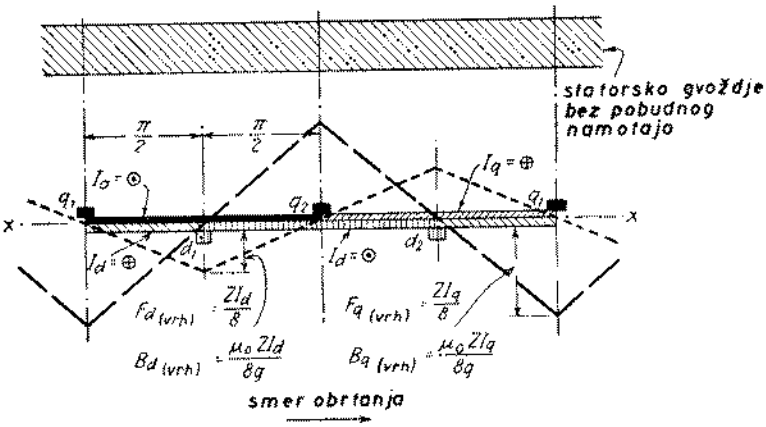
Sl. 11-3. Mašina za jednosmernu struju s pobuđenim induktom i osom dirki pomerenom za 90°

Kao na sl. 11-2, struja I_q stvara u vazdušnom procepu trougaone talase m. m. s. i indukcije, predstavljene na sl. 11-4 isprekidanom linijom. Ovim talasom indukuje se između dirki d_1 i d_2 napon E_d dat jednačinom 11-7. On ne indukuje nikakav rezultantni napon između dirki q_1 i q_2 zbog pomeraja od 90° između nulte tačke talasa i položaja ovih dirki. Ali struja I_d stvara trougaoni talas m.m.s. i indukcije, naznačen tačkastom linijom. Analogno jednačinama 11-5 do 11-8, ovim talasom indukuje se između dirki q_1 i q_2 napon

$$E_q = \frac{\mu_0 \pi l r Z^2}{2 \times 8 \times 60 g} I_d n \tag{11-9}$$

$$= K_{dq} I_d n \tag{11-10}$$

gde je K_{dq} vrednost definisana jedn. 11-8. U fizičkom pogledu taj napon je kontra e.m.s. suprotna struji I_q, te se dirke q_1 i q_2 sad mogu povezati s nekim izvorom napona bez bojazni da će struja I_q biti ograničena samo zanemarljivo malim otporom in-



Sl. 11-4. Raspodela komponentnih m.m.s. i indukcije u mašini sa sl. 11-3

dukta. Talas prikazan tačkastom linijom ne indukuje rezultantni napon između dirki d_1 i d_2 iz istog razloga iz koga i talas prikazan isprekidanom linijom ne indukuje rezultantni napon između dirki q_1 i q_2.

Osnovni izrazi za mašinu, prema tome jesu jedn. 11-7 i 11-10. Za potpuno određivanje radnih karakteristika, ove jednačine moraju se dopuniti odnosima između E_q i I_q određenim izvorom i odnosima između E_d i I_d određenim opterećenjem, a brzina mora biti data ili mora postojati mogućnost da se ona ustanovi. Iz jedn. 11-7 i 11-10 sleduje da je

odata električna snaga $= E_d I_d = K_{dq} I_q I_d n$ i (11-11)

primljena električna snaga $= E_q I_q = K_{dq} I_q I_d n$ (11-12)

tako da je

$$E_q I_q = E_d I_d \tag{11-13}$$

te nema pretvaranja energije. Prema tome, takva mašina je samo jedan transformator jednosmerne struje koja energiju u obliku jednosmerne struje izvesnog nivoa napona i struje pretvara u energiju jednosmerne struje drugog nivoa napona i struje. Sa gledišta pretvaranja energije iz gl. 2, moglo bi se reći da se elektromagnetni obrtni momenat ne proizvodi zato što energija nagomilana u magnetnom polju ne zavisi od položaja rotora, budući da su reluktantni obrtni momenti isključeni pretpostavkom o ravnomernom vazdušnom procepu. Fizički posmatrano, izvor vezan za dirke q_1 i q_2 mora da isporučuje električnu snagu koja odgovara odatoj snazi mašine i gubicima u bakru indukta; uređaj koji goni rotor mora da isporučuje samo mehaničku snagu dovoljnu za pokriće gubitaka usled obrtanja.

Primera radi uzmimo da su napon izvora E_q i brzina n konstantni. Tada je, prema jedn. 11-10, odata struja I_d konstantna i njena vrednost je

$$I_d = \frac{E_q}{K_{dq} n} \tag{11-14}$$

a prema jedn. 11-7 je

$$I_q = \frac{E_d}{K_{dq} n} \tag{11-15}$$

sa naponom E_d određenim karakteristikama opterećenja zajedno sa konstantnom strujom I_d. Konstantnost struje I_d može se fizički proveriti na osnovu slike 11-4, jer kad su brzina i napon priključeni na q_1 i q_2 konstantni, mora i amplituda $F_{d(\text{vrh})}$ tačkasto izvučenog talasa ostati konstantna da bi se stvorila jednaka kontra e.m.s. Prema tome, struja I_d mora ostati konstantna da bi se osigurala konstantnost vrednosti $F_{d(\text{vrh})}$. Pod tim uslovima mašina radi kao *transformator energije konstantnog napona u energiju konstantne struje.* Mogla bi se primeniti za snabdevanje konstantnom strujom nekog motora za jednosmernu struju čiji bi se obrtni momenat imao regulisati podešavanjem pobude.

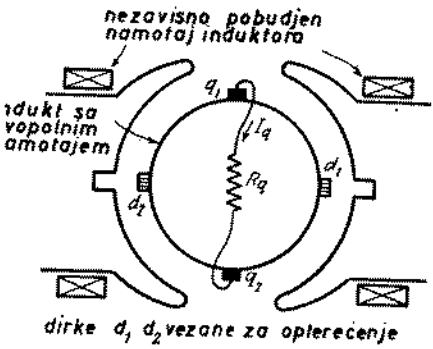
b. Pobuđivanje indukta i induktora: Rozenbergov generator. Da bi se moglo vršiti pretvaranje energije, mašini na sl. 11-3 mora se dodati statorski namotaj. Jedan način da se pretvaranje energije kombinuje sa pobuđivanjem indukta pokazan je na sl. 11-5. Ovde se struja I_q u kolu koje obrazuju dirke q_1 i q_2 ne dobiva iz nekog spoljnog izvora već pomoću indukta koji se obrće u magnetnom polju proizvedenom u osi statorskih polova. S obzirom da su dirke q_1 i q_2 obično kratko spojene, otpor R_q je obično mali otpor indukta, dirki i njihovih kontakta, tako da srazmerno mala pobuda nezavisno pobuđenog induktora može poslužiti za održavanje veoma znatnih vrednosti I_q. Stuja I_q sa svoje strane služi kao pobuda za osu d_1 d_2. Kad su dirke d_1 i d_2 vezane za neko spoljno kolo, struja I_d stvara sopstveno komponentno polje u vazdušnom procepu, koaksijalno sa statorskim poljem i u opoziciji prema njemu. Sva tri komponentna polja prikazana su na razvijenom dijagramu sl. 11-6. Da bi se položaj statorskih polova prikazao na prost i određen način, na sl. 11-5 i 11-6 nacrtani su istureni statorski polovi; vazdušni pocep treba ipak smatrati ravnomernim, jer su talasi m.m.s. i indukcije na sl. 11-6 nacrtani imajući u vidu takvu ravnomernost.

Samo trougaoni talas nacrtan isprekidanom linijom na sl. 11-6 sudeluje u stvaranju napona između dirki d_1 i d_2, slično već razmotrenom slučaju iz od. 11-1*a*. Prema jedn. 11-7 je

$$E_d = K_{dq} I_q n \tag{11-16}$$

Stvaranju napona indukovanog između dirki q_1 i q_2 doprinose kako talas izvučen punom linijom stvoren nezavisno pobuđenim namotajem induktora tako i tačkasto izvučen talas stvoren strujom I_d. Rezultantni namotaj E_q, prema tome, na osnovu jedn. 4-39 i 11-10, je

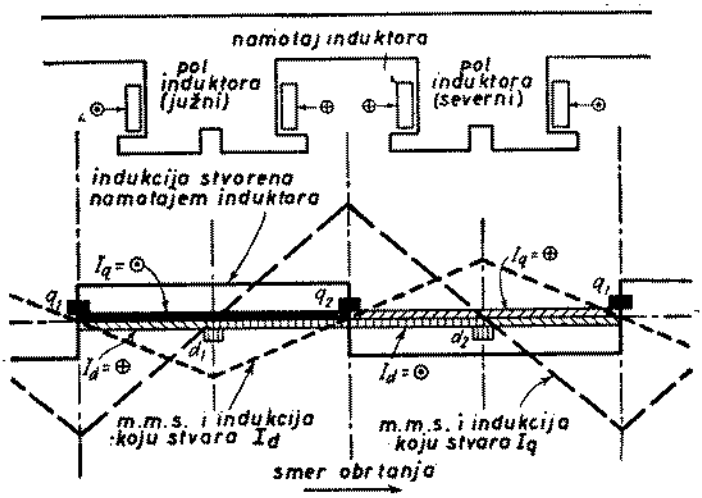
$$E_q = k_E \Phi_f n - K_{dq} I_d n \tag{11-17}$$



Sl. 11-5. Mašina za jednosmernu struju sa pobuđivanjem indukta i induktora (Rozenbergov generator)

gde je Φ_f fluks po polu stvoren nezavisno pobuđenim namotajem, a $k_E = Z/60$ za dvopolnu mašinu. Prvi član na desnoj strani jedn. 11-17 daje komponentu

napona indukovanog talasom izvučenim punom linijom na sl. 11-6, a drugi član daje komponentu indukovanu talasom izvučenim tačkasto; negativni znak je upo-



Sl. 11-6. Raspodele komponentnih m.m.s. i indukcije u mašini sa sl. 11-5

trebljen zato što su dva talasa u opoziciji.

Struja u dirkama q_1 i q_2 je, dakle,

$$I_q = \frac{E_q}{R_q} = \frac{k_E \Phi_f n - E_{dq} I_d n}{R_q} \tag{11-18}$$

Kad se ovaj izraz zameni u jedn. 11-16, napon E_d postaje

$$E_d = \frac{n^2}{R_q} (k_E K_{dq} \Phi_f - K^2_{dq} I_d) \tag{11-19}$$

a struja I_d je

$$I_d = \frac{k_E}{K_{dq}} \Phi_f - \frac{R_q}{K^2_{dq} n^2} E_d \tag{11-20}$$

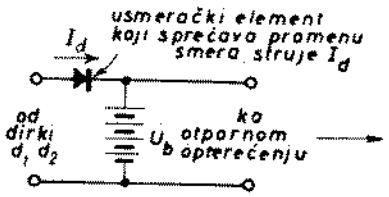
Iz jedn. 11-18 i 11-20 proizilazi da za struju I_d postoji gornja granica i to:

$$I_{d(\max)} = \frac{k_E}{K_{dq}} \Phi_f \tag{11-21}$$

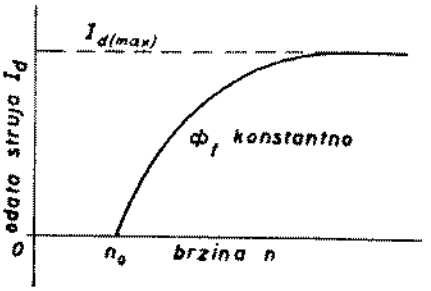
kojoj se ona približuje kad se brzina povećava ili kad se opterećenje približava kratkom spoju. Ova granica ne zavisi od brzine ili od prirode spoljnog kola već neposredno od pobude induktora sa nezavisnim pobuđivanjem. U limesu (koji se nikad ne postiže potpuno) fluksovi po polu talasa izvučenih punom i tačkastom linijom (sl. 11-6) su jednaki, što čini da mašina bude bez fluksa i da I_q postane ravna nuli.

Praktičan primer ove vrste mašine pruža *Rozenbergov generator*, namenjen svrsi osvetljenja železničkih vozova. Mašina na sl. 11-5 pokreće se vagonskom osovinom i vezana je za kolo prema sl. 11-7 u kome akumulatorska baterija daje snagu kad voz stoji ili se kreće ispod izvesne minimalne brzine, a napaja i pobudu induktora. Usmerački elemenat sprečava da se baterija prazni kroz indukt čiji je otpor mali. Naročito preimućstvo ovog uredaja je u tome da je polaritet generatora nezavisan

od smera obrtanja, pa, dakle, i od smera kretanja voza, i u tome što je odata struja generatora tačno određena bez obzira na brzinu. Prva činjenica proizilazi matematički iz zavisnosti E_d od kvadrata brzine u jedn. 11-19, ili fizički proizlazi otuda što promena smera obrtanja izaziva promenu smera struje I_q i njenoga talasa fluksa, a istovremena promena smera obrtanja i fluksa koji indukuje E_d ostavlja polaritet nepromenjen. Odata struja kao funkcija brzine ima oblik pokazan na sl. 11-8, što je samo grafički prikaz jedn. 11-20 sa konstantnim Φ_f i E_d jednakim naponu baterije U_b. Generator ne preuzima opterećenje sve dok drugi član na desnoj strani jednačine ne postane manji od prvog.



Sl. 11-7. Spoljno kolo Rozenbergovog generatora za osvetljenje železničkih vagona

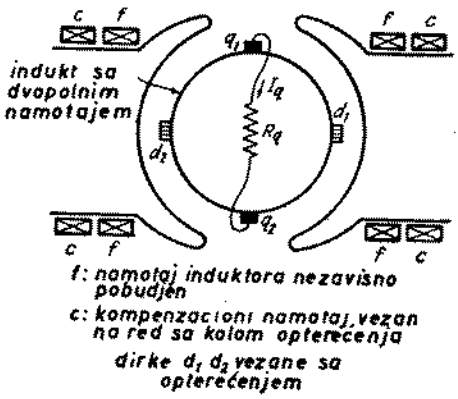


Sl. 11-8. Odata struja kao funkcija brzine za Rozenbergov generator

U komutaciji Rozenbergovog generatora ne pojavljuju se neki ozbiljniji problemi. Dirke d_1 i d_2, iako su električki u središtu statorskih polova, nalaze se u oblasti srazmerno niske indukcije zato što su talasi nacrtani punom i tačkastom linijom na sl. 11-6 u opoziciji; indukcija u toj zoni komutacije smanjena je još i žlebovima u polnim nastavcima pokazanim na sl. 11-5 i 11-6. S obzirom da se Rozenbergov generator konstruiše kao mašina s isturenim polovima, prostor između polova ima ekvivalentno dejstvo kao žlebovi u polovima u pogledu smanjenja indukcije u odnosu na talas izvučen crticama, a u zoni komutovanja dirki q_1 i q_2. Po potrebi bi se mogli postaviti kompenzacioni polovi za obe garniture dirki, ali otporna komutacija udružena sa ovim žlebovima daje zadovoljavajuće rezultate.

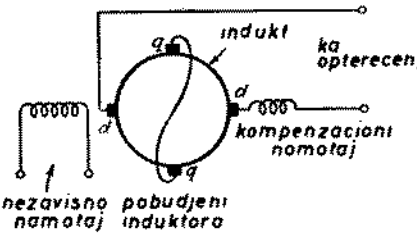
c. Pobuđivanje indukta i induktora sa kompenzacijom: amplidin. Na prirodu karakteristike odate snage Rozenbergovog generatora utiče u znatnoj meri magnetno dejstvo odate struje na fluks u vazdušnom procepu pod polovima statora — drugim rečima, talas nacrtan tačkastom linijom na sl. 10-6. Opozicija između talasa nacrtanih punim i tačkastim linijama prouzrokuje neposredno gornju granicu odate struje i karakteristiku na sl. 11-8. koja je u suštini karakteristika konstantne struje. Štaviše, ova opozicija čini da pobuda nezavisno pobuđenog induktora bude za datu vrednost odate struje znatno veća nego kad tačkasto izvučenog talasa ne bi bilo. Sve ovo navodi da se ispita mogućnost postavljanja i dejstvo dopunskog statorskog namotaja koji bi nadoknađivao e. m. s. reakcije indukta stvorenu odatom strujom.

Mašina na sl. 11-9 sadrži ovakav kompenzacioni namotaj, dok je u svemu ostalom slična mašini na sl. 11-5. I ovde su radi jednostavnosti i jasnoće nacrtani

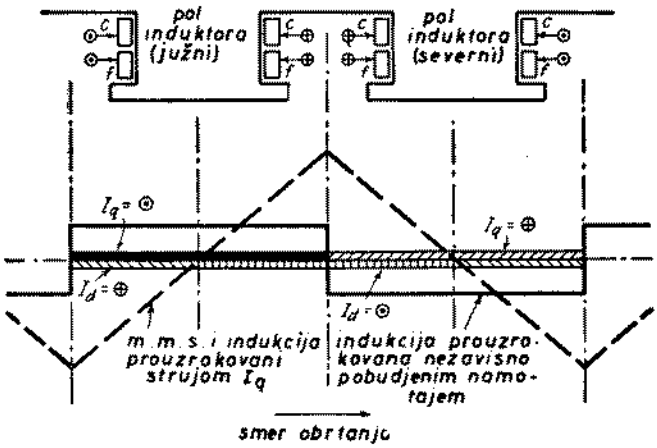


Sl. 11-9. Mašina za jednosmernu struju kojoj je pobuđen indukt i induktor sa kompenzacijom (amplidin-generator)

istureni statorski polovi, iako se u teoriji ostaje pri pretpostavci da je vazdušni procep ravnomeran. Namotaj s oznakom f je ranije razmotreni namotaj s nezavisnom pobudom. Namotaj s oznakom c, međutim, je koncentrisani kompenzacioni namotaj vezan na red sa spoljnim kolom i dirkama d_1 i d_2; kroz njega prema tome prolazi struja I_d. Uobičajeno šematsko predstavljanje ovog generatora, zajedno s vezama i naznačenim položajem osa namotaja induktora, dato je na sl. 11-10. Koncentrisani kompenzacioni namotaj c ne potire u potpunosti sve pojedine tačke talasa nacrtanog tačkastom linijom (sl. 11-6), što bi približno postigao razdeljeni namotaj u polnim nastavcima prema sl. 5-21, ali on ipak, može da proizvede fluks koji neutrališe dejstvo tačkasto nacrtanog talasa u pogledu indukovanja napona između dirki q_1 i q_2. Kompenzacione kanure postavljaju se na istu magnetnu osu s talasom tačkaste linije i moraju samo imati pravilan broj navojaka da bi proizvele fluks po polu jednak i suprotan talasu tačkaste linije. S obzirom da kroz



Sl. 11-10. Šematski prikaz amplidin-generatora s njegovim neophodnim elementima



Sl. 11-11. Raspodela komponentne m.m.s. i indukcije u mašini sa sl. 11-9.

namotaj prolazi ista struja kao kroz dirke d_1 i d_2, prirodno je da se kompenzacija prilagođava promenljivim vrednostima m. m. s. indukta u toj osi. Ali izvesna deformacija raspodele fluksa u vazdušnom procepu ostaje. Kad je ta deformacija preterano izražena, postoji još mogućnost da se kompenzacioni namotaj razdeli u polnim nastavcima, ali je konstrukcija ekonomičnija kad se željeni rezultati mogu postići koncentrisanim namotajem.

Postignuti rezultati prikazani su u razvijenom dijagramu na sl. 11-11. Predstavljena je samo raspodela indukcije usled struje I_q i usled nezavisno pobudenog namotaja pod pretpostavkom da se dejstva struje I_d i kompenzacionog namotaja u pogledu indukovanja napona tačno potiru. Prema jedn. 11-17, izostavljajući član I_d, važi

$$E_q = k_E \Phi_f n \tag{11-22}$$

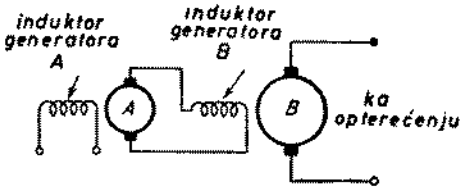
Struja u dirkama q_1 i q_2 je tada

$$I_q = \frac{E_q}{R_q} = \frac{n k_E \Phi_f}{R_q} \tag{11-23}$$

a prema jedn. 11-16, izlazni napon je

$$E_d = K_{dq} I_q n = \frac{k_E K_{dq}}{R_q} \Phi_f n^2 \tag{11-24}$$

U industrijskoj proizvodnji ovakva mašina je poznata pod nazivom *amplidin*[1]. To je uobičajeni oblik generatora regulacionog tipa koji se primenjuje kad se snaga potrebna za nezavisnu pobudu mora ograničiti na najmanju meru zato što je njen izvor slab i kad istovremeno pomoću pobude treba potpuno i približno proporcionalno regulisati odatu snagu za veoma veliki opseg izlaznih napona. Rad amplidina može se fizički uporediti sa radom dva kaskadno spregnuta generatora na sl. 11-12 i on je, prema tome, dvostepena mašina. Nezavisno pobudeni namotaji na sl. 11-10 i 11-12 vrše slične funkcije. Prvi stepen na sl. 11-12 predstavljen je generatorom *A* koji daje pobudu za generator *B*; drugi stepen uređaja je generator *B*. Na sl. 11-10 su dva stepena uklopljena u istu mašinu: prvi stepen predstavlja generatorsko dejstvo koje stvara struju u kratko spojenim dirkama *qq*; fluks u vazdušnom procepu stvoren ovom strujom i generatorsko dejstvo kojim se izlazni napon indukuje izmedu dirki *dd* predstavljaju drugi stepen. Glavnu pobudu daje struja kratko spojenog kola, a nezavisno pobudeni induktor mora samo da obezbedi fluks koji će biti dovoljan da se odgovarajućim indukovanim naponom održava struja kroz granu kratko spojenih dirki čiji je otpor mali. Pobuda i utrošak snage u namotaju indukta, prema tome, mnogo su manji nego u običnom generatoru slične nominalne snage.



Sl. 11-12. Kaskadno spregnuti generatori jednosmerne struje

Sad počinjemo da sagledavamo velike mogućnosti koje dopunske dirke i pobudni namotaji na mašinama za jednosmernu struju pružaju da bi se postigle željene odlike radnih karakteristika. Sve ove mogućnosti moći će biti shvaćene tek kad se podrobno prouči jedna još uopštenija mašina. Takva uopštena mašina za jednosmernu struju naziva se *metadin* i ona je bila temeljno ispitana od strane dr J. M. Pestarini-a.[2] Kao proste posebne slučajeve metadin obuhvata obične mašine za jednosmernu struju i varijante razmatrane u ovom odeljku.

11-2. Amplidin.[3] U opštoj oblasti dinamoelektričnih mašina, skoro potpuno i spontano regulisanje mehaničke odate snage motora postiže se najbolje

---

[1] Za opsežnije teorijsko razmatranje rada amplidina, uključivo metode za određivanje konstanti mašine na osnovu ogleda praznog hoda i kratkog spoja, vidi T. D. Graybeal, Steady-state Theory of the Amplidyne Generator, *Trans. AIEE*, vol. 61, str. 750 do 756, oktobar 1942.

[2] J. M. Pestarini, „Metadyne Statics", John Wiley & Sons, Inc., Njujork, 1952.

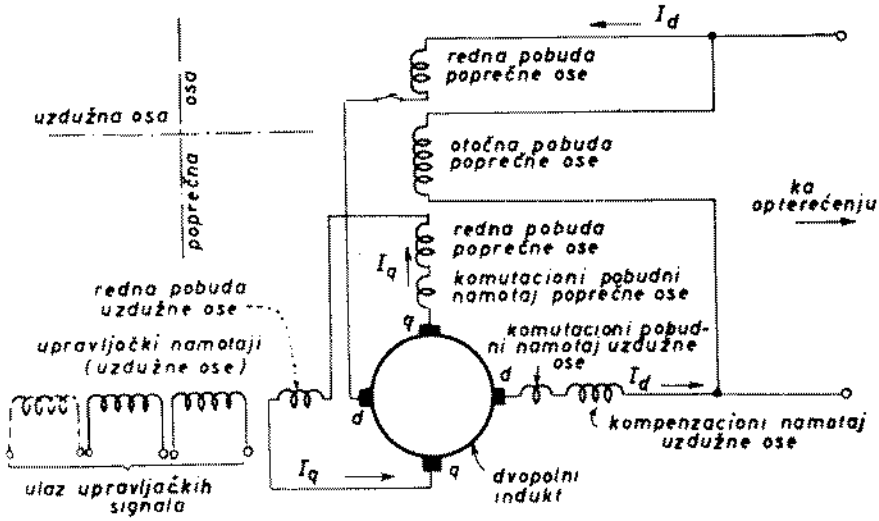
[3] O konstrukciji, teoriji i primenama amplidina, vidi: Alec Fisher, The Design Characteristics of Amplidyne Generators, *Trans. AIEE*, vol. 59, str. 939 do 944, 1940; E. F. W. Alexanderson, M. A. Edwards i K. K. Bowmann, Dynamoelectric Amplifier for Power Control, *Trans. AIEE*, vol. 59, str. 937 do 939, 1940; D. R. Shoults, M. A. Edwards i F. E. Crever, Industrial applications of Amplidyne Generators, *Trans. AIEE*, vol. 59, str. 944 do 949, 1940; J. L. Bower, Fundamentals of the Amplidyne Generator, *Trans. AIEE*, vol. 64, str. 873 do 880, 1945; J. R. Williams, The Amplidyne, *Elec. Eng.*, vol. 65, br. 5, str. 208 do 213, maj 1946;; B. Adkins, Amplidyne Regulating Systems, *J. IEE*, vol. 94, deo II*A*, br. 1, str. 49 do 60, maj 1947.

motorom za jednosmernu struju koji se napaja iz naročito konstruisanog generatora jednosmerne struje. Taj generator može sa svoje strane biti nezavisno pobuđen, a njegov rad može se regulisati neposredno u pobudnom kolu. S obzirom da generator može imati nekoliko pobudnih namotaja u svrhu postizanja željenih izlaznih karakteristika, namotaji induktora u kojima se sprovodi spoljno regulisanje nazivaju se *upravljački namotaji*.

Uopšte uzev, za precizno regulisanje troši se vrlo malo snage u regulacionim kolima, uz primenu merne opreme odgovarajuće osetljivosti za dobivanje regulacionih signala. Iz toga razloga je veoma poželjno da upravljački namotaji pomenutih generatora regulacionog tipa primaju samo sasvim male pobudne struje a prema tome i male iznose regulacione snage. Drugim rečima, odnos snage indukta koja se reguliše prema snazi upravljačkog namotaja mora biti znatno veći nego za obične generatore jednosmerne struje. Čak i u slučaju velikog pojačanja snage, elektronski pojačavači mogu se često umetati između početnog regulacionog signala i upravljačkih namotaja da bi se postigao potrebni ukupni odnos. Dva glavna oblika generatora jednosmerne struje regulacionog tipa opisana su u ovom i sledećem odeljku.

Prvim od ova dva oblika, amplidinom, postiže se veliko pojačanje snage time što je on dvostepena mašina. Neophodni elementi naznačeni su u šemi na sl. 11-10. Pobudnih namotaja može biti više od kojih se pojedini ili svi mogu u posebnim slučajevima upotrebiti da bi se dobile željene odlike karakteristika. Nešto potpunija šema veza sa svim tim pomoćnim pobudnim namotajima data je na sl. 11-13. Izgled raskloplјenog amplidina je na sl. 11-14.

Upravljačkim namotajem, postavljenim u uzdužnoj osi (ili *osi opterećenja*), proizvodi se fluks kojim se indukuje napon usled obrtanja između dirki *qq* postav-

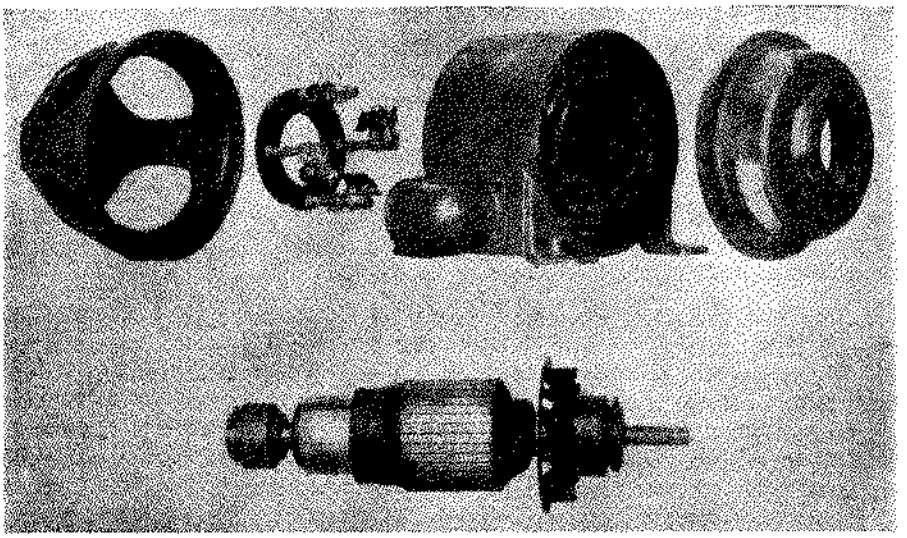


Sl. 11-13. Šema veze amplidin-generatora sa raznim mogućnim pomočnim pobudnim namotajima

ljenih u poprečnoj osi (ili *osi kratko spojenih dirki*). Ovaj rad odgovara radu običnog generatora jednosmerne struje. Ali dirke *qq* su kratko spojene tako da u kolu dirki poprečne ose može struja da bude relativno velika prema relativno maloj struji u upravljačkom namotaju. Struja poprečne ose I_q proizvodi poprečnu reakciju magnećenja indukta, opet kao u običnom generatoru jednosmerne struje; fluks

reakcije indukta je nepokretan u prostoru, a njegova osa se poklapa s poprečnom osom mašine. Ovim fluksom se prema tome stvara između dirki *dd* napon usled obrtanja. Preko ovih dirki uzdužne ose napaja se opterećenje. Ali kompenzacioni namotaj uzdužne ose je neophodan za održavanje napona kad mašina daje struju opterećenja I_d. Kad ne bi bilo kompenzacionog namotaja, m. m. s. reakcije indukta koju stvara I_d bila bi direktno u opoziciji prema m. m. sili upravljačkog namotaja, te bi fluksovi i naponi mašine znatno oslabili. M. m. s. reakcije indukta koju stvara I_d kompenzuje se što je mogućno tačnije pomoću kompenzacionog namotaja normalnog amplidina.

Pobudu amplidina daju, dakle, i indukt i induktor. Upravljački namotaj služi jedino za obezbeđenje dovoljnog napona na dirkama poprečne ose da bi se u kratko spojenoj grani malog otpora stvorila struja I_q. Time se postiže relativno veliko pojačanje snage. U kojoj meri će snaga biti pojačana zavisi od toga koliko raspoloživog prostora zauzima upravljački namotaj. Tako, prema Adkins-u,[4] „tipični amplidin od 2,5 kW treba da ima pojačanje snage u odnosu od 20 000 : 1 kad se



Sl. 11-14. Izgled rasklopljenog amplidin-generatora, 5 kW, 250 V, 20 A, 1750 ob/min *(General Electric Company)*

prostor induktora upotrebi za jedan jedini namotaj. Kad, na primer, glavni pobudni namotaj zauzima 30 odsto od ukupnog prostora, odnos pojačanja pri upotrebi samo tog namotaja iznosi 6 000 : 1". Po potrebi se može postići i mnogo veće pojačanje. U prvom stepenu amplidina (tj. od upravljačkog namotaja do kola poprečne ose indukta) dobiva se znatno veće pojačanje nego u drugom. Ovi odnosi mogu se upoređivati s vrednostima od 20 prema 100 za obične generatore.

Razni pomoćni pobudni namotaji pokazani na sl. 11-13 mogu se dodati da bi se dobile željene radne karakteristike za specifične primene. Ovi pomoćni namotaji imaju približno iste uloge kao komutacioni namotaji, stabilizacioni namotaji i redni pobudni namotaji običnih mašina za jednosmernu struju u postizanju

[4] B. Adkins, Amplidyne Regulating Systems, *J. IEE*, vol. 94, deo II *A*, br. 1, str. 49 do 60, maj 1947.

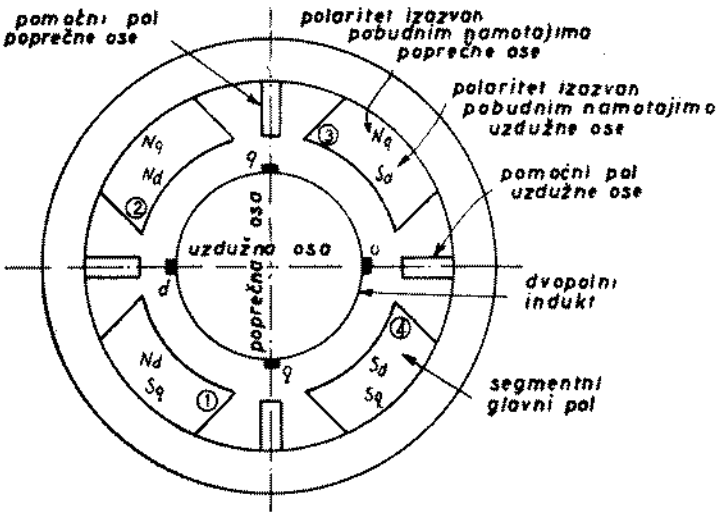
elastičnosti i odgovarajućeg oblika karakteristike. Otočnim pobudnim namotajem poprečne ose, na primer, pojačava se fluks u vazdušnom procepu proizveden strujom poprečne ose indukta I_q, a time se pojačanje uveličava ili, za isto pojačanje, smanjuje se potrebna vrednost struje I_q. Kad se ovaj namotaj upotrebljava, njegova linija otpora mora da bude strmija od krive magnećenja drugog stepena da ne bi došlo do samopobuđivanja amplidina — tj. da izlazni napon koji amplidin proizvodi ne bi bio znatno veći od remanentne vrednosti kad je rezultantna pobuda upravljačkih namotaja ravna nuli. Kolo poprečne ose indukta i pobudni otočni namotaj poprečne ose međusobno su spregnuti u magnetnom pogledu na određen način. Ova sprega obično iziskuje korekcione mere, kao što je primena velike spoljne induktivnosti vezane na red u kolu otočne pobude radi smanjenja prelaznih indukovanih struja u tom kolu.

Fluks koji stvara struja I_q može se takođe pojačati vezivanjem rednog pobudnog namotaja poprečne ose sa kolom dirki poprečne ose. Ova mera može dovesti do smanjenja ukupnog pojačanja zbog dodavanja impedanse namotaja, ali ona daje manje vrednosti za I_q i bolju raspodelu fluksa u vazdušnom procepu. Redna pobuda poprečne ose u spoljnom kolu može se koristiti u svrhu kompaundnog dejstva kao u običnom složenom generatoru. Redni namotaj uzdužne ose u kolu poprečne ose indukta upotrebljava se ponekad za izravnanje promena otpora u kontaktima dirki. Za optimalne radne karakteristike najvažnija je dobra komutacija. Ona se postiže otpornom komutacijom udruženom s pogodnim međupolnim prostorima, koristeći pomoćne polove uzdužne ose da bi se dobio komutacioni napon na dirkama *dd*, ili dalje primenom pomoćnih polova poprečne ose. Ali primena pomoćnih polova poprečne ose povećava impedansu u kratko spojenoj grani između dirki *qq*. Komutacioni problemi su uopšte vrlo slični problemima koji se javljaju kod običnih generatora jednosmerne struje.

Upravljački namotaj se obično sastoji od nekoliko delova, kao što pokazuje sl. 11-13. Stoga se u magnetnom kolu uzdužne ose mašine mogu istovremeno javiti i superponovati nekoliko signala u vezi s procesom regulisanja. Magnetno dejstvo bilo kog od ovih signala može se dodati zajedničkom dejstvu ostalih signala ili od njega oduzeti. Jedna od veoma često uobičajenih veza sastoji se u tome da se na jedan upravljački namotaj priključi izvestan jednosmeran napon čija veličina je srazmerna željenoj vrednosti veličine koju treba regulisati. Ovaj namotaj se u tom slučaju naziva *referentni namotaj*. Drugi jedan upravljački namotaj, vezan u opoziciji prema referentnom namotaju, priključen je na napon srazmeran stvarnoj vrednosti veličine koju treba regulisati. Kad je željena vrednost jednaka stvarnoj, izlazni napon amplidina je jednak nuli. Kad su ove dve vrednosti različite, izlazni napon amplidina je približno srazmeran razlici, a polaritet mu je takav da teži da otkloni razliku. Na treći upravljački namotaj može se priključiti izvestan stabilizacioni signal da bi se izbegla mogućnost oscilacija koje bi mogle nastupiti zbog prebacivanja željene vrednosti.

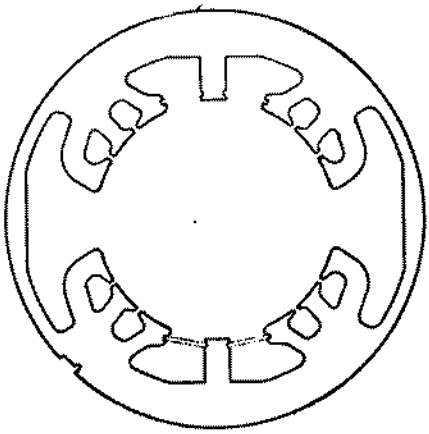
Na sl. 11-15 je šematski prikazan dvopolni amplidin. Pomoćni polovi postoje u obe ose. Dva glavna pola su konstruisana u obliku četiri segmentna pola ili polupola. Segmentni polovi 1 i 2 sačinjavaju ekvivalenat jednog pola uzdužne ose, a segmentni polovi 3 i 4 sačinjavaju drugi pol, te je horizontala kroz indukt simetrala magnetnog polja uzdužne ose. Segmentni polovi 2 i 3 sačinjavaju ekvivalenat jednog pola poprečne ose, a segmentni polovi 4 i 1 sačinjavaju drugi pol, te je vertikala kroz indukt simetrala magnetnog polja poprečne ose. Pobudni namotaji uzdužne ose namotani su oko segmentnih polova 1 i 2 i segmentnih polova 3 i 4, tako da se stvaraju relativni magnetni polariteti označeni simbolima N_d i S_d na sl. 11-15. Pobudni namotaji poprečne ose namotani su oko segmentnih po-

lova 2 i 3 i segmentnih polova 4 i 1, tako da se stvaraju relativni magnetni polariteti označeni simbolima N_q i S_q. Međupolni prostori između segmentnih polova



Sl. 11-15. Šematski izgled dvopolnog amplidina

doprinose stvaranju dobre komutacije čak i kad pomoćnih polova nema. Oblik tipičnih limova za stator dvopolnog amplidina dat je na sl. 11-16.

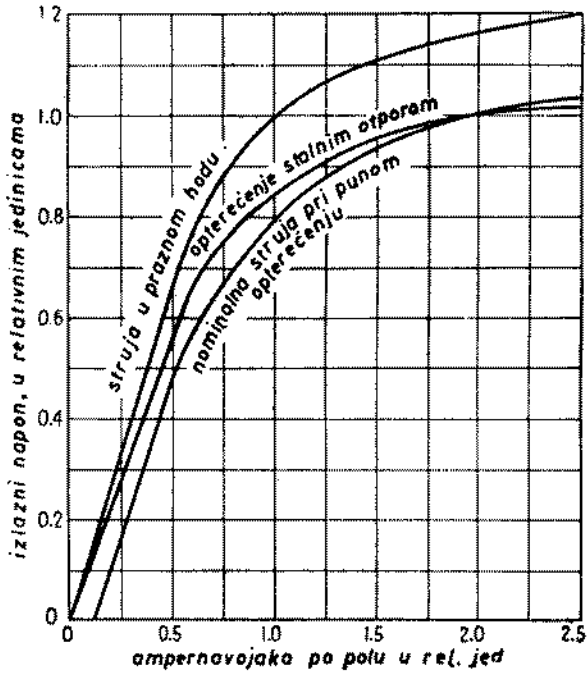


Sl. 11-16. Tipični limovi za dvopolni amplidin s raspodeljenim kompenzacionim namotajem u polnim nastavcima *(General Electric Company)*

Da bi se vihorne struje svele na najmanju meru i ograničio njihov uticaj na smanjenje brzine rašćenja ili opadanja fluksa, jezgro celog magnetnog kola načinjeno je od limova. Uticaji remanentne magnetnosti i histereze moraju se takođe svesti na najmanju meru. Ovi uticaji mogu da budu jači nego u običnim generatorima jednosmerne struje zato što se dejstva proizvedena u prvom stepenu pojačavaju u drugom stepenu mašine. Ponekad se za suzbijanje remanentnog dejstva upotrebljava „poništavajući" pobudni namotaj sa naizmeničnom strujom. Vazdušni procep manji je i magnetna indukcija u gvožđu obično slabija nego u normalnim mašinama za jednosmernu struju. Nominalna odata snaga za datu veličinu kućišta malo je manja kod amplidina nego kod običnog generatora ali stepen korisnosti može da bude malo veći.

Karakteristike ustaljenog stanja amplidin-generatora prikazane su slikama 11-17 i 11-18. Slika 11-17 daje krive zasićenja pri praznom hodu i punom opterećenju izražene izlaznim naponom u zavisnosti od pobude upravljačkog namotaja, kao i krivu za slučaj opterećenja stalnim otporom. Slika 11-18 prikazuje opšti izgled spoljnih karakteristika za niz određenih vrednosti pobude upravljačkog namotaja. Krive zasićenja su obično malo više povijene nego krive za uobičajene

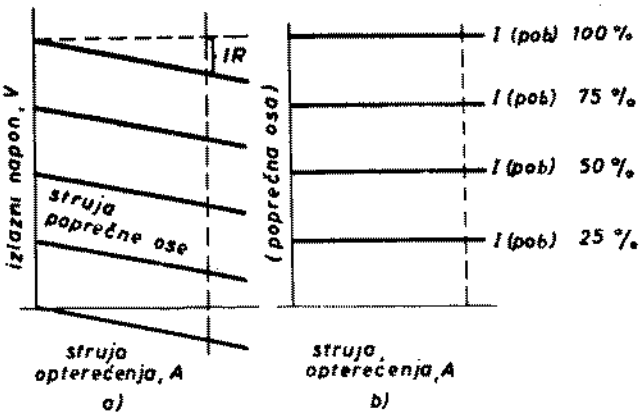
generatore, uglavnom zbog uticaja koji zasićenje u zupcima rotora ima na mali fluks upravljačkog namotaja. Amplidin obično radi na približno linearnom delu



Sl. 11-17. Prosečne krive zasićenja za amplidine u koordinatama s relativnim jedinicama *(prema podacima General Electric Company)*

krive zasićenja izuzev kad regulacioni proces zahteva naglu promenu radnih uslova. Pobuda upravljačkog namotaja može u tom slučaju da bude veoma velika sve dok najzad ne nastupi delimična ponovna podešenost, proces poznat pod imenom prinuđavanje („forsiranje").

Karakteristika amplidina u prelaznom stanju je još važnija od njegovih radnih karakteristika u ustaljenom stanju, jer u kolu koje treba precizno regulisati

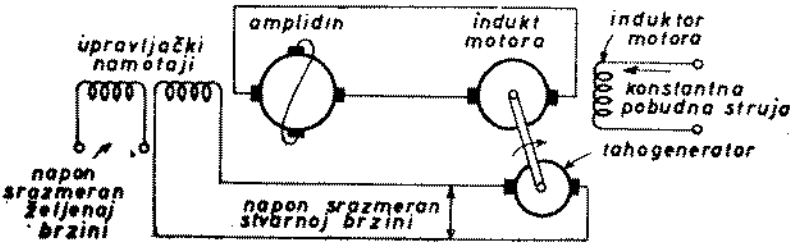


Sl. 11-18. Spoljne karakteristike amplidin-generatora. Struja poprečne ose indukta *(b)* je u suštini nezavisna od opterećenja

retko se od amplidina zahteva da radi duže vreme pod ustaljenim uslovima. Traži se naprotiv da što brže reaguje na nagle promene napona u upravljačkom namotaju prouzrokovane potrebom da se veličina koju treba regulisati što brže ponovo podesi. Idealno bi bilo da odziv amplidina i izvršenje potrebnog podešavanja budu trenutni. U stvari, amplidin i ostali elementi celokupne regulacione opreme deluju sa izvesnim vremenskim zakašnjenjem kad izvestan iznos energije nagomilane u električnom, magnetnom ili mehaničkom polju treba da se promeni. U amplidinu vremenska zakašnjenja su prouzrokovana induktivnošću namotaja i putanjama vihornih struja; vremenska konstanta se kreće između 0,02 i 0,25s.

Elektromašinski pojačavač snage treba ceniti kako prema pojačanju tako i prema brzini odziva, jer je porast u pojačanju praćen i porastom vremenskog kašnjenja u odzivu — drugim rečima, većom vremenskom konstantom mašine. „Povećanje u težini bakra upravljačkog pobudnog namotaja ili smanjenje u vazdušnom procepu odražavaju se u povećanju kako vremenske konstante tako i pojačanja. Veća vremenska konstanta znači sporiji odziv, ali pri jednakoj dovedenoj snazi, vreme potrebno da se postigne unapred određeni napon mnogo je manje za dati amplidin-generator kome su i vremenska konstanta i pojačanje veći.“[5]

Kako pojačanje tako i brzina odziva funkcije su konstanti opterećenja kao i konstanti samog amplidina. Konačna opšta ocena mora se stoga zasnovati na dinamičkim radnim karakteristikama sistema kao celine u opštem smislu, što je izloženo u gl. 13. Uprošćeni primer takvog regulacionog sistema dat je na sl. 11-19. Ovde treba brzinu motora održavati konstantnom na izvesnoj unapred utvrđenoj vrednosti. Osnovu regulisanja čini podešavanje napona indukta ili Vard-Leonardov metod,



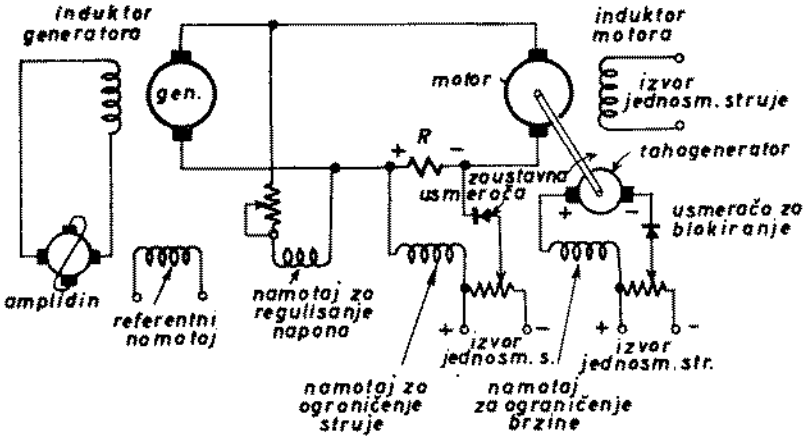
Sl. 11-19. Uprošćeno kolo regulisanja brzine motora za jednosmernu struju koji se napaja iz amplidin-generatora.

uz zamenu običnog generatora amplidinom. Stvarna brzina motora meri se pomoću malog tahogeneratora za jednosmernu struju na vratilu motora. Tahogenerator stavlja tada desni upravljački namotaj ili namotaj za regulisanje brzine pod napon srazmeran stvarnoj brzini motora. Istovremeno, ali iz posebnog izvora, stavlja se levi upravljački namotaj ili *referentni namotaj* pod napon čija je veličina izraz željene brzine. Oba upravljačka namotaja proizvode međusobno suprotne m. m. sile. Kad je brzina motora ispravna m. m. s. referentnog namotaja veća je od m. m. s. namotaja za regulisanje brzine, i to za iznos dovoljan da se na krajevima indukta indukuje podesan napon kako bi se obrtanje nastavilo sa ispravnom brzinom. Kad je brzina motora suviše velika, rezultantna pobuda amplidina opada zbog povećanja suprotne m. m. s. namotaja za regulisanje brzine; napon na krajevima indukta motora se zbog toga smanjuje, pa prema tome i njegova brzina. Kad je brzina motora suviše mala, rezultantna pobuda amplidina raste zbog opadanja suprotne m. m. s. namotaja za regulisanje brzine, otuda dolazi do povećanja napona na krajevima indukta, te i brzine motora. Prema tome, brzina motora može se učiniti

[5]) Navodimo iz: Alec Fisher, The Design Characteristic of Amplidyne Generators, *Trans. AIEE*, vol. 59, str. 939 do 944, 1940

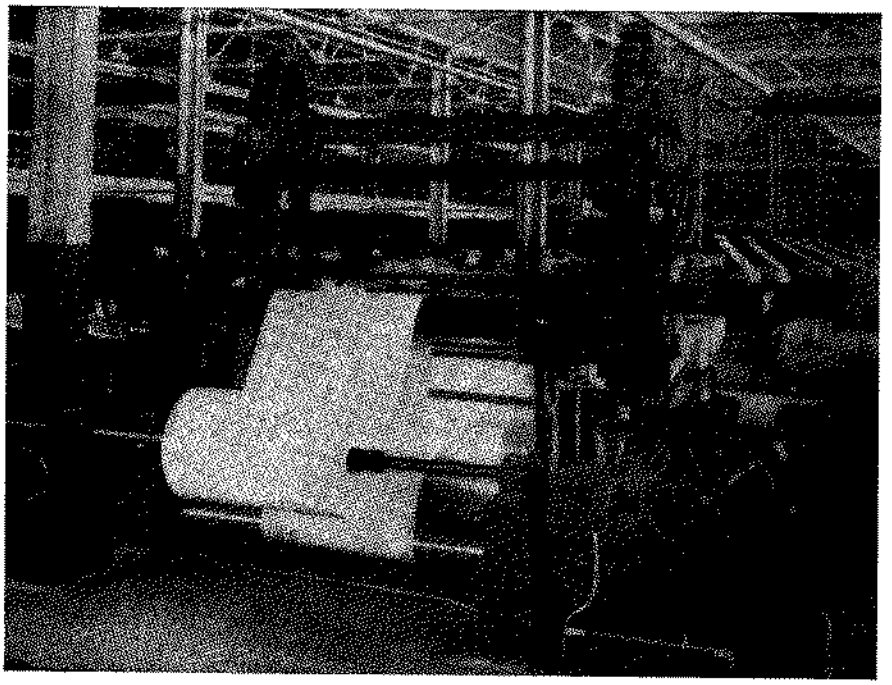
nezavisnom od promene opterećenja ili drugih ambijentnih uslova. Željena brzina se predodređuje time što se referentni namotaj stavlja pod napon odgovarajuće veličine.

Kad je izvor regulacionih signala suviše slab da daje potrebnu pobudu upravljačkom namotaju, uključuju se elektronski pojačavači između regulacione opreme i upravljačkog kola amplidina. Isto tako, kad je motor koji treba regulisati veliki, amplidinom se obično reguliše pobuda kakvog običnog generatora umesto da se motor njime neposredno napaja. Drugi jedan primer, pokazan šematski na sl. 11-20, pokazuje nam ovaj poslednji slučaj i neke od primena dopunskih upravljačkih namotaja. Glavni generator i motor na sl. 11-20 povezani su kao u običnom Vard-Leonardovom agregatu, ali je obična pobudnica generatora zamenjena amplidinom. Cilj je da se napon na krajevima motora održi konstantnim na unapred odre-



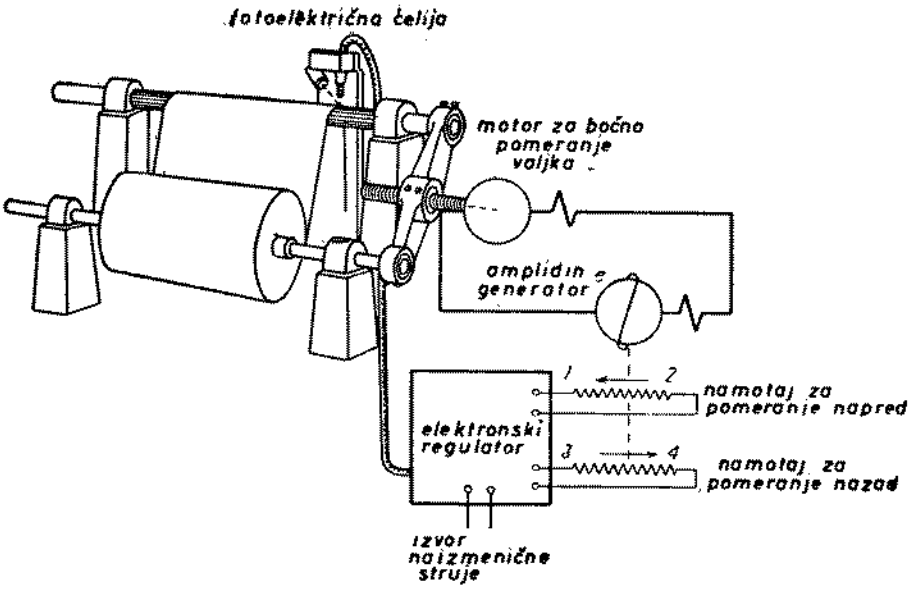
Sl. 11-20. Kolo za održavanje napona motora na konstantnoj vrednosti i za ograničavanje struje i brzine motora na unapred određenim vrednostima

đenoj vrednosti i da se istovremeno struja indukta motora i njegova brzina ograniče na unapred određenim, bezbednim vrednostima. U amplidinu su potrebna četiri upravljačka namotaja. Referentni namotaj i namotaj za regulisanje napona, vezani tako da proizvode suprotne m. m. s., održavaju izlazni napon generatora konstantnim uglavnom na način po kome dva odgovarajuća namotaja na sl. 11-19 održavaju konstantnu brzinu; vrednost napona generatora podešava se otpornikom u kolu namotaja za regulisanje napona. Struja se ograničava time što se namotaj za ograničenje struje i referentni namotaj vežu tako da im m. m. s. budu suprotne kad je struja u induktu motora suviše velika, čime se napon generatora smanjuje i struja vraća na bezbednu vrednost. Struja indukta meri se pomoću pada napona u malom otporu R (kao što je šant ampermetra) u kolu indukta. Kad je ovaj napon veći od suprotnog napona uzetog iz kakvog izvora jednosmerne struje, u namotaju za ograničenje struje pojavljuje se izvesna struja. Ali kad je taj napon manji ne pojavljuje se nikakva struja zbog prisustva usmerače za blokiranje (od selena ili oksida bakra); prema tome, namotaj za ograničenje struje ne može da podupire dejstvo referentnog namotaja i da povećava struju indukta. Brzina se ograničava pomoću namotaja za ograničenje brzine na način u principu identičan, a meri se pomoću tahogeneratora spojenog s vratilom motora. Granične vrednosti struje i brzine mogu se odrediti pomoću podešljivih otpornika postavljenih između izvora jednosmerne struje u odnosnim kolima regulacionih namotaja. Ceo agregat je na taj način zaštićen od velikih električnih ili mehaničkih naprezanja dok se istovremeno promene radnih uslova mogu vršiti sa brzinom koju te granične vrednosti dozvoljavaju.



Sl. 11-21. Mašina za namotavanje papira, opremljena pogonskim agregatom sa amplidinom i uredajem za podešavanje ivica *(General Electric Company)*

Na kraju još jedan primer primene amplidina za svrhe regulisanja u industrijskoj proizvodnji dat je na sl. 11-21. Šema na sl. 11-22 prikazuje princip rada.

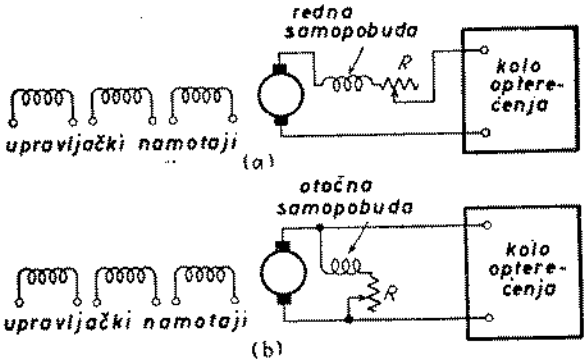


Sl. 11-22. Šema uredaja za podešavanje ivica na sl. 11-21. Fotoelektrična ćelija prati kretanje ivic papira. Jačina odbivene svetlosti pretvara se u električni signal koji se pojačava i upoređuje s referentnom vrednošću. Čim se pojavi izvesna razlika, amplidin uključuje motor za bočno pomeranje valjka. *(General Electric Company)*

11-3. Rototrol i reguleks.[6] Druga važna vrsta generatora jednosmerne struje regulacionog tipa je, u njenom najčešćem izgledu, jednostepena mašina u kojoj se signalima upravljačkog pobudnog namotaja neposredno određuje izlazni napon indukta. Ove mašine imaju u trgovini nazive *rototrol* (od engl. *rotating control*) ili *reguleks* (od engl. *regulating exciter*). To nisu mašine s pobuđenim induktom kao amplidin, u kojima m. m. s. indukta daje pobudu za drugi stepen. To su relativno proste modifikacije običnog generatora jednosmerne struje u kome je za samopobuđivanje postavljen jedan redni ili otočni pobudni namotaj i nekoliko nezavisno pobuđenih upravljačkih namotaja. U ustaljenom stanju celokupna pobuda se postiže *samopobuđivanjem* tj. pobudnim namotajima koje napaja sama mašina. Kad izlazni napon treba da se promeni, saglasno promeni radnih uslova u uređaju koji se reguliše, nova radna tačka određuje se dejstvom upravljačkih namotaja. S obzirom da upravljački namotaji samo daju podstreka promenama ili stabilizovanju ustaljenih radnih uslova, potrebna im je minimalna snaga.

Kao što je naznačeno na sl. 11-23, samopobuđeni induktor rototrola ili reguleksa može da bude bilo redni bilo otočni namotaj. Glavna odlika mašine je da je otpor samopobuđenog induktorskog kola podešen tako da mu se prava otpora induktora podudara s linearnim delom krive magnećenja. Mašina se tad može nazvati *uskladenim generatorom*, a podešljivi otpornik R (sl. 11-23) *uskladnim otpornikom*. Funkcija upravljačkih namotaja je tada da stabilizuju rad mašine u pogodnoj tački na liniji vazdušnog procepa krive magnećenja ili da radnu tačku pomere u nov položaj saglasno signalima regulacionog uređaja. Kao u amplidinu, upravljački namotaji se obično sastoje od referentnog namotaja i od najmanje još jednog namotaja (koji se ovde katkad naziva *diferencijalni namotaj*) povezanih tako da im m. m. sile budu u opoziciji. Dopunski upravljački namotaji mogu biti predviđeni.

Treba se podsetiti da, prema od. 5-6, linija otpora induktora generatora jednosmerne struje sa nezavisnim pobuđivanjem predstavlja liniju zavisnosti linearnog Omovog zakona između napona na krajevima indukta od struje samopobuđenog induktora, superponiranu na krivu magnećenja. Isto se tako treba podsetiti da tačka preseka linije otpora induktora i krive magnećenja određuje radnu tačku praznog



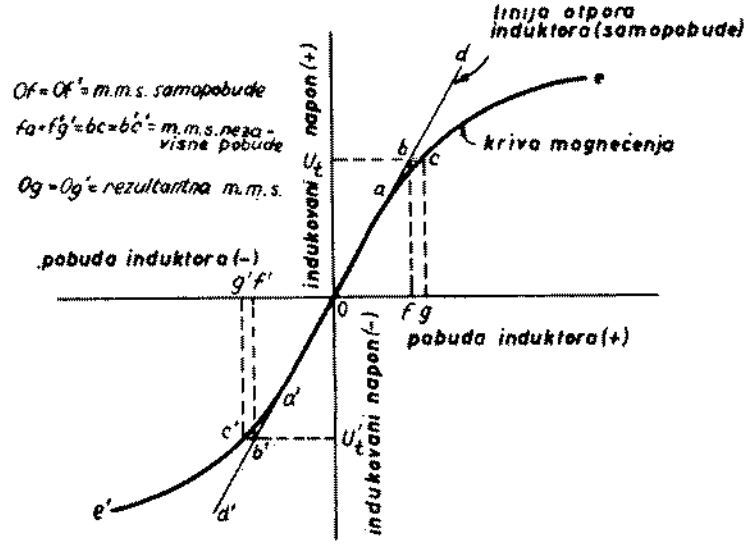
Sl. 11-23. Osnovni rototrol ili reguleks, *(a)* sa rednom samopobudom, *(b)* saotočnom samopobudom

hoda otočnog generatora. Jasno je da u suštini isto važi i za redni generator kad se linija otpora induktora odnosi na celokupan otpor kola redne pobude uključujući opterećenje, tako da se bitni zaključak može izvesti na osnovu otočne pobude. Uticaj remanentne magnetnosti otpora indukta i njegove reakcije se uopšte uzev zanemaruje.

[6] Opise ovakvih mašina sadrže članci: W. H. Formhals, Rototrol — A Versatile Electrical Regulator, *Westinghouse Eng.*, vol. 2, str. 51, maj 1942; T. B. Montgomery, Regulex — Instability in Harness, *Allis-Chalmers Elec. Rev.* vol., 11, br. 2 i 3 str. 5 do 9, II i III kvartal 1946.

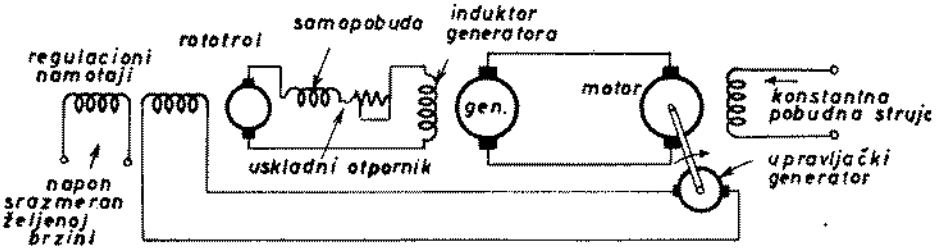
Kad postoji samo samopobuđivanje i kad se linija otpora induktora podudara sa linijom vazdušnog procepa (vidi sl. 11-24), napon na krajevima može se nalaziti negde između tačaka a i a', pri čemu njegovo uspostavljanje zavisi od remanentne magnetnosti. Uopšte uzev, napon može da se koleba između ove dve tačke, što ima za posledicu nestabilnost napona. Kad se doda mali iznos fg nezavisne pobude, napon na krajevima U_t dobiva određenu vrednost $fb = gc$, malo veću od vrednosti u a. Kad se doda mali iznos $f'g'$ nezavisne pobude suprotnog polariteta napon na krajevima menja smer i dobiva suprotnu vrednost $f'b' = g'c'$. Napon na krajevima, prema tome, teži da se promeni u širokom opsegu kad se promeni polaritet malog iznosa nezavisne pobude.

Ovo dejstvo, udruženo sa podešavanjem svih upravljačkih kola tako da nezavisna m. m. s. bude funkcija odstupanja od željene vrednosti veličine koju treba regulisati, vodi stabilizovanju radnog napona na pogodnu vrednost između tačaka a i a' na krivoj magnećenja. Slika 11-25 pokazuje primenu rototrola ili regu-



Sl. 11-24. Kriva magnećenja sa linijom otpora induktora tangentnom na nju

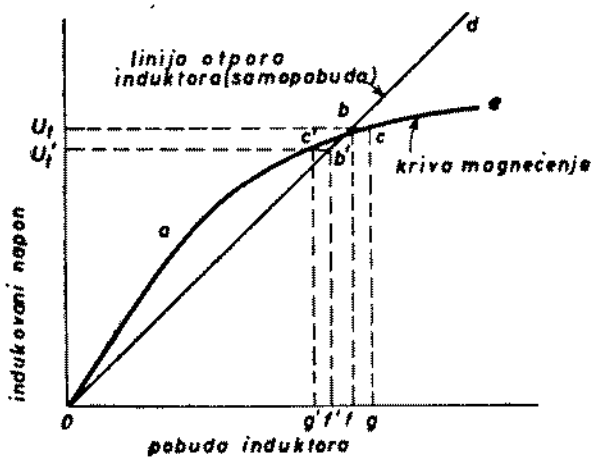
leksa za automatsko regulisanje brzine motora za jednosmernu struju. Glavni generator i motor povezani su u Vard-Leonardov agregat, a rototrol daje pobudu glavnom generatoru. Jedan od upravljačkih namotaja rototrola stavlja se pod napon srazmeran željenoj brzini motora. Drugi upravljački namotaj priključen je na napon



Sl. 11-25. Rototrol ili reguleks kao pobudnica, primenjen za regulisanje brzine motora za jednosmernu struju

srazmerar stvarnoj brzini motora, dobiven od malog tahogeneratora na vratilu motora. Ova dva upravljačka namotaja vezana su tako da im m. m. sile budu u opoziciji. Ako se pojavi m. m. s. nezavisne pobude u rototrolu, ona je, prema tome, srazmerna odstupanju brzine motora od željene vrednosti, a polaritet rezultantne m. m. s. upravljačkih namotaja zavisi od toga da li je brzina motora nedovoljna ili preterana.

Kad je brzina motora mala, rezultantna m. m. s. upravljačkih namotaja ima takav polaritet da izlazni napon rototrola teži da se digne do izvesne vrednosti veće od vrednosti u tački *a* (sl. 11-24). Ovo povećanje napona rototrola praćeno je povećanjem pobudne struje i napona na krajevima glavnog generatora, pa, dakle, i porastom brzine motora. Kad je brzina motora preterana događa se suprotno. Rezultantna m. m. s. upravljačkih namotaja je takvog polariteta da izlazni napon rototrola teži da se spusti do izvesne vrednosti manje od vrednosti u tački *a*. Ovo smanjenje je praćeno smanjenjem pobudne struje i napona na krajevima glavnog

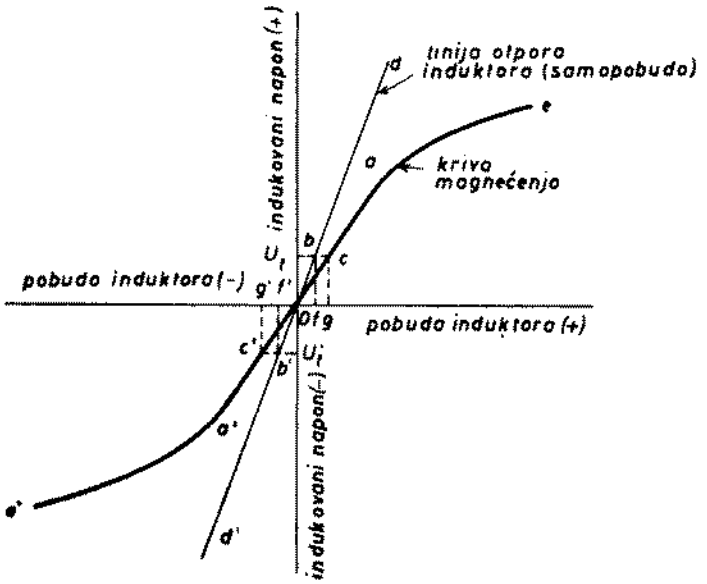


Sl. 11-26. Kriva magnećenja sa linijom otpora induktora čiji je nagib manji od kritičnog

generatora, pa, dakle, i smanjenjem brzine motora. Kad je brzina motora pravilna, rezultantna m. m. s. upravljačkog namotaja ravna je nuli. Tada nastaje ustaljeni rad sa izlaznim naponom rototrola na pogodnoj vrednosti između tačaka *0* i *a*. Stabilizacija napona u ustaljenom stanju može se smatrati rezultatom neprekidnog procesa diferencijalnih kolebanja. Diferencijalna promena napona rototrola iznad odgovarajuće vrednosti znači diferencijalno povećanje brzine motora iznad željene vrednosti; ovo pak povećanje povlači pojavu diferencijalne rezultantne m. m. s. upravljačkuh namotaja takvog polariteta da napon rototrola pada na njegovu ispravnu vrednost. Slično tome, diferencijalna promena napona rototrola ispod tačne vrednosti dovodi do pojave diferencijalne m. m. s. upravljačkih namotaja koja povećava napon. U ustaljenom stanju, prema tome, radna tačka je na krivoj magnećenja stabilizovana dejstvom upravljačkih namotaja, a potrebnu pobudu daje samopobuđeni namotaj.

Preimućstva koja postoje kad se radi sa linijom otpora induktora podudarnom s donjim delom krive magnećenja, mogu se bolje proceniti proučavanjem sl. 11-26 i 11-27. Ove slike odgovaraju sl. 11-24 s tom razlikom što je otpor induktora na sl. 11-26 niži od kritične vrednosti a na sl. 11-27 viši od nje. Na obema slikama (kao i na sl. 11-24) vrednosti *fg* i *f'g'* predstavljaju male iznose nezavisno pobuđene m. m. s. suprotnih polariteta. Kad se ta m. m. s. menja između vrednosti *fg* i *f'g'*,

napon na krajevima menja se između U_t i U'_t. Kao što se vidi, razmak između U_t i U'_t na sl. 11-26 i 11-27 mnogo je manji nego na sl. 11-24. Praktično to znači da je područje regulacije mnogo uže, a odziv mnogo manje spontan nego u slučaju kad je otpor induktora tačno podešen na njegovu kritičnu vrednost.



Sl. 11-27. Kriva magnećenja s linijom otpora induktora iznad kritične vrednosti

Opšte polje primene rototrola i reguleksa je u suštini isto kao za amplidin.[7] Kad se naročito polaže na to da pojačanje bude veliko, rototrol se može izraditi kao dvostepena ili višestepena mašina sa dopunskim pobudnim namotajima, naročitim namotajima indukta i rasporedom dirki takvim da se odgovarajuća pobuda za dopunske pobudne namotaje može dobiti od indukta sa željenim brojem stepeni u kaskadnoj sprezi.[8]

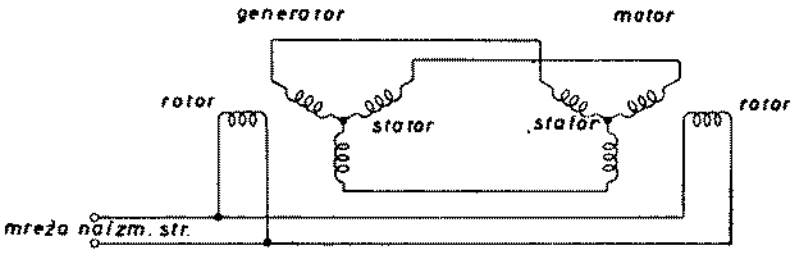
11-4. Autosinhronizacione mašine i sistemi. Jedan od najtežih zahteva koje savremeni regulacioni uređaji treba da zadovolje jeste regulisanje položaja tj. zahtev da se ugaoni položaj jednog vratila usaglasi što tačnije sa ugaonim položajem drugog vratila. Čitav niz uređaja koji su bili konstruisani kao važne dopune takvih regulacionih uređaja mogu se nazvati *autosinhronizacionim uređajima*, jer im je zajednička svrha da ostvare potpuno sinhrono obrtanje dva vratila. Ovakve mašine poznate su pod raznim trgovinskim nazivima kao što su *selsin, sinhro* i *autosin*. U sledećem razmatranju poslužićemo se često nazivom *selsin* za takve mašine.

Postoje tri opšta tipa sistema u kojima se primenjuju selsini: 1) trofazni energetski selsini za prenos velikih obrtnih momenata, 2) jednofazni selsini za instrumente ili selsini indikatori i 3) generator-transformatorski sistemi koji pokazuju odstupanje vratila od sinhronizma kao veličinu i polaritet nekog napona. Prvi od ova tri tipa je izložen u gl. 9. Ostala dva tipa će biti opisana u ovom odeljku.

---

[7] Vidi, na primer, G. A. Caldwell i W.H. Formhals, Electrical Drives for Wide Speed Ranges, *Trans. AIEE*, vol. 61, str. 54 do 56, 1942; E. L. Harder i C. E. Valentine, Static Voltage Regulator for Rototrol Exciter, *Trans. AIEE*, vol. 64, str. 601 do 606, 1945; W. H. Harris, Industrial Application of Rototrol Regulators, *Trans. AIEE*, vol. 65, str. 118 do 123, 1946.

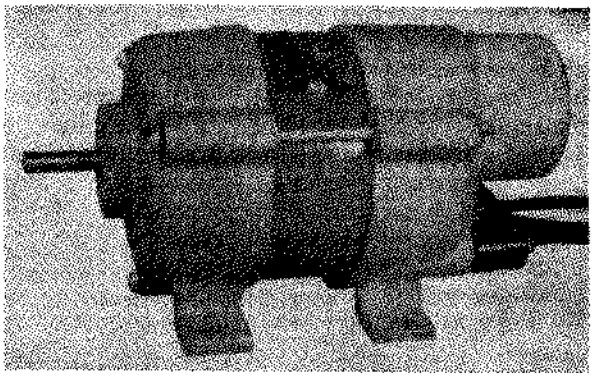
[8] Za pojedinosti o ovim specijalnim rototrolima, vidi A. W. Kimball, Two-stage Rototrol for Low-energy Regulating Systems, *Trans. AIEE*, vol. 66, str. 1507 do 1511, 1947; M. Liwschitz, The Multi-stage Rototrol, *Trans. AIEE*, vol. 66, str. 564 do 568, 1947.



Sl. 11-28. Jednofazni selsin generator-motorni sistem

a. Jednofazni generator-motorni sistemi. U od. 9-9 pokazano je da se u sistemu od dva trofazna selsina čiji su statorski namotaji vezani paralelno na isti trofazni izvor i čiji su odgovarajući krajevi rotorskih namotaja spojeni (vidi sl. 9-25) stvara obrtni momenat koji teži da dva vratila održi u sinhronizmu. Kao što pokazuje sl. 9-27, obrtni momenti dva rotora u stanju mirovanja su sinusne funkcije ugla pomeraja između dva vratila, a obrtni momenti su usmereni tako da taj ugao smanjuju.

U suštini se postiže isto dejstvo kad se trofazni sistem zameni jednofaznim, kao što pokazuje šema na sl. 11-28. Po konstrukciji je *selsin-generator* ili *selsin-davač* skoro potpuno sličan *selsin-motoru* ili *selsin-primaču.* Oba imaju jednofazni namotaj (obično na rotoru), priključen na zajednički izvor naizmeničnog napona. Na drugom delu mašine (obično statoru), oba imaju po tri namotaja sa osama pod 120°; ovi namotaji su spregnuti u zvezdu, a odgovarajući krajevi motora i generatora su medusobno spojeni. Kad su namotaji jednofaznog rotora pobudeni, indukuju se transformatorskim dejstvom naponi u zvezdasto spregnutim namotajima statora. Ako su oba rotora u istom prostornom položaju u odnosu na svoje statorske namotaje, u namotajima nema struje i ne stvara se obrtni momenat. Ako pak položaji oba rotora u prostoru nisu saglasni, naponi u statorskim namotajima raz-

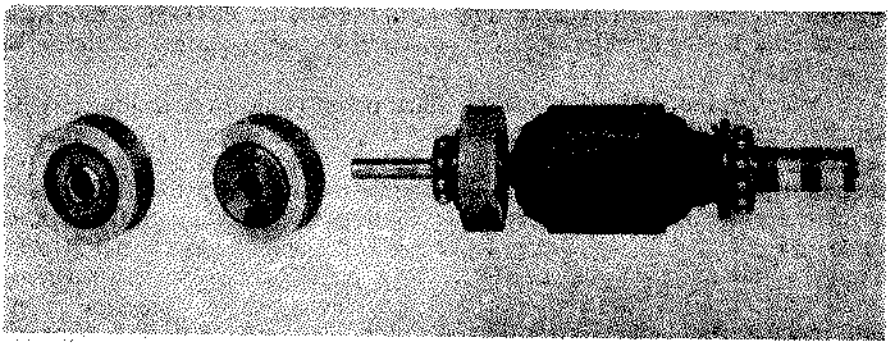


Sl. 11-29. Tipični selsin velike preciznosti *(General Electric Company)*

ličiti su i u njima se javljaju struje. Ove struje, zajedno sa magnetnim poljima u vazdušnom procepu, proizvode obrtne momente koji teže da usaglase položaje dva rotora u prostoru.

U mehaničkom pogledu selsini imaju opšte konstruktivne odlike slične malim motorima. Spoljni izgled tipičnog selsina pokazuje sl. 11-29. Sastav rotora

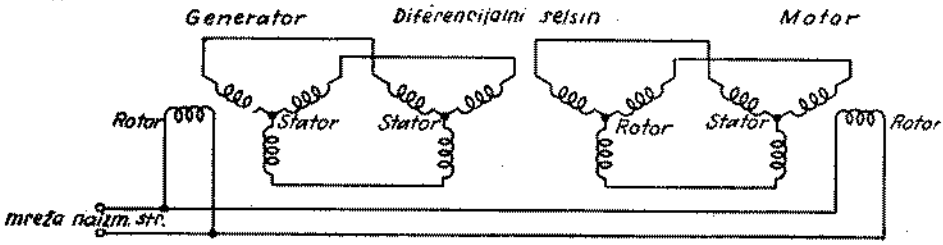
selsinskog motora može se videti na sl. 11-30. Jezgra rotora i statora su izrađena od limova, a ležišta su s lopticama radi smanjenja trenja. I generator i motor imaju dvopolne namotaje i rotore s isturenim polovima. Pri računskom određivanju obrtnog



Sl. 11-30. Dva prigušivača (prednji i zadnji) i namotani rotor s prigušivačem, za selsin-motor (*General Electric Company*)

momenta mora se, prema tome, uzeti u obzir isturenost polova primenjujući teoriju dve reaktanse prema gl. 8.[9] Može se dokazati da motorni obrtni momenat u stanju mirovanja ili pri maloj brzini zavisi kao u trofaznim sistemima, vrlo približno od sinusa relativne ugaone razlike položaja vratila generatora i motora. Gradijent obrtnog momenta koji razvijaju generatori i motori, identični u električnom pogledu i spregnuti kao na sl. 11-28, kreće se od 0,07 inč-uncija po stepenu (tj. $4{,}95 \cdot 10^{-4}$ Nm po stepenu) za manje mašine do 1,75 inč-uncija po stepenu (tj. $1{,}23 \cdot 10^{-2}$ Nm po stepenu) za veće mašine.[10]

Selsin-sistem na sl. 11-28 može se preinačiti uvođenjem *diferencijalnog selsina* kojim obrtanje vratila postaje funkcija zbira ili razlike obrtanja dva druga vratila. Diferencijalni selsin na sl. 11-31 dejstvuje kao diferencijalni generator.



Sl. 11-31. Selsin-generator-motorni sistem sa diferencijalnim selsinom

Naponi priključeni na njegove statorske namotaje indukuju odgovarajuće napone u rotorskim namotajima. Relativne veličine tri rotorska napona jednake su onima koje bi postigle kad bi se diferencijalni selsin uklonio a generator obrnuo za ugao ravan zbiru ili razlici ugla generatora i ugla diferencijalnog selsina. Takvi diferen-

[9] Za kvantitativnu analizu rada jednofaznih selsina vidi T. M. Linville i J. S. Woodward, Selsyn Instruments for Position Systems, *Trans. AIEE*, vol. 53, str. 953, do 960, 1934.

[10] Ove vrednosti, kao i ostali podaci o redu veličina navedeni u ovom odeljku, uzeti su iz članka T. C. Johnson, Selsyn Design and Application, *Trans. AIEE*, vol, 64, str. 703 do 708, 1945.

cijalni generatori obično imaju jednu garnituru od tri kondenzatora vezana za krajeve primara da bi se poboljšao sačinilac snage i time smanjila mogućnost da se sistem preterano zagreje. Diferencijalni selsin može se još upotrebiti kao motor koji se napaja iz dva selsin-generatora i čije obrtanje zavisi od zbira ili razlike obrtanja dva generatora. Šema veza u tom slučaju je kao na sl. 11-31, s tom razlikom što se mašina u sredini slike zove diferencijalni motor, a mašina na desnoj strani slike generator.

Ovakvi jednofazni selsin-sistemi služe prvenstveno za instrumente i prenos podataka u slučajevima u kojima se podaci mogu prenositi u vidu ugaonog položaja nekog vratila. Pokazivanje nivoa vode u udaljenom rezervoaru ili položaj komandnih površina na vazduhoplovu mogu se navesti kao primeri. Oni se mogu upotrebiti i za svrhe kao što je otvaranje ili zatvaranje kakvog ventila da bi se izravnale razlike otkrivene ugaonim položajem koji je prenet na vratilo selsin-primača. Jedan generator može da pokreće više motora, pri čemu broj motora zavisi od relativnih veličina generatora i motora i od dozvoljene greške. U sisteme za instrumente mogu se uključiti elektronski pojačavači snage sa pojačanjem napona jednakim jedinici između generatora i motora koje on pokreće, kako bi se povećala snaga i omogućila upotreba većeg broja motora. Najveća statička greška za sistem koji se sastoji od generatora i samo jednog motora iste veličine iznosi oko 1° i potiče uglavnom od trenja u ležištima motora. Greška raste kad se broj motora poveća ili kad impedansa voda između generatora i motora postane primetna. Veća tačnost može se postići primenom sistema sa više brzina u kome su dva kompletna selsin-sistema kombinovana ujedno, kao što je opisano u drugom delu ovog odeljka.

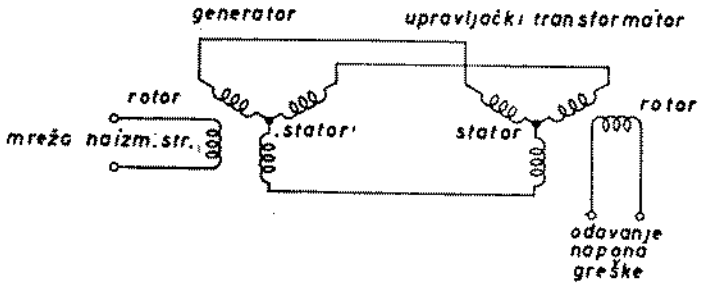
Dinamičke greške izazvane mehaničkim oscilacijama osovine motora oko tačnog položaja mogu biti dva do tri puta veće od statičkih grešaka. Radi smanjenja dinamičkih grešaka ugrađuju se u rotore motora mehanički prigušivači. Takve prigušivače pokazuje sl. 11-30. Inercioni frikcioni prigušivač obično se sastoji od dva kotura pokretana vratilom, jedan neposredno a drugi preko frikcione obloge. Kad se vratilo obrće ustaljenom brzinom, oba kotura se obrću istom brzinom i nema prigušivanja. Kad se pak brzina menja, jedan kotur se može okretati klizeći po frikcionoj oblozi u odnosu na drugi kotur i tako nastaje prigušivanje.

Kad motor treba da ima veći obrtni momenat, greška se povećava zato što je za prenos obrtnog momenta potreban izvestan ugaoni pomeraj između vratila motora i generatora. Ova činjenica, kao i zagrevanje selsin-uređaja, ograničava veličinu obrtnog momenta.

b.) Generator-transformatorski sistemi. Proces regulisanja ugaonog položaja kakvog vratila u svakom trenutku i sa prihvatljivom tačnošću zahteva veoma često primenu velikih obrtnih momenata. Kad bi sama selsin-oprema morala da deluje neposredno s takvim obrtnim momentima, došlo bi do velikih i nedozvoljenih odstupanja od tačnosti u vernoj reprodukciji položaja. Za takva regulisanja primenjuje se obično autosinhronizacioni princip na takav način da se proizvodi napon čija veličina je funkcija ugaonog pomeraja između položaja dva vratila. Taj napon se naziva *napon greške*, jer njegovo prisustvo ukazuje na razliku u položaju vratila kojim se upravlja. Napon greške može se onda priključiti na druge sprave koje daju podstreka za ispravljanje razlike koja je ovaj napon izazvala. U tom slučaju od selsina se ne traži da odaju mehaničku snagu. Napon greške može se preneti u vidu *signala modulisanog greškom* — nosećeg talasa čija je amplituda srazmerna greški i čiji trenutni polaritet je određen znakom greške.

Osnovni metod za dobivanje napona greške pokazan je na šemi sl. 11-32. Dva međusobno povezana selsina pojavljuju se i ovde, prvi je generator, a drugi, veoma sličan prvom, naziva se *upravljački transformator*. Rotor selsin-generatora pobuđuje se iz jednofaznog izvora proizvodeći magnetno polje u generatoru i na-

pone u statorskim namotajima i generatora i upravljačkog transformatora. Kad se zanemari pad napona usled pobudne struje, naponi indukovani u namotajima oba statora moraju biti jednaki. Raspodela fluksa u statoru upravljačkog transformatora mora stoga da bude slična onoj u statoru generatora. Dejstvo je, dakle, isto kao kad bi namotaji oba rotora bili u istom magnetnom kolu i podešeni tako da im se ose



Sl. 11-32. Selsin-generator-transformatorski sistem

mogu u prostoru pomerati za proizvoljan ugao. Ovo je dakle ekvivalentno podešljivoj uzajamnoj induktivnosti između namotaja dva rotora, ali sa tom razlikom što dva namotaja mogu biti na velikom međusobnom rastojanju. Kad je ugao 90 električnih stepeni, što odgovara pomeraju dva vratila za 90 električnih stepeni, u rotoru transformatora se ne indukuje struja; taj pomeraj je ravnotežni položaj dva vratila. Kad ugao ima bilo koju vrednost osim 90° i 270°, u rotoru transformatora se indukuje napon. Kao što je pokazano na sl. 11-33, veličina napona je funkcija ugaone razlike dva vratila, a trenutni polaritet zavisi od smera pomeraja. Funkcija je u suštini sinusna. Diferencijalni selsini mogu se takođe uključiti između generatora i upravljačkih transformatora ovih sistema.

Kvalitativna slika zajedničkog rada generatora i upravljačkog transformatora može se još bolje razjasniti kratkom analizom idealizovanog sistema prikazanog na sl. 11-34. Uzmimo da oba selsina umaju cilindrične rotore i da zajedno sa vodovima koji ih vezuju nemaju gubitke. Neka je E_1 efektivni napon indukovan u jednom faznom namotaju statora generatora kad se ta faza nalazi u osi rotorskog namotaja i uzmimo da se indukovani napon menja kao kosinus ugla između te faze i ose rotorskog namotaja. Uzmimo da su rotori u stanju mirovanja ili da se obrću dovoljno sporo da bi se e. m. s. usled obrtanja mogle zanemariti. Kad se sa θ_1 označi ugao između faze a i ose rotorskog namotaja, efektivni naponi u tri fazna namotaja su

$$E_a = E_1 \cos \theta_1 \tag{11-25}$$

$$E_b = E_1 \cos (\theta_1 - 120°) \tag{11-26}$$

i

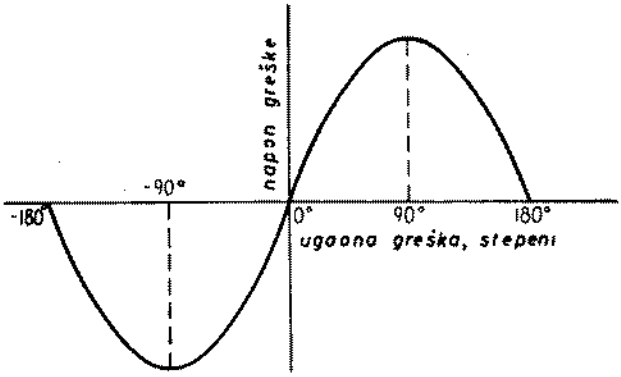
$$E_c = E_1 \cos (\theta_1 - 240°) \tag{11-27}$$

Treba imati na umu da su to jednofazni naponi različitih veličina i da ne obrazuju trofazni sistem.

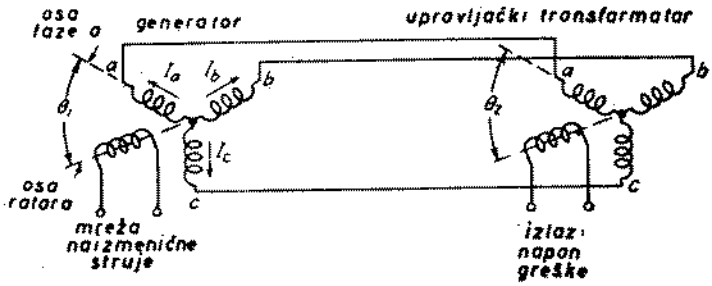
Pretpostavimo sada da je gvožđe nezasićeno, tako da su sopstvene i uzajamne induktivnosti statorskih namotaja konstantne. Uzmimo da je L ukupna samoinduktivnost jedne faze statora generatora, jedne faze statora transformatora i voda koji ih vezuje. Uzmimo da je M' zbir uzajamne induktivnosti između faza statora generatora i uzajamne induktivnosti između transformatorskih faza. Vektorske jednačine za struje I_a, I_b i I_c u trima fazama mogu se sada napisati vodeći računa

da je napon između dva statorska kraja isti za sve putanje. Prema tome je

$$E_1 \cos \theta_1 - j\omega L I_a - j\omega M' (I_b + I_c)$$
$$= E_1 \cos (\theta_1 - 120°) - j\omega L I_b - j\omega M' (I_a + I_c)$$
$$= E_1 \cos (\theta_1 - 240°) - j\omega L I_c - j\omega M' (I_a + I_b) \tag{11-28}$$



Sl. 11-33. Promena napona greške u zavisnosti od ugaone greške



Sl. 11-34. Selsin-generator-transformatorski sistem za određivanje napona greške. (Pozitivne vrednosti za θ_1 i θ_2 mere se u smeru kazaljke sata počev od ose faze a).

Osim toga je

$$I_a + I_b + I_c = 0 \tag{11-29}$$

Rešavanjem ovog sistema jednačina dobiva se

$$j\omega I_a = \frac{E_1}{L - M'} \cos \theta_1 \tag{11-30}$$

$$j\omega I_b = \frac{E_1}{L - M'} \cos (\theta_1 - 120°) \tag{11-31}$$

i

$$j\omega I_c = \frac{E_1}{L - M'} \cos (\theta_1 - 240°) \tag{11-32}$$

Uzmimo najzad da uzajamna induktivnost između izvesne faze statora transformatora i rotorskog namotaja transformatora dostiže maksimalnu vrednost M'_t i menja se kao kosinus ugla između ose te faze i ose rotora. Kad je θ_2 ugao između faze a i namotaja rotora, efektivni napon greške indukovan u rotoru je

$$E_e = j\omega I_a M'_t \cos\theta_2 + j\omega I_b M'_t \cos(\theta_2 - 120°) + j\omega I_c M'_t \cos(\theta_2 - 240°) \quad (11\text{-}33)$$

Zamenom u jedn. 11-30 i 11-32 i svođenjem na najprostiji oblik jedn. 11-33 postaje

$$E_e = \frac{3}{2} E_1 \frac{M'_t}{L - M'} \cos(\theta_2 - \theta_1) \quad (11\text{-}34)$$

Ovim rezultatom potvrđuje se fizički zaključak da je napon greške ravan nuli kad je pomeraj vratila 90°; sem toga, on pokazuje da se pod idealizovanim okolnostima veličina napona greške menja sinusoidno sa odstupanjem od tog ravnotežnog pomeraja.

Selsin upravljački transformator ima u suštini cilindričnu strukturu rotora i zbog toga odgovara sasvim dobro prethodnim pretpostavkama. Osim toga, on ima statorske namotaje sa velikom impedansom da bi se struja uzeta od generatora svela na najmanju meru kao i dejstva koja je prate. Kao što je već bilo istaknuto, generator ima rotor s isturenim polovima, što predstavlja izvesno odstupanje od idealizovanih pretpostavki. Glavne statičke greške potiču od neuravnoteženih reaktansa i otpora u granama statorskog namotaja i poveznim vodovima, kao i od neuravnoteženih međusobnih reaktansa između rotorskog namotaja i statorskih grana. Statička greška generatorsko—transformatorskog sistema iznosi oko ± 0,3°. Pri obrtanju selsina velikim brzinama javljaju se i brzinske greške izazvate pojavom e.m.s. usled obrtanja. Ove greške su reda 1° na 320 ob/min za selsine od 60 Hz. Pri određenoj vrednosti brzine obrtanja ove brzinske greške opadaju sa porastom učestanosti pobude tako da su greške izrazito manje za selsine od 400 Hz[11].

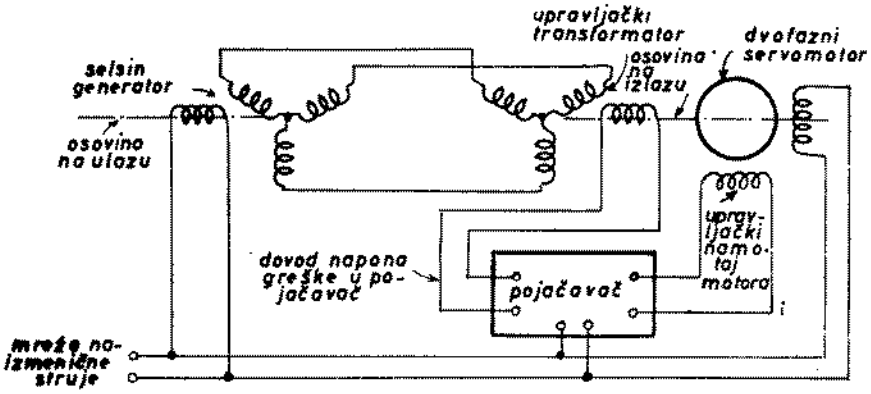
Preciznost celokupnog regulacionog uređaja, u kome selsin-generator i upravljački transformator predstavljaju samo sastavne delove, može se znatno poboljšati primenom *selsin-sistema sa dve brzine*. Takav sistem se sastoji od dva kompletna uređaja kao na sl. 11-32, a selsini ova dva uređaja su vezani mehanički zupčanicima sa prenosom 1 : N, gde N obično leži između 18 i 36. Drugi uređaj, *brzohodi*, obrne se tada N puta dok se prvi, *sporohodi*, obrne jedanput. Brzohodi uređaj je predviđen za ispravljanje malih ugaonih grešaka; zbog velike brzine on proizvodi mnogo veći napon greške po stepenu greške vratila kojim se upravlja i prema tome omogućuje mnogo osetljivije upravljanje. Brzohodi uređaj, međutim, ima N raznih ravnotežnih položaja po obrtaju vratila kojim se upravlja. Sporohodi uređaj, onaj sa prenosom 1:1, mora, dakle, da dejstvuje za velike ugaone greške; da bi se obezbedio jedan jedini ravnotežni položaj ovaj uređaj mora da stupi u dejstvo pre nego što ugaona greška postane ravna polovini obrtaja brzohodog selsina. Pogodnom primenom releja i drugih pomoćnih sredstava može se udesiti da sporohodi uređaj stupa u dejstvo posle svakog propisanog pokreta brzohodog uređaja iz njegovog ravnotežnog položaja[12].

Rotor upravljačkog selsin-transformatora vezan je normalno za krajeve elektronskog uređaja sa velikom ulaznom impedansom, tako da se iz transformatora ne izuzima velika struja. Slika 11-35, na primer, prikazuje primenu za upravljanje ugaonim položajem neke osovine. Cilj je da se ova osovina na izlazu prinudi da sleduje ugaonim položajima osovine na ulazu. Rotor selsin-generatora je mehanički vezan za osovinu na ulazu. Rotor upravljačkog transformatora je mehanički vezan za osovinu na izlazu, a električki za ulaz pojačavača snage. Mehanička snaga za obrtanje

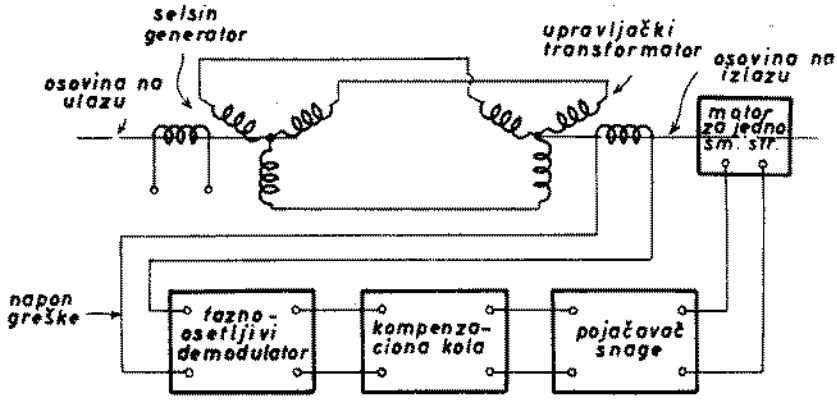
[11] Ovde navedeni iznosi uzeti su iz članaka Harold Chestnut, Electrical Accuracy of Selsyn Generator-Control Transformer System. *Trans. AIEE*, vol. 65, str. 570 do 576, 1946. Pomenuti članak sadrži kvantitativne analize koje obuhvataju isturenost polova, otpor i e.m.s. usled obrtanja.

[12] Bliži podaci o prenosu upravljanja pomoću sistema sa dve brzine, kao i o primenama, nalaze se u spisu Raymond Goertz, Synchro Controls for Meters and Servos, *Electronic Industries*, septembar 1945.

osovine na izlazu i njenog opterećenja dobiva se od dvofaznog motora, opisanog u od. 10. Upravljački namotaj servomotora napaja se iz pojačavača u čijem kolu postoje, kondenzatori za menjanje faze. Kad je osovina na izlazu u tačnom položaju, napon greške koji se dovodi pojačavaču a zato i snaga koja se dovodi upravljačkom namotaju motora, ravni su nuli i motor se ne okreće. Kad izvesna ugaona razlika postoji



Sl. 11-35. Primena selsin-generatora i transformatora za upravljanje ugaonim položajem



Sl. 11-36. Blok-šema selsin upravljačkog uređaja sa demodulacijom signala greške

javlja se izvestan napon greške koji se dovodi u pojačavač. Njegov relativni polaritet je takav da se motor obrće u smeru ispravke ugaone razlike.

U primenama ove vrste pojavljuju se obično dva problema. Prvo, osovina na izlazu može da pređe tačan položaj i da osciluje oko njega. Prema tome, odgovarajuće stabilizovanje odnosno prigušivanje može da bude potrebno. Drugo, u sistemima sa kontinualnim obrtanjem može da bude nezgodno da se radi po šemi u kojoj mora da postoji osetna ugaona greška da bi se dobila snaga za obrtanje osovine na izlazu. Ove potencijalne teškoće bi se mogle smanjiti ako bi se sistem učinio osetljivim ne samo prema samoj greški već i prema izvodu ili integralu greške ili prema obema ovim vrednostima. Ovo podrazumeva diferenciranje ili integrisanje napona greške, a ovakvi procesi mogu se lakše sprovesti elementima električnog kola kad je napon greške u obliku jednosmerne struje. Zato se izlazna snaga selsin-transformatora često usmerava ili demoduliše u diodnom ili triodnom demodulatoru bilo

jednostrano ili dvostrano kako bi se dobio srazmeran jednosmerni napon. Ta *demodulacija* mora biti *fazno osetljiva*, tj. polaritet izlaznog jednosmernog napona mora zavisiti od toga da li osovina na izlazu prednjači željenom položaju ili zaostaje za njim.[13]. Za glavni pogon osovine na izlazu može se tada upotrebiti motor za jednosmernu struju. Na sl. 11-36 je blok-šema jednog ovakvog uređaja.

---

[13]) Za primere fazno-osetljivih demodulacionih kola vidi članak naveden u napomeni [12] Vidi, takođe, K. E. Schreiner, High-performance Demodulators for Servomechanisms, *Proc. Natl. Electronics Conf.* vol. 2, str. 393 do 403, 1946.

GLAVA 12

ELEKTRIČNE PRELAZNE POJAVE U MAŠINAMA I U SISTEMIMA MAŠINA

Pretvaranje energije elektromagnetnim metodima nerazdvojno je povezano, kao što smo videli, sa nagomilavanjem energije u magnetnim poljima. Kad dođe do promene u radnim uslovima, propratne promene u nagomilanoj magnetnoj energiji ne odigravaju se trenutno. Umesto toga, između početnog i krajnjeg radnog stanja mora da se umetne jedan prelazni period prilagođavanja. Proučavanje ovog perioda prilagođavanja predstavlja proučavanje prelaznih pojava u mašinama.

Prelazne pojave u nekoj mašini često su praćene poremećajima u sistemu kome mašina pripada kao deo. Česta posledica indukovanog ili direktnog udara groma u energetski sistem, na primer, jeste kratak spoj na nekom vodu. Releji za zaštitu moraju otkriti postojanje tog kratkog spoja i isključiti vod u kvaru od ostalog dela sistema putem prekidača snage. Velike struje koje su posledica svakog ozbiljnog kratkog spoja ne smeju da prouzrokuju mehanička naprezanja kakva mašina, transformatori, prekidači i sabirnice ne mogu da izdrže; prekidači moraju biti u stanju da te struje prekidaju; a sistem mora, uopšte uzev, biti sposoban da prebrodi poremećaj ne ispadajući iz sinhronizma. Odlučujuću ulogu za vreme ovih poremećaja igraju mašine. S druge strane kad razmatranja u pogledu verovatnoće i ekonomičnosti ukažu da sistem mora biti spreman da trpi izvesne poremećaje, ovi onda određuju mnoge konstruktivne odlike mašina.

Predupređenje poremećaja, međutim, nije jedini razlog za proučavanje prelaznih pojava u mašinama. Puštanje u rad motora, uspostavljanje i opadanje napona generatora, odziv mašine nagloj promeni opterećenja, reakcije motora od koga se neprekidno zahteva da menja svoju brzinu i smer obrtanja — sve su to primeri procesa koji sadrže prelazne pojave.

Razmatranja prelaznih stanja u ovoj glavi ograničena su na mašine za jednosmernu struju i na sinhrone mašine. Prilikom istraživanja prelaznih pojava u mašinama za jednosmernu struju često je zbog zasićenja potrebna nelinearna analiza. Obrada sinhronih mašina ograničena je na proučavanje njenog ponašanja neposredno posle kratkog spoja, a zanemarivanje zasićenja koje je pod tim uslovima opravdano, dozvoljava linearnu analizu. Problemi koji su nerazlučno povezani sa elementima dinamike, kao što je ubrzanje masa, razmatraće se u sledećoj glavi; izlaganja u ovoj glavi biće ograničena na elektromagnetne pojave. Mnogo veća pažnja je posvećena prelaznom ponašanju mašine kao elementa sistema nego sitnim pojedinostima njenih radnih karakteristika koje se mogu ispitivati kada je mašina izolovana. Zbog toga je izlaganje, naročito u slučaju sinhronih mašina, izloženo na uprošćenoj osnovi, pri čemu je ozbiljna pažnja posvećena samo onim veličinama koje su od prvorazrednog značaja za prelazno stanje sistema. Istovremeno je učinjen pokušaj da se uprošćeno izlaganje izvede tako da ono može da predstavlja uvod u obimniju teoriju koja se može naći u specijalnoj literaturi.

12-1. Prelazne pojave u mašinama za jednosmernu strujn. Linearna analiza. Najteža prepreka koju treba savladati u analizi mašina za jednosmernu struju jestepravilno uzimanje zasećenja u obzir. Linearne analize, međutim, u kojima se zanemaruje zasićenje, korisne su iz dva razloga. Prvo, uz pomoć relativno prostih linearnih diferencijalnih jednačina koje se tada mogu postaviti omogućeno je da se podrobnije cene drugi faktori koji utiču na prelazne pojave, kao i da se dobije približna slika o zbivanjima. Drugo, za one probleme sistema u kojima učestvuju kompleksne kombinacije mašina i druge tehničke opreme, omogućeno je celokupno proučavanje dinamike sistema, što bi nam inače praktički bilo nemoguće. Naravno da eventualan uticaj zasićenja mašina treba uzeti u obzir u inženjerskom tumačenju rezultata ovih proučavanja i da eksperimentalnim upoređivanjima treba pokazati da se iz njih mogu izvući osnovani zaključci. Često se kritični deo prelazne pojave odigrava u užem linearnom opsegu. Nije redak slučaj da stepen tačnosti sa kojim su ostali podaci poznati čini neopravdanim precizno predstavljanje mašine.

Činioce koji utiču na prelazne pojave izložićemo sumarno ispitujući odgovarajuće jednačine za nekoliko posebnih slučajeva.

Ako se pretpostavi da u generatoru sa samopobuđivanjem nema zasićenja, iz toga proizlazi logično da se napon ili ne uspostavlja uopšte ili da se njegovo uspostavljanje beskonačno produžuje (v. od. 5-6). Da bi se izbegla ova nerealna situacija, u ovom odeljku će se razmatrati samo mašine kojima je izvor pobudne struje odvojen od indukta. Isto je tako moguće da se sledeće metode principijelno primene u približnoj analizi generatora sa samopobuđivanjem na taj način što će se pogodan deo krive magnećenja predstaviti pravom linijom sa određenim odsečkom na ordinatnoj osi, ili dvema pravama različitog nagiba. Iako veliki deo ovog rezonovanja važi i za motore za jednosmernu struju, obrada će se ovde ograničiti na generatore; razmatranja o mehaničkim pojavama koje su u vezi sa promenama brzine motora odložena su za gl. 13. Kad su dirke u neutralnom položaju, reakcija indukta ravna je nuli, i rezultantnog uzajamnog dejstva između kola indukta i kola pobude nema.

Jednačina za kolo pobude generatora sa nezavisnom pobudom, sl. 12-1, je

$$L_f \frac{di_f}{dt} + r_f i_f = e_f \tag{12-1}$$

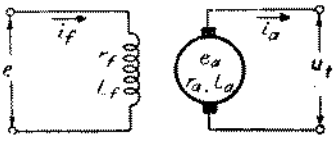
gde L_f, r_f, e_f i i_f predstavljaju samoinduktivnost, odnosno otpor, napon i struju u kolu pobude. Zbog pretpostavljene linearnosti krive magnećenja, e.m.s e_a indukovana u induktu iznosi.

$$e_a = k_f i_f \tag{12-2}$$

gde je k_f konstanta proporcionalnosti. Napon u_t na krajevima indukta je

$$u_t = e_a - r_a i_a - L_a \frac{di_a}{dt} \tag{12-3}$$

gde su r_a i L_a otpor odnosno samoinduktivnost kola indukta, a i struja u induktu. Još jedna jednačina za u_t i i_a određena je spoljašnjim kolom indukta; za opterećenje sa čisto omskim otpornom R_l imamo tako:

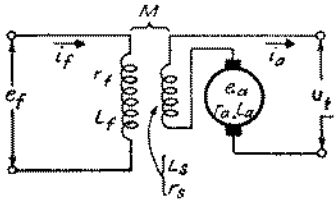


Sl. 12-1. Generator jednosmerne struje sa nezavisnom pobudom

$$u_t = R_l i_a \tag{12-4}$$

Simultano rešenje ove četiri jednačine daje traženu struju, tj. odziv kola u prelaznom stanju. Odziv nije trenutan pošto je potrebno izvesno konačno vreme da se izvrše promene nagomilane energije u magnetnim poljima pobudnog namotaja i indukta.

Kad u mašini postoji više pobudnih namotaja, onda se mora voditi računa o dopunskoj pobudi i o uzajamnoj sprezi između pojedinih pobudnih namotaja. Sa aditivnom rednom pobudom, kao na sl. 12-2, međusobna induktivnost M između dva pobudna namotaja čini da jednačina 12-1 treba da glasi:



Sl. 12-2. Generator jednosmerne struje sa nezavisnom i rednom pobudom

$$L_f \frac{di_f}{dt} + M\frac{di_a}{dt} + r_f i_f = e_f \qquad (12\text{-}5)$$

Jedn. 12-2 postaje

$$e_a = k_f\left(i_f + \frac{N_s}{N_f} i_a\right) \qquad (12\text{-}6)$$

gde su N_s i N_f brojevi navojaka u namotajima redne i nezavisne pobude a konstanta k_f je sračunata uzimajući u obzir samo namotaj nezavisne pobude. Uticaji otpora r_s i samoinduktivnosti L_s rednog namotaja moraju se dodati u jedn. 12-3, čime se dobiva

$$u_t = e_a - (r_a + r_s)\, i_a - (L_a + L_s)\frac{di_a}{dt} - M\frac{di_f}{dt} \qquad (12\text{-}7)$$

Slični metodi mogu se upotrebiti kad postoje i drugi namotaji, kao u generatorima regulacionog tipa izloženim u gl. 11.

Kad se mašini dodaju više paralelnih grana, kompleksnost potrebnih jednačina očigledno raste. Svođenje analize ovih jednačina na veoma sistematske i za rad lake postupke po metodama operacionog računa, postaje tada korisnije[1]. Takođe vrlo često red veličine neke promenljive može biti takav da je dozvoljeno zanemariti izvesne faktore, naročito u svetlosti drugih usvojenih pretpostavki. Na primer, zakašnjenje odziva u prelaznom stanju izazvano induktivnošću induktą može da bude sasvim malo u poređenju sa zakašnjenjem usled induktivnosti pobudnog namotaja, što ukazuje na to da se članovi koji sadrže L_a mogu ponekad opravdano izostaviti. Uopšte uzev, kad se uticaji zasićenja dodadu uticajima obuhvaćenim u jednačinama 12-1 do 12-7, kao što je urađeno u sledeća tri odeljka, nužno se mora pribeći daljim uprošćenjima ako se žele izbeći glomazni metodi.

Primer 12-1. Uzmimo da je nezavisno pobuđeni generator jednosmerne struje sa sl. 12-1 mašina od 200 kW i 250 V sa sledećim konstantama:

$r_f = 33{,}7$ $\qquad$ $r_a = 0{,}0125\ \Omega$

$L_f = 25$ H $\qquad$ $L_a = 0{,}008$ H

$k_f = 38$ V/A

Indukt je vezan za čisto omsko opterećenje $R_l = 0{,}313\ \Omega$.

U početku je generator nepobuđen, ali se obrće nominalnom brzinom. Na krajeve pobudnog namotaja priključuje se naglo izvor jednosmernog napona od 230 V. Tokom uspostavljanja napona i porasta opterećenja generatora, njegova brzina se primetno ne menja.

Izračunati i nacrtati u obliku krive napon kao funkciju vremena posle uključenja izvora pobudne struje. Zanemariti zasićenje.

[1] Videti V. Bush „Operational Circuit Analysis", John Wiley and Sons, Inc., Njujork, 1929; takođe, M. F. Gardner i J. L. Barnes, „Transients in Linear Systems", John Wiley and Sons, Inc., Njujork, 1942.

Rešenje. Uspostavljanje pobudne struje opisano jednačinom 12-1 jeste prelazna pojava u kolu sa otporom i induktivnošću, pa je

$$i_f = \frac{E_f}{r_f}(1 - \varepsilon^{-r_f t/L_f}) = \frac{230}{33{,}7}(1 - \varepsilon^{-33{,}7t/25}) = 6{,}83\,(1 - \varepsilon^{-1{,}35t}) \qquad [\mathrm{A}]$$

Pošto je zavisnost između e_a i i_f linearna, za unutrašnji napon indukta tokom uspostavljanja ima se

$$e_a = 38 \times 6{,}83\,(1 - \varepsilon^{-1{,}35t}) = 260\,(1 - \varepsilon^{-1{,}35t})$$

Za struju indukta se dobiva kombinovanjem jednačina 12-3 i 12-4,

$$\frac{L_a}{R}\frac{du_t}{dt} + \frac{R_l + r_a}{R_l}u_t = e_a$$

Zamenom brojnih vrednosti:

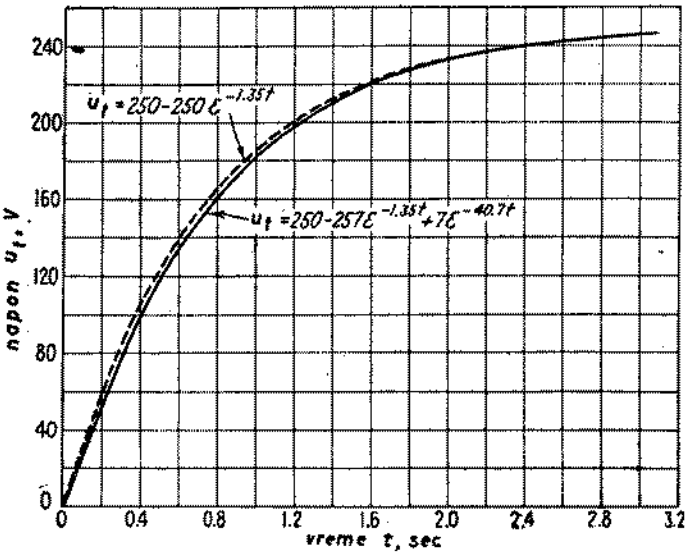
$$0{,}0255\frac{du_t}{dt} + 1{,}04\,u_t = 260 - 260\,\varepsilon^{-1{,}35t}$$

Granični uslov ove linearne diferencijalne jednačine prvog reda jeste da napon u_t mora ostati na nuli u trenutku kad se uključi napon u kolu pobude zbog toga što se fluks kroz kolo indukta ne može naglo promeniti. Rešenje dobiveno ma kojim od standardnih postupaka je:

$$u_t = 250 - 257\,\varepsilon^{-1{,}35t} + 7\,\varepsilon^{-40{,}7t}$$

Slika ovoga napona data je puno izvučenom krivom na sl. 12-3.

Lako se može dobiti predstava o uticaju induktivnosti i otpora indukta ove mašine, koja je tipična za generatore jednosmerne struje upotrebljene za pobuđivanje sinhronih alternatora.



Sl. 12-3. Uspostavljanje napona generatora sa nezavisnom pobudom

Kad se zanemari uticaj induktivnosti indukta, napon za vreme uspostavljanja dat je izrazom

$$u_t = 250 - 250\,\varepsilon^{-1{,}35t}$$

što je na slici 12-3 predstavljeno isprekidanom linijom. Uticaj induktivnosti indukta očigledno je vrlo mali. Glavni efekat otpora r_a jeste da krajnju vrednost napona smanji od 260 V na 250 V, koliko se u stvari dobija. Kad se o ovom uticaju vodi računa pri tumačenju rezultata, očigledno je da se mnoge inženjerske analize mogu osloniti na pretpostavku da su L_a i r_a zanemarljivo mali.

12-2. Prelazne pojave u mašinama za jednosmernu struju. Nelinearna analiza. Kad se uzme u obzir zasićenje, jednačine za prelazna stanja nije više moguće tretirati analitički jer se pojavljuju nelinearnosti. Šta više, prestaje biti sasvim tačno da struja indukta ne proizvodi nikakvo medusobno dejstvo na kolo pobudne struje čak ni kad su dirke u neutralnoj zoni; dejstvom razmagnećenja reakcije indukta koja deluje u poprečnom pravcu, proizvedenom u zasićenoj mašini bez kompenzacionog namotaja, stvara se sprežni medijum. Ovo dejstvo, obično malo, biće zanemareno pri proučavanju uticaja zasićenja time što će se preinačiti jednačine za nezavisno pobuđeni generator sa sl. 12-1.

Prosta proporcionalnost jedn. 12-2 ne važi više, a zavisnost između e_a i i_f data je sada krivom magnećenja mašine. Dalje, samoinduktivnost L_f u jedn. 12-1 prestaje biti konstantna i postaje funkcija pobudne struje i_f. Pod tim okolnostima obično je mnogo zgodnije uvesti u jednačine kao nezavisnu promenljivu fluks kroz kolo pobude, tj.

$$N_f \frac{d(\sigma\Phi)}{dt} + r_f i_f = e_f \tag{12-8}$$

ili

$$\sigma N_f \frac{d\Phi}{dt} + r_f i_f = e_f \tag{12-9}$$

gde je N_f broj navojaka pobudnog namotaja, Φ fluks u vazdušnom procepu po polu, a σ sačinilac koji će biti sada definisan. Mora se zapaziti da je, usled rasutog fluksa pobude, fluks koji se obuhvata sa kolom pobude veći od fluksa u vazdušnom procepu. Ovaj porast može se uzeti u obzir *sačiniocem rasipanja* σ, definisanim kao odnos ukupnog fluksa kroz kolo i fluksa u vazdušnom procepu kroz isto to kolo. Tipične vrednosti sačinioca σ kreću se blizu 1,10 do 1,15. Pretpostavka da je sačinilac rasipanja konstantan, prećutno usvojena izvlačenjem oznake σ ispred simbola za diferenciranje u jedn. 12-9, ekvivalentna je shvatanju da zasićenje u podjednakoj meri utiče kako na rasuti fluks pobude tako i na fluks u vazdušnom procepu, što očigledno nije potpuno tačno, jer putanje rasutog fluksa prolaze u znatnoj meri kroz vazduh.

Fluks Φ u jedn. 12-9 može se zameniti naponom indukta e_a iskorišćujući jedn. 4-38, koja se za konstantnu brzinu može opisati u obliku

$$e_a = k_\varphi \Phi \tag{12-10}$$

gde je k_f konstanta proporcionalnosti za određenu brzinu. Jedn. 12-9 postaje onda

$$\frac{\sigma N_f}{k_\varphi} \frac{de_a}{dt} + r_f i_f = e_f \tag{12-11}$$

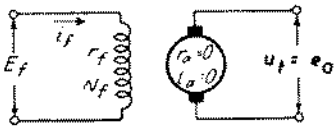
Jednačina za kolo indukta je još jedn. 12-3. Jedn. 12-3 i 12-11, zajedno sa odnosom između e_a i i_f izraženim u grafičkom obliku krivom magnećenja i sa odnosom između napona u_t i struje i_a određenim spoljašnjim kolom indukta, sačinjavaju sistem simultanih jednačina koje treba analizovati. Nije redak slučaj da se čine i druge pretpostavke u cilju daljeg uprošćenja. Bilo L_a samo bilo i L_a i r_a su često dovoljno mali da bi se u jedn. 12-3 mogli smatrati ravnim nuli. Ova dopunska uprošćenja moraju se opravdati time što će se pokazati, eksperimentima ili kakvim drugim putem, da ne unose nepodnošljive greške; diskusija pri kraju primera 12-1 predstavlja delimično opravdanje za zanemarenje veličina L_a i r_a.

U pogledu ovih simultanih jednačina jedna stvar zahteva dalja razmatranja, a to je činjenica da je odnos između napona e_a i struje i_f obično dat u grafičkom obliku i da je nelinearan. Jedna mogućnost je da se kakva empirička jednačina pri-

lagodi ovom odnosu[2]. Druga mogućnost je da se principijelni odnosi izraze u takvom grafičkom obliku da se integrisanje može vršiti izračunavanjem površina ispod krive. Pod pretpostavkom da su r_a i L_a ravni nuli (i u izvesnim drugim uprošćenim slučajevima), ovaj postupak dovodi brzo do rešenja u specifičnom brojnom obliku bez potrebe aproksimiranja krive magnećenja i sa ne više truda nego što je potrebno u računanju pomoću empiričke jednačine. Treći metod je metod „korak po korak" koji se, uopšte uzev, može primeniti na ma koji sistem linearnih ili nelinearnih diferencijalnih jednačina[3].

12-3. Grafička analiza nspostavljanja i opadanja napona. Kada se otpor r_a i induktivnost L_a indukta zanemare, pored ranije usvojene pretpostavke o zanemarljivoj reakciji indukta i zanemarljivom međusobnom dejstvu indukta na pobudu, uspostavljanje i opadanje napona na krajevima generatora isti su bilo da je on opterećen bilo da je u praznom hodu. Kad je napon u kolu pobude generatora sa nezavisnim pobuđivanjem (sl. 12-4) konstantan i ima vrednost E_f, jedn. 12-11 postaje

$$\frac{\sigma N_f}{k_\varphi}\frac{du_t}{dt} + r_f i_f = E_f \qquad (12\text{-}12)$$



Sl. 12-4. Nezavisno pobuđeni generator sa zanemarljivo malim otporom i induktivnošću indukta

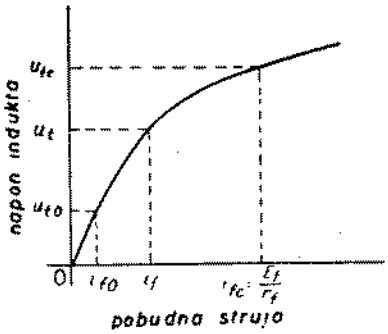
što se drukčije može napisati u obliku

$$dt = \frac{\sigma N_f}{k_\varphi}\frac{du_t}{E_f - r_f i_f} \qquad (12\text{-}13)$$

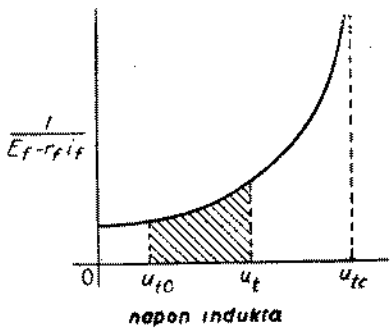
Vreme potrebno da se napon od svoje početne vrednosti u_{to} promeni na vrednost u_t iznosi tada

$$t = \frac{\sigma N_f}{k_\varphi}\int_{u_{to}}^{u_t}\frac{1}{E_f - r_f i_f}\,du_t \qquad (12\text{-}14)$$

Ovaj se integral može izračunati grafičkim određivanjem površine sa crteža na kome je predstavljena veličina $1/(E_f - r_f\, i_f)$ kao funkcija od u_t. Uzmimo da generator sa sl. 12-4 ima krivu magnećenja datu na sl. 12-5; zbog usvojenih uprošćenja,



Sl. 12-5. Kriva magnećenja generatora



Sl. 12-6. Grafička analiza uspostavljanja napona

[2] Za podrobne analize izvedene na toj osnovi, a isto tako i za grafički metod „korak po korak", videti O. G. C. Dahl, „Electric Power Circuits — Theory and Applications", Vol. II, Power System Stability, gl. XV i XVI, McGraw-Hill Book Company, Inc., Njujork, 1938.

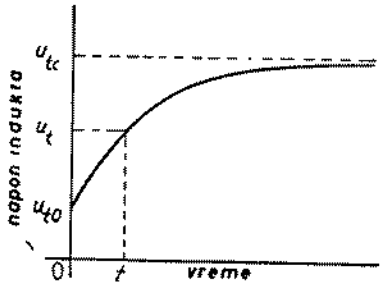
Grafički metodi se podrobno razmatraju u knjizi R. Rüdenberg, „Transient Performance of Electric Power Systems", McGraw-Hill Book Company, Inc., Njujork, 1950; videti posebno gl. 46.

[3] Opšte proučavanje grafičkog integriranja kao i integriranja metodom „korak po korak" može se naći u knjizi R. E. Doherty i E. G. Keller, „Mathematics of Modern Engineering", Vol. I, str. 163-185, John Wiley and Sons, Inc., Njujork, 1936.

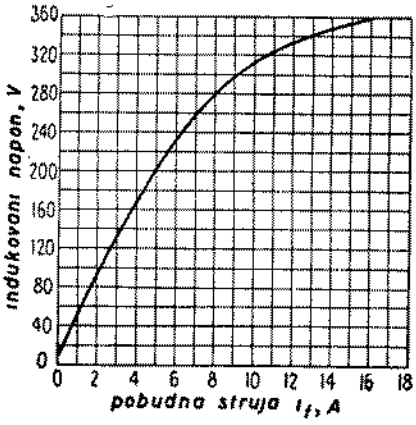
Specifični električni problemi razmatraju se u knjizi EE Staff, MIT, „Electric Circuits", Gl. XIII, John Wiley and Sons, Inc., Njujork, 1940.

ordinate ove krive daju neposredno napon u_t. Uspostavljanje napona u_t počev od početne vrednosti u_{t0} može da se postigne dejstvom naponskog regulatora time što se naglo smanji vrednost pobudnog otpornika, tako da se posle dovoljno dugog vremena postigne *najveća moguća vrednost napona* u_{tc}. Za svaku vrednost napona u može se odgovarajuća vrednost struja pročitati sa krive magnećenja; pomoću ove vrednosti može se izraz $1/(E_f - r_f\, i_f)$ izračunati i nacrtati kao funkcija od u_t, što je prikazano na sl. 12-6. Veličina šrafirane površine može se odrediti ili pomoću planimetra ili brojanjem kvadratića milimetarske hartije na kojoj je kriva nacrtana, ili primenom tetivnog pravila, ili primenom Simpsonovog pravila. Veličina ove površine, pomnožena sa $\sigma N_f/k_\varphi$, predstavlja vreme potrebno da napon naraste od vrednosti u_{t0} do vrednosti u_t. Za dostizanje najveće moguće vrednosti napona u_{tc} potrebno je, razume se, beskonačno dugo vreme. Ovako dobivena kriva napona u_t u funkciji vremena ima karakter krive sl. 12-7.

Grafički postupak prikazan na sl. 12-5 do 12-7 može se primeniti na mnoge jednačine prvoga reda u kojima se promenljive mogu na ovaj način razdvojiti. Opšti postupak sastoji se u pokušaju primene gore opisanih metoda ili njima sličnih; ako ovi pokušaji nisu uspešni mora se upotrebiti metod „korak po korak" čija je oblast primene znatno šira. Ove grafičke metode treba promeniti vrlo malo da bi se prilagodili za slučaj otočnih generatora ili za određivanje opadanja napona.



Sl. 12-7. Uspostavljanje napona na krajevima generatora od početne vrednosti u_{t0} do najveće moguće vrednosti u_{tc}



Sl. 12-8. Kriva magnećenja generatora jednosmerne struje od 200 kW, 250 V. Primer 12-2

Primer 12-2. Na sl. 12-8 data je kriva magnećenja generatora jednosmerne struje sa nezavisnom pobudom od 200 kW i 250 V, i to kad mu brzina ima nominalnu vrednost. Za ovu mašinu odnos N_f/k_φ iznosi 0,574 a sačinilac rasipanja σ može se smatrati konstantnim i ravnim 1,15. Induktivnost i otpor indukta, kao i reakcija indukta, mogu se zanemariti. Otpor u pobudnom kolu r_f iznosi 33,7 Ω.

U početku je generator nepobuđen, ali se obrće nominalnom brzinom. Na krajeve pobudnog kola priključi se naglo izvor jednosmernog napona od 230 V. U toku uspostavljanja napona i porasta opterećenja generatora njegova brzina se primetno ne menja.

a) Odrediti i nacrtati krivu napona na krajevima generatora u funkciji od vremena posle priključivanja napona u pobudno kolo.

b) Na istom crtežu nacrtati krivu za napon e_a u funkciji vremena dobivenu u primeru 12-1 i uporediti obe krive. Podaci u ovom primeru su za istu mašinu. U primeru 12-1 i konstanta $k_f = 38$ V/A i induktivnost pobudnog namotaja $L_f = 25$ H određeni su tako da se slažu sa tangentom na krivu magnećenja u koordinatnom početku, pri čemu se potpuno zanemaruje uticaj remanentnog magnetizma.

Rešenje. Za određivanje uspostavljanja napona upotrebimo jednačinu 12-14 koja postaje

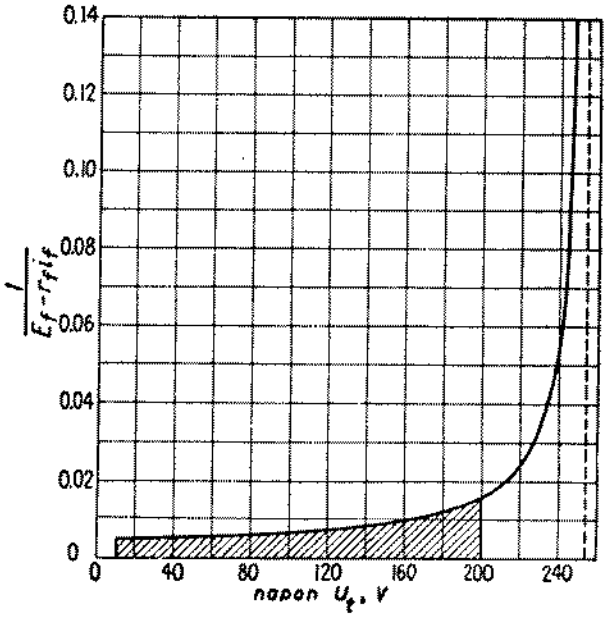
$$t = 1{,}15 \times 0{,}574 \int_{10}^{u_t} \frac{1}{230 - 33{,}7\, i_f}\, du_t$$

Za donju granicu uzeto je 10 V usvojivši da zaostali napon koji se uzima sa sl. 12-8 ima željeni polaritet.

Kriva za $1/(E_f - r_f i_f)$ kao funkcija od u_t nacrtana je na sl. 12-9. Pregled računanja za ovu krivu dat je u prvih pet kolona tablice 12-1. Integral se može izračunati pomoću odgovarajuće površine između ove krive i horizontalne ose; na taj način, vreme potrebno za uspostavljanje napona do vrednosti 200 V srazmerno je veličini šrafirane površine na sl. 12-9. Odatle se dobiva kriva za u_t u funkciji od t, koja je nacrtana na sl. 12-10.

TABLICA 12—1
ODREĐIVANJE KRIVE USPOSTAVLJANJA NAPONA, SL. 12—10

u_t	i_f	$r_f i_f$	$E_f - r_f i_f$	$\frac{1}{E_f - r_f i_f}$	Površina V/V	Vreme s
10	0	0	230	0,00435	0	0
100	2,24	75,7	154	0,00650	0,479	0,32
200	4,95	167	63	0,0159	1,50	0,99
240	6,28	212	18	0,0540	2,55	1,68
250	6,68	224	5,6	0,1785	3,56	2,34
254	6,83	230	0	∞	∞	∞

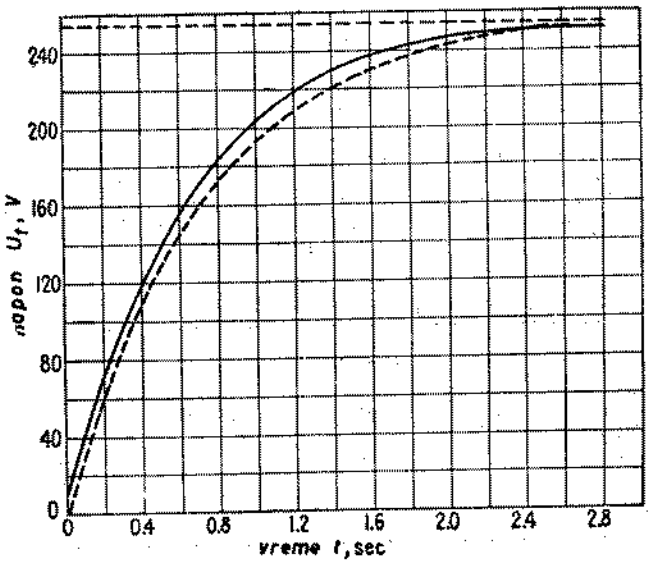


Sl. 12-9. Grafička analiza uspostavljanja napona. Primer 12-2

Na sl. 12-10 nacrtana je i kriva uspostavljanja napona data jednačinom

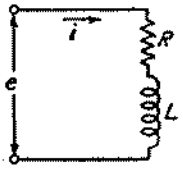
$$e_a = 260 - 260\, \varepsilon^{-1{,}35t}$$

dobivenom u primeru 12-1, gde se induktivnost i otpor indukta ne uzimaju u obzir. Glavne razlike između ove dve krive potiču od razlika u najvećem mogućem naponu u_{tc} izazvatim korišćenjem početne tangente krive magnećenja u primeru 12-1, kao i činjenicom da je u ovom primeru pretpostavljeno da uspostavljanje počinje od zaostalog napona veličine 10 V. Nagibi obe krive približno su podjednaki. Treba istaći da data kriva magnećenja pripada jednoj tipičnoj pobudnici proračunatoj tako da može obezbediti umereno veliku vrednost najvećeg mogućeg napona bez preteranog zasićenja.



Sl. 12-10. Napon na krajevima generatora u funkciji vremena. Primer 12-2

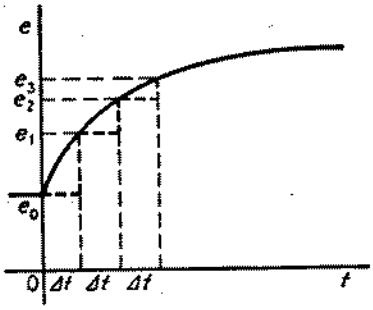
12-4. Analiza prelaznih pojava u mašinama za jednosmernu struju metodom „korak po korak". Kad se pored zasićenja mora voditi računa i o induktivnosti L_a i otporu r_a indukta, ili kad opterećenje generatora ima induktivni karakter, obično je nemoguće diferencijalne jednačine dovesti u oblik koji omogućava grafičko, integrisanje. Tada se mora upotrebiti metod „korak po korak". Da bismo ilustrovali ovaj postupak, posmatrajmo prosto kolo sa otporom R i induktivnošću L, predstavljeno na sl. 12-11, na koje je u trenutku $t = 0$ priključen poznat napon e promenljiv u vremenu, pri čemu pre toga trenutka u kolu nije bilo struje. Pretpostavimo da je e dato grafički kao funkcija vremena, što je na sl. 12-12 predstavljeno puno izvučenom krivom, a da nije poznat njegov analitički izraz. Ovaj napon bi mogao biti, na primer, unutrašnja e.m.s. indukta nezavisno pobuđenog generatora i mogao bi biti dobiven grafičkim integrisanjem jednačine pobudnog kola, a otpor R i induktivnost L bi bili otpor i induktivnost generatorskog indukta i njegovog kola opterećenja; sa fizičkog stanovišta mora se smatrati da u trenutku zatvaranja prekidača počinje uspostavljanje napona od njegove početne vrednosti e_0.



Sl. 12-11. Prosto kolo sa otporom R i induktivnošću L

Jednačina kola je:

$$L\frac{di}{dt} + Ri = e(t) \qquad (12\text{-}15)$$



Sl. 12-12. Priključeni napon kao funkcija vremena

gde je funkcionalna oznaka $e(t)$ upotrebljena da bi se naglasila činjenica da je napon

funkcija vremena. Pokušaji da se ova jednačina reši grafičkim integrisanjem bezuspešni su, jer kad se stavi u oblik ranije upotrebljeni:

$$dt = L\frac{di}{e(t) - Ri} \tag{12-16}$$

vidi se da je desna strana funkcija kako od vremena t tako i od struje i. Promenljive se ne mogu razdvojiti i ne može se nacrtati nikakva ispravna kriva koja bi bila funkcija samo od i. Za rešenje metodom „korak po korak", jednačinu 12-15 treba prepisati u obliku:

$$\frac{di}{dt} = \frac{e(t) - Ri}{L} \tag{12-17}$$

pri čemu se di/dt smatra konstantnim u kratkom intervalu vremena Δt i jednakim svojoj vrednosti na početku tog intervala. Priraštaj struje Δi u toku tog intervala iznosi

$$\Delta i = \frac{\Delta t}{L}[e(t) - Ri] \tag{12-18}$$

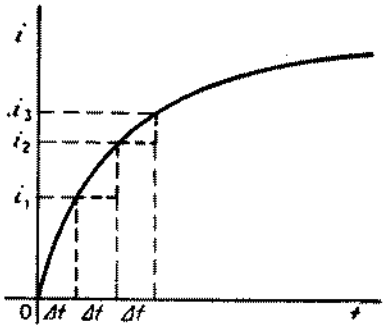
a ukupna struja na kraju intervala jednaka je zbiru ovog priraštaja i struje na početku intervala.

Prema tome, u početnom trenutku induktivnost L čini da struja ostaje ravna nuli a nagib tangente na krivu struje u početku iznosi e_0/L. Priraštaj struje Δi_1 za vreme prvog intervala jeste proizvod ovoga nagiba i vremena Δt, a struja i_1 na kraju prvog intervala jednaka je samom priraštaju Δi_1. Na početku drugog intervala ima se

$$\left(\frac{di}{dt}\right)_1 = \frac{e_1 - Ri_1}{L} \tag{12-19}$$

a za drugi interval

$$\Delta i_2 = \frac{\Delta t}{L}(e_1 - Ri_1) \tag{12-20}$$



Sl. 12-13. Kriva struje u funkciji vremena

tako da je struja na kraju drugog intervala $i_1 + \Delta i_2$. Nastavak ovog računskog procesa kojeg je najzgodnije urediti tabelarno prema tab. 12-2 daje kompletnu krivu za i kao funkciju vremena prikazanu na sl. 12-13.

TABLICA 12—2

TABLICA ZA REŠENJE METODOM „KORAK PO KORAK"

(1) Interval n	(2) Vreme $t = n\,\Delta t$	(3) Struja i	(4) e	(5) Ri	(6) $e—Ri$	(7) $\Delta i = \frac{\Delta t}{L}(e - Ri)$
0	0					
1	Δt					
2	$2(\Delta t)$					
3	$3(\Delta t)$					

Broj u koloni $(3)_n$ dobiva se sabiranjem brojeva kolone $(3)_{n-1}$ i $(7)_{n-1}$.
Broj u koloni $(3)_0$ određen je početnim uslovima.

Kao što je pokazano na sl. 12-12 i 12-13, izloženi postupak je isto što i da se napon i struja smatraju konstantnim u toku čitavog intervala Δt, a da se na njegovom kraju menjaju u skokovima. U ovim pretpostavkama sadržani su izvori kumulativne greške. Dužina vremenskog intervala Δt mora da bude dovoljno mala da bi se izbegle nepodnošljive greške; s druge strane mora se uvideti da se radeći sa preterano malim intervalom znatno povećava rad na traženju rešenja. Za konačan izbor treba se osloniti na iskustvo i zdravo rasudivanje, a i na poznavanje tačnosti koja se za specifičan problem traži. Za grubu orijentaciju treba vremensku konstantu ili periodu prelazne pojave proceniti na približnoj linearnoj osnovi pa pokušati sa intervalom od oko 5-10 odsto od procenjene vremenske konstante.

Uopšte uzev, metod „korak po korak" može se prilagoditi za ma koju diferencijalnu jednačinu ili sistem simultanih diferencijalnih jednačina. Postoji još mnogo varijanata ovog postupka kojima je cilj lakša primena u naročitim slučajevima ili smanjenje kumulativne greške[4].)

12-5. Prelazne pojave u sinhronim mašinama. Sinhrona mašina kao grupa spregnutih kola. Koliko su prelazne pojave u sinhronim mašinama po prirodi kompleksne, može se ceniti posmatrajući glavne konstruktivne detalje mašine sa ciljem da se istaknu kola koja su značajna kad prelazne pojave preovlađuju nad ustaljenim. U tu svrhu dat je šematski prikaz na sl. 12-14. Na njemu su predstavljeni i prigušni namotaji rotora — amortizatori, pošto oni mogu imati presudan značaj. Takođe je nacrtana konstrukcija sa isturenim polovima kako bi se istakle razlike koje postoje između ose polova, ili uzdužne ose, i ose međupolnog prostora, ili poprečne ose; slične razlike postoje među ovim dvema osama i kod mašine sa cilindričnim rotorom kad se posmatraju prelazne pojave, tako da proučavanje ove dve konstruktivne klase mašina postaje u principu slično.

U uravnoteženom i ustaljenom stanju, komponentni talas m. m. s. namotaja statora i talas odgovarajuće komponente fluksa obrću se istom brzinom kao rotor i njihov oblik je uglavnom nepromenljiv. Fluksovi kroz kola na rotoru ne menjaju se tada u vremenu, te se u njima i ne indukuju nikakvi naponi. U stvari, jedino kolo rotora koje treba uzeti u obzir jeste glavni pobudni namotaj, a struja u njemu određena je prostim Omovim zakonom.

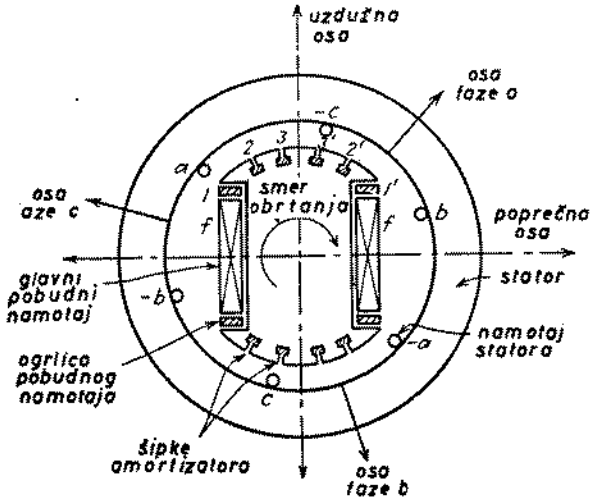
U prelaznom stanju, u svim kolima rotora mogu postojati struje promenljive u vremenu. Struje statora više nisu sinusoide sa konstantnom amplitudom, a ni komponentni talasi m. m. s . i fluksa statora nisu tada prostorne sinusoide sa konstantnom amplitudom. Štaviše, treba računati i s tim da se i mehanička brzina rotora menja u vremenu. Zbog svega ovoga, fluksovi kroz sva kola na rotoru su u vremenu promenljivi, i u svima tim kolima postoje indukovane struje; na primer, struja u glavnom pobudnom namotaju nije više određena prostim Omovim zakonom. Razume se, sve ove struje rotora sudeluju u pobudivanju mašine jer one imaju svoj udeo u stvaranju fluksa u vazdušnom procepu i na taj način utiču na trenutne vrednosti statorskih struja. Ukratko, mašina se mora shvatiti kao nezgodno velika grupa međusobno spregnutih kola da bi se moglo pomišljati na sistematsko prilaženje problemu prelaznog stanja.

Na sl. 12-14 predstavljene su na statoru sve tri faze a, b i c, kao i kola na rotoru koja odgovaraju pobudnom namotaju, šipkama 2-2 i 3-3 i provodnoj ogrlici pobudnog namotaja 1-1. Još jedno dopunsko kolo na rotoru mogu obrazovati klinovi i gvozdeni delovi konstrukcije rotora. Na sličan način, mašine sa cilindrič-

---

[4]) U članku H. C. Anderson, S. B. Crary i N. R. Schultz, Present D-c Aircraft Electric Supply Systems, *Trans. AIEE*, vol. 63, str. 265, 1944, opisan je jedan metod za analizu kratkog spoja na eksperimentalno određenim karakteristikama koji je naročito koristan za analizu električnih sistema u avionima.

nim rotorom mogu osim glavnog pobudnog namotaja imati na rotoru i druga kola, naročito u poprečnoj osi gde gvožđe rotora može obrazovati ekvivalentno kolo koje je za indukovane struje skoro isto toliko povoljno kao i glavni pobudni namotaj.



Sl. 12-14. Šematski prikaz sinhrone mašine koji pokazuje kola značajna u prelaznim stanjima

Svako od ovih kola ima svoj otpor, svoju samoinduktivnost i međusobne fnduktivnosti u odnosu na sva ostala kola. Da bi ionako kompleksna situacija bila još komplikovanija, samoinduktivnosti i međusobne induktivnosti kola na statoru sunkcije su od položaja rotora, menjajući se periodično kad se rotor obrće. Srećom je samo samoinduktivnosti kola na rotoru i međusobne i nduktivnosti među kolima rotora mogu smatrati konstantnim sve dok je uticaj zubaca i žlebova statora zanemaren. Imajući u vidu ovu kompleksnost, nije se ni pokušalo da se zasićenje, histereza ili vihorne struje uzmu u obzir u osnovnoj analizi prelaznih stanja u radu sinhronih mašina.[5] Da bi se ovaj kompleksni problem bar donekle uprostio, analize se obično ograničavaju na mašine koje na rotoru, pored glavnog pobudnog namotaja, imaju samo jedno efektivno kolo u uzdužnoj osi i samo jedno efektivno kolo u poprečnoj osi, drugim rečima po jedno ekvivalentno kolo amortizatora u svakoj osi.[6]

U skladu s tim, za osnovnu analizu prelaznih stanja sinhronih mašina potrebno je rešiti sistem simultanih diferencijalnih jednačina za spregnuta kola. Zbog idealizacije mašine, odnosi između fluksova kroz kola i struja linearni su, a zbog simetričnosti geometrijskog oblika mašine izvesni koeficijenti samoinduktivnosti i međusobne induktivnosti mogu imati jednake vrednosti. Pri svem tom, rešavanje ovih jednačina, čak i samo sa po jednim kolom amortizatora u svakoj osi, predstavlja vrlo težak zadatak, i to ne zbog neke dubokosti, već zbog složenosti detalja. Rešenje se znatno olakšava linearnom transformacijom promenljivih, pomoću koje se tri fazne struje statora i_a, i_b i i_c zamenjuju trima komponentnim stru-

[5] Radi upoznavanja sa kompletnim postavkama koje se pri ovim idealizacijama obično čine, videti R. H. Park, Definition of an Ideal Synchronous Machine, *Gen. Elec. Rev.*, vol. 31, str. 332-334, juni 1928.

[6] Izuzetak od ove postavke može se naći u proučavanju puštanja u rad sinhronih motora, gde je konfiguracija prigušnog namotaja očigledno značajna. Videti T. M. Linville, Starting Performance of Salient-Pole Synchronous Motors, *Trans. AIEE*, vol. 49, str. 531-545, april 1930.

jama: *komponentom uzdužne ose* i_d, *komponentom poprečne ose* i_q i *jednofaznom komponentom* ili *nultom komponentom* i_0. Slične transformacije vrše se i sa naponima i fluksovima kroz kola. Za rad u ustaljenom uravnoteženom stanju, i_0 je nula (u ovoj glavi neće se raspravljati o značenju komponente i_0, zato što se detaljno raspravlja jedino o uravnoteženim stanjima), a fizičko značenje komponentnih struja uzdužne i poprečne ose dato je već u glavi 8; u stvari, osnova ideje o sprovođenju ove transformacije leži u proširenju fizičke slike iz teorije dve reaktanse za ustaljeno stanje. Zamenom promenljivih postiže se da se simultane jednačine mogu napisati u sažetom obliku, pri čemu svaka jednačina sadrži samo promenljive iste ose. Pored toga, ovim se omogućava lako uočavanje izvesnih kombinacija konstanti mašine koje se često ponavljaju i koje postaju reaktanse i vremenske konstante; o njima će se raspravljati u sledeća četiri odeljka. Analiza zasnovanih na ovim diferencijalnim jednačinama ima izvedenih za probleme samo jedne mašine, jedne mašine i krute mreže, kao i za probleme prostog sistema od dve mašine.[7]

U inženjerskoj primeni teorije prelaznih pojava u mašinama, mora se imati na umu da pojedinačna sinhrona mašina ne predstavlja nipošto jedini element u običnom problemu sistema. Uopšte uzev, postoji priličan broj drugih takvih mašina sa drukčijim konstantama povezanim međusobno komplikovanom mrežom koja sadrži još i mnogobrojna opterećenja. Štaviše, glavni pobudni namotaj svakog generatora napaja se iz pobudnice u čijoj pobudi deluje automatski regulator napona koji pri svakom poremećaju stupa u dejstvo i menja pobudnu struju. Pored toga, dejstvo brzinskog regulatora turbine može imati vrlo snažan uticaj na rad sistema. Sva ova razmatranja jasno ukazuju na potrebu za prostim metodima za predstavljanje prelaznih stanja sinhronih mašina. Vrlo je poželjno da se mašina kao element sistema predstavi pomoću prostog ekvivalentnog kola — slično onome što se dobiva upotrebom sinhrone reaktanse za ustaljena stanja. Metod koji se u stvari upotrebljava sastoji se u predstavljanju mašine pomoću relativno malog broja reaktansi i vremenskih konstanti. Poznavanje reaktansi dopušta da se sračunaju početne vrednosti prelaznih struja, dok vremenske konstante opisuju njihovo opadanje. Osnovu ovog metoda predstavlja proučavanje spregnutih kola, ali pošto su uprošćenja i aproksimacije neophodni, potrebno je oslanjati se na rezultate ogleda i na dobru fizičku sliku.

12-6. Prelazne pojave u sinhronim mašinama. Približna fizička slika. Kad se eksperimentalni podaci o prelaznim stanjima žele da protumače sa ciljem da se dobije fizička slika ovih pojava, neophodno je vršiti razna uprošćenja. Pri tome je postupanje sa otporima jedna važna pojedinost. Potpunim zanemarenjem otpora problem se umnogome uprošćava. U tom slučaju, u odsustvu kapaciteta, ukupni fluks kroz ma koje zatvoreno kolo na rotoru ne može da se menja u slučaju poremećaja već mora da ostane konstantan na svojoj početnoj vrednosti. Ova nepromenljivost je posledica činjenice da bi se sa promenom fluksa kroz takvo kolo nužno pojavio u tome kolu izvestan indukovani *napon*, što je u suprotnosti sa drugim Kirhofovim zakonom. Svakoj težnji fluksa kroz kolo da se promeni, kao što može biti nagao porast struje statora neposredno posle kratkog spoja,

[7] Izvanredan uvod za ovu analizu dao je B. R. Prentice, Fundamental Concepts of Synchronous Machine Reactances, *Trans. AIEE Suppl.* vol. 56, str. 1-20, 1937.

Detaljna razmatranja mogu se naći u sledećim člancima: R. H. Park, Two-reaction Theory of Synchronous Machines I, *Trans. AIEE*, vol. 48, str. 716-730, juli 1929; R. H. Park, Two-Reaction Theory of Synchronous Machines II, *Trans. AIEE*, vol. 52, str. 352, januar 1933; S. B. Crary i M. L. Waring, The Operational Impedances of a Synchronous Machine, *Gen. Elec. Rev.*, vol. 35, str. 578-582, nov. 1932; A. R. Miller i W. S. Weil, Operational Solution of A-c Machines, *Trans. AIEE*, vol. 55, str. 1191-1199, nov. 1936; A. R. Miller i W. S. Weil, Alternator Short-circuit Currents under Unsymmetrical Terminal Conditions, *Trans. AIEE*, vol. 56, str. 1268-1276, okt. 1937.

suprotstavlja se, dakle, indukovana *struja* čija je vrednost taman tolika da se održi nepromenljivost fluksa kroz kolo iako težnja za promenom postoji. Izračunavanje struja posle poremećaja svodi se onda na iznalaženje raznih vrednosti fluksova kroz kola pre poremećaja iz specificiranih početnih uslova i na rešavanje jednačina spregnutih kola koje kazuju da ove vrednosti moraju ostati iste i posle poremećaja. U pitanju su algebarske a ne diferencijalne jednačine, a indukovane struje do kojih se dolazi ne opadaju s vremenom pošto je otpor ravan nuli.

Naravno da u stvarnosti ni rezultati ogleda ni zdrav razum ne dopuštaju da se usvoji da indukovane struje ne opadaju sa vremenom. Metod koji se praktično upotrebljava ima svog opravdanja u činjenici da većina kola sa kojima se radi u sinhronim mašinama, iako svako sadrži izvestan otpor tako da se na kraju fluks kroz njega promeni, ipak ima dovoljno mali otpor da bi se zbivanja u prvom trenutku posle nagle promene mogla smatrati vrlo bliskim zbivanjima u slučaju da su otpori ravni nuli. Na osnovu ovoga početne vrednosti struja i fluksova kroz kola neposredno posle nagle promene određeni su grupom reaktansi definisanih smatrajući da otpora uopšte nema, dok se opadanje ovih struja i fluksova obuhvata grupom vremenskih konstanti određenih kako otporima tako i reaktansama kola.[8] Ovaj metod je prema tome približan utoliko što se otpor samo posredno uzima u obzir pri rešavanju. Ali on ima veliki praktičan značaj, pošto se samo na ovaj način mogu obrađivati problemi koji se javljaju u komplikovanim sistemima sa mnogo mašina.

Ovakvo prilaženje problemu dovodi nas do jedne fizičke slike zbivanja u mašini koja se podudara sa rezultatima eksperimenata. Posmatrajmo sinhroni generator koji se obrće sinhronom brzinom a na klizne prstenove mu je priključen konstantan jednosmerni napon. Šipke amortizatora obrazuju u uzdužnoj osi još jedno efektivno kolo rotora, pored glavnog pobudnog namotaja. Mašina radi u početku neopterećena i iznenada se na njenim krajevima pojavljuje trofazan kratak spoj. Na sl. 12-15 prikazana je simetrična kriva struje kratkog spoja kakva bi se mogla dobiti oscilografom. Ova kriva, čija je obvojnica prikazana na sl. 12-16, može da se podeli na tri perioda: *početni* ili *subtranzijentni* (ili još *udarni*) *period* koji traje prvih nekoliko ciklusa i u toku kojeg je opadanje struje vrlo brzo; *prelazni* ili *tranzijentni period*, koji traje relativno duže i u toku kojeg je opadanje struje umerenije; i konačno, *period ustaljenog* (ili *trajnog*) *stanja*, u toku kojeg struja ima vrednost koja se određuje na osnovu principa gl. 7 i 8. Da se ova tri uzastopna perioda stapaju jedan s drugim posredstvom približno eksponencijalne obvojnice može se pokazati odgovarajućim polulogaritamskim crtežom. Razlika $\Delta i'$ (sl. 12-16) između obvojnice prelazne struje i amplitude struje u ustaljenom stanju nacrtana je na sl. 12-17 kao funkcija vremena, pri čemu je skala na ordinatnoj osi logaritamska. Na sličan način je i na sl. 12-17 nacrtana razlika $\Delta i''$ izmedu obvojnice početnog perioda i ekstrapolacije obvojnice prelaznog perioda. Kad se ovaj crtež izvede pažljivo, obe linije se jako približuju pravama, što pokazuje da ovo opadanje ima u suštini eksponencijalan karakter.[9]

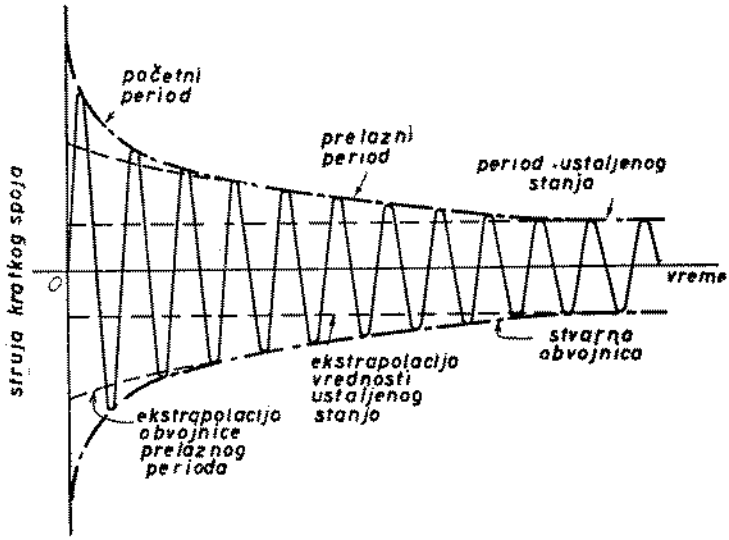
Fizička slika zbivanja u toku ovih perioda može se konstruisati imajući u vidu da se pod uslovima kratkog spoja, a sa otporom statora ravnim nuli, talas m. m. s. statora nalazi u uzdužnoj osi mašine. Prema tome, odlučujuću važnost

---

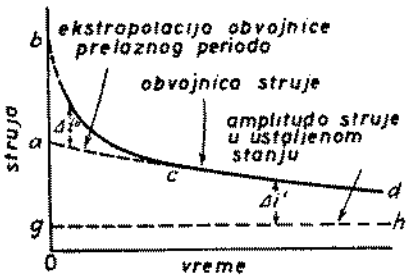
[8] Osnova za ovakvu analizu koja se katkad naziva *metod konstantnih fluksova*, pretresa se u članku R. E. Doherty, A Simplified Method of Analyzing Short-circuit Problems, *Trans. AIEE*, vol. 42, str. 841-849, 1923.

[9] Detaljna uputstva o izvođenju ove analize oscilograma, sa primerima, data su u članku S. H. Wright-a, „Determination of Synchronous Machine Constants by Test", *Trans. AIEE*, vol. 50, str. 1331-1351, decembar 1931.

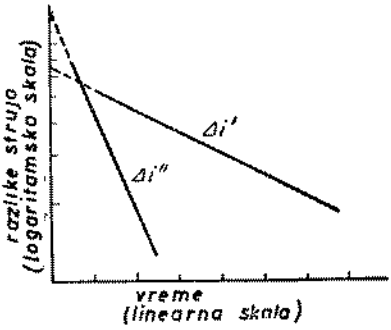
dobivaju kola rotora u uzdužnoj osi kao i fluksovi kroz njih. Fluks kroz glavni pobudni namotaj mora ostati konstantan i imati vrednost određenu induktivnošću



Sl. 12-15. Simetrična struja kratkog spoja u statoru sinhrone mašine

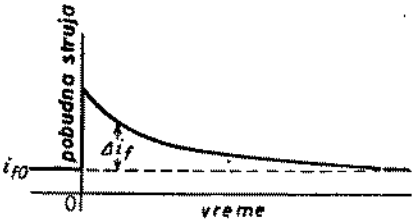


Sl. 12-16. Obvojnica simetrične struje kratkog spoja sinhrone mašine



Sl. 12-17. Razlike između komponenata struje nacrtane u polulogaritamskom koordinatnom sistemu

pobudnog namotaja i pobudnom strujom pre nastanka kratkog spoja. Ova konstantnost mora da se održi uprkos dejstvu razmagnećenja m. m. s. statora usled struje kratkog spoja sa sl. 12-15. U pobudnom namotaju mora se stoga pojaviti jedna indukovana komponenta struje, kao što je ona prikazana na sl. 12-18, da bi se suzbila ova m. m. s. razmagnećenja. Indukovana komponenta struje u pobudnom namotaju određuje sa svoje strane ponašanje struje statora za vreme prelaznog perioda; ona naprosto predstavlja jaču pobudu mašine nego u ustaljenom stanju i shodno tome su struje statora veće u prelaznom nego u ustaljenom stanju. Indu-



Sl. 12-18. Približan oblik pobudne struje sinhrone mašine posle kratkog spoja na njenom induktu

kovana pobudna struja, pošto u pobudnom kolu nema nikakvog priključenog napona da je podržava, opada sa vremenskom konstantom određenom otporom pobudnog kola i njegovom ekvivalentnom induktivnošću, pa i odgovarajuća komponenta struje statora opada podjednakom brzinom. Vremenska konstanta ovih pojava može se odrediti iz obvojnice sa slika 12-15 do 12-17.

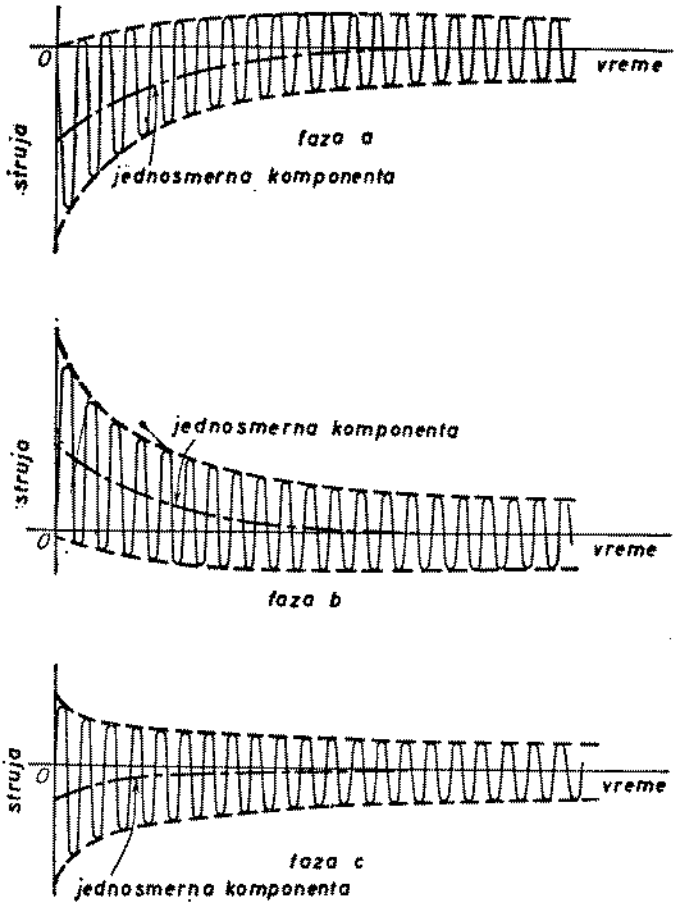
Međutim, glavni pobudni namotaj nije jedino kolo rotora u uzdužnoj osi. Fluks kroz kolo amortizatora mora ostati konstantan na svojoj početnoj vrednosti određenoj međusobnom induktivnošću između pobudnog i prigušnog namotaja i jačinom pobudne struje pre nastanka kratkog spoja. I ovde se ova konstantnost mora da održi uprkos tome što m. m. s. statora usled struje kratkog spoja sa sl. 12-15 ima dejstvo razmagnećenja. U amortizatoru se, dakle, mora pojaviti jedna naglo indukovana struja. Ona određuje kako će se struja statora ponašati u toku početnog perioda; ona naprosto predstavlja jedno još jače pobuđivanje rotora nego što je ono u prelaznom periodu i stoga su struje statora u toku početnog perioda veće nego u toku prelaznog. Indukovana struja amortizatora opada sa vremenskom konstantom određenom otporom amortizatora i njegovom ekvivalentnom induktivnošću, pa i odgovarajuća komponenta struje statora opada podjednakom brzinom. Pošto je odnos između otpora amortizatora i ekvivalentne induktivnosti relativno veći nego u slučaju pobudnog kola, opadanje početne komponente znatno je brže od prelazne. Odgovarajuća početna vremenska konstanta može se odrediti pomoću obvojnice sa sl. 12-15 do 12-17.

Međutim, oscilogram sa sl. 12-15 predstavlja više specijalan nego opšti slučaj, u tome smislu što je prikazana simetrična kriva struje. Običniji oscilogrami imaju opšti izgled prikazan na sl. 12-19. Ove krive nisu simetrične u odnosu na apscisnu osu već imaju i po jednu određenu jednosmernu komponentu. Simetrična kriva, kakva je bila data na sl. 12-15, može se dobiti bilo precrtavanjem kriva sa sl. 12-19 oduzimajući jednosmernu komponentu, bilo snimanjem čitavog niza oscilograma sve dok se ne dobije simetrična kriva na jednoj od tri faze.

Jednosmerna komponenta statorske struje uklapa se u našu fizičku sliku kad se uzme u obzir da fluks kroz ma koji fazni namotaj na statoru mora da ostane konstantan kada taj namotaj nema otpora. Kad se kratak spoj pojavi u trenutku kad je fluks kroz neku statorsku fazu jednak nuli, nema potrebe ni za kakvom jednosmernom komponentom struje koja bi ga održavala konstantnim. Na toj vrednosti i kriva struje kratkog spoja je za tu fazu simetrična. Kad se, međutim, kratak spoj pojavi u trenutku kad fluks kroz kolo neke faze ima vrednost različitu od nule, u toj se fazi mora pojaviti jednosmerna komponenta struje da bi se fluks kroz nju održao na konstantnoj vrednosti. Jednosmerne komponente struje imaju i ovde, kao i u slučaju kada se na prosto kolo sa induktivnošću L i otporom R naglo priključi naizmenični napon, istu svrhu. Kao tamo, najveća moguća vrednost jednosmerne komponente struje jednaka je najvećoj trenutnoj vrednosti simetrične struje kratkog spoja za vreme početnog perioda. Ova najveća vrednost jednosmerne komponente pojavljuje se kad do kratkog spoja dođe u trenutku maksimalnog fluksa kroz posmatranu fazu statora i tada odgovarajuća kriva struje kratkog spoja u svom početku najviše odstupa od simetrije u odnosu na apscisnu osu. Pošto ovu jednosmernu komponentu ne podržava nikakav jednosmerni napon u kolu statora, ona postepeno nestaje brzinom koja je određena otporom statorskog kola i njegovom ekvivalentnom induktivnošću.

Jednosmerna komponenta struje statora proizvodi komponentu polja u vazdušnom procepu koja je u prostoru nepokretna i stoga indukuje u kolima na rotoru, koji se obrće sinhronom brzinom, napone statorske učestanosti. Na sl. 12-20 može se videti naizmenična komponenta superponirana na pobudnu struju neposredno posle trofaznog kratkog spoja na krajevima statora; na ovoj slici vidi se i

činjenica da pobudna struja, u suprotnosti sa približnom skicom na sl. 12-18, ne može u prvom trenutku da se naglo promeni. Kao što je pokazano u glavi 10,



Sl. 12-19. Struje kratkog spoja u tri faze jedne sinhrone mašine

pulzaciona polja proizvedena ovim jednofaznim strujama mogu se razložiti u komponentna polja sa suprotnim smerovima obrtanja. Jedna komponenta je nepomična u odnosu na stator i reaguje na jednosmernu komponentu statorske struje. Druga komponenta se u odnosu na stator obrće brzinom dvaput većom od sinhrone i indukuje u namotaju statora drugi harmonik napona. Ako je kolo statora neuravnoteženo (na primer, kratkim spojem između dve faze ili između faze i neutralnog provodnika umesto uravnoteženog trofaznog kratkog spoja), onda se mogu javiti viši harmonici kako u statorskim tako i u rotorskim strujama uzastopnim međusobnim dejstvom ovih polja u vazdušnom procepu. Naizmeničnim komponentama statorskih struja izazivaju se takode harmonici pod neuravnoteženim uslovima. Posledica ovoga je da kriva struje može u slučaju neuravnoteženog kratkog spoja

Sl. 12-20. Struja pobude posle kratkog spoja

na krajevima mašine znatno da odstupa od oblika datog na sl. 12-15 i 12-18. Kad do kratkog spoja dolazi u tačkama udaljenim od krajeva mašine, harmonici mogu biti znatno smanjeni dejstvom reaktanse na koju struja nailazi. U mnogim inženjerskim problemima harmonici se zanemaruju; ovde ih nećemo uzeti u obzir ni u jednoj od docnijih analiza. Iz razmatranja će se takođe izostaviti svaka nesimetričnost statorskog kola.[10]

12-7. Reaktanse i vremenske konstante sinhronih mašina. Na osnovu ovih fizičkih razmatranja radne karakteristike neopterećene mašine neposredno posle kratkog spoja na njenim krajevima mogu se opisati pomoću tri reaktanse i tri vremenske konstante. Trajnu struju kratkog spoja određuje sinhrona reaktansa uzdužne ose x_d. *Prelazna* ili *tranzijentna reaktansa uzdužne ose* x_d' definisana je time što ona određuje početnu vrednost Oa obvojnice prelaznog perioda simetričnog kratkog spoja acd (sl. 12-16); ona je jednaka količniku efektivne vrednosti faznog napona pre nastanka kratkog spoja, dakle pri praznom hodu, i veličine $Oa/\sqrt{2}$; ovde se $\sqrt{2}$ pojavljuje zbog toga što je kriva acd obvojnica maksimalnih vrednosti struje. *Prelazna* ili *tranzijentna vremenska konstanta uzdužne ose* T_d' definisana je time što ona određuje kako opada obvojnica acd prelaznog perioda; ona je jednaka vremenu potrebnom da ova obvojnica opadne do tačke u kojoj razlika između nje i obvojnice trajne struje ah iznosi $1/\varepsilon$, odnosno 0,368, od početne razlike ga. *Početna* ili *subtranzijentna reaktansa uzdužne ose* x_d'' definisana je time što ona određuje početnu vrednost Ob obvojnice početnog perioda simetričnog kratkog spoja bc (sl. 12-16); ona je jednaka količniku efektivne vrednosti faznog napona pre nastanka kratkog spoja, dakle pri praznom hodu, i veličine $Ob/\sqrt{2}$; ovde se $\sqrt{2}$ pojavljuje zbog toga što je kriva bc obvojnica maksimalnih vrednosti struje. *Početna* ili *subtranzijentna vremenska konstanta uzdužne ose* T_d'' definisana je time što ona određuje kako opada obvojnica bc subtranzijentnog perioda; ona je jednaka vremenu potrebnom da ova obvojnica opadne do tačke gde razlika između nje i obvojnice prelaznog perioda acd iznosi $1/\varepsilon$, odnosno 0,368, od početne razlike ab. Početna vrednost jednosmerne komponente struje odredena je, kako se to lepo vidi na sl. 12-19, trenutkom u periodi napona u kome je došlo do kratkog spoja; njena najveća moguća vrednost jednaka je maksimalnoj amplitudi Ob (sl. 12-16) simetrične subtranzijentne struje. *Vremenska konstanta indukta* ili *aperiodična vremenska konstanta* T_a definisana je time što ona određuje kako opada jednosmerna komponenta; ona je jednaka vremenu potrebnom da jednosmerna komponenta opadne na vrednost jednaku $1/\varepsilon$ odnosno 0,368 od svoje početne vrednosti.

Ove reaktanse su upravo one konstante mašine koje treba upotrebiti ne samo u slučaju trofaznog kratkog spoja neposredno na krajevima neopterećene mašine, već i u svim onim slučajevima u kojima dolazi do nagle promene struje uzdužne ose. Ova činjenica je naročito istaknuta konvencionalnim definicijama ovih reaktansi, koje su formulisane pomoću naglo priključenih struja. Ove definicije glase:[11]

---

[10] Za sve pojedinosti, uključujući harmonike, neuravnotežena stanja i inženjerske primene, sledeći radovi R. E. Doherty-a i C. A. Nickle-a smatraju se klasičnim: „Synchronous Machines I, An Extension of Blondel's Two-reaction Theory", *Trans. AIEE*, vol. 45, str. 912-926, 1926; „Synchronous Machines II, Steady-state Power-angle Characteristics", *Trans. AIEE*, vol. 45, str. 927-947, 1926; „Synchronous Machines III, Torque-angle Characteristics under Transient Conditions", *Trans. AIEE*, vol. 46, str. 1-18, 1927; „Synchronous Machines IV, Single-phase Phenomena in Three-phase Machines", *Trans. AIEE*, vol. 47, str. 457-492, 1928; „Synchronous Machines V, Three-phase Short Circuit", *Trans. AIEE*, vol. 49, str. 700-714, 1930.

[11] „AIEE Test Code for Synchronous Machines", No. 503, American Institute of Electrical Engineers, Njujork, 1945.

Prelazna reaktansa uzdužne ose je odnos između osnovnog harmonika reaktivnog pada napona indukta, usled osnovnog harmonika naizmenične struje direktne ose u induktu, i tog harmonika struje pod uslovima naglo priključenog opterećenja i pri nominalnoj učestanosti; vrednost struje treba odrediti ekstrapolacijom obvojnice krive naizmenične komponente struje do trenutka naglo priključenog opterećenja, zanemarujući komponente struje koje brzo opadaju i traju samo nekoliko prvih ciklusa.

Početna reaktansa uzdužne ose je odnos između osnovnog harmonika reaktivnog pada napona indukta, usled početne vrednosti osnovnog harmonika naizmenične komponente struje indukta, i tog istog harmonika struje pod uslovima naglo priključenog opterećenja i pri nominalnoj učestanosti.

S druge strane, vremenske konstante T_d', T_d'' i T_a mogu se upotrebiti samo za trofazne kratke spojeve na krajevima mašine. Kad postoji impedansa u spoljnom kolu, na opadanje indukovanih struja utiču ne samo induktivnosti i međusobne induktivnosti same mašine, već i konstante spoljnog kola. Međutim, postoje prosti metodi za odgovarajuće korekcije vremenskih konstanti u prisustvu spoljne reaktanse.

Dosad smo razmatrali samo zbivanja u uzdužnoj osi, pošto u trofaznim kratkim spojevima na čisto reaktivnim kolima učestvuju samo veličine uzdužne ose, pod usvojenim pretpostavkama. Kad je mašina pre kratkog spoja opterećena potrošačem aktivne snage, onda i veličine poprečne ose igraju izvesnu ulogu jer se može očekivati da će se i struje i_q poprečne ose promeniti, i da se fluksovi kroz kola u poprečnoj osi rotora moraju održati na konstantnoj vrednosti uprkos tim promenama. Kad se i ove pojave moraju obuhvatiti, onda se mora uzeti u obzir prelazna reaktansa poprečne ose x_q', početna reaktansa poprečne ose x_q'', prelazna vremenska konstanta poprečne ose T_q' i početna vremenska konstanta poprečne ose T_q''. Ove reaktanse i vremenske konstante povezane su sa pojavama poprečne ose na isti način kao odgovarajuće veličine uzdužne ose sa pojavama u uzdužnoj osi. U stvari, definicije veličina x_q' i x_q'' iste su kao definicije veličina x_d' odnosno x''_d izuzev što su reči „uzdužna osa" zamenjene rečima „poprečna osa".[12]

U poprečnoj osi normalne mašine ne postoji pobudni namotaj, tako da se rotorska kola poprečne ose moraju obrazovati šipkama amortizatora ili gvozdenim delovima rotora u međupolnom prostoru mašine sa cilindričnim rotorom. Kad u poprečnoj osi nema efektivnih rotorskih namotaja, onda je $x_q = x'_q = x_q''$. Kad se kolo u poprečnoj osi mašine sa isturenim polovima sastoji od šipki amortizatora, indukovane struje imaju karakter početnih struja; tada je $x_q' = x_q$, dok je x_q'' manje. Kad se kolo u poprečnoj osi mašine sa cilindričnim rotorom sastoji od gvožđa u međupolnom prostoru, indukovane struje imaju obično karakter prelaznih a ne početnih struja; x_q' je skoro jednako sa x_q'' dok je x_q malo veće. U slučaju turboalternatora sa masivnim cilindričnim rotorom, gvožđe rotora u međupolnom prostoru obrazuje kolo za indukovane struje isto toliko efektivno kao glavni pobudni namotaj u podužnoj osi, te je x_q' približno jednako sa x'_d.

U tablici 12-3 date su tipične vrednosti ovih konstanti za razne tipove sinhronih mašina. Reaktanse su date u relativnim jedinicama, pri čemu su za bazu uzete nominalne veličine mašine. Za pojedinačne mašine mogu se očekivati izvesna umerena odstupanja sa obe strane od ovih vrednosti.

---

[12] Za raspravljanje o ovim reaktansama sa gledišta odgovarajućih putanja fluksa, v. L. P. Shildneck, Synchronous Machine Reactances, a Fundamental and Physical Viewpoint, *Gen. Elec. Rev.*, vol. 35, str. 560-565, novembar 1932.

Iscrpnija diskusija data je u članku R. H. Park i B. L. Robertson, The Reactances of Synchronous Machines, *Trans. AIEE*, vol. 47, str. 514-536, april 1928.

TABLICA 12—3

TIPIČNE VREDNOSTI KONSTANTI SINHRONIH MAŠINA

(Reaktanse su date u relativnim jedinicama u odnosu na nominalne veličine mašine, a vremenske konstante su u sekundama)

Konstanta mašine	Generatori sa cilindričnim rotorom		Generatori sa isturenim polovima	Motori sa isturenim polovima (sporohodi)	Sinhroni kompenzatori
	Masivni rotor	Rotor od limova			
x_d	1,10	1,10	1,00	1,10	1,60
x'_d	0,20	0,20	0,35	0,50	0,60
x''_d	0,10	0,10	0,23	0,35	0,25
x_q	1,00	1,00	0,65	0,80	1,00
x'_q	0,20	1,00	0,65	0,80	1,00
x''_q	0,15	0,25	0,65	0,40	0,30
T'_d	1,0	1,0	1,8	1,4	2,0
T''_d	0,035	0,035	0,035	0,035	0,035
T_a	0,15	0,15	0,15	0,15	0,15

12-8. Ekvivalentno kolo za prelazna stanja. Primenom principa o nepromenljivosti fluksa kroz kolo, mogu se za spregnuta kola napisati jednačine koje odgovaraju konvencionalnoj definiciji prelazne reaktanse uzdužne ose x_d', a iz ovih jednačina se može odrediti x'_d kao funkcija međusobnih i rasipnih induktivnosti. Iz ovog izračunavanja može se dobiti i prosto ekvivalentno kolo za x'_d, a prelazne vremenske konstante mogu se tumačiti pomoću tog ekvivalentnog kola. Uzimajući ove rezultate kao osnovu, ovaj postupak se može proširiti na slučaj kad između mesta kratkog spoja i krajeva mašine postoji spoljna reaktansa.

Da bismo reprodukovali uslove koje propisuje konvencionalna definicija reaktanse x'_d, posmatrajmo neopterećenu sinhronu mašinu koja se obrće sinhronom brzinom a u početku nema pobudne struje, dok su joj klizni prstenovi u kratkom spoju, tako da je pobudno kolo zatvoreno. Zanemariti one komponente struje kratkog spoja u početku, koje traju samo nekoliko ciklusa, isto je što i zanemariti sva rotorska kola u uzdužnoj osi izuzev kola glavne pobude. Izvesnu struju uzdužne ose treba naglo priključiti i odrediti propratni napon na krajevima mašine.

Neka je L_f rasipna induktivnost pobudnog namotaja, L_a rasipna induktivnost indukta, a M_d međusobna induktivnost induktnog i pobudnog namotaja u podužnoj osi. Članovi L_a i M_d odgovaraju rasipnoj reaktansi indukta x_a i reaktansi magnećenja podužne ose $x_{\varphi d}$ za struje osnovne učestanosti u ustaljenom stanju. Treba primetiti da se sa $x_{\varphi d}$, pa prema tome i sa M_d, uzima u obzir dejstvo sve tri faze statora kad su statorske struje uravnotežene. Isto tako treba primetiti da smo ovde za rasipnu reaktansu indukta upotrebili oznaku x_a, umesto x_l kao u glavama 7 i 8. Ova izmena je urađena zato što je za čitaoca lakše da pravi razliku između rasipanja indukta, označenog indeksom a i rasipanja pobudnog namotaja, označenog indeksom f.

U trenutku kad pobudna struja ima vrednost i_f, a struja uzdužne ose statora vrednost i_d, fluks kroz kolo pobude je

$$\lambda_f = (L_f + M_d)\, i_f - M_d i_d \tag{12-21}$$

U pogledu izbora znaka uzeto je da pozitivne vrednosti struje i_d proizvode fluks u suprotnom smeru od onoga što potiče od pozitivnih vrednosti struje i_f. Pojave se isto tako posmatraju sa statorske strane i sve su veličine svedene na stator.

Fluks kroz kolo pobude λ_f jednak je u početku nuli i kad otpora nema, mora da ostane na toj vrednosti i u svim sledećim trenucima. Čim se, dakle, pojavi

neka vrednost i_d različita od nule, istovremeno se mora pojaviti i indukovana struja u pobudnom namotaju data izrazom

$$i_f = \frac{M_d}{L_f + M_d} i_d \tag{12-22}$$

Prema tome, kad se struja i_d menja sinusoidno u vremenu, onda i struja i_f *posmatrana sa statorske strane* mora da se menja sinusoidno u vremenu. Ova sinusoidna struja i_f odgovara jednosmernoj struji u fizičkom pobudnom namotaju, pošto jednosmerna pobudna struja združena sa obrtanjem rotora izgleda kao naizmenična kad se posmatra sa statora.

Na sličan način, fluks uzdužne ose kroz kolo statora iznosi

$$\lambda_d = M_d i_f - (L_a + M_d) i_d \tag{12-23}$$

što, zamenjujući i_f izrazom (12-22), postaje

$$\lambda_d = -\left(L_a + M_d - \frac{M_d^2}{L_f + M_d}\right) i_d \tag{12-24}$$

Kad se struja i_d menja sinusoidno i kad njenu efektivnu vrednost označimo sa I_d, efektivna vrednost ovoga fluksa je

$$\Lambda_d = \left(L_a + M_d - \frac{M_d^2}{L_f + M_d}\right) I_d \tag{12-25}$$

a odgovarajuća efektivna vrednost e. m. s. uzdužne ose

$$\omega\Lambda_d = \left(\omega L_a + \omega M_d - \frac{\omega^2 M_d^2}{\omega L_f + \omega M_d}\right) I_d \tag{12-26}$$

Iz konvencionalne definicije za x'_d dobiva se tako:

$$x_d' = \frac{\omega\Lambda_d}{I_d} = \omega L_a + \omega M_d - \frac{\omega^2 M_d^2}{\omega L_f + \omega M_d} \tag{12-27}$$

$$= x_a + x_{\varphi d} - \frac{x_{\varphi d}^2}{x_f + x_{\varphi d}} \tag{12-28}$$

$$= x_d - \frac{x_{\varphi d}^2}{x_f + x_{\varphi d}} \tag{12-29}$$

gde je $x_f = \omega L_f$ reaktansa rasipanja pobudnog namotaja svedena na stator.

Jednačina (12-28) može se staviti u drugi oblik prostom algebarskom radnjom:

$$x_d' = \frac{x_a x_f + x_a x_{\varphi d} + x_{\varphi d} x_f + x_{\varphi d}^2 - x_{\varphi d}^2}{x_f + x_{\varphi d}}$$

$$= x_a + \frac{x_{\varphi d} x_f}{x_{\varphi d} + x_f} \tag{12-30}$$

Jednačina (12-30) pokazuje da se x'_d sastoji iz zbira rasipne reaktanse statora i modifikovane rasipne reaktanse pobudnog namotaja. Ovaj opšti oblik redovno se upotrebljava pri izračunavanju reaktanse x'_d na osnovu proračunskih podataka.[13]

[13] Videti L. A. Kilgore, Calculation of Synchronous Machine Constants, *Trans. AIEE*, vol. 50, str. 1201-1214, decembar 1931.

Imajući reaktansu x_d' izraženu pomoću međusobnih i rasipnih induktivnosti, može se lako pokazati da je to ona reaktansa koja određuje početnu vrednost struje kratkog spoja u slučaju mašine bez prigušnog namotaja. Pod uslovom da je mašina pre kratkog spoja bila neopterećena i da joj je pobudna struja bila i_{f0}, fluks kroz kolo pobude, prema jedn. 12-21, sa $i_d = 0$, je:

$$\lambda_{f0} = (L_f + M_d)\, i_{f0} \tag{12-31}$$

Kad se kratak spoj pojavi ovaj fluks mora da ostane na istoj vrednosti, tako da je

$$(L_f + M_d)\, i_f - M_d\, i_d = (L_f + M_d)\, i_{f0} \tag{12-32}$$

ili

$$i_f = i_{f0} + \frac{M_d}{L_f + M_d}\, i_d \tag{12-33}$$

Drugi član na desnoj strani jedn. (12-23) jeste indukovana komponenta pobudne struje potrebna za održavanje konstantne vrednosti fluksa kroz njeno kolo.

Zamenom jednačine (12-33) u jednačini (12-23) dobiva se za fluks uzdužne ose kroz kolo statora:

$$\lambda_d = M_d i_{f0} - \left(L_a + M_d - \frac{M_d^2}{L_f + M_d}\right) i_d \tag{12-34}$$

Pod uslovima kratkog spoja sa jednosmernom komponentom i svima višim harmonicima zanemarenim, λ_d mora biti jednako nuli kako bi i napon na krajevima mašine mogao biti jednak nuli. Iz jedn. 12-34 se tada dobiva

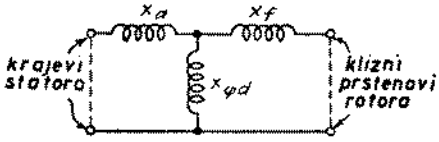
$$i_d = \frac{M_d i_{f0}}{L_a + M_d - \left(\dfrac{M_d^2}{L_f + M_d}\right)} = \frac{x_{\varphi d} i_{f0}}{x'_d} \tag{12-35}$$

Međutim, efektivna vrednost proizvoda $x_{\varphi d}\, i_{f0}$ jednaka je efektivnoj vrednosti napona na krajevima pre kratkog spoja E'_i, što se može videti kad se jednačina 12-34 pomnoži sa ω i u njoj stavi $i_d = 0$, a sve veličine predstave njihovim efektivnim vrednostima. Za efektivnu vrednost struje kratkog spoja dobivamo tako:

$$I_d = \frac{E'_i}{x'_d} \tag{12-36}$$

Njena je veličina, dakle, ograničena prelaznom reaktansom uzdužne ose x'_d.

Iz jednačine 12-30 za prelaznu reaktansu x'_d i uzimajući u obzir da je sinhrona reaktansa x_d zbir reaktansi x_a i $x_{\varphi d}$, može se zaključiti da ekvivalentno kolo transformatorskog tipa na sl. 12-21 važi kao ekvivalentno kolo kako za x_d tako i za x'_d. Kad mašina radi u uslovima uravnoteženog i ustaljenog stanja, statorska struja ne deluje u kolu rotora, krajevi rotorskog namotaja smatraju se otvorenim a reaktansa viđena sa krajeva statora je sinhrona reaktansa x_d. Kad je mašina u prelaznom stanju, promenu statorske struje prati indukovana struja u rotoru, krajevi rotorskog namotaja smatraju se kratko spojenim i reaktansa viđena sa krajeva statora je prelazna reaktansa x'_d.



Sl. 12-21. Ekvivalentno kolo transformatorskog tipa za sinhronu mašinu

Pomoću sl. 12-21 može se ispitati koji sve činioci utiču na prelaznu vremensku konstantu. Najpre ćemo posmatrati mašinu sa zatvorenim pobudnim i otvorenim statorskim kolom; vremenska konstanta T'_{d0} koja određuje kako pod tim uslovima opada prelazna struja u pobudnom namotaju naziva se *prelazna vremenska konstanta uzdužne ose pri otvorenom kolu.* Krajevi statorskog namotaja (sl. 12-21) su otvoreni, a krajevi rotorskog kratko spojeni. Na prelazne pojave u rotorskom kolu utiče tada njegova induktivnost $(x_f + x_{\varphi d})/2\pi f$. Kad sa r_f označimo otpor pobudnog kola, vremenska konstanta je:

$$T'_{d0} = \frac{x_f + x_{\varphi d}}{2\pi f r_f} = \frac{L_f + M_d}{r_f} \tag{12-37}$$

Ova vremenska konstanta je karakteristika samog pobudnog kola i predstavlja naprosto odnos između samoinduktivnosti i otpora koji normalno predstavlja vremensku konstantu jednostavnog rednog kola.

U uslovima kratkog spoja, krajevi kako statora tako i rotora su kratko spojeni. Ekvivalentna induktivnost pobudnog kola koja utiče na opadanje neke prelazne pojave u pobudnom kolu određena je reaktansom x_f i reaktansama x_a i $x_{\varphi d}$ vezanim paralelno, tj.

$$\text{Ekvivalentna induktivnost pobude} = \frac{1}{2\pi f}\left(x_f + \frac{x_a x_{\varphi d}}{x_a + x_{\varphi d}}\right) \tag{12-38}$$

$$= \frac{x_f + x_{\varphi d}}{2\pi f} \cdot \frac{x_a + \dfrac{x_{\varphi d} x_f}{x_{\varphi d} + x_f}}{x_a + x_{\varphi d}}$$

$$= \frac{x_f + x_{\varphi d}}{2\pi f} \cdot \frac{x'_d}{x_d}$$

Vremenska konstanta pri kratkom spoju iznosi stoga

$$T'_d = \frac{x_f + x_{\varphi d}}{2\pi f r_f} \frac{x'_d}{x_d} = T'_{d0} \frac{x'_d}{x_d} \tag{12-39}$$

Sada se mogu naći reaktansa i vremenska konstanta koje karakterišu prelaznu komponentu struje trofaznog kratkog spoja sa spoljnom reaktansom između mesta kratkog spoja i krajeva mašine. Sve dok se posmatraju pojave u unutrašnjosti mašine, spoljna reaktansa ekvivalentna je povećanju reaktanse rasipanja statora od vrednosti x_a na vrednost $x_a + x_e$, a prelazna vremenska konstanta uzdužne ose korigovana zbog spoljne reaktanse, T_{de}', postaje

$$T'_{de} = T_{d0}' \frac{x'_d + x_e}{x_d + x_e} = T'_d \frac{x_d}{x_d'} \frac{x_d' + x_e}{x_d + x_e} \tag{12-40}$$

Reaktansa kojom je određena početna vrednost prelazne naizmenične struje iznosi, naravno, $x'_d + x_e$.

12-9. Primena n proučavanju prelaznih pojava sistema. Kad su konstante mašine x_d, x_d', x_d'', T_d', T_d'' i T_a poznate, struje statora mogu se izračunati sa dovoljnom tačnošću za slučaj trofaznog kratkog spoja odvojenog od krajeva prvobitno neopterećene mašine spoljnom reaktansom x_e. Ako unutrašnje napone mašine pre kratkog spoja iza sinhrone, prelazne i početne reaktanse označimo sa E_i, odnosno E'_i i E''_i, onda se za simetričnu komponentu (ili naizmeničnu komponentu) struje kratkog spoja ima:

$$I_{ac} = \frac{E_i}{x_d + x_e} + \left(\frac{E'_i}{x'_d + x_e} - \frac{E_i}{x_d + x_e} \right) \varepsilon^{-t/T'_{de}} +$$

$$+ \left(\frac{E''_i}{x''_d + x_e} - \frac{E'_i}{x'_d + x_e} \right) \varepsilon^{-t/T''_{de}} \tag{12-41}$$

gde su T'_{de} i T''_{de} odgovarajuća prelazna i početna vremenska konstanta. Veoma često se u ovom izrazu upotrebljavaju efektivne vrednosti napona i tako se dobiva efektivna vrednost struje. U skladu s tim se obično uzima da postoji kvazistacionarno stanje u kome se efektivne vrednosti menjaju eksponencijalno sa vremenom. Razume se da se trenutne vrednosti mogu lako dobiti kad je u ciklusu poznat trenutak u kome je došlo do kratkog spoja.

U svakoj fazi se simetričnoj komponenti superponira po jedna jednosmerna komponenta struje data izrazom

$$I_{dc} = I_{dc0}\, \varepsilon^{-t/T_{ae}} \tag{12-42}$$

gde je I_{dc0} početna vrednost, jednaka i suprotna trenutnoj vrednosti komponente I_{ac} za posmatranu fazu u trenutku $t = 0$, a T_{ae} vremenska konstanta indukta svedena na odgovarajući način. Maksimalno moguća vrednost jednosmerne komponente koja odgovara potpuno nesimetričnoj krivoj struje je:

$$I_{dcm} = \sqrt{2}\, \frac{E''_i}{x''_d + x_e}\, \varepsilon^{-t/T_{ae}} \tag{12-43}$$

Ukupna efektivna vrednost nesimetrične struje u ma kom trenutku je

$$I_{sc} = \sqrt{I_{ac}^2 + I_{dc}^2} \tag{12-44}$$

gde je za I_{ac} uzeta njena efektivna vrednost. Na način uglavnom sličan načinu po kome je dobivena jedn. 12-40, može se pokazati da približna, ali dovoljno tačna vrednost subtranzijentne vremenske konstante T''_{de} iznosi:[14]

$$T''_{de} = T''_d \frac{x'_d}{x''_d} \frac{x''_d + x_e}{x'_d + x_e} \tag{12-45}$$

Vremenska konstanta indukta T_a za slučaj trofaznog kratkog spoja neposredno na krajevima mašine zavisi od otpora indukta r_a i ekvivalente induktivnosti kola indukta u odnosu na jednosmernu struju. Ova ekvivalentna induktivnost zavisi ne samo od kola indukta već i od kola pobude i prigušnog namotaja, zato što jednosmerna komponenta indukuje u oba ova zatvorena kola struje osnovne učestanosti. Sa obrtanjem rotora, raspodela m. m. s. usled jednosmerne komponente struje statora, koja je u prostoru nepokretna, izaziva u kolima rotora reakcije različitog intenziteta u kolu u uzdužnoj i u kolu u poprečnoj osi zato što je magnetni otpor u tim dvema osama različit a i sama rotorska kola su različita. Opravdano je, prema tome, da se čisto intuitivno zaključi da vrednost ekvivalentne induktivnosti indukta leži negde između vrednosti induktivnosti koja odgovara reaktansi x''_d i induktivnosti koja odgovara reaktansi x''_q; obično se uzima da je ona jednaka aritmetičkoj sredini ove dve vrednosti. Odgovarajuća vremenska konstanta indukta je

$$T_a = \frac{1}{2\pi f r_a} \frac{x''_d + x''_q}{2} \tag{12-46}$$

---

[14]) Videti S. B. Crary i M. L. Waring, The Operational Impedances of a Synchronous Machine, *Gen. Elec. Rev.*, vol. 35, str. 578-582, novembar 1932.

Postupak po kome je izvedena jednačina 12-40 može se iskoristiti da se vremenska konstanta podesí i na spoljnu reaktansu, ali je u tom slučaju važno da se i spoljni otpor r_e između krajeva mašine i mesta kratkog spoja uzme u obzir. Ovako podešena vremenska konstanta je:

$$T_{ae} = \frac{1}{2\pi f(r_a + r_e)}\left(\frac{x''_d + x''_q}{2} + x_e\right) \tag{12-47}$$

U mnogim inženjerskim problemima početna komponenta sme se zbog vrlo brzog opadanja zanemariti. Tada je treći član u jedn. 12-41 izostavljen. Međutim, nije redak slučaj da se mora računati sa velikom jednosmernom komponentom, naročito za vrednosti koje struja kvara ima brzo posle nastanka kratkog spoja. U najmanju ruku mora se izračunati vrednost početne struje u prvom trenutku kako bi se omogućilo odredivanje najveće moguće vrednosti jednosmerne komponente.

Ovaj pregled nam omogućava da mašine predstavljamo kao elemente sistema pri proučavanju prelaznih stanja sistema. Kad se brzo amortizovana prelazna pojava iz prvih nekoliko ciklusa može zanemariti, mašina se obično predstavlja njenom prelaznom reaktansom uzdužne ose x'_d. Da bi približno odgovarao konstantnoj vrednosti fluksa kroz glavni pobudni namotaj, napon iza prelazne reaktanse može se održavati na konstantnoj vrednosti. Opadanje fluksa može se uzeti u obzir smanjujući struje u mašini u skladu sa odgovarajućim vremenskim konstantama. Ovakvo predstavljanje svake pojedinačne mašine pomoću jedne jedine konstantne reaktanse omogućava da se analize prelaznih stanja izvedu gotovo isto tako brzo kao i analize ustaljenih stanja, a da se istovremeno za mnoge probleme dobiju rezultati sa tačnošću dovoljnom za inženjere. Pri proračunu struja kratkog spoja u energetskom sistemu, što je potrebno radi odredivanja snage prekidanja prekidača, podešavanja zaštitnih releja i naprezanja sabirnica, o opterećenjima u sistemune vodi se računa bar što se tiče njihovog uticaja na unutrašnje napone mašina. Takode se obično usvaja da su unutrašnje e. m. s. svih mašina u fazi.[15]

U proučavanjima obrtnih momenata i odatih snaga mašina pod uslovima prelaznog stanja, kao što su ona koja se odnose na ispitivanje održavanja sinhronizma za vreme poremećaja, jednosmerna komponenta struje kratkog spoja se obično zanemaruje zato što je njen uticaj na obrtni momenat i snagu sinhrone mašine beznačajan. Isto tako, naponi iza prelaznih reaktansi mogu se često smatrati konstantnim u toku intervala od oko 1 sec posle pojave poremećaja; ova pretpostavka znači isto što i da se opadanje fluksa kroz pobudni namotaj zanemari ili da se smatra da pobudnice, pod uticajem regulatora napona, pojačavaju pobudnu struju brzinom približno dovoljnom da se kompenzuje uticaj razmagnećenja statorskih struja kratkog spoja. Ima, naravno, mnogo problema koji se ne mogu obrađivati na ovako uprošćen način i u kojima se moraju uzeti u obzir pojave u poprečnoj osi i spoljnji otpor sistema. Da spomenemo jedan primer: pri proučavanju trenutnog pada napona nekog alternatora posle naglog priključenja opterećenja nije očigledno dozvoljeno zanemariti ni opterećenje ni njegovu omsku komponentu. Za ovakva proučavanja su potrebne opsežnije analitičke metode.[16]

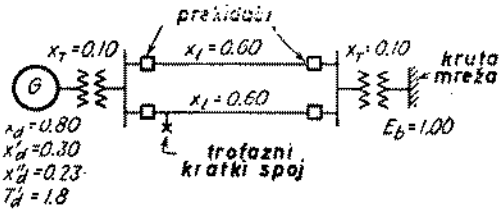
Primer 12-3. Hidroelektrična centrala isporučuje energiju velikom području preko dvostrukog dalekovoda koji na oba svoja kraja ima transformatorska postrojenja, kao što je pri-

---

[15] Za opsežnu diskusiju o proračunima struja kratkog spoja, uključivši i neuravnotežene slučajeve, videti knjigu: C. F. Wagner and R. D. Evans, „Symmetrical Components", McGraw-Hill Book Company, Inc., Njujork, 1933.

[16] Proučavanje prelaznih pojava u vezi sa promenama napona generatora usled naglog opterećenja predmet je članka H. C. Anderson-a, Voltage Variation of Suddenly Loaded Generators, *Gen. Elec. Review*, vol. 48, str. 25-33, avgust 1945.

kazano na sl. 12-22. Zbog toga što u tom području postoji veliki broj jakih izvora, napon na niskonaponskoj strani prijemnog kraja može se smatrati konstantnim. Konstante sistema, date na sl. 12-22, izražene su u relativnim jedinicama, pri čemu su nominalne veličine hidrogeneratora uzete kao bazne vrednosti. Omske otpore treba zanemariti sem u pogledu njihovog uticaja na vremenske konstante.



Sl. 12-22. Uprošćeni energetski sistem, primer 12-3.

Napon na sabirnicama niskog napona prijemnog kraja E_b ima svoju normalnu vrednost, 100%. U početku su generatori opterećeni tako da isporučena snaga iznosi 80% od vrednosti njihove nominalne prividne snage, dok je sačinilac snage na sabirnicama niskog napona prijemnog kraja jednak jedinici. Na jednom od dalekovoda dolazi do kratkog spoja i to na samim visokonaponskim sabirnicama centrale.

a) Naći efektivnu vrednost ukupne struje kratkog spoja jedne faze neposredno posle njegovog nastanka. Smatrati da jednosmerne komponente, koje toj fazi daju kako hidrogeneratori tako i kruta mreža, imaju najveće moguće vrednosti.

b) Prekidač kod centrale prekida dalekovod na kome je došlo do kratkog spoja posle 0,10 s. Naći struju koju može imati jedna faza prekidača prilikom ovoga prekidanja. U tu svrhu smatrati da i jednosmerna i početna naizmenična komponenta struje imaju zanemarljive vrednosti posle 0,1 s.

Rešenje. a) Napon iza reaktanse x''_d pre pojave kratkog spoja iznosi:

$$E''_i = 1{,}00 + j\,0{,}80\,(0{,}50 + 0{,}23) = 1{,}16\ \underline{/30{,}3^\circ}$$

Početna simetrična struja iz generatora je tada:

$$\frac{1{,}16}{0{,}23 + 0{,}10} = 3{,}52$$

a iz krute mreže

$$\frac{1{,}00}{0{,}10 + 0{,}30} = 2{,}50$$

što daje ukupnu početnu simetričnu struju kratkog spoja

$$3{,}52 + 2{,}50 = 6{,}02.$$

Jednosmerna komponenta struje iz generatora je, u najgorem slučaju, $\sqrt{2} \cdot 3{,}52 = 4{,}97$, dok iz krute mreže dolazi $\sqrt{2} \cdot 2{,}50 = 3{,}53$, što daje ukupnu jednosmernu komponentu struje kratkog spoja: $4{,}97 + 3{,}53 = 8{,}50$.

Najveća ukupna efektivna vrednost struje kratkog spoja iznosi tako:

$$\sqrt{6{,}02^2 + 8{,}50^2} = 10{,}4$$

b) Napon iza reaktanse x'_d pre pojave kratkog spoja iznosi:

$$E'_i = 1{,}00 + j \cdot 0{,}80\,(0{,}50 + 0{,}30) = 1{,}19\ \underline{/32{,}6^\circ}$$

a iza reaktanse x_d

$$E_i = 1{,}00 + j \cdot 0{,}80\,(0{,}50 + 0{,}80) = 1{,}44\ \underline{/46{,}1^\circ}$$

Vrednost simetrične struje generatora, kad se zanemari početna komponenta, iznosi u prvom trenutku

$$\frac{1{,}19}{0{,}30 + 0{,}10} = 2{,}97$$

dok je trajna vrednost ustaljene struje generatora ako se kratak spoj zadrži u sistemu:

$$\frac{1{,}44}{0{,}80 + 0{,}10} = 1{,}60$$

Simetrična struja generatora prelazi od prve od ovih vrednosti na drugu po eksponencijalnom zakonu i to sa vremenskom konstantom (jedn. 12-40) koja ima vrednost

$$T'_{de} = 1{,}8 \frac{0{,}80}{0{,}30} \cdot \frac{0{,}30 + 0{,}10}{0{,}80 + 0{,}10} = 2{,}13 \text{ s}$$

Vrednost ove struje u trenutku t = 0,10 s je dakle

$$1{,}60 + (2{,}97 - 1{,}60)\, \varepsilon^{-0{,}10/2{,}13} = 2{,}91$$

Kroz prekidač prolazi samo polovina struje iz krute mreže, tj. 1,25, tako da simetrična struja prekidača iznosi:

$$2{,}91 + 1{,}25 = 4{,}16.$$

12-10. Rezime. Proučavanje električnih prelaznih pojava u mašinama za jednosmernu struju i u sinhronim mašinama mora da predstavlja kompromis između podrobne analize, koja se može izvesti kad su u pitanju samo pojave u pojedinačnoj mašini, i veštačkih uprošćenja kojima se mora pribeći kad se mašina predstavlja uprošćeno kao deo kompleksnog sistema. Osnovni problem za oba tipa mašina čine u suštini prelazne pojave u nelinearnim spregnutim kolima, a najvažnije pitanje sa gledišta sistema jeste odlučivanje o tome koje su približnosti dozvoljene.

Glavna smetnja u analizi mašina za jednosmernu struju jeste zasićenje, koje ima za posledicu da induktivnost pobudnog kola nije konstantna i da odnosi između e. m. s. indukta i pobudne struje nisu linearni. Kad je važno da analiza bude što lakša, može se preduzeti jedan od ova dva koraka: zanemariti zasićenje, što omogućuje upotrebu linearnih diferencijalnih jednačina sa konstantnim koeficijentima, ili zanemariti konstante indukta, čime se obično omogućava prosta grafička analiza. Brojna upoređenja pokazuju da se linearizovanjem mašine dobijaju rezultati dovoljne tačnosti kad radna tačka mašine ide do približno njenog nominalnog napona na normalnoj krivoj magnećenja. Ovakvo linearizovanje je neophodno kad se mašina želi okarakterisati kao element kompleksnih sistema kao što su kola automatske regulacije u sledećoj glavi, jer bi se inače analiza sistema kao celine mogla zamračiti pojedinostima do te mere da bi se mnogi važni zaključci prevideli.

Za jednačine prvoga reda čije se promenljive mogu razdvojiti lako su primenljiva grafička rešenja, zasnovana na brojnom određivanju integrala nalaženjem površine ispod krive predstavnice integranda. Iako ova rešenja ne daju rezultate u opštem obliku, ona ipak daju prilično dobru sliku o uticaju raznih konstanti kako zbog toga što se pomoću specifičnih krivih i površina lakše diskutuje, tako i zbog toga što je određivanje integrala za čitav niz uslova retko kad preterano tegobno. Grafička rešenja važna su za proučavanje reagovanja mašina, naročito pobudnica, pri jakom zasićenju, a i za određivanje reda veličine greške koja se pravi zanemarenjem zasićenja.

U razmatranju prelaznih pojava u sinhronim mašinama, zasićenje je od samog početka zanemareno zato što nas prvenstveno interesuju kratkospojne pojave i što su kratki spojevi umerene jačine obično praćeni malim magnetnim indukcijama u vazdušnom procepu većih mašina. Glavnu smetnju predstavlja pritom kompleksnost spregnutih kola u mašini. Sa gledišta usvojenog u ovoj glavi — a ono je delimično intuitivno i empiričko — proučavanje prelaznih pojava u sinhronim mašinama može se obuhvatiti razmatrajući sledeća pitanja: Kako se eksperimentalni podaci u obliku oscilograma trofaznog kratkog spoja na krajevima mašine mogu upotrebiti za izračunavanje efekata kratkog spoja u drugim tačkama spoljne mreže ili pri drugim naponskim uslovima u mašinama? Kako se ovi eksperimentalni podaci mogu povezati sa fizičkom slikom pojava zasnovanom na prethodnom iskustvu sa mašinama i sa prelaznim pojavama u električnim kolima?

Ustanovljeno je da se tipični oscilogram sastoji od opadajuće jednosmerne komponente struje na koju je superponirana naizmenična komponenta čija amplituda takođe opada. Kad se jednosmerna komponenta oduzme, naizmenična komponenta može se podeliti u tri vremenska perioda ili režima. Prvi, početni ili subtranzijentni

period traje samo nekoliko prvih ciklusa i prigušuje se vrlo brzo; zbivanja u toku ovoga perioda zavise u velikoj meri od struja indukovanih u rotorskom prigušnom namotaju. Drugi, prelazni ili tranzijentni period prigušuje se sporije; zbivanja u toku toga perioda zavise u velikoj meri od struja indukovanih u glavnom pobudnom namotaju. Treći period je ustaljeno stanje čija se zbivanja mogu odrediti na osnovu načela izloženih u glavama 7 i 8. Jednosmerna komponenta igra uobičajenu ulogu jednosmerne komponente u prelaznim pojavama naizmeničnih struja; ona omogućava usklađenje sa fizičkom činjenicom da se fluks kroz neko kolo ne može naglo promeniti premošćavajući razmak između statorske struje pre kratkog spoja i početne vrednosti naizmenične komponente. Iz prethodnog iskustva sa prelaznim pojavama u električnim kolima, opravdano je očekivati da se jednosmerna komponenta, kao i razlika između početne i prelazne struje i razlika izmedu prelazne i trajne struje kratkog spoja amortizuju približno po eksponencijalnom zakonu. Ovo očekivanje se potvrđuje crtajući ove razne struje na hartiji sa polulogaritamskom skalom. Početna i prelazna reaktansa su definisane tako da je pomoću njih moguće vrlo prosto izračunavanje početnih vrednosti početne i prelazne struje kad je napon iza tih reaktansi poznat. Početna, prelazna i aperiodična vremenska konstanta definisane su tako da određuju eksponencijalno amortizovanje ovih komponenata struje.

Za većinu problema koji se odnose na sisteme, početni ili subtranzijentni period prolazi tako brzo da se može zanemariti; kad se početne komponente uopšte izračunavaju, one se izračunavaju jedino u cilju nalaženja početne veličine jednosmerne komponente. U skladu s tim, mašina kao elemenat sistema može se predstaviti njenom prelaznom reaktansom u direktnoj osi iza koje postoji napon koji je konstantan ili se lako može izračunati. Proučavanje kratkog spoja u sistemu je tako znatno uprošćeno a omogućeno je i zgodno prilaženje mnogim inženjerskim problemima.

Tako se još jednom retrospektivno potvrđuje da se jedna od naših najvažnijih briga pri proučavanju specifičnih mašina sastoji u iznalaženju odgovarajućih ekvivalentnih kola. Da budemo precizni, ova ekvivalentna kola moraju zadovoljavati samo uslove da trenutne vrednosti struja i napona na njihovim krajevima budu iste kao i na krajevima stvarnih mašina. Međutim, akademski rečeno, sinhrona mašina — ili koja druga mašina za naizmeničnu struju za te svrhe — može se tako predstaviti vrlo različitim kombinacijama reaktansa pod uslovom da se iza svake reaktanse postavi podesan napon; ili, drukčije a pod istim uslovom, sinhrona mašina može se predstaviti konstantnom reaktansom od recimo 1 oma. Ali da bi ova ekvivalentna kola bila u inženjerskoj primeni korisna, ona moraju analizu da uprošćavaju a ne da je komplikuju. Stoga se zahteva da ekvivalentna reaktansa bude odabrana tako da se napon iza nje može smatrati konstantnim ili u najmanju ruku da se može lako izračunati. U tome leži razlog zašto se u prelaznom stanju upotrebljava prelazna reaktansa: u mnogim problemima napon iza nje može se smatrati konstantnim. U tome leži razlog, isto tako, da se za određivanje trajne struje kratkog spoja upotrebljava sinhrona reaktansa; napon iza nje može se lako odrediti iz pobudne struje i on ostaje konstantan kad je pobuda konstantna.

ZADACI

12-1. U idealizovanom amplidin-generatoru upotrebljava se samo jedan upravljački namotaj. Ovaj namotaj ima otpor r_f i samoinduktivnost L_f. Unutrašnji indukovani napon u poprečnoj osi (osi kratko spojenog namotaja) indukta iznosi k_f [V/A] u odnosu na upravljački namotaj. Otpor i induktivnost indukta u poprečnoj osi neka su r_q i L_q. Indukovani napon E_g u uzdužnoj osi kola indukta iznosi k_q [V/A] u odnosu na struju kratko spojenih dirki. Uticaj svih drugih pomoćnih delova amplidina zanemariti.

Kad je amplidin neopterećen i u početku nepobuđen, pokažite konkretno kako ćete izračunati uspostavljanje napona uzdužne ose na krajevima mašine posle naglog priključenja napona E_i i na krajeve upravljačkog namotaja.

12-2. Rešiti problem 12-1 za amplidin opterećen otporom r_d vezanim na red sa konstantnom induktivnošću L_d. U ovim vrednostima uključeni su i otpor i induktivnost indukta i kompenzacionog namotaja uzdužne ose samoga amplidina. Kompenzaciona pobuda ima za posledicu da je međusobno dejstvo kola indukta u uzdužnoj osi sa upravljačkim namotajem zanemarljivo.

12-3. Kao približno i lako izvodljivo merilo za odziv generatora jednosmerne struje može se uzeti početni nagib krive napona neposredno posle početka uspostavljanja napona. Ovaj početni nagib može se upotrebiti, na primer, u grubim upoređivanjima brzine odziva generatora sa samopobuđivanjem i nezavisnim pobuđivanjem.

Uzeti da generator iz primera 12-2 radi sa naponom indukta od 190 V i da se reguliše dejstvom regulatora napona koji utiče na vrednost spoljnjeg otpora u kolu pobude kako bi se napon na krajevima generatora održao na pogodnoj vrednosti. Kad regulator isključi spoljnji otpor potpuno, otpor u kolu pobude sveden je na otpor samog pobudnog namotaja koji iznosi 24,2 Ω. Zanemariti otpor i induktivnost indukta, kao i reakciju indukta.

a) Odrediti minimalnu vrednost napona pobudnog kola kad najveći mogući napon pri nezavisnom pobuđivanju treba da bude isti kao i pri samopobuđivanju.

b) Izračunati i uporediti početne nagibe krivih uspostavljanja napona za slučaj samopobuđivanja i za slučaj nezavisnog pobuđivanja kad naponski regulator naglo deluje da napon poraste od 190 V do njegove najveće moguće vrednosti, kratko spajajući spoljnji otpor u pobudnom kolu. Uslove za nezavisno pobuđivanje uzeti iz tač. *a* ovog zadatka.

12-4. Prodiskutovati kako na vreme uspostavljanja napona mašine za jednosmernu struju sa samopobuđivanjem deluju sledeće osnovne promene. U svakom slučaju uzeti da ostali faktori ostaju nepromenjeni. Diskusiju ilustrujte crtežima, a konstatacije i zaključke dajte u konciznom obliku.

a) Povećanje otpora pobudnog kola

b) Povećanje brzine

c) Povećanje broja navojaka otočnog pobudnog namotaja, stim da mu otpor ostane isti.

d) Povećanje otpora pobudnog namotaja i povećanje njegovog broja navojaka u istoj srazmeri

e) Produženje vazdušnog procepa za 20%.

12-5. Pobudnica sa 6 polova, 150 kW, 250 V i 1200 obr/min pobuđuje se nezavisno iz pomoćne pobudnice od 125 V tačno kompaundovane. Svaki od 6 kalemova otočne pobude ima spoljnji otpornik R vezan na red sa njim. Oba kraja svakog otpornika R u vezi su sa kontaktima C koji, kad su spojeni, spajaju kratko otpor R, te napon pobudnice počne da raste ka većoj vrednosti. Svih šest kola otočne pobude vezana su paralelno na krajeve pomoćne pobudnice.

Konstante pobudnice jesu:

Broj navojaka po polu	750
Fluks indukta po polu	$14{,}140 \cdot 10^{-5}$ Wb po 1 V napona indukta
Sačinilac rasipanja	1,15
Najveći mogući napon (kontakti C zatvoreni)	335 V
Minimalni napon (kontakti C otvoreni) ..	50 V
Normalni radni napon indukta	188 V

Podaci za krivu magnećenja u praznome hodu pri 1200 obr/min jesu:

I_f, ampera po polu	0,8	2,0	3,0	4,0	6,0	8,0	10,0
E_a, volta	50	127	188	233	289	317	335

Induktivnost i otpor indukta, kao i reakcija indukta mogu se zanemariti.

a) Smatrati da pobudnica radi sa minimalnim naponom, što odgovara otvorenim kontaktima C. Odrediti početni nagib krive uspostavljanja napona kad se kontakti C zatvore.

b) Smatrati da pobudnica radi sa najvećim mogućim naponom, što odgovara zatvorenim kontaktima C. Odrediti početni nagib krive opadanja napona kad se kontakti C otvore.

c) Smatrati da su otpori R podešeni na takve vrednosti da pobudnica radi sa normalnim naponom indukta, pri čemu su kontakti C otvoreni. Odrediti početni nagib krive uspostavljanja napona kad se kontakti C zatvore.

d) Hoće li se početni nagib krive napona pri nominalnom naponu dobivenom pod *c* razlikovati od nagiba koji se dobija za tu istu vrednost napona kad uspostavljanje napona počinje od minimalnog napona, kao pod *a*? Obrazložite svoj odgovor.

12-6. Ovim problemom treba da se ilustruje opšta priroda prelazne struje kratkog spoja mašine za jednosmernu struju sa samopobuđivanjem, kao i priroda činilaca koji na tu struju utiču. U isto vreme njime se ilustruje i brojna primena metoda „korak po korak".

Pretpostaviti da se generator iz primera 12-1 i 12-2 ($r_a = 0{,}0125\ \Omega$, $L_a = 0{,}008$ H, $\sigma = 1{,}15$, $N_f/k_f = 0{,}574$, kriva magnećenja data na sl. 12-8) obrće nominalnom brzinom, da je neopterećen i da mu je napon na krajevima 250 V; pod tim uslovima dolazi do kratkog spoja neposredno na njegovim krajevima. Izračunati i nacrtati krivu struje kratkog spoja u zavisnosti od vremena. Uzeti u obzir induktivnost i otpor indukta, kao i nelinearnost krive magnećenja, a zanemariti uticaje reakcije indukta. Naponski regulator ne postoji, tako da otpor pobudnog kola ostaje sve vreme konstantan na njegovoj početnoj vrednosti.

Ova analiza će biti relativno malo tačna. Njene slabe tačke čine pretpostavka da otpor indukta ostaje konstantan, i to na statičkoj vrednosti uprkos brzo promenljivoj struji i pretpostavka da reakcija indukta ostaje zanemarljiva čak i za vrlo jake struje.

12-7. Da bi se prikazao uticaj induktivnosti indukta na struju kratkog spoja u mašinama za jednosmernu struju, rešiti problem 12-6 ne uzimajući u obzir induktivnost indukta i uporediti rezultate.

12-8. Sledeće vrednosti predstavljaju konstante hidrogeneratora sa nominalnim veličinama 35 000 kVA, 13,8 kV, 60 Hz: $x_d = 1{,}00$, $x'_d = 0{,}35$, $x''_d = 0{,}25$, $T'_{d0} = 5{,}0$, s $T''_{d0} = 0{,}05$ s. Reaktanse su date u relativnim jedinicama, uzimajući za bazu nominalne veličine generatora. Ovaj generator je sa opterećenjem povezan vodom čija reaktansa iznosi 0,50 u relativnim jedinicama, a čiji je otpor zanemarljiv. Pod normalnim uslovima, generator radi pod punim opterećenjem sa sačiniocem snage na njegovim krajevima jednakim 0,88 ind., i sa nominalnim naponom. Pretpostavlja se da je na prijemnom kraju dalekovoda došlo do trofaznog kratkog spoja.

a) Izračunati vrednosti napona iza sinhrone i prelazne reaktanse pre pojave kratkog spoja.

b) Izračunati najveću moguću početnu vrednost jednosmerne komponente struje kratkog spoja u mašini.

c) Napisati brojnu jednačinu za efektivnu vrednost struje kratkog spoja generatora kao funkciju vremena posle pojave kratkog spoja. Jednosmernu komponentu ne treba uzeti u obzir.

d) Mesto kvara se isključuje prekidačem posle 0,15 s. Na osnovu rezultata pod *c*, naći efektivnu vrednost struje kratkog spoja generatora neposredno pred ovo isključenje.

12-9. Sporohodi sinhroni motor sa isturenim polovima ima konstante koje su date u tablici 12-3 kao tipične za ovakvu mašinu. On je vezan na krutu mrežu preko transformatora čija je reaktansa 0,07 relativnih jedinica, pri čemu je za bazu uzeta nominalna prividna snaga motora (ista baza važi i za reaktanse motora). Napon krute mreže iznosi 1. Pobuda motora je podešena na takvu vrednost da transformator u odsustvu opterećenja na vratilu daje reaktivnu snagu veličine 0,50 u mrežu, računajući na primaru transformatora. Gubici snage u motoru su zanemarljivi.

a) Za svrhe analizovanja odziva motora prema iznenadnoj pojavi opterećenja na vratilu, motor se obično predstavlja prelaznom reaktansom sa konstantnim naponom iza nje jednakim naponu pre pojave ovog opterećenja. Napisati brojne jednačine za krivu snaga—ugao u odnosu na krutu mrežu pod ovim uslovima. Nacrtati ovu krivu u približnoj razmeri.

b) Kad opterećenje raste sasvim sporo, odgovarajuća kriva snaga—ugao određuje se na osnovu principa za ustaljeno stanje datih u gl. 7 i 8. Smatrati da treba koristiti teoriju cilindričnog rotora, kao u gl. 7, dok motor treba predstaviti sinhronom reaktansom uzdužne ose. Da bi se donekle vodilo računa o zasićenju, treba nezasićene vrednosti date u tablici 12-3 pomnožiti sa 0,8 i pretpostaviti da su konstantne. Napisati brojnu jednačinu za krivu snaga—ugao pod ovim uslovima, i nacrtati je na istom crtežu gde i krivu za deo *a* ovoga problema.

c) Isto što i pod *b*, s tom razlikom što treba koristiti teoriju mašina sa isturenim polovima kao u gl. 8. Smatrati da na sinhronu reaktansu poprečne ose zasićenje nema uticaja.

d) Izračunati u relativnim jedinicama početnu vrednost simetrične struje kratkog spoja u transformatoru u slučaju trofaznog kratkog spoja na krajevima njegovog primara.

12-10. U toku sprovođenja redovnog ogleda kratkog spoja na sinhronom generatoru u ispitnoj stanici fabrike, kratak spoj je naglo otklonjen. Pre ovog otklanjanja kroz namotaje indukta tekla je nominalna trajna struja kratkog spoja. Konstante mašine su $x_d = 1{,}20$, $x_q = 0{,}80$, $x'_d = 0{,}40$, $x'_q = 0{,}80$, $T'_{d0} = 5$ s, $T'_d = 1{,}67$ s. Ni u uzdužnoj ni u poprečnoj osi nema efikasnog prigušnog namotaja a pretpostavlja se da su otpor i induktivnost pobudnice zanemarljivi.

Napisati brojni izraz za pobudnu struju u relativnim jedinicama kao funkciju vremena posle otklanjanja kratkog spoja.

GLAVA 13

DINAMIKA SISTEMA SPREGNUTIH ELEKTROMEHANIČKI

Skoro sva naša razmatranja radnih karakteristika mašina u glavama od 3 do 10 počivaju na ustaljenim uslovima u mašini i u sistemu kome ona pripada. Razmatran je čitav niz mogućih ustaljenih stanja, ali uz pretpostavku da se prelaz iz jednog u drugo stanje odigrava tako sporo da električna i mehanička uravnoteženost sistema ostaje potpuno neporemećena. Naravno da je takvo stanje poželjno sve dok je sva naša pažnja usredsređena na mašinu u cilju da ovladamo njenim radom; takvo stanje stvari odgovara, sem toga, onome na šta nailazimo u najčešćim primenama mašine.

Međutim, kad radni uslovi postanu stroži, više pažnje mora se pokloniti dinamičkim pojavama do kojih dolazi pri prelazu iz jednog ustaljenog stanja u drugo ili do kojih dolazi zato što se od sistema dok radi vrlo retko i zahteva da bude statičan. Te pojave su *elektromehanička prelazna stanja*, a ne prosto *električna prelazna stanja*; elektrodinamička razmatranja koja u opštem slučaju obuhvataju dejstva inercije, trenja i elastičnih veza, u istoj meri kao i otpor, induktivnost i kapacitet, dobivaju pretežan značaj. Drugim rečima nagomilavanju energije u pokretnim masama, primanju i odavanju energije od strane tih masa, a u izvesnim slučajevima i elastičnim vezama mora se posvetiti isto tako velika pažnja kao i razmatranju energije u magnetnom i električnom polju.

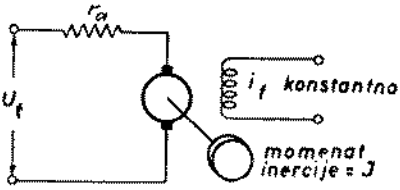
S obzirom da je opšti predmet ovakvog proučavanja toliko opširan, u ovoj glavi se može dati samo uvod u dinamiku elektromehaničkih sistema. Dinamička analiza ovakvih sistema biće prikazana nizom specifičnih primera uzetih uglavnom iz primene električnih mašina. U svim slučajevima naš cilj je da izložimo opšta načela analize, a ne da prikažemo specijalizovane postupke čija je primena ograničena.

13-1. Prelazna stanja izazvata u prostim sistemima kretanjem. Puštanje motora u rad. Kad je radni ciklus motora takav da se motor mora često puštati u rad ili mu se smer obrtanja mora često menjati, nagomilavanje energije u obrtnim masama kako rotora tako i uređaja spojenog sa vratilom motora postaje značajan činilac, naročito u slučajevima opterećenja sa velikom inercijom ili u slučajevima u kojima je jako ograničeno vreme kojim se raspolaže za puštanje motora u rad ili za promenu smera obrtanja. U stvari, čak i za motor koji radi na opterećenju koje ima samo inerciju kao jedinu karakteristiku, postoji izvesna određena granica do koje sme ići broj puštanja u rad ili broj promena smera obrtanja u jedinici vremena, ako motor ne treba da se preopteretí. Ovom granicom često su uslovljene radne karakteristike, nominalna snaga i tip motora za odredenu svrhu.

Ovakvi problemi koji se odnose na stavljanje motora u pokret, zaustavljanje ili promenu smera motora spadaju u prostije probleme prelaznih stanja izazvatih kretanjem. U mnogim primerima proučavanja, mreža na koju se motor priključuje može se smatrati krutom, tako da se karakteristike elektroenergetskog napoj-

nog sistema pojavljuju samo u prostom obliku konstantnog napona napajanja. Mehanička snaga, dobivena na vratilu motora kao rezultat pretvaranja energije u motoru, služi u polaznom periodu za dve svrhe. U bilo kom trenutku snaga jednim delom služi da se obrtanje održi na brzini koja je do tog trenutka dostignuta, a ostatak služi za ubrzanje mase rotora i mase opterećenja koje je sa njim spregnuto. Drugi deo snage može se izjednačiti sa prvim izvodom po vremenu energije nagomilane u obrtnim masama. Motor prema tome ne dostiže svoju radnu brzinu sve dok sistem ne dobije vremena da odgovarajuću količinu energije pretvori i nagomila u tim masama. Slično tome, zaustavljanje ili kočenje motora zahteva da bude obezbeđena mogućnost da se nagomilana energija rasturi bilo putem trenja pri mehaničkom kočenju bilo putem pretvaranja u električnu energiju pri električnom kočenju. Na sličan način, promena smera obrtanja zahteva da se nagomilana mehanička energija potpuno rasturi i da zatim dođe do ponovnog nagomilavanja koje odgovara obrtanju u suprotnom smeru.

Analitičke pojedinosti prikazaćemo sa dva primera, od kojih se prvi odnosi na motor za jednosmernu struju, a drugi na asinhroni motor. Pretpostavke usvojene u prvom primeru radi uprošćenja dovode do linearnog sistema i tipične su za dinamička proučavanja mašina za jednosmernu struju.



Sl. 13-1. Motor za jednosmernu struju sa čisto inercijalnim opterećenjem

Primer 13-1. Mali motor za jednosmernu struju neposredno je spregnut mehanički sa čisto inercijalnim opterećenjem kao što je predstavljeno šematski na sl. 13-1 i radi sa konstantnom pobudnom strujom. Otpor induktnog kola motora iznosi r_a [Ω] a induktivnost i reakcija indukta su mu zanemarljivi. Uticaj gubitaka usled obrtanja motora treba zanemariti. Ukupni momenat inercije motora i opterećenja iznosi J.

Dok je motor u stanju mirovanja na krajeve njegovog indukta naglo se priključi konstantan jednosmeran napon U_t.

a) Naći izraz struje indukta u funkciji vremena.

b) Naći izraz ugaone brzine vratila kao funkcije vremena.

c) Napisati izraze nađene pod *a* i *b* u bezdimenzionom obliku i diskutovati njihovu sličnost sa prelaznim pojavama u čisto električnom kolu.

d) Pokazati da je energija rasturena u vidu gubitaka u bakru indukta za vreme perioda puštanja u rad jednaka energiji koja se konačno nagomila u obrtnim masama.

e) Uzeti da otpor r_a iznosi 34 Ω, veličina Gk^2 (težina puta poluprečnik inercije) indukta i opterećenja 0,20 inč²-funta (tj. $5{,}85 \times 10^{-5}$ m²kp), elektromagnetni obrtni momenat motora 46,4 inč-unca/A (tj. $32{,}8 \times 10^{-2}$ Nm/A), a napon indukovan u induktu 2,06 V/obr/s. Odrediti vreme potrebno motoru da dostigne brzinu manju od konačne za otprilike 2%.

f) Ukazati na promene do kojih bi došlo u rezultatima pod *a*, *b*, *c* i *d* u slučaju da je opterećenje spregnuto sa motorom preko zupčanika koji brzinu redukuju k puta. Ovoga puta uzeti da je momenat inercije indukta motora J_m, a momenat inercije opterećenja J_l. Trenje i inerciju zupčanika treba zanemariti.

Rešenje. Najpre ćemo napisati jednačine koje izražavaju ponašanje motora i njegovog opterećenja. Sve veličine ćemo izraziti u sistemu MKS. Trenutnu vrednost ugaone brzine označićemo sa ω_θ i izražavaćemo je u mehaničkim radijanima u sekundi. (U ovoj glavi oznaka ω označava ugaonu brzinu vratila samo kad ima indeks *o* ili *i*. Kad indeksa nema, odnosno kad *o* i *i* nisu delovi indeksa, ω se odnosi na kružnu učestanost sinusoide ili prigušene sinusoide što je obično slučaj kada se razmatraju električne pojave. Uzeta je oznaka ω_θ a ne n kako bi se napravila razlika između ugaone brzine u rad/s i brzine obrtanja u ob/min.) U ma kom trenutku elektromagnetni obrtni momenat koji nastaje usled pretvaranja energije u mašini iznosi prema jedn. 4-56:

$$M = \frac{p'}{2\pi}\frac{Z}{a}\Phi i_a = k i_a \tag{13-1}$$

gde veličina

$$k = \frac{p'}{2\pi}\frac{Z}{a}\Phi \tag{13-2}$$

predstavlja obrtni momenat po jedinici struje indukta a pod iznetim uslovima, dok je i_a trenutna vrednost struje indukta i ostale oznake iste kao u jedn. 4-56.

Slično tome, za kontra e. m. s. motora važi, u skladu sa jedn. 4-38, za svaki trenutak:

$$e_a = p' \Phi \frac{Z}{a} \frac{\omega_0}{2\pi} = k\,\omega_0 \tag{13-3}$$

gde je k odnos izmedu indukovane e. m. s. i brzine izražene u rad/s, koji je istovetan sa odnosom obrtnog momenta i struje indukta.

Poslednje ograničenje uslovljeno motorom je:

$$U_t = e_a + r_a i_a = k\,\omega_0 + r_a i_a \tag{13-4}$$

Da se L_a nije smatralo zanemarljivim, desnoj strani ove jednačine imao bi se dodati član $L_a \cdot di_a/dt$.

Pošto se gubici usled obrtanja zanemaruju, a i opterećenje ne zahteva nikakvu snagu za održavanje obrtanja, celokupni obrtni momenat stoji na raspoloženju za ubrzanje obrtnih masa. Prema tome,

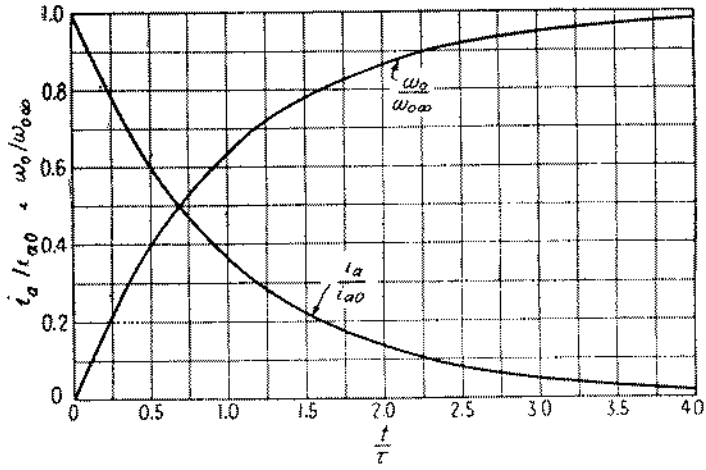
$$M = ki_a = J\frac{d\omega_0}{dt} \tag{13-5}$$

a) Da bi se dobila struja indukta, treba kombinovati jedn. 13-4 i 13-5, eliminišući ω_0, što daje:

$$\frac{J r_a}{k^2}\frac{di_a}{dt} + i_a = 0 \tag{13-6}$$

Kad se uzme u obzir da su u trenutku $t = 0$ i brzina ω_0 i e. m. s. e_a jednaki nuli, kao i da je $i_{a0} = U_t/r_a$, rešenje jednačine 13-6 postaje

$$i_a = \frac{U_t}{r_a}\varepsilon^{-(k^2/Jr_a)t} \tag{13-7}$$



Sl. 13-2. Krive brzine i struje indukta motora za jednosmernu struju u bezdimenzionom obliku

b) Da bismo dobili ugaonu brzinu vratila treba opet kombinovati jednačine 13-4 i 13-5, ali ovaj put eliminišući i_a, što daje

$$\frac{Jr_a}{k^2}\frac{d\,\omega_0}{dt} + \omega_0 = \frac{U_t}{k} \tag{13-8}$$

Rešenje ove jednačine, s obzirom da je za $t = 0$ i $\omega_0 = 0$, je:

$$\omega_0 = \frac{U_t}{k}(1 - \varepsilon^{-(k^2/Jr_a)t} \tag{13-9}$$

c) Da bismo jednačinu 13-9 doveli u bezdimenzioni oblik, treba primeniti da je

$$\frac{U_t}{k} = \omega_{0\,\infty} \tag{13-10}$$

krajnja vrednost ugaone brzine u ustaljenom stanju. Primetimo još da je

$$\frac{Jr_a}{k^2} = \tau \tag{13-11}$$

vremenska konstanta u uobičajenom značenju reči za električno kolo. Stoga se jednačina 13-9 može izraziti najzgodnije u obliku

$$\frac{\omega_0}{\omega_{0\,\infty}} = 1 - \varepsilon^{-t/\tau} \tag{13-12}$$

Odgovarajuća kriva sa koordinatama bez dimenzija data je na sl. 13-2.

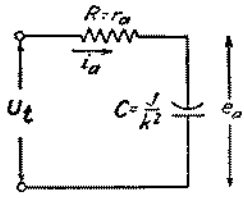
Na sličan način se jedn. 13-7 može napisati:

$$\frac{i_a}{i_{a0}} = \varepsilon^{-t/\tau} \tag{13-13}$$

I ova kriva je nacrtana sa koordinatama bez dimenzija na sl. 13-2.

Posmatranjem jednačina 13-12 i 13-13, odnosno odgovarajućih jednačina 13-9 i 13-7, može se utvrditi da su ove pojave slične pojavama u kolu sa otporom R i kondenzatorom kapaciteta C vezanim na red, prikazanom na sl. 13-3; u njoj je $R = r_a$ i $C = J/k^2$. Struja u ovom kolu ista je kao i u induktu motora, tako da se ovde električne prilike na krajevima indukta verno reprodukuju. Uspostavljanje ugaone brzine vratila odigrava se na isti način kao i uspostavljanje napona na krajevima kondenzatora C. Treba primetiti, na primer, da i jedn. 13-12 daje izraz za odnos napona kondenzatora u trenutku t prema konačnom naponu kondenzatora; treba još primetiti da jedn. 13-9 može predstavljati zavisnost između napona ako joj se obe strane pomnože sa k, a da je veličina $k\omega_0$ u ovom izrazu identična sa naponom e_a. Energija nagomilana u ekvivalentnom kondenzatoru C jednaka je tada energiji nagomilanoj u masi čiji je momenat inercije J. Pod iznetim uslovima vremenska konstanta τ karakteriše brzinu odziva motora kao elektromehaničkog sprežnog elementa koji napon indukta pretvara u brzinu vratila.

Sličnost između linearizovanog elektromehaničkog problema i problema kola sa otporom i kondenzatorom navodi nas na jednu temu koja će dalje biti obrađena u sledećim odeljcima ove glave. Navodi nas na dva zaključka: prvo, da dobar deo tehnike rešavanja problema analize električnih kola može da se primeni i na proučavanje dinamike elektromehaničkih sistema; drugo, da stvarni eksperimenti na ekvivalentnim električnim kolima mogu da budu dragoceni kao metodi za proučavanje kompleksnih dinamičkih problema. Pojam mašine kao elementa kola — u širem smislu značenja reči kolo, što je pomenuto još u od. 4-13 — postaje tako više opipljiv.



Sl. 13-3. Ekvivalentno kolo motora za jednosmernu struju

d) Imajući u vidu električnu analogiju, očevidno je da je energija rasturena u otporu r_a jednaka energiji nagomilanoj u obrtnoj masi, pošto znamo da je gubitak energije prilikom opterećivanja kondenzatora iz izvora konstantnog napona jednak energiji koja se konačno nagomila u kondenzatoru. Da bismo ovaj zaključak proverili za elektromehanički sistem, iz jedn. 13-4 uzimamo:

$$r_a i_a = U_t - k\,\omega_0 \tag{13-14}$$

a iz jedn. 13-5:

$$i_a = \frac{J}{k}\frac{d\omega_0}{dt} \tag{13-15}$$

Množenjem jedn. 13-14 sa odgovarajućim stranama jedn. 13-15 dobiva se:

$$r_a i_a^2 = J\frac{U_t}{k}\cdot\frac{d\omega_0}{dt} - J\omega_0\frac{d\omega_0}{dt} \tag{13-16}$$

što sređivanjem i uz upotrebu jedn. (13-10) postaje:

$$r_a\, i_a^2\, dt = J\omega_{0\,\infty} d\omega_0 - J d\omega_0\, d\omega_0 \tag{13-17}$$

Energija rasturena kao gubitak u bakru tada je

$$W_{cu} = r_a \int_0^{\infty} i_a \, dt = J\omega_{0\infty} \int_0^{\omega_{0\infty}} d\omega_0 - J \int_0^{\omega_{0\infty}} \omega_0 d\omega_0 = \frac{1}{2} J \omega_{0\infty}^2 \qquad (13\text{-}18)$$

rezultat koji je očigledno jednak energiji nagomilanoj u obrtnim masama.

e) Brojni podaci moraju se najpre pretvoriti u jedinice MKS. Momenat inercije dobiva se deleći Gk^2 sa ubrzanjem zemljine teže i menjajući jedinice. Brojna vrednost konstante k dobiva se ili iz konstantnog obrtnog momenta ili iz konstantne indukovane e. m. s. Ovi rezultati su:

$$J = 5{,}85 \cdot 10^{-5} \text{ jedinica MKS}$$

i

$$k = 0{,}328 \text{ V (rad) s ili Nm/A}$$

Iz jedn. 13-11 vremenska konstanta je

$$\frac{5{,}85 \times 10^{-5} \times 34}{0{,}328^2} = 0{,}0185 \text{ s}$$

Prosta eksponencijalna kriva opadne na vrednost 0,0183 ili približno 2 odsto od svoje početne vrednosti za vreme jednako četvorostrukoj vremenskoj konstanti. Za motor je stoga u ovom slučaju potrebno $4 \cdot 0{,}0185 = 0{,}074$ s da uđe u brzinu.

f) Prethodni rezultati se mogu upotrebiti i za zupčasti prenos uz prosto objašnjenje da se momenat inercije opterećenja J_l svodi na vratilo motora na isti način kao što se impedansa svodi sa sekundara na primar transformatora. Uzimajući prost zupčasti prenos dat na sl. 13-4 i podsećajući se na osnovni odnos idealnih zupčanika, imaćemo:

$$\omega_{01} = k_G \, \omega_{02} \qquad (13\text{-}19)$$

i

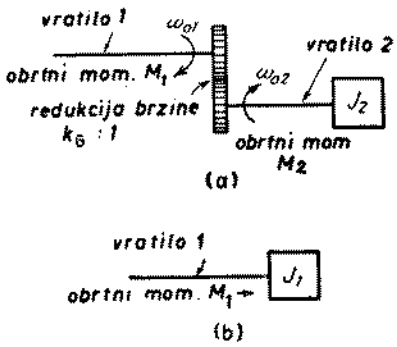
$$M_1 = \frac{1}{k_G} M_2 \qquad (13\text{-}20)$$

Za ubrzavanje inercijalnog opterećenja J_l potreban je na vratilu 2 obrtni momenat

$$M_2 = J_2 \frac{d\omega_{02}}{dt} \qquad (13\text{-}21)$$

a otuda je odgovarajući obrtni momenat na vratilu 1:

$$M_1 = \frac{J_2}{k_G} \frac{d\omega_{02}}{dt} = \frac{J_2}{k_G^2} \frac{d\omega_{01}}{dt} \qquad (13\text{-}22)$$



Sl. 13-4. *(a)* Dva vratila spregnuta zupčastim prenosom, i *(b)* ekvivalentni sistem posmatran sa vratila 1

Prema tome, sistem sa sl. 13-4a može se zameniti sistemom prema sl. 13-4b ne menjajući uslove na vratilu 1, pod uslovom da bude

$$J_1 = \frac{J_2}{k_G} \qquad (13\text{-}23)$$

Ako, dakle, sada hoćemo da ponovo protumačimo prethodne rezultate, za momenat inercije J treba smatrati da iznosi:

$$J = J_m + \frac{J_l}{k_G^2} \qquad (13\text{-}24)$$

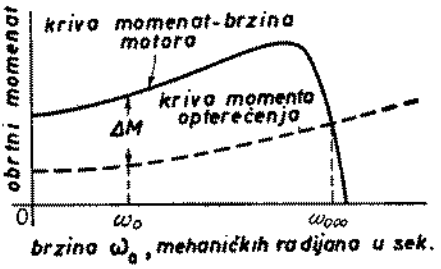
Umetanje para zupčanika je očigledno ekvivalentno umetanju idealnog transformatora u analognom električnom kolu.

Drugi primer, koji tretira puštanje u rad asinhronog motora, prikazuje jedan postupak koji je moguć u slučaju kad se krupne nelinearnosti ne mogu izbeći i kad istovremeno sistem koji se proučava nije preterano složen. Kako momenat koji motor razvija tako i momenat potreban za pokretanje opterećenja smatraju se

nelinearnim funkcijama za koje su podaci dati u obliku krive koje su funkcije brzine. Propratne elektromehaničke prelazne pojave imaju takav oblik da se može upotrebiti metod grafičkog integriranja, već primenjen u od. 12-3 za čisto električne prelazne pojave. U isto vreme se ukazuje potreba za prilično oštrijim uprošćenjima: kad se krajevi asinhronog motora naglo stave pod napon, nastaju komplikovane prelazne pojave i ponašanje motora u tom prelaznom periodu, strogo uzev, ne može se predvideti na osnovu teorije ustaljenog stanja koja je izložena u prethodnim glavama. Ipak je uobičajeno da se pri proučavanju dinamičkog ponašanja asinhronog motora pretpostavi da su radne karakteristike motora u električnom pogledu iste kao kad bi motor bio u električki ustaljenom stanju za određenu brzinu odnosno klizanje u posmatranom trenutku. Ova pretpostavka znači isto što i tvrditi da čisto električne prelazne pojave nestaju u poređenju sa elektromehaničkim pojavama tako brzo da je njihov opšti uticaj na ponašanje motora beznačajan. Izražavajući se u smislu onoga što je bilo rečeno u od. 12-6, ovi električni uticaji imaju početni prelazni karakter i brzina njihovog amortizovanja je slična brzini amortizovanja ovih početnih prelaznih stanja. Krajnja potvrda ove pretpostavke može se dobiti jedino eksperimentalnim upoređenjem rezultata i podrobnim proučavanjem zasnovanim na dubljim teorijama i primenjenim na upoređenje rezultata u posebnim slučajevima. Ovakva upoređenja opravdavaju usvajanje ove postavke u inženjerskim proučavanjima one vrste koja je u ovoj glavi zastupljena.[1]

Primer 13-2. Višefazni asinhroni motor, kad mu je na krajevima priključen nominalni napon, ima krivu obrtni momenat - brzina datu na sl. 13-5. Kriva obrtnog momenta potrebnog da se održi obrtanje opterećenja data je isto tako na sl. 13-5. Momenat inercije opterećenja i rotora iznosi J (u jedinicama MKS).

Uzeti da se za puštanje u rad primenjuje priključenje motora neposredno na nominalni napon i da kriva obrtni momenat—brzina za ustaljeno stanje predstavlja sa dovoljnom tačnošću radnu karakteristiku i u uslovima prelaznog stanja. Pokazati kako se kriva brzine može dobiti kao funkcija vremena.



Sl. 13-5. Kriva obrtni momenat—brzina asinhronog motora i kriva momenta opterećenja

Rešenje. Pri ma kojoj brzini ω_0 (u mehaničkim radijanima u sekundi) razlika ΔM između obrtnog momenta proizvedenog motorom i momenta potrebnog za obrtanje opterećenja stoji na raspoloženju za ubrzanje obrtnih masa. Dakle:

$$J\frac{d\omega_0}{dt} = \Delta M \tag{13-25}$$

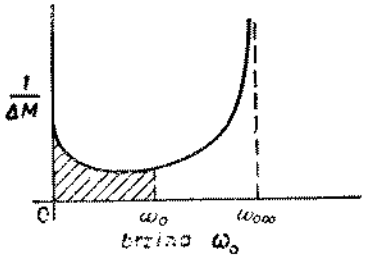
Vreme potrebno da se postigne brzina ω_0 iznosi stoga:

$$t = J\int_0^{\omega_0}\frac{1}{\Delta M}\,d\omega_0 \tag{13-26}$$

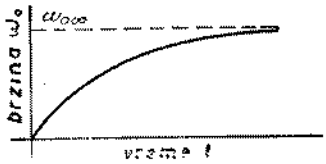
Integral iz jedn. 13-26 može se izračunati grafički crtanjem krive za $1/\Delta M$ kao funkcije od ω_0 i određivanjem površine između te krive i apscisne ose, sve do vrednosti koja odgovara gornjoj granici integrala; ovaj postupak prikazan je na sl. 13-6. Površina se može odrediti planimetrom, brojanjem kvadratića milimetarske hartije na kojoj je kriva nacrtana ili deljenjem površine na jednake segmente, koristeći za svaki segment srednju ordinatu. Ova površina, u jedinicama rad/s na Nm, pomnožena momentom inercije J u jedinicama MKS, daje vreme t u sekundama. Izračunavanje se može zgodno sprovesti u tabelarnom obliku i tako se dobiva rezultat tipa pokazanog na sl. 13-7.

[1] Za pregled ovakvih razmatranja, videti: O. G. C. Dahl, „Electric Power Circuits — Theory and Applications", vol. II, Power System Stability, gl. XIX, McGraw-Hill Book Company, Inc., Njujork, 1938; T. M. Linville, Starting Performance of Salient-pole Synchronous Motors, *Trans. AIEE, str.* 531, april 1930.

13-2. Bezdimenziona rešenja linearnih diferencijalnih jednačina. Iz tač. *c* primera 13-1 vidi se da se izražavanjem rešenja proste diferencijalne jednačine prvog reda u bezdimenzionom obliku dolazi do određenih preimućstava.



Sl. 13-6. Grafička analiza puštanja u rad asinhronog motora



Sl. 13-7. Brzina asinhronog motora za vreme puštanja u rad kao funkcija vremena

Univerzalne krive, kao što je ona na sl. 13-2, grafički opisuju opštu prirodu odziva i omogućuju dobijanje brojnih rezultata koji se vrlo lako mogu primeniti na sve ostale probleme opisane jednačinom potpuno istog oblika. Pre nego što pređemo na proučavanje drugih dinamičkih pojava, biće, dakle, korisno da proučimo dovođenje rešenja u bezdimenzioni oblik i u slučaju drugih linearnih diferencijalnih jednačina.

a. Jednačine drugog reda. Oblik jednačine drugog reda koja se često sreće je

$$a\frac{d^2x}{dt^2}+b\frac{dx}{dt}+cx=f(t) \tag{13-27}$$

gde su a, b i c konstante, x funkcija a t nezavisna promenljiva. Da navedemo prost primer: ova jednačina može predstavljati električni tovar u kolu sa otporom R, induktivnošću L i kondenzatorom C vezanim na red, na koje je priključen napon koji je proizvoljna funkcija vremena $f(t)$. U našem izlaganju obratićemo posebnu pažnju sistemu koji je u početku u stanju mirovanja ($x=0$ i $dx/dt=0$ za $t=0$) i na koji deluje akciona funkcija $f(t)$ koja je ravna nuli sve do trenutka $t=0$ a tada dobija konstantnu vrednost d. Jednačina tada postaje

$$a\frac{d^2x}{dt^2}+b\frac{dx}{dt}+cx=d \tag{13-28}$$

Kao u od. 9-4, postupak se zasniva na redukovanju broja veličina u jednačini i njenom rešenju uzimajući odnose veličina i konačno crtajući dobivene rezultate u sistemu sa koordinatama bez dimenzija. Radi što veće upotrebljivosti, veoma je poželjno da nove veličine kojima se zamenjuju odnosi između starih imaju određeno fizičko značenje. Iz toga razloga se dobro smišljen izbor novih veličina u znatnoj meri zasniva na poznavanju rešenja jednačine u njenom običnom obliku.

Prvi korak se sastoji u deljenju jednačine (13-28) sa a, što daje

$$\frac{d^2x}{dt^2}+\frac{b}{a}\frac{dx}{dt}+\frac{c}{a}x=\frac{d}{a} \tag{13-29}$$

Stavimo da je

$$\frac{c}{a}=\omega_n^2 \tag{13-30}$$

$$\frac{b}{2\sqrt{ac}} = \zeta \tag{13-31}$$

čime jedn. 13-29 postaje:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\zeta\omega_n\frac{dx}{dt} + \omega_n^2 x = \frac{d}{a} \tag{13-32}$$

Kao što će se docnije videti, ω_n predstavlja *neprigušenu prirodnu kružnu učestanost* sistema. Veličina ζ naziva se *odnos prigušenja* sistema; ona ima fizičko značenje koje će docnije takođe postati jasno.

Rešenje koje važi za ustaljeno stanje ili partikularni integral jedn. 13-32 je

$$x_\infty = \frac{d}{a\omega_n^2} \tag{13-33}$$

Jednačina bez desne strane ili *jednačina slobodnog režima*, koja daje opšte rešenje ili ponašanje u prelaznom stanju jeste odgovarajuća homogena jednačina koja glasi:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\zeta\omega_n\frac{dx}{dt} + \omega_n^2 x = 0 \tag{13-34}$$

Njeno rešenje ima oblik:

$$x = A\,\varepsilon^{mt} \tag{13-35}$$

gde se m može naći zamenom jedn. (13-35) u jedn. (13-34). Kad se isključi trivijalno rešenje $A\,\varepsilon^{mt} = 0$, ovaj postupak dovodi do *karakteristične jednačine:*

$$m^2 + 2\zeta\omega_n m + \omega_n^2 = 0 \tag{13-36}$$

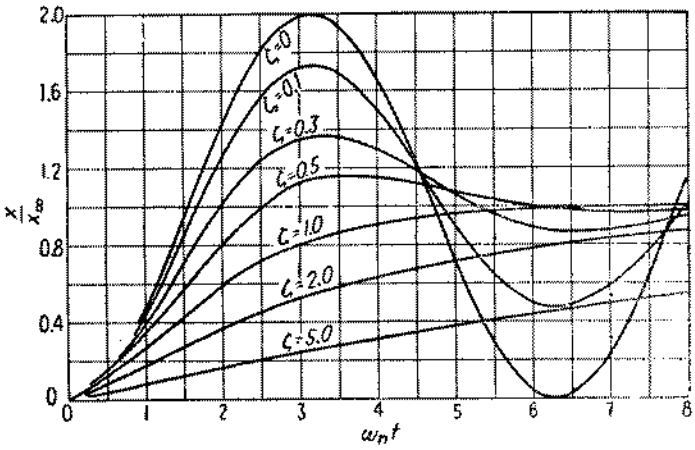
Njeni su koreni:

$$m_1, m_2 = -\zeta\omega_n \pm \omega_n\sqrt{\zeta^2 - 1} \tag{13-37}$$

Kompletno rešenje jedn. 13-32 je tada:

$$x = x_\infty + A_1\,\varepsilon^{m_1 t} + A_2\,\varepsilon^{m_2 t} \tag{13-38}$$

gde se konstante A_1 i A_2 mogu naći iz početnih uslova da su za $t = 0$ kako x tako i dx/dt jednaki nuli.



Sl. 13-8. Bezdimenziona rešenja linearne diferencijalne jednačine drugog reda, jedn. 13-28. Veličine ω_n, ζ i x_∞ date su jednačinama 13-30, odnosno 13-31 i 13-33. Ova rešenja važe jedino kad je u početku bilo stanje mirovanja

Konačni oblik jedn. 13-38, sa vrednostima za A_1 i A_2 izračunatim, zavisi od toga da li je ζ manje, veće ili jednako jedinici. Za $\zeta < 1$:

$$\frac{x}{x_\infty} = 1 - \frac{1}{\sqrt{1-\zeta^2}} \varepsilon^{-\zeta\omega_n t} \sin(\sqrt{1-\zeta^2}\,\omega_n t + \phi) \tag{13-39}$$

gde je

$$\phi = \operatorname{arc\,tg} \frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\zeta} \tag{13-40}$$

Za $\zeta = 1$

$$\frac{x}{x_\infty} = 1 - \varepsilon^{-\omega_n t}(1 + \omega_n t) \tag{13-41}$$

Za $\zeta > 1$

$$\frac{x}{x_\infty} = 1 - \frac{1}{2\sqrt{\zeta^2-1}} \left(\frac{\varepsilon^{(-\zeta+\sqrt{\zeta^2-1})\omega_n t}}{\zeta - \sqrt{\zeta^2-1}} - \frac{\varepsilon^{(-\zeta-\sqrt{\zeta^2-1})\omega_n t}}{\zeta + \sqrt{\zeta^2-1}} \right) \tag{13-42}$$

Ovi su rezultati nacrtani u obliku krivih u sistemu sa koordinatama bez dimenzija x/x_∞ i $\omega_n t$ na sl. 13-8 za čitav niz vrednosti od ζ. To su tada univerzalne krive koje daju rešenje jednačine drugog reda 13-28 *za početno stanje mirovanja.* Posmatranjem sl. 13-8 i jedn. 13-39 do 13-42 vidi se da brojna vrednost odnosa prigušenja određuje da li će odziv da bude oscilatoran ili jako prigušen, pri čemu $\zeta = 1$ predstavlja kritično prigušenje kao granicu između ova dva odziva. Pošto je $\zeta = 1$ za kritičko prigušenje, ζ ima uopšte značenje:

$$\zeta = \frac{\text{stvarno prigušenje}}{\text{kritično prigušenje}} \tag{13-43}$$

Kad je odziv oscilatoran, *prigušena kružna učestanost* je

$$\omega_d = \omega_n \sqrt{1-\zeta^2} \tag{13-44}$$

Pošto se jedn. 13-44 svodi na ω_n za $\zeta = 0$, očigledno je da ω_n predstavlja neprigušenu kružnu učestanost.

Krive sa sl. 13-8 su korisne ne samo stoga što omogućuju da se odziv sa datim parametrima izračuna na prost način, već i stoga što mnogo pomažu da se parametri odrede kad je odziv dat. Prema tome, ako je zadatak samo u tome da se sistem dovede što pre u ustaljeno stanje i ako su svi paramerti osim ζ utvrđeni očigledno je da ζ treba da leži negde od oko 0,5 do 1, a da samo relativno male razlike potiču od toga gde se ono tačno u tome opsegu nalazi. S druge strane, vrednosti odziva bliže krajnjoj vrednosti za ustaljeno stanje pre se dostižu za niže vrednosti u tom opsegu.[2)]

b. Jednačine višeg reda. U slučaju razgranatijih sistema — u stvari sistema sa preko dva nezavisna elementa za akumulisanje energije — pojavljuju se diferencijalne jednačine reda višeg od drugog čija analiza postaje teška zato što treba da se rešava karakteristična jednačina sa stepenom višim od drugog. Ima tačnih rešenja za jednačine trećeg i četvrtog stepena, ali su ona od relativno slabe koristi.

[2)] Kolika je vrednost gornjeg postupka „normalizovanja" vidi se po raširenosti njegove upotrebe. Za raznovrsne primere, videti R. H. Frazier, „Elementary Electric-circuit Theory", str. 378-383, McGraw-Hill Book Company, Inc., Njujork, 1945; R. H. Park i E. H. Bancker, System Stability as a Design Problem, *Trans. AIEE*, vol. 48, str. 70, 1929; H. E. Edgerton i F. J. Zak, The Pulling into Step of a Synchronous Induction Motor, *J. IEE*, vol. 68, str. 1205, sept. 1930; C. S. Draper i G. V. Schliestett, General Principles of Instrument Analysis, *Instruments*, vol. 12, str. 137-142, 1939; G. S. Brown i A. C. Hall, Dynamic Behavior and Design of Servomechanisms, *Trans. ASME*, juli 1946, str. 503-522.

Obeležavanje upotrebljeno ovde uglavnom se poklapa sa onim kod Draper-a, Brown-a i Frazier-a.

Za nalaženje korena, realnih i kompleksnih, postoji jedan sistematski metod — Graeffe-ov metod kvadratnih korena.[3]

Za linearnu diferencijalnu jednačinu trećeg reda karakteristična jednačina, dobivena na osnovu pretpostavke da $A\,\varepsilon^{mt}$ predstavlja jedno rešenje, ima oblik:

$$m^3 + am^2 + bm + c = 0 \tag{13-45}$$

Jedan realan koren može da se nađe po metodu postupnog približavanja i da se jednačina svede na kvadratnu. Ako je odziv oscilatoran, ova kvadratna jednačina daje oscilatornu komponentu. Jedan metod[4] da se rešenje sistematizuje jeste u tome da se jedn. 13-45 napiše u obliku

$$(m + \xi\,\omega_{nq})(m^2 + 2\,\zeta_q\,\omega_{nq}\,m + \omega_{n,q}^2) = 0 \tag{13-46}$$

tj. kao proizvod binoma sa jednim realnim korenom i kvadratnog trinoma. Veličine ζ_p i ω_{nq} igraju u odnosu na kvadratni trinom kojim je određena oscilatorna komponenta istu ulogu kao u rešenju jedn. 13-36, i sistematizovanje može da bude slično onome na sl. 13-8.

U mnogim sistemima koji sadrže više od dva elementa sa nagomilavanjem energije, mogu se izdvojiti dva glavna elementa. Problem se onda može svesti približno na slučaj kvadratne jednačine.

13-3. Prelazna stanja izazvata u prostim sistemima kretanjem. — Oscilacije sinhronih mašina. U sistemima koji sadrže sinhrone mašine pojavljuju se važni dinamički problemi zato što je uspešan rad mašina uslovljen jednakošću između mehaničke brzine rotora i brzine statorskog obrtnog polja i zato što sinhronizacione sile koje teže da ovu jednakost održe stupaju u dejstvo čim se ovakav odnos poremeti. Kad bi se trenutna brzina jedne sinhrone mašine u sistemu koji sadrži više sinhronih mašina malo smanjila, ovo smanjenje bilo bi praćeno smanjenjem ugla obrtnog momenta u slučaju da je mašina generator ili povećanjem u slučaju da je ona motor. U oba slučaja, sve dok ugao obrtnog momenta ne pređe optimalnu vrednost, ovo bi se odrazilo u višku primljene snage u odnosu na snagu odatu opterećenju, dok bi razlika ovih snaga ubrzala obrtne mase, težeći da ponovo uspostavi ravnotežne uslove. Na primer, kad se vratilo sinhronog motora naglo optereti velikim opterećenjem, motor mora da se uspori bar trenutno, kako bi ugao obrtnog momenta mogao da postigne veću vrednost potrebnu za veće opterećenje. U stvari, sve dok se ne dostigne novi ugao, znatan deo energije predate opterećenju dolazi iz energije akumulisane u obrtnim masama pri njihovom usporavanju. Kad nova vrednost ugla bude prvi put dostignuta, ravnoteža neće još biti uspostavljena, jer je mehanička brzina tada manja od sinhrone. Ugao se za trenutak mora još povećati kako bi se omogućilo pokriće deficita energije u obrtnim masama koje ima manje nego pri sinhronoj brzini. Ponovno uspostavljanje ravnoteže može da bude i nedostižno. U svakom slučaju, procesi koji sleduju sadrže niz oscilacija oko krajnjeg položaja čak i kad se konačno ravnoteža ponovo uspostavi. Tačan opis ovakvih zbivanja može se izraziti jedino pomoću odgovarajuće elektromehaničke diferencijalne jednačine, a zaključci o ponovnom uspostavljanju ravnoteže mogu se zasnivati samo na rešenju ove jednačine.

Slične oscilacije ili njihanja, praćenje pulzacijama snage i struje, mogu naročito mnogo da smetaju kod sinhronih motora koji rade na opterećenjima čiji se momenti menjaju ciklično prilično brzom učestanošću, kao što su motori koji

---

[3] Videti, na primer, R. E. Doherty i E. G. Keller „Mathematics of Modern Engineering", vol. I, str. 98—128, John Wiley and Sons, Inc. New York, 1936.

[4] Ovaj metod se opisuje i primenjuje i u članku G. S. Brown i A. C. Hall, Dynamic Behavior and Design of Servomechanisms, *Trans. ASME*, juli 1946, str. 503-522.

pokreću klipne vazdušne ili amonijačne kompresore. Kad je prirodna učestanost mehaničkog oscilovanja sinhronog motora približno jednaka učestanosti kakvog važnog harmonika obrtnog momenta u ciklusu kompresora, dolazi do nedopustivih oscilacija. Do sličnih dinamičkih problema dolazi i pri sinhronizovanju sinhronih motora, zbog čega su u američkim standardima ASA propisani maksimalni momenat inercije opterećenja u odnosu na momenat uvlačenja u sinhronizam. U elektroenergetskim sistemima koji se prostiru na teritoriji od preko 100 000 kvadratnih milja (tj. 260 000 kvadratnih kilometara) dolazi takođe do elektrodinamičkih prelaznih pojava veoma komplikovanih oblika, ali u osnovi iste prirode. Ako se za vreme planiranja sistema nije ovim pojavama poklonila pažnja, one mogu dovesti i do potpunog isključenja čitavih pokrajina.

a. Osnovna elektromehanička jednačina. Kao kod svih drugih tipova mašina elektromehanička jednačina za sinhronu mašinu proizilazi iz saznanja o trima klasama obrtnih momenata koji deluju na obrtne delove: inercijalni momenat, elektromagnetni momenat M_e koji nastaje usled pretvaranja energije i mehanički momenat M_{sh} na vratilu koji je posledica snage primljene od pogonskog motora odnosno snage odate opterećenju. Pri postavljanju jednačine najzgodnije je da se ugaoni položaj vratila u datom trenutku odredi električnim uglom δ između izvesne tačke na vratilu i referentne ose koja se obrće sinhronom brzinom. To je zato najpodesnije što se elektromagnetni obrtni momenat može vrlo lako izraziti u zavisnosti od takvog jednog ugla; u stvari, u mnogim prostim problemima ugao δ bira se tako da bude identičan sa uglom obrtnog momenta. Pošto je inercijalni obrtni momenat dat proizvodom između momenta inercije i ugaonog ubrzanja, on se može izraziti:

$$M_{\text{iner}} = J \frac{2}{p'} \frac{\pi}{180} \frac{d^2\delta}{dt^2} \text{[Nm]} \tag{13-47}$$

gde je p' broj polova a faktor $2\pi/180\,p'$ služi za pretvaranje električnih stepena u mehaničke radijane. Elektromehanička jednačina za mašinu glasi:

$$J \frac{2}{p'} \frac{\pi}{180} \frac{d^2\delta}{dt^2} + M_e = M_{sh} \tag{13-48}$$

Jednačina 13-48 napisana je naročito za generator. Ista se jednačina može primeniti i kad mašina radi kao motor držeći se odgovarajuće konvencije o znaku. Konvencija koja se upotrebljava biće izložena docnije, kad se bude razmatrao doprinos od pretvaranja energije. U jedn. 13-48 ne pojavljuju se eksplicitno gubici u mašini. O njima se može voditi računa pri odredivanju momenata M_e i M_{sh}, ali se oni najčešće potpuno zanemaruju.

Izračunavanje doprinosa od pretvaranja energije može se najlakše izvršiti polazeći od ekvivalentnog kola mašine i mreže na koju je ona priključena. Tako izračunat, ovaj doprinos se pojavljuje neposredno kao snaga, a ne kao obrtni momenat i stoga je zgodno da se jedn. 13-48 prepravi tako da predstavlja odnose među snagama. Ova prepravka se može izvesti ako se pretpostavi da za vreme elektromehaničkih oscilacija dolazi do malih odstupanja od sinhrone brzine što se kao pretpostavka može opravdati činjenicom da ugaone oscilacije postaju nedopustive znatno pre nego što dođe do primetnih netačnosti. Shodno tome, množeći obe strane jedn. 13-48 sinhronom ugaonom brzinom, dobiva se:

$$J \frac{2}{p'} \frac{\pi}{180} \frac{2\pi n}{60} \frac{d^2\delta}{dt^2} + P_e = P_{sh} \tag{13-49}$$

gde je n sinhrona brzina (u ob/min), P_e elektromagnetna snaga (u W), i P_{sh} mehanička snaga na vratilu (takođe u W). Ceo koeficijent prvoga člana je inercijalna

konstanta i može se obeležiti znakom m, uz napomenu da mu je dimenzija vat po električnom stepenu po sekundu na kvadrat; dakle:

$$m = J \frac{2}{p'} \frac{\pi}{180} \frac{2\pi n}{60} = 0{,}00365\, J \frac{n}{p'} \tag{13-50}$$

ili u funkciji od učestanosti sistema

$$m = 0{,}438\, J \frac{f}{p'^2} \tag{13-51}$$

Kad je data veličina Gk^2 (u funtama-in^2), tj. težina pomnožena poluprečnikom inercije, za konstantu m se ima:

$$m = 0{,}0185\; G k^2 \frac{f}{p'^2} \tag{13-52}$$

Kad sinhrona mašina radi sa promenljivim uglom rotora δ, elektromagnetna snaga P_e sastoji se od dve komponente. Prva komponenta, koja se obično naziva *snagom prigušenja*, potiče od asinhronog dejstva mašine i funkcija je klizanja, odnosno odstupanja izvoda $d\delta/dt$ od sinhrone brzine; za nju se često smatra da se menja linearno sa $d\delta/dt$, što odgovara linearnoj karakteristici obrtni momenat—klizanje asinhrone mašine za male vrednosti klizanja.[5] Druga komponenta, koja se obično naziva *sinhrona snaga*, funkcija je ugla δ, pošto sinhrono dejstvo mašine neposredno zavisi od ugla obrtnog momenta. Elektromehanička jednačina 13-49 sada postaje

$$m \frac{d^2\delta}{dt^2} + p_d \frac{d\delta}{dt} + P(\delta) = P_{sh} \tag{13-53}$$

gde je p_d specifična snaga prigušenja (u vatima po električnom stepenu u sekundi) a član $P(\delta)$ označava da je sinhrona snaga funkcija ugla δ.

Da bi se funkcija $P(\delta)$ mogla odrediti, mora da se zna specifična priroda spoljnje mreže. Kad je u pitanju samo jedna mašina vezana neposredno na vrlo veliki sistem (v. od. 7-8), ova funkcija je $P_m \sin\delta$, gde je P_m amplituda sinusoide koja predstavlja snagu u funkciji ugla. Jedn. 13-53 tada postaje

$$m \frac{d^2\delta}{dt^2} + p_d \frac{d\delta}{dt} + P_m \sin\delta = P_{sh} \tag{13-54}$$

Pozitivne vrednosti ugla δ znače generatorski rad, dakle pretvaranje energije iz mehaničkog oblika u električni; pozitivne vrednosti snage P_{sh} znače da se mehanička snaga dovodi na vratilo; pozitivne vrednosti količnika $d\delta/dt$ znače da su brzine veće od sinhrone brzine; pozitivne vrednosti količnika $d^2\delta/dt^2$ znače ubrzanje. Nasuprot tome, može se primeniti i obratna konvencija. Pozitivne vrednosti ugla δ mogu tada značiti motorski rad, pozitivne vrednosti snage P_{sh} mehaničku snagu odatu na vratilu, pozitivne vrednosti količnika $d\delta/dt$ brzine manje od sinhrone i pozitivne vrednosti količnika $d^2\delta/dt^2$ usporenje.

Zbog prisustva člana $P_m \sin\delta$ jednačina 13-54 je nelinearna i ne može se rešiti formalnim metodom kao jedn. 13-27. Analiza se može izvršiti na dva načina. Prvi se sastoji od jedne približnosti kojom se postiže linearnost i o čemu se u daljem

[5] Za opširnije tretiranje snage prigušenja videti O. G. C. Dahl, „Electric Power Circuit — Theory and Applications", vol. II, Power System Stability, glava XIX, McGraw-Hill Book Company, Inc., Njujork, 1938.

tekstu govori prilično podrobno. U drugom se primenjuju postupci nelinearne analize koja je već upotrebljavana u gl. 12; potpuna diskusija ovih postupaka primenjenih na jedn. 13-54 izlazi iz okvira ove knjige.

b. Linearizovana analiza za jednu mašinu vezanu za veliki sistem. Kad je ugao δ rotora mali, može se koristiti činjenica da je sinus malog ugla vrlo približno jednak samom uglu (u radijanima); na primer, kad se ugao δ menja od $+30°$ do $-30°$, onda je

$$\sin\delta = \frac{\pi}{180}\delta \tag{13-55}$$

Član $P_m \sin\delta$ u jedn. 13-54 može se tada zameniti sa članom $p_s\delta$, gde je p_s *sinhronizaciona snaga po jedinici ugla*, odnosno nagib krive snaga—ugao (u vatima po električnom stepenu). Jednačina 13-54 postaje sada

$$m\frac{d^2\delta}{dt^2} + p_d\frac{d\delta}{dt} + p_s\delta = P_{sh} \tag{13-56}$$

Pošto je ovo linearna jednačina, njeno rešenje za posebne slučajeve može se dobiti pomoću metoda izloženih u od. 13—2.

Primer 13-3. Trofazni 28-polni sinhroni motor od 200 KS, 2300 V, 60 Hz, 257 ob/min vezan je neposredno na veliki energetski sistem. Motor ima sledeće karakteristike:
Gk^2 = 10 500 funta-stopa² (tj. 44,3 kp m²) (za motor i opterećenje zajedno)
Sinhronizaciona snaga po jedinici električnog ugla p_s = 11,0 kW/o
Prigušni specifični momenat = 1770 funta-stopa/meh. rad/sek (tj. 2400 Nm/meh. rad./sek).

a) Odrediti elektrodinamičke oscilacije mašine.

b) Vratilo motora biva iznenadno opterećeno nominalnim mehaničkim opterećenjem motora u trenutku kada on radi u ustaljenom stanju, ali neopterećen. Ispitati elektrodinamički prelazni proces koji tada nastaje.

Rešenje. a) Konstante motora u jedinicama MKS jesu:

$$m = 0{,}0185 \times 10500 \times \frac{60}{28^2} = 14{,}9\ \mathrm{W}/_o/s^2$$

(ili $$m = 0{,}438 \times 443 \times \frac{60}{28^2} = 14{,}9\ \mathrm{W}/_o/s^2\text{:)}$$

$$p_d = 2\pi \times 257 \times 1770 \times \frac{746}{33000} \times \frac{\pi}{180} \times \frac{2}{28} = 80{,}6\ \mathrm{W}/_o/s)$$

(ili $$p_d = \frac{2\pi}{60} \times 257 \times 2400 \times \frac{\pi}{180} \times \frac{2}{28} = 80{,}6\ \mathrm{W}^o//\mathrm{s})$$

$$p_s = 11{,}0 \times 1000 = 11\,000\ \mathrm{W}/_o$$

Homogena jednačina kojom su određene oscilacije glasi

$$14{,}9\frac{d^2\delta}{dt^2} + 80{,}6\frac{d\delta}{dt} + 11000\,\delta = 0$$

i ona ima oblik jedn. 13-28. Iz jedn. 13-30 i 13-31, neprigušena kružna učestanost i odnos prigušenja su

$$\omega_n = \sqrt{\frac{11000}{14{,}9}} = 27\ \text{el.rad/s}$$

$$\zeta = \frac{80{,}6}{2\sqrt{14{,}9 \times 11\,000}} = 0{,}10$$

Dobivena vrednost za ζ čini da ovaj odziv sigurno pada u oscilatornu oblast, što i jeste uvek slučaj za sve sinhrone mašine. Svaki poremećaj u toku rada propraćen je oscilacijama ili njihanjima rotora koja se relativno sporo prigušuju pre nego što se ponovo uspostavi ustaljeni rad sa sinhronom brzinom. Veliki poremećaj može naravno da dovede do potpunog ispadanja iz sinhronizma. Prigušena ugaona učestanost motora je, prema jedn. 13-44:

$$\omega_d = 27\sqrt{1 - 0{,}10^2} = 26{,}9\ \text{el.rad/s}$$

što odgovara prigušenoj učestanosti oscilacija od

$$f_d = \frac{26{,}9}{2\pi} = 4{,}3 \text{ Hz}$$

b). Puno opterećenje od 200 KS iznosi 200 × 746 = 149 200 W. Radni ugao u ustaljenom stanju je

$$\delta_\infty = \frac{149\,200}{11\,000} = 13{,}6 \text{ el. stepeni}$$

U skladu sa jedn. 13-39 i 13-40, promene ugla date su jednačinom

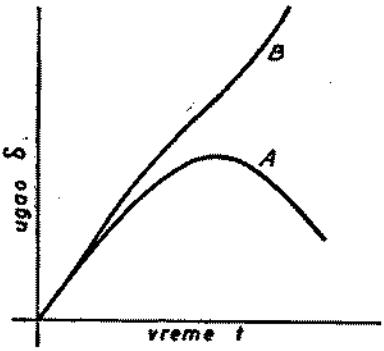
$$\delta = 13{,}6^\circ [1 - 1{,}004\, \varepsilon^{-2{,}7t} \sin(26{,}9\, t + 84{,}3^\circ)]$$

Na sl. 13-8 ova funkcija je predstavljena u obliku krive za $\zeta = 0{,}1$ pri čemu je uzeto da jedna jedinica na vertikalnoj skali vredi 13,6°.

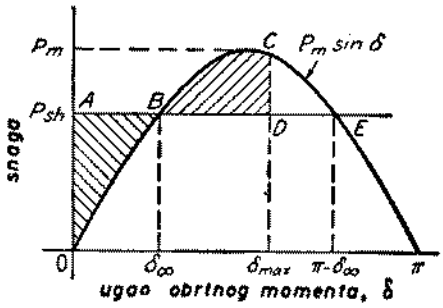
Kad ugao rotora δ pređe 30°, greška izazvata pretpostavkom da je kriva snaga—ugao linearna postaje sve veća i jednačina kretanja mora se ostaviti u njenom nelinearnom obliku. Dalja analiza se tada zasniva na metodima „korak po korak", kao što su oni izloženi u od. 12-4. Radi uprošćenja često se prigušni član zanemaruje, premda to zanemarenje nije bitno za primenu ovog metoda. Proučavanje ima obično za cilj da se ustanovi hoće li se sinhronizam održati—tj. da li ugao δ dolazi konačno na radnu ustaljenu vrednost kad je na mašinu delovao neki ozbiljniji poremećaj. Zaključci se obično zasnivaju na prvoj oscilaciji rotora. Kriva *A* na sl. 13-9 ukazuje tako na *stabilnost*, odnosno održavanje sinhronizma, jer pokazuje da je rotor izložen ograničenom njihanju u odnosu na referentnu osu, koje je deo prigušene oscilacije koja vodi ka novom ali ustaljenom stanju; kriva *B*, međutim, ukazuje na *nestabilnost*, odnosno na ispadanje iz sinhronizma, jer ugao ne pokazuje da će se ikad ustaliti na novoj konstantnoj vrednosti.

c. Metodi jednakih površina. U proučavanju nelinearnih elektrodinamičkih prelaznih pojava u prostim sistemima sa sinhronim mašinama sa zanemarljivim prigušivanjem može se iskoristiti grafičko predstavljanje energije nagomilane u obrtnim masama kao pomoćno sredstvo za određivanje maksimalnog ugla oscilovanja i za raspravljanje pitanja o održanju sinhronizma. Zbog toga što nam ovaj metod pruža fizički prikaz dinamičkog procesa, primenićemo ga na analizu slučaja jedne mašine priključene na veliki sistem.

Posmatrajmo konkretno sinhroni motor čija je kriva snaga—ugao data na sl. 13-10. Kad je motor u početku neopterećen, njegova radna tačka je u koordinatnom početku. Kad se motor iznenadno optereti mehaničkom snagom P_{sh}, radna tačka se



Sl. 13-9. Krive ugao—vreme ili krive oscilacije sinhrone mašine



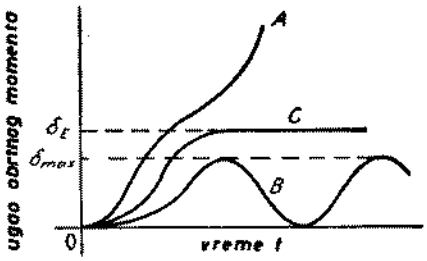
Sl. 13-10. Kriva snaga—ugao sinhronog motora i snaga opterećenja

pomera duž sinusoide OBC i, ako se sinhronizam održi, dospeva u tačku B gde se zaustavlja, sa novim uglom snage δ_∞. Da bi dostigao ovu novu radnu tačku, motor mora da se uspori bar trenutno pod uticajem razlike $(P_{sh} - P_m \sin\delta)$ između snage koju zahteva opterećenje i snage koja proizilazi iz elektromehaničkog pretvaranja energije. Podsetimo se sada, iz postupka koji nas je doveo do jedn. 13-48 i 13-53, da su i P_{sh} i $P_m \sin\delta$ srazmerni odgovarajućim obrtnim momentima. Podsetimo se još da integral $\int M\,d\delta$ obrtnog momenta u odnosu na ugao predstavlja u stvari energiju. Onda vidimo da je površina OAB na sl. 13-10 srazmerna energiji oduzetoj od obrtnih masa u toku početnog perioda, kad je pretvaranje elektromehaničke energije nedovoljno da udovolji zahtevima opterećenja na vratilu. Kad, dakle, radna tačka dospe prvi put u tačku B, na rotor deluje momenat usporenja. Pod uticajem tog momenta rotor mora u oscilovanju da prelazi tačku B sve dok se u obrtnim masama ne nagomila ponovo jednaka količina energije. Kao posledica toga rotror se u oscilovanju kreće do tačke C odnosno do ugla δ_{max} u kojoj tački je:

$$\text{Površina } BCD = \text{površina } OAB \tag{13-57}$$

Posle toga, u odsustvu prigušenja, rotor nastavlja da osciluje između tačaka O i C svojom prirodnom učestanošću. Prigušenje koje postoji u svakoj fizičkoj mašini čini da amplitude uzastopnih oscilacija opadaju i da se najzad uspostavi dinamička ravnoteža u tački B. Treba primetiti sličnost sa oscilacijama klatna.

Ovaj *metod jednakih površina* pruža mogućnosti da se lako pronađe maksimalni ugao oscilacije. On takođe pokazuje na prost način da li se sinhronizam održava i daje grubo merilo o granici stabilnosti. Tako, na primer, kad je površina $BCED$ na sl. 13-10 manja od površine OAB, momenat usporenja ne može nikad da bude nadjačan, kriva ugao—vreme dobiva izgled krive A na sl. 13-11 i sinhronizam se gubi. S druge strane, kad je površina $BCED$ veća od površine OAB, sinhronizam se održava u onoj meri koju pokazuje razlika između površina, a kriva ugao—vreme dobiva oblik krive B na sl. 13-11. Kad su površine $BCED$ i OAB jednake, onda je to granični slučaj nestabilne ravnoteže i tada važi kriva C.



Sl. 13-11. Proste krive oscilovanja sinhrone mašine koje pokazuju nestabilnost (kriva A), stabilnost (kriva B) i granični ili kritični slučaj (kriva C)

Primer 13-4. Odrediti maksimalni obrtni momenat na vratilu kojim se sme opteretiti motor iz primera 13-3 kad je u početku radio bez ikakvog opterećenja. Sinhronizaciona snaga po jedinici električnog ugla od 11,0 kW/°, koja je data u tom primeru, jeste početni nagib krive snaga—ugao po kojoj se kreće radna tačka pod tim uslovima. Prigušenje treba zanemariti.

Rešenje. Početni nagib sinusoidne krive snaga—ugao, izražen u kW po radijanu, jednak je amplitudi iste krive u kW. Otuda

$$P_m = 11{,}0 \times \frac{180}{\pi} = 630 \text{ kW}$$

Opterećenje P_{sh} mora se podesiti tako da bude zadovoljen uslov

$$\text{Površina } OAB = \text{površina } BCD$$

ili

$$P_{sh}\delta_\infty - \int_0^{\delta_\infty} 630 \sin\delta\, d\delta = \int_{\delta_\infty}^{\pi-\delta_\infty} 630 \sin\delta\, d\delta - P_{sh}(\pi - 2\delta_\infty)$$

Takođe je

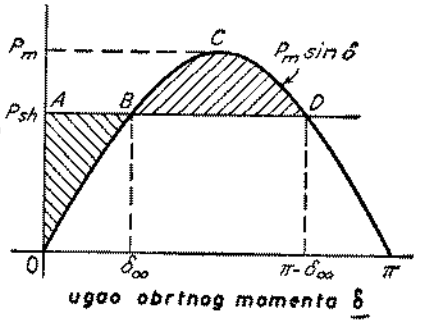
$$P_{sh} = 630 \sin\delta_\infty$$

Rešavanjem pomoću uzastopnih približavanja dobiva se

$$P_{sh} = 455 \text{ kW} = 610 \text{ HP}$$

Treba zapaziti da je rezultat nezavisan od momenta inercije kad je prigušenje zanemareno. Pod tim okolnostima momenat inercije određuje periodu oscilacija, ali ne utiče na njihovu amplitudu.

13-4. Frekventna karakteristika prostih sistema. Jedno korisno i široko primenjeno sredstvo za opšti prikaz važnih osobina kola pružaju nam njihove *frekventne karakteristike*. To su krive, obično u bezdimenzionom obliku, za najširu primenu, amplitude i faze izlazne veličine u ustaljenom stanju kada je signal na ulazu sinusoidna veličina. Poznat primer predstavljala bi frekventna karakteristika sprežnog kola pojačavača sa spregom otpor—kondenzator.



Sl. 13-12. Grafička primena metoda jednakih površina

Ovakve su karakteristike korisne u teoriji kola jer nam omogućuju, uz upotrebu Furijeovih redova, da nacrtamo odziv kad je poremećajna funkcija proizvoljna. Da bi se sagledala sva vrednost metoda frekventnih karakteristika potrebno je da se poznaje određena veza između ove karakteristike i odziva kola u prelaznom stanju. Tako, na primer, maksimumi na amplitudno-frekventnim dijagramima pojavljuju se, opšte uzev, na vrednostima približno jednakim prirodnim učestanostima odziva u prelaznom stanju, a relativne veličine maksimuma daju obratnu meru relativnog prigušenja prirodnih učestanosti.

Drugim rečima, ustaljeni odziv sinusnoj funkciji daje mnogo podataka i o odzivu u prelaznom stanju.

Pošto je ovaj postupak do tančina razvijen u teoriji električnih kola, mi prirodno želimo da ga iskoristimo za dinamičku analizu linearnih sistema, gde su problemi u principu isti, mada postoje razlike u terminologiji i obeležavanju. U ovom odeljku biće data dva primera kao uvod, a opšta tema će biti razrađena docnije, kad se budu proučavali sistemi sa zatvorenim kolom.

Primer 13-5. Brzinu malog motora za jednosmernu struju iz primera 13-1 treba regulisati menjanjem napona na koji je njegov indukt priključen. Za tu svrhu idealna radna karakteristika predstavljena je brzinom vratila koja je u svakom trenutku upravo srazmerna naponu priključenom na indukt. Treba regulisati ne samo brzinu već i smer obrtanja, tako da se menja i polaritet priključenog napona. Uopšte uzev, priključeni napon može da se menja više ili manje bez ikakvih pravila već prema tome kakvi su zahtevi u pogledu brzine. Međutim, da bismo proučili karakter odziva motora, smatraćemo da se napon u vremenu menja od maksimalne pozitivne vrednosti $+U_{tm}$ do maksimalne negativne vrednosti $-U_{tm}$ po sinusnom zakonu.

a) Pokazati u kojoj je meri brzina motora sposobna da prati promene napona kad se učestanost ovoga povećava. Prokomentarisati dobivene rezultate.

b) Za brojne vrednosti date u primeru 13-1*e* odrediti učestanost pri kojoj amplituda promene brzine dobiva vrednost $1/\sqrt{2}$ u odnosu na idealni rad.

Rešenje. a) Diferencijalnu jednačinu koju motor mora zadovoljiti pod datim okolnostima dobivamo prilagođavanjem jedn. 13-8,

$$\frac{Jr_a}{k^2}\frac{d\omega_0}{dt} + \omega_0 = \frac{U_{tm}}{k}\sin\omega t \tag{13-58}$$

ili

$$\tau\frac{d\omega_0}{dt} + \omega_0 = \frac{U_{tm}}{k}\sin\omega t \tag{13-59}$$

gde je ω kružna učestanost promene napona a τ vremenska konstanta motora data jednačinom 13-11.

Nas ovde zanima samo rešenje jedn. 13-59 za ustaljeno stanje. Iz teorije električnih kola znamo da se ovakvo rešenje za tip jednačine kakva je jedn. 13-59 može dobiti zamenjujući simbol

d/dt sa $(j\omega)$, simbol d^2/dt^2 sa $(j\omega)^2$, simbol $\int dt$ sa $1/j\omega$, a zavisnu i nezavisnu promenljivu tumačeći kao vremenski vektor koji ima svoj intenzitet i svoj fazni ugao. Prema tome,

$$\tau(j\omega)\Omega_0 + \Omega_0 = \frac{U_{tm}}{k} \tag{13-60}$$

ili

$$\Omega_0 = \frac{U_{tm}}{k(1+j\omega\tau)} \tag{13-61}$$

što predstavlja zavisnost između amplitude Ω_0 vektora sinusoidno promenljive brzine i amplitude U_{tm} vektora sinusoidno promenljivog napona. Kao što je uobičajeno u teoriji električnih kola, oznaka malim slovom ω_0 zamenjuje se oznakom velikim slovom Ω_0 kad se želi predstaviti amplituda sinusoidne promene; međutim, radi uprošćenja ne pišemo uz oznaku za amplitudu brzine indeks m pošto su samo maksimalne vrednosti važne. Jedn. 13-61 je napisana kao zavisnost između amplituda, a ne između efektivnih vrednosti, pošto ove nisu naročito zanimljive u elektromehaničkim problemima.

Ispitivanje jedn. 13-61 pokazuje da je Ω_0 upravo srazmerno sa U_{tm} jedino kad je $\omega = 0$; to jest,

$$(\Omega_0)_{\omega=0} = \frac{U_{tm}}{k} \tag{13-62}$$

što odgovara veoma sporim promenama. Ova činjenica nam sugeriše jedan metod za dovođenje rezultata u bezdimenzioni oblik. Deleći jedn. 13-61 sa 13-62 dobivamo

$$\frac{\Omega_0}{(\Omega_0)_{\omega=0}} = \frac{1}{1+j\omega\tau} \tag{13-63}$$

Odnos amplituda je

$$\left|\frac{\Omega_0}{(\Omega_0)_{\omega=0}}\right| = \frac{1}{\sqrt{1+(\omega\tau)^2}} \tag{13-64}$$

Fazni ugao za koji promena brzine zaostaje iza promena napona iznosi

$$\gamma = \operatorname{arc\,tg} \omega\tau \tag{13-65}$$

Rezultati dati jedn. 13-64 i 13-65 nacrtani su na sl. 13-13. Kao što je i prirodno očekivati, ove krive pokazuju brzo odstupanje od idealnih karakteristika kada se učestanost promena povećava. Usled svoje inercije i njenih posledica — potrebe za nagomilavanjem energije u obrtnim masama — motor nije sposoban da verno prati brzo promenljive signale napona.

Ako posmatramo slično električno kolo na sl. 13-3, zapazićemo da se gore izloženi postupak svodi na proučavanje promene napona na krajevima kondenzatora C kao funkcije napona priključenog na krajeve kola.

b) Bilo iz krivih sa sl. 13-13 bilo zamenjivanjem odnosa amplituda u jedn. 13-64 sa $1/\sqrt{2}$, dobivamo:

$$\omega\tau = 1$$

Kako je iz primera 13-1 $\tau = 0{,}0185$ s; imamo

$$\omega = \frac{1}{0{,}0185} = 54{,}0 \text{ rad/s}$$

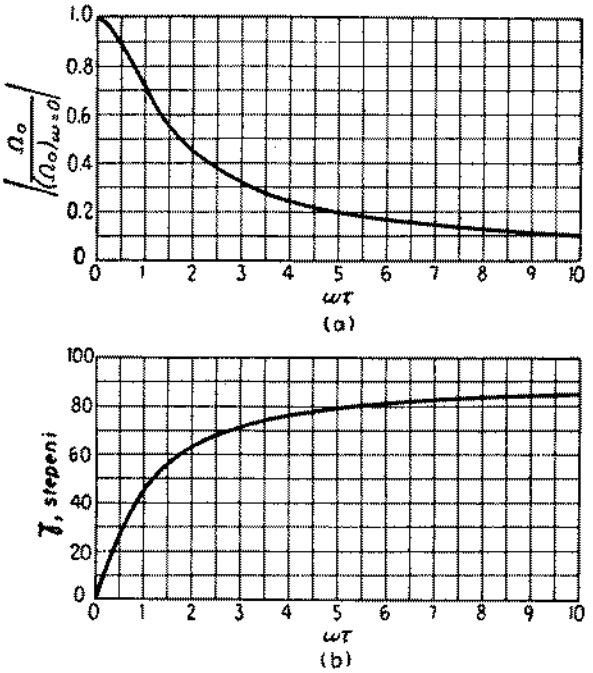
a odgovarajuća učestanost je

$$f = \frac{54{,}0}{2\pi} = 8{,}6 \text{ Hz}$$

U prethodnom primeru je poželjno da izlazna funkcija prati promene ulaznog signala što je moguće vernije. U sledećem primeru je naprotiv poželjno da se ove promene suzbiju do praktički najveće mere.

Primer 13-6. Za klipni kompresor sa vazduhom i amonijakom potreban je obrtni momenat koji se periodično menja oko jedne stalne jednosmerne vrednosti. Za slučaj dvotaktnog kompresora, viši harmonici obrtnog momenta imaju učestanosti (u Hz) koje su sadržatelji brzine obrtanja (u obrtima u sekundi). Kad se kompresori pokreću sinhronim motorima, kao što je obično slučaj, harmonici obrtnog mementa izazivaju periodične fluktuacije ugla obrtnog momenta δ,

što može dovesti do nepoželjno velikih pulzacija snage i struje motora. Stoga je neophodno da elektrodinamički odziv motora za važnije harmonike bude održan na minimumu.



Sl. 13-13. Bezdimenzione krive odziva motora za jednosmernu struju sa naponom indukta koji se menja sinusno. *(a)* Odnos amplituda. *(b)* Fazni ugao zaostajanja

a) Ispitati odziv motora iz primera 13-3 na harmonike obrtnog momenta, u opsegu učestanosti u kome je taj odziv primetan.

b) Za jedan određeni kompresor, prvi harmonik obrtnog momenta ima amplitudu 580 funti-stopa (tj. 786 Nm). Vrednost za Gk^2 od 10 500 funti-stopa² (tj. 443 kp m²) data u primeru 13-3 obuhvata i inerciju kompresora. Odrediti maksimalno skretanje ugla obrtnog momenta usled ovoga harmonika i odgovarajuće pulsacije električne snage sinhronog motora.

c) Uzeti da je dodat zamajac kojim se ukupna vrednost Gk^2 povećava na 16500 funti-stopa² (tj. 694 kp m²). Ponoviti računanje pod tač. b i uporediti rezultate.[6]

Rešenje. a) S obzirom da su amplitude ugla obrtnog momenta male, može se primeniti linearizovana analiza. Iz jedn. 13-56, odgovarajuća diferencijalna jednačina je

$$m\frac{d^2\delta}{dt^2} + p_d\frac{d\delta}{dt} + p_s\delta = P_{shm}\sin\omega t \tag{13-66}$$

gde P_{shm} odgovara amplitudi pulsacija harmonika obrtnog momenta čija je kružna učestanost ω, a δ je sada komponenta ugla rotora koja dolazi od ovog harmonika. Kad se dovede u oblik tipiziran jednačinom 13-32, jedn. 13-66 postaje

$$\frac{d^2\delta}{dt^2} + 2\zeta\omega_n\frac{d\delta}{dt} + \omega_n^2\delta = \frac{P_{shm}}{m}\sin\omega t \tag{13-67}$$

gde su

$$\omega_n = \sqrt{\frac{p_s}{m}} \tag{13-68}$$

[6] Vrednosti upotrebljene u ovom primeru prilagodene su prema podacima iz članka R. E. Doherty i R. F. Franklin, Design of Flywheels for Reciprocating Machinery Connected to Synchronous Generators and Motors, *Trans. ASME*, vol. 42, str. 523-560, 1920. — Drugi važan članak o ovom predmetu je: H. R. Goss i H. V. Putman, Calculation of Flywheels for Air Compressors, *Trans. ASME*, vol. 51, str. 117-130, 1929.

$$\zeta = \frac{p_d}{2\sqrt{p_s m}} \tag{13-69}$$

Po istom postupku kao u primeru 13-5, vektorski oblik jedn. 13-67, iz koga se može dobiti rešenje za ustaljeno stanje, je

$$(j\omega)^2\ \Delta + 2\zeta(j\omega)\ \Delta + \omega_n^2 \Delta = \frac{P_{shm}}{m} \tag{13-70}$$

Ovde je Δ amplituda sinusoidne promene ugla δ. Vektorski izraz za Δ je

$$\Delta = \frac{P_{shm}/m}{(\omega_n^2 - \omega^2) + j2\zeta\omega_n\omega} \tag{13-71}$$

Pri prirodnoj učestanosti motora i kompresora je $\omega = \omega_n$ i odziv postaje

$$\Delta_n = \frac{P_{shm}/m}{j\,2\,\zeta\,\omega_n^2} \tag{13-72}$$

Metod za dovođenje jedn. 13-71 u bezdimenzioni oblik nameće se sada sam po sebi. Deleći jedn. 13-71 jednačinom 13-72 i pišući izraz samo za intenzitete, dobivamo

$$\left|\frac{\Delta}{\Delta_n}\right| = \frac{2\,\zeta\omega_n^2}{\sqrt{(\omega_n^2 - \omega^2)^2 + (2\,\zeta\,\omega_n\omega)^2}} \tag{13-73}$$

što se može algebarskim radnjama svesti na oblik

$$\left|\frac{\Delta}{\Delta_n}\right| = \frac{1}{\sqrt{(\omega/\omega_n)^2 + (1/2\zeta)^2\,[1 - (\omega/\omega_n)^2]^2}} \tag{13-74}$$

Za motor i opterećenje o kome je ovde reč, odnos prigušenja je $\zeta = 0{,}1$ (v. primer 13-3). Bezdimenziona kriva nacrtana je na sl. 13-14 na osnovu jedn. 13-14 za ovu vrednost ζ. Iz te krive se vidi da se relativne pulzacije ugla brzo smanjuju kad učestanosti harmonika obrtnog momenta porastu iznad prirodne učestanosti. Pri učestanosti dvaput većoj od prirodne, na primer, amplituda ugla iznosi samo 6,6 odsto od vrednosti pri prirodnoj učestanosti. Pošto je za ovu mašinu i opterećenje $\omega_n = 27$, učestanost dvaput veća od prirodne iznosi $(2 \times 27)/2\pi = 8{,}6$ Hz.

Može se usput primetiti da je gornje proučavanje slično onome koje bi se moglo izvesti za električni tovar ili napon na krajevima kondenzatora C vezanog na red sa induktivnošću L i otporom R kad je na krajeve toga kola priključen naizmenični napon.

b) Iz primera 13-3

$$m = 14{,}9 \quad p_d = 80{,}6 \quad p_s = 11000 \quad \omega_n = 27{,}0 \quad \zeta = 0{,}1$$

Za brzinu od 257 ob/min učestanost, odnosno kružna učestanost prvog harmonika obrtnog momenta su

$$f = \frac{257}{60} = 4{,}3 \text{ Hz}$$

i

$$\omega = 2\pi \times 4{,}3 = 27{,}0 \text{ rad/s}$$

Vidimo, dakle, da je učestanost ovog harmonika jednaka neprigušenoj prirodnoj učestanosti motora i kompresora.

Amplituda obrtnog momenta izražena pomoću snage i sinhrone brzine je

$$P_{shm} = \frac{2\pi \times 257 \times 580}{33\,000} \times 746 = 21\,200 \text{ W}$$

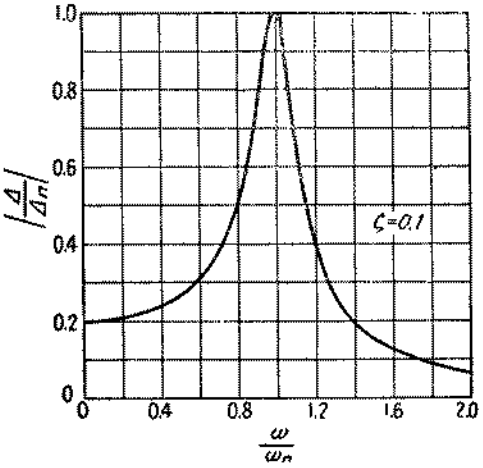
Prema tome, iz jedn. 13-72, amplituda pulzacije ugla je

$$|\Delta_n| = \frac{21\,200}{14{,}9 \times 2 \times 0{,}1 \times 27{,}0^2} = 9{,}8 \text{ el. stepeni}$$

Odgovarajuće pulzacije sinhrone snage imaju amplitudu:

$$p_s|\Delta_n| = 11\,000 \times 9{,}8 = 108 \text{ kW}$$

Koliko su ovakve pulzacije ozbiljne može se oceniti kad se uzme u obzir da motor od 200 KS pod punim opterećenjem i u normalnim uslovima uzima iz mreže snagu od 160 kW. Odstupanje od normalne vrednosti usled pulzacija iznosi dakle ± 67,5 odsto.



Sl. 13-14. Relativne amplitude odziva sinhronog motora koji pokreće kompresor, primer 13-6

c) Prirodna ugaona učestanost i odnos prigušenja moraju se ponovo izračunati za nov momenat inercije kad se doda zamajac. Iz jedn. 13-52, 13-68 i 13-69 dobivamo redom

$$m = 0{,}0185 \times 16\,500 \times \frac{60}{28^2} = 23{,}4$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{11\,000}{23{,}4}} = 21{,}7$$

i

$$\zeta = \frac{80{,}6}{2\sqrt{23{,}4 \times 11\,000}} = 0{,}0795$$

Amplituda pulzacija ugla pri prirodnoj učestanosti prema jedn. 13-72, je:

$$|\Delta_n| = \frac{21\,200}{23{,}4 \times 2 \times 0{,}0795 \times 21{,}7^2} = 12{,}1 \text{ el. stepeni}$$

Pošto je

$$\frac{\omega}{\omega_n} = \frac{27{,}0}{21{,}7} = 1{,}244$$

iz jednačine 13-74 dobiva se

$$\left|\frac{\Delta}{\Delta_n}\right| = \frac{1}{\sqrt{1{,}244^2 + \left(\frac{1}{2 \times 0{,}0795}\right)^2 [(1-1{,}244^2)]^2}} = 0{,}273$$

Amplituda pulzacija ugla, prema tome, je

$$|\Delta| = 0{,}273 \times 12{,}1 = 3{,}3 \text{ el. stepeni}$$

a propratne pulzacije sinhrone snage imaju amplitudu

$$p_s\,|\Delta| = 11\,000 \times 3{,}3 = 36{,}4 \text{ kW}$$

Dodavanjem zamajca smanjeno je, prema tome, odstupanje sinhrone snage na oko ±23 odsto od njene normalne vrednosti pri punom opterećenju.

13-5. Sistemi automatske regulacije sa zatvorenim kolom. Uvod. Primeri dinamičkih analiza u prethodna četiri odeljka odnosili su se, sa jednim izuzetkom, na sisteme mašina u kojima nije postojao neposredan metod regulisanja radnog procesa ili, u najmanju ruku, u kojima takav metod nije igrao bitnu ulogu pod proučavanim uslovima. Ali pomoću tih primera prikazani su izvesni postupci prilaženja problemima, postupci koji se u slučaju lenearnih problema mnogo oslanjaju na metode teorije električnih kola.

Ovi isti opšti postupci mogu se dalje razviti i primeniti na probleme automatskog regulisanja, što nam sugerira već gore pomenuti izuzetak (primer 13-5) u kome se uglavnom razmatra regulisanje brzine motora za jednosmernu struju putem podešavanja napona napajanja indukta. Automatsko regulisanje rada mašina daje povoda da se pokrenu veoma zanimljiva i važna pitanja iz oblasti dinamike. Uopšte uzev, u električnim regulacionim sistemima pojavljuju se svi elementi koji se normalno proučavaju u nastavi elektrotehnike — električna kola, elektronski uređaji, mašine i pojedinosti primenjene mehanike, navodeći samo nekoliko njih. U ovom odeljku razmatraćemo osnove regulisanja izlaznih veličina mašina.

Izlazna veličina mašine, u regulacionom smislu, ne odnosi se samo na mehaničku snagu koju motor daje na svome vratilu ili na električnu snagu koju isporučuje generator, mada se i snaga reguliše bar uzgredno pri ostvarenju drugih željenih rezultata. Među značajnijim veličinama mašine koje se mogu podvrgnuti regulisanju nalaze se:

1. *Brzina.* Tačno regulisanje brzine u širokom opsegu (a katkada i slaganje sa brzinama drugih motora) predstavlja sasvim običnu potrebu. Primere za ovo pružaju pogoni mašina za hartiju i pogoni u nekim valjaonicama čelika.

2. *Obrtni momenat.* Primer potrebe za regulisanjem obrtnog momenta predstavlja namotavanje i odmotavanje kontinualnog materijala na doboše, gde se zahteva konstantna zategnutost pri namotavanju.

3. *Položaj.* Automatsko dovođenje mašine za rezanje u tačan položaj za sledeći rez predstavlja primer regulisanja ugaonog položaja vratila ili linearnog položaja nekog predmeta spojenog sa njim preko zupčanika. Drugi primer je praćenje aviona pomoću radara i automatsko nišanjenje protivavionske artiljerije prema pravcu primljenom od radarskih signala, što je već spomenuto u gl. 1.

4. *Ubrzanje.* Kod koordiniranog pogona može se zahtevati regulisano ubrzanje pri prelazu sa jedne brzine na drugu.

5. *Napon.* Održavanje konstantnog napona na krajevima generatora predstavlja očigledan primer.

6. *Učestanost.* Potreba da se održi, putem turbinskih regulatora brzine, konstantna učestanost u elektro-energetskim sistemima takođe je očigledna.

Regulisanje rada mašine je naravno u izvesnoj meri sadržano u osnovnim karakteristikama mašine, kad je njen tip pravilno izabran. Sinhroni motor, na primer, ima jednu jedinu konstantnu brzinu bez obzira na spoljnje uređaje za regulisanje. Ili, kad je stepen kompaundovanja ispravno podešen kompaundni motor za jednosmernu struju sposoban je da sam po sebi u širokom opsegu smanjuje brzinu sa opterećenjem. Medutim, kad je željeno ponašanje kompleksnije a propisane radne karakteristike zahtevaju više tačnosti, same unutrašnje karakteristike mašine nisu više dovoljno elastične: mora se uvesti i neki sistem regulisanja. Čak i kad spoljno regulisanje postoji, ispravna procena karakteristika mašina doprinosi vrlo mnogo da se funkcija regulacionog mehanizma svede na najmanju meru i da odziv bude što spontaniji.

Pri projektovanju električne regulacione šeme, jedna električna veličina mora da bude izabrana čija vrednost predstavlja meru stvarne veličine koju treba

regulisati i ova električna veličina, ili njeno odstupanje od propisane idealne vrednosti, mora stavljati u dejstvo regulacioni mehanizam na unapred propisani način. Tip regulisanja i stepen njegovog oslanjanja na unutrašnje karakteristike motora zavisi od zahtevane preciznosti. Razlikujemo dva tipa regulisanja: *regulisanje sa otvorenim kolom* kod koga delovanje regulacionog mehanizma u principu ne zavisi od stvarnog radnog stanja regulisane naprave, i *regulisanje sa zatvorenim kolom* kod koga na delovanje regulacionog mehanizma utiče radno stanje regulisane naprave.

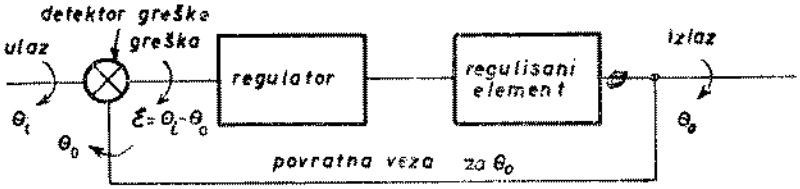
Uzmimo, na primer, da brzinu treba održavati konstantnom na ma kojoj unapred datoj vrednosti, i da je u tu svrhu izabran otočni motor za jednosmernu struju sa stalnom pobudom i podešljivim naponom indukta. Kad promene brzine sa promenama opterećenja otočnog motora po njegovim karakteristikama ne predstavljaju smetnju za zadovoljavajuće ispunjenje zahteva, ovaj problem se svodi prosto na održavanje napona na krajevima motora na konstantnoj, unapred datoj vrednosti, jer taj napon predstavlja dosta tačno meru brzine pri konstantnoj pobudnoj struji. Međutim, kad su promene brzine po unutrašnjim karakteristikama motora isuviše velike, može se regulatoru napona dodati kompenzovanje pada napona u otporu indukta; ovim dodatkom se postiže da regulator vodi računa i o struji indukta u toj meri da napon poveća dovoljno da bi se kompenzovalo povećanje pada napona u otporu indukta kad opterećenje raste. E. m. s. indukovana u induktu održava se time uglavnom na konstantnoj vrednosti, čime je omogućeno bolje regulisanje brzine. Međutim, u odnosu na brzinu motora, oba ova metoda predstavljaju regulacione šeme sa otvorenim kolom, jer se stvarna brzina motora ne meri, a regulator je izložen bez ikakvih neposrednih podataka o tome da li on svoju funkciju vrši kako treba. Tačno održavanje propisane brzine zahteva da karakteristike celokupnog uređaja smeštenog između skale za podešavanje i krajnjeg vratila motora ostanu apsolutno nepromenljive na vrednostima za koje je šema regulisanja projektovana ili podešena. Uticaji takvih poremećaja kao što su temperaturne promene, histereza, reakcija indukta, promene karakteristika cevi (ako se upotrebe elektronski metodi) i promene napona napajanja mogu biti povod znatnim netačnostima.

Kad te spoljne uticaje treba odstraniti i ostvariti precizno regulisanje brzine motora, stvarna brzina može se meriti pomoću napona nekog tahogeneratora spregnutog sa vratilom motora, a razlika između tog napona i jednog drugog napona srazmernog željenoj brzini može se upotrebiti za stavljanje u dejstvo regulatora na način da se teži eliminisanju greške. Time se postiže regulisanje sa zatvorenim kolom.

Opšte odlike regulisanja sa zatvorenim kolom mogu se videti iz šeme na sl. 13-15. Izlazna veličina koju treba regulisati označena je sa θ_o. Ulazni signal θ_i predstavlja podatke koji određuju kakav će se proces odvijati. Povratna sprega i detektor greške omogućuju da se stvarno odvijanje procesa θ_o uporedi sa željenim θ_i; kad postoji greška $\mathcal{E}$, regulator deluje u smislu ispravke odstupanja. U ovim opštim odlikama može se uočiti mnogo čega zajedničkog sa pojačavačima sa povratnom spregom, a videćemo docnije da su mnoge pojedinosti analize identične. Sistemi regulisanja sa zatvorenim kolom dele se katkad dalje na dve klase. Kad ulazni signal θ_i ostaje u principu konstantan ili kad je podvrgnut relativno sporim promenama, sistem se klasifikuje kao *regulator u užem smislu*; glavni zadatak regulatora u užem smislu je da spreči uticaj spoljnih faktora na izlaznu veličinu. Regulator napona nekog generatora predstavlja primer za taj slučaj. Kad se ulazni signal menja brzo sistem se klasifikuje kao *servomehanizam*: glavni zadatak servomehanizma jeste da utiče na izlaznu veličinu θ_o tako da ona prati signal θ_i što je moguće vernije.

Regulacioni signal obično se dobiva iz procesa nekog električnog merenja čiji je nivo snage nizak. Položaj, na primer, može se odrediti kao napon selsin transformatora, kao izlazni napon iz fotoćelije na koju pada snop svetlosnih zrakova preko dotičnog predmeta, ili postavljanjem nekog otpora, kalema ili kondenzatora tako da im se vrednost menja sa promenom položaja predmeta. Pošto su kako θ_i tako i vrednost θ_o u povratnoj vezi veličine na malom nivou snage, pojačanje je bitna funkcija regulatora. Ovakvo pojačanje se ostvaruje elektronskim ili elektromagnetnim sredstvima ili pak obema vezanim u kaskadu. Redosled zbivanja, polazeći od merenja radnog procesa i prolazeći kroz celo kolo pojačanja i regulisanja, može se u svakom pojedinom slučaju pratiti, pri čemu se karakteristike svakog elementa superponuju jedna na drugu. Ali ovo superponovanje mora da bude superponovanje dinamičkih karakteristika, jer stabilnost rada, brzina odziva i obezbeđenje od oscilacija predstavljaju u stvari usko povezane dinamičke probleme od odlučujućeg značaja.

13-6. Prikazi sistema sa zatvorenim kolom. Da bi se prikazala primena regulisanja sa zatvorenim kolom na električne mašine dat je na sl. 13-16 do 13-26 niz primera regulatora i servomehanizma. U većini crteža primenjene su blok-šeme u stilu sl. 13-15, a pokazani su samo glavni elementi tako da se istaknu glavne odlike. Za svaku posebnu primenu postoje razne mogućnosti, mada je dato upravo

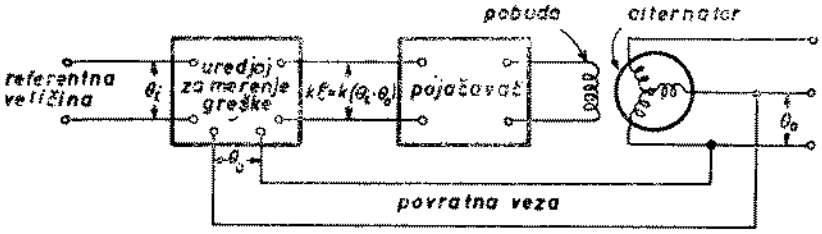


Sl. 13-15. Šema regulacionog sistema sa zatvorenim kolom

dovoljno primera da se prikaže kvalitativno opšti princip. U nekoliko slika pokazani su prosti primeri sprega za stabilizaciju, a u nekim drugim je njihovo postojanje samo simbolično naznačeno. Ovakvi uređaji neophodni su u svima slučajevima i mogu dovesti do novih zatvorenih petlji u regulacionim sistemima, što ih čini znatno komplikovanijim nego što se ovde vidi. Dopunska usavršavanja mogu biti potrebna da bi se postigla željena brzina dinamičkog odziva uz minimalnu grešku, pri čemu se uglavnom ide za tim da se za ceo sistem postigne odgovarajuća frekventna karakteristika. Radi veće jasnoće izostavljeni su pomoćni delovi opreme, kao što su kompenzacioni i komutacioni namotaji amplidina. Treba naglasiti da je predmet ovoga odeljka prosto da pruži jedan uskladeni opšti pogled na neke kvalitetne i važne pojedinosti, kao uvod u analizu vrlo prostih sistema.

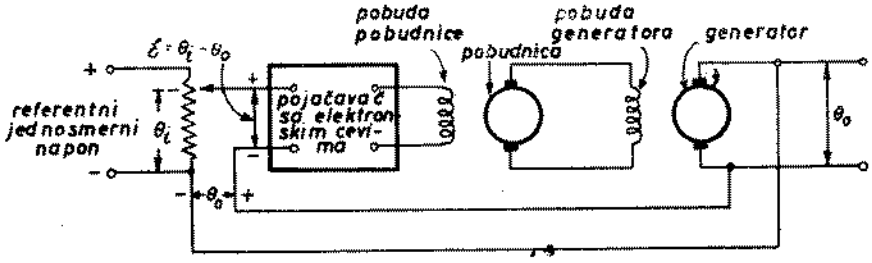
a. Regulatori generatora. Regulisanje napona generatora je proces održavanja napona tako da on ostane na propisanoj vrednosti ili blizu ove. Opšta šema automatskog regulisanja napona sa zatvorenim kolom data je na sl. 13-16. Kao u svim šemama sa zatvorenim kolom, izlazna veličina — u ovom slučaju napon koji treba regulisati — označena sa θ_o; ulazna ili referentna veličina kojom je određena vrednost koju treba održavati je sa θ_i. Ova referentna veličina može biti električne prirode, kao što je konstantni napon dobiven iz nekog nezavisnog izvora ili ravnotežna tačka nekog mosta osetljivog na napon, a može biti i mehaničke prirode, kao što je naprezanje neke opruge ili ravnotežna tačka neke poluge. Da bi se odredila greška $\mathcal{E}$, vrši se poređenje vrednosti θ_o i θ_i, pa se ta greška pojača i učini

da utiče na pobudu generatora tako da izlazna veličina θ_o postane dovoljno verna reprodukcija ulazne θ_i.



Sl. 13-16. Blok-šema automatskog regulisanja napona alternatora

Podrobnije šeme za regulisanje napona u kojima se koriste čisto električni metodi prikazane su na sl. 13-17 i 13-18. Na sl. 13-17 upotrebljen je pojačavač sa elektronskim cevima, kao i jedan stepen elektromašinskog pojačanja snage; elektronskim pojačavačem napaja se pobudni namotaj pobudnice, a pobudnica sa svoje strane snabdeva glavni pobudni namotaj generatora. Na sl. 13-18 pojačanje je u potpunosti elektromašinsko, gde se generatorom regulacionog tipa ili amplidinom napaja pobudni namotaj generatora. Kao što je opisano u od. 11-2, m. m. sile upravljačkog i referentnog namotaja amplidina međusobno su u opoziciji, tako da magnetno kolo ovde služi kao uređaj za merenje greške. Na obema slikama prikazan je gene-



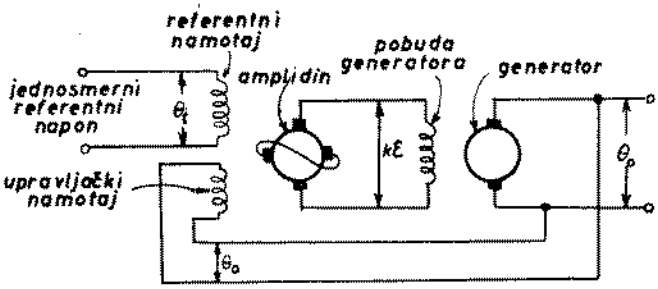
Sl. 13-17. Automatsko regulisanje napona generatora jednosmerne struje. Upotrebljeno elektronsko pojačanje

rator jednosmerne struje kao mašina čiji se napon reguliše, ali se u osnovi isti metodi mogu upotrebiti i za alternatore, dodajući usmerače i filtre, a u slučaju mašina sa visokim naponom i naponske transformatore za povratnu vezu. U slučaju regulisanja trofaznog generatora napon u povratnoj vezi obično se sastavlja od napona sve tri faze.

U regulacionim šemama datim na sl. 13-17 i 13-18, kao i u svim docnijim uprošćenim primerima, pojavljuju se dva problema, već pomenuta pri kraju od. 11-4. Prvi je očigledna potreba da greška u ustaljenom stanju bude različita od nule, kako bi generator bio neprekidno pobuđen. Ovoj greški može se doskočiti ili se ona može smanjiti do minimuma na nekoliko načina. U amplidinu, kako je rečeno u od. 11-2, može se udesiti da m. m. s. referentnog namotaja u ustaljenom stanju bude veća od m. m. s. upravljačkog namotaja za vrednost dovoljnu da se obezbedi zahtevana pobuda sa greškom približno ravnom nuli. U rototrolu i reguleksu pobudu u ustaljenom stanju obezbeđuje namotaj samopobude, dok referentni i upravljački namotaji imaju samo stabilizaciono dejstvo. Opštije rečeno, regulaciono

kolo može biti osetljivo ne samo na grešku već i na njen integral kako bi se dugotrajne greške svele na najmanju meru.

Drugi problem je oscilovanje. U samoj prirodi svih ovih sistema je da osciluju usled vremenskih zaostajanja odziva, kojima prvenstveno uzrok leži u nagomilavanju energije u induktivnostima kola, naročito u induktivnostima pobudnih namotaja. Nagla promena opterećenja glavnog generatora čini da napon odstupi od propisane vrednosti, a ispravka napona ne može da počne dok ne protekne izvesno vreme potrebno za pregrupisavanje nagomilanih energija. Ovo vremensko



Sl. 13-18. Automatsko regulisanje napona generatora za jednosmernu struju sa amplidinom kao pobudnicom

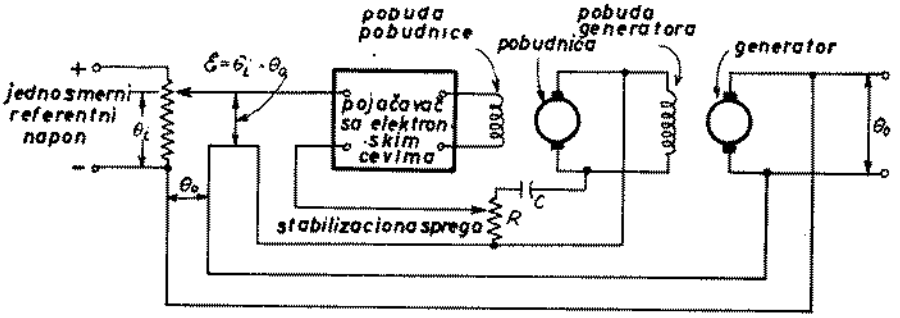
zaostajanje odziva u odnosu na poremećaj može dovesti do uzastopnih prebacivanja odnosno podbacivanja tačnog napona, što u stvari predstavlja ozbiljne oscilacije oko konačnog položaja, kao što su one o kojima je bilo reči u nekim primerima u prethodnim odeljcima ove glave. Da bi se ove smetnje ublažile, potrebni su stabilizacioni uređaji.

Primer ovakve stabilizacije prikazan je na sl. 13-19 koja je ista kao sl. 13-17, izuzev dodate sprege za stabilizaciju. Napon koji predstavlja približno prvi izvod napona na krajevima pobudnog namotaja generatora vraćen je na ulaz sistema tako da deluje na regulator sabirajući se sa greškom, a ima takav relativni polaritet da se suprotstavlja naglim promenama izlaznog napona. Opšti efekat je u neku ruku sličan uticaju prigušnog namotaja na prigušenje oscilacija sinhrone mašine. Na sl. 13-19 dobiva se prvi izvod napona pošto je u prostom kolu sa otporom R i kondenzatorom C napon na krajevima otpora vrlo približno srazmeran prvom izvodu priključenog napona, kad pad napona na krajevima kondenzatora preovlađuje. Stabilizacioni napon je, razume se, jednak nuli pod uslovima ustaljenog stanja. Optimalnom stabilizacijom postiže se da odziv sa odnosom prigušenja od otprilike 0 do 0,1 postane odziv sa odnosom prigušenja nešto manjim od 1,0.

b. Regulatori brzine motora za jednosmernu struju. Regulisanjem brzine motora održava se njegova brzina tako da ostane na propisanoj vrednosti ili blizu ove. Kad je elastičnost regulisanja važna, kao pri radu motora u širokom opsegu propisanih brzina, prirodno je da će se najčešće izabrati motori za jednosmernu struju. Rad motora reguliše se menjajući napon napajanja bilo pobude bilo indukta. Otuda tri glavne mogućnosti.

1. REGULIŠE SE POBUDA, NAPON ILI STRUJA INDUKTA OSTAJU KONSTANTNI. Kolo indukta napaja se neposredno iz mreže jednosmerne struje ili iz mreže naizmenične struje preko usmerača sa konstantnim naponom ili sa konstantnom strujom, ili preko grupe motor—generator. Pobudni namotaj se napaja iz pojačavača sa cevima (za male motore ispod 1 KS), iz tiratrona ili iz amplidina (katkad povezanog sa elektronskim pojačavačem za napajanje pobude amplidina), čiji se napon

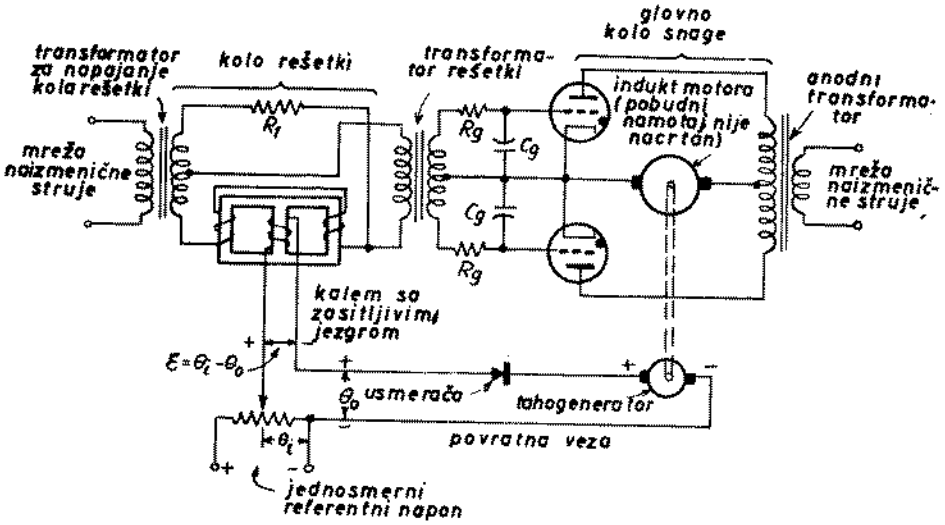
reguliše u skladu sa željenom radnjom. U svakom slučaju za regulisanje je potrebna samo sasvim mala ili zanemarljiva snaga. Kad se radi o obrtanju u oba smera, upravljački namotaj iz dva ili više delova u motoru ili u amplidinu, ako se ovaj upotrebi, može da pruži lepe mogućnosti.



Sl. 13-19. Kolo regulisanja napona sa sl. 13-17 sa dodatom stabilizacijom

2. REGULIŠE SE NAPON INDUKTA, A POBUDA OSTAJE KONSTANTNA. Ova mogućnost se već dugo vremena upotrebljava kao Vard-Leonardov metod preudešen u oblik najcelishodniji za željeno automatsko regulisanje. Mogućnosti napajanja indukta i pobude date pod (1) ovde su prosto međusobno izmenjene. U slučaju velikih motora, elektronske cevi ili amplidin vezani su u kolu pobude generatora jednosmerne struje sa nezavisnom pobudom, kojim se motor snabdeva snagom. Na taj način je znatno smanjena snaga koja se upotrebljava u regulacionom organu, ali je vreme odziva povećano usled vremenske konstante pobudnog kola nezavisno pobuđenog generatora.

3. REGULIŠE SE I NAPON INDUKTA I POBUDA. Kad se radi o regulisanju brzine u vrlo širokom opsegu, ekonomično rešenje predstavlja ponekad kombinacija prva dva metoda. Jedan primer primene ove kombinacije jesu motori za jednosmernu struju sa podešljivom brzinom, regulisani elektronskim putem i napajani iz izvora



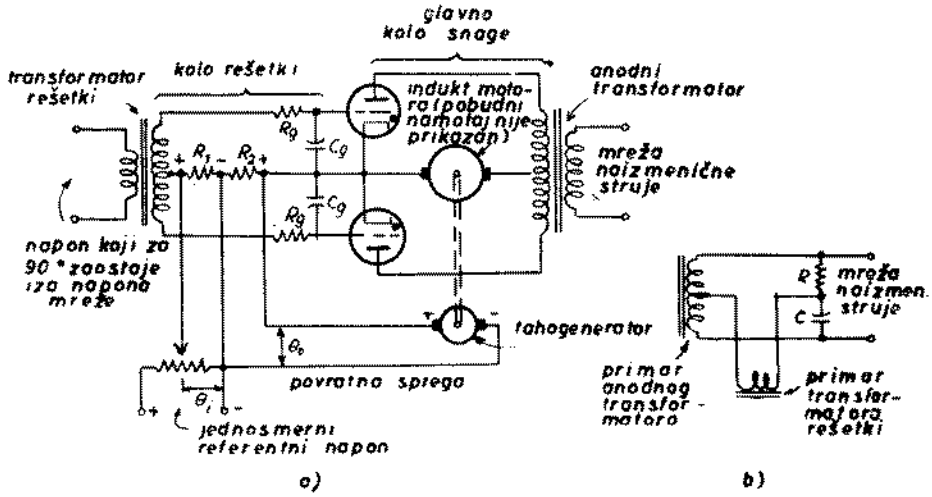
Sl. 13-20. Šema elektronskog regulisanja motora za jednosmernu struju. Kod tiratrona je upotrebljeno regulisanje faznim pomerajem

naizmenične struje. Regulisanje pomoću pobude obuhvata gornji deo opsega, tj. od maksimalne brzine do oko jedne trećine od ove, a regulisanje pomoću napona indukta obuhvata donji deo opsega brzine.

Primenu ovih opštih pogleda ilustruju uprošćene šeme na sl. od 13-20 do do 13-23 kojima je svima zajedničko regulisanje brzine pomoću malog tahogeneratora sa permanentnim magnetom spojenog sa vratilom motora u svrhu merenja stvarne brzine izražene naponom indukovanim u njemu. U šemama prikazanim na sl. 13-20 i 13-21 upotrebljava se regulisanje sa tiratronima i te dve šeme se razlikuju među sobom jedino po metodu menjanja perioda provođenja tiratrona; u prvoj šemi upotrebljava se regulisanje faznim pomerajem, što se postiže otpornikom R_1 i promenljivom induktivnošću kalema sa zasitljivim jezgrom, a u drugoj se upotrebljava promenljivi jednosmerni prednapon superponiran na konstantan naizmenični prednapon. U oba slučaja brzina se podešava putem ulaznog napona θ_i uzetog kao deo referentnog napona. Otpornik R_g u kolu rešetke ima zadatak da ograniči struju rešetke, a C_g je mali zaštitni kondenzator koji treba da apsorbuje impulse napona i tako spreči da oni ugroze rad tiratrona.

Na sl. 13-20 naponu θ_i se suprotstavlja napon iz tahogeneratora, što se odigrava u jednom rednom kolu koje sadrži namotaj za jednosmernu struju kalema sa zasitljivim jezgrom. Kad je brzina motora odveć mala, napon jednak razlici između θ_i i θ_o prouzrokuje struju u ovom namotaju. Jednosmerna struja zasićuje njegovo jezgro, a vektor napona rešetke pomera se fazno unapred, povećavajući tako napon na induktu motora a tim i brzinu motora. Radi bolje preglednosti, anodni transformator i transformator za napajanje kola rešetke prikazani su odvojeno, mada se oni mogu kombinovati ujedno.

Kad motor na sl. 13-21*a* ide suviše sporo, napon θ_i na krajevima otpora R_1 iz referentnog izvora veći je od napona θ_o na krajevima otpora R_2 iz tahogene-

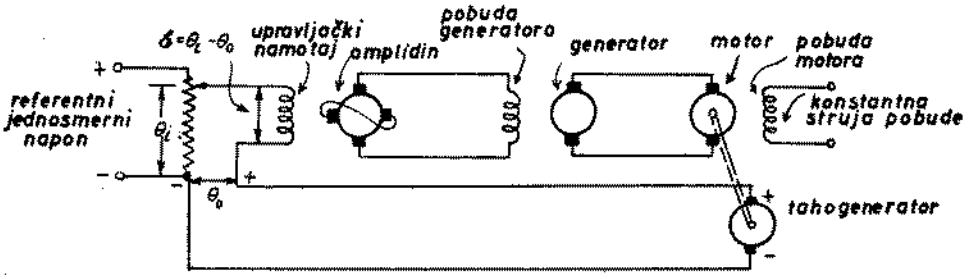


Sl. 13-21. Šema elektronskog regulisanja motora za jednosmernu struju. Regulisanje tiratrona vrši se sa stalnim faznim pomerajem i podešavajući jednosmerni napon rešetke

ratora. Kao što je prikazano polaritetom napona na otporima R_1 i R_2, ovaj višak dovodi do rezultantnog pozitivnog jednosmernog napona na rešetkama usled čega ugao provođenja struje raste i napon motora se povećava. Da bi se izbegla komplikovanost šeme, izvor napona priključenog na transformator rešetki nije prikazan na sl. 13-21a, već zasebno na sl. 13-21b. Kao što se vidi, on se dobiva iz mreže

naizmenične struje i iz anodnog transformatora, pri čemu su R i C izabrani tako da se ostvari fazni pomeraj od 90°.

Nije redak slučaj u regulisanju motora za jednosmernu struju da se referentni napon na sl. 13-20 i 13-21 upoređuje sa naponom motora umesto sa naponom tahogeneratora; kompenzacija povećanog pada napona usled otpora indukta kad opterećenje raste ostvarena je dodavanjem napona srazmernog struji indukta u kolu povratne veze. Nešto slično se može uraditi i za ograničenje struje indukta a time i obrtnog momenta za vreme ubrzavanja. Većina većih motora (iznad 1 KS) koji se regulišu na ovaj način napaja se iz tiratrona vezanih za višefaznu mrežu umesto za jednofaznu. Konstantni referentni napon može se dobiti iz mreže naizmenične struje pomoću posebne usmerače koja je priključena ispred cevi sa tinjavim pražnjenjem za stabilizaciju napona i rednog balastnog otpora. Moraju se dodati i elementi koji osiguravaju stabilan rad. Kad se samo jedan deo opsega brzine treba da obuhvati regulisanjem pobude, kolo za napajanje pobudnog namotaja u osnovi je isto što i kolo za napajanje indukta, pri čemu je jedno isključeno kad drugo radi. Kompletno regulaciono kolo ovako regulisanog motora može da bude odista komplikovano.[7] Tako modifikovani motori često se nazivaju tiratronski motori. Kolo modifikovano prema šemi na sl. 13-20 poznato je pod trgovačkim nazivom „*Thymatrol*"; slično tome kolo modifikovano prema šemi na sl. 13-21 poznato je pod trgovačkim nazivom „*Motorol*".



Sl. 13-22. Šema regulisanja brzine velikih motora za jednosmernu struju u kojoj je primenjen generator regulacionog tipa kao pobudnica za glavni generator. Podeljeni upravljački namotaji u pobudnici (kao na sl. 13-18) češće obrazuju uređaj za merenje greške

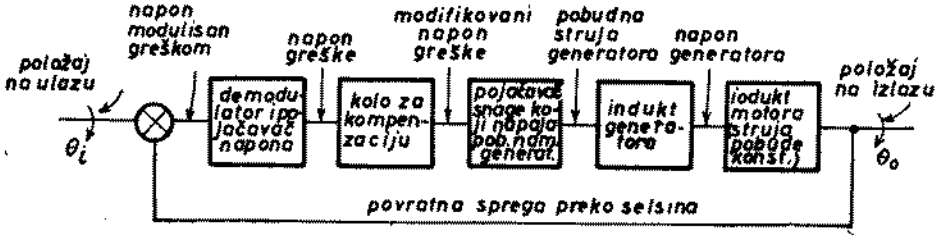
Treći primer (sl. 13-22) prikazuje regulisanje brzine velikih motora pomoću elektrodinamičkih sredstava. Postoje dva stepena pojačavanja snage signala δ greške u brzini, jedan u generatoru regulacionog tipa ili amplidinu a drugi u glavnom generatoru. Način rada ovog uprošćenog regulacionog kola može se shvatiti iz sličnosti sa nekoliko prethodnih primera.

c. Servomehanizmi sa motorima za jednosmernu struju. Kao primeri servomehanizma u kojima se izlazne veličine pokreću motorima za jednosmernu struju na sl. 13-23 i 13-24 prikazane su dve blok-šeme za daljinsko upravljanje položajem

[7] Videti, na primer, E. E. Moyer and H. L. Palmer, Thyratron Motor Control, *Trans. AIEE*, vol. 62, str. 706–711, novembar 1943.

Sledeći članci su mali izbor iz bogate literature o elektronskoj regulaciji brzine motora: G. W. Garman, Thyratron Control of D-c Motors, *Trans. AIEE*, vol. 57, str. 335-352, 1938; A. J. Williams, Jr., Combined Thyratron and Tachometer Speed Control of Small Motors, *Trans. AIEE*, vol, 57, str. 565-568, 1938; E. H. Vedder and K. P. Puchlowski, Theory of Rectifier D-c Motors Drives, *Trans AIEE*, vol. 62, str. 870-877, 1943; B. J. Dalton, Electronic Motor Control, *Gen. Elec. Rev.*, vol. 48, str. 12-17, maj 1945.

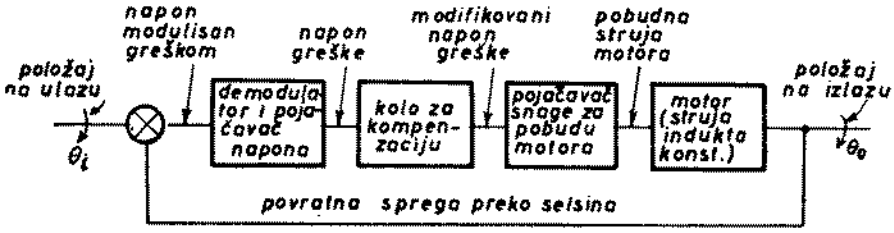
vratila odnosno osovine. U oba primera su za prenos podataka upotrebljeni selsinski generatori i upravljački transformatori na način opisan u od. 11-4. Ulazna veličina regulatora, koja kvantitativno pokazuje odstupanje između željenog i stvarnog položaja u svakom trenutku, javlja se shodno tome u obliku signala modulisanog greškom — tj. kao noseći talas čija je amplituda srazmerna grešci a čiji je trenutni polaritet određen znakom greške. Osnovu sistema sa sl. 13-23 predstavlja Vard-Leonardovo regulisanje motora za jednosmernu struju. Signal greške se demoduliše i pojačava u cilju obezbeđenja dovoljne pobude generatora; sa svoje strane gene-



Sl. 13-23. Blok-šema regulatora položaja kod kojeg se primenjuje regulisanje napona indukta krajnjeg motora za jednosmernu struju

rator snabdeva energijom indukt motora. Prisustvo kompenzacionih ili stabilizacionih kola naznačeno je simbolički kako bi sistem u celini mogao imati željenu dinamičku karakteristiku sa potrebnim stepenom stabilnosti.

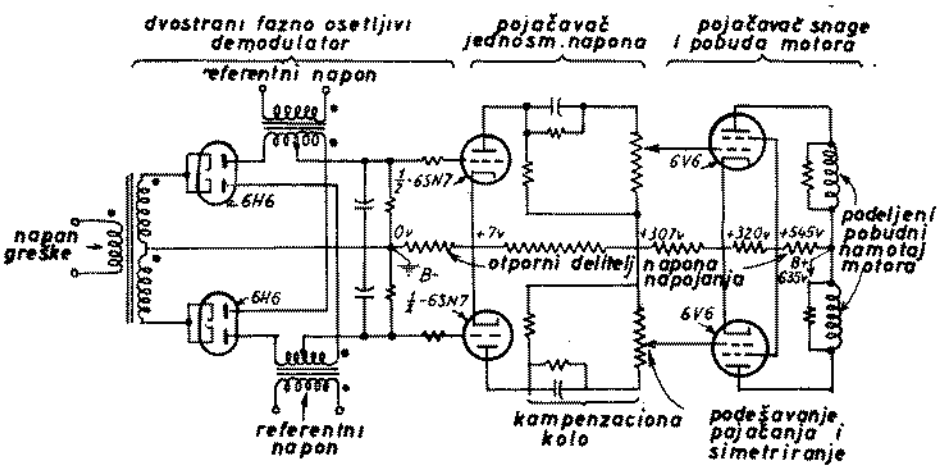
Slika 13-24 je slična prethodnoj, izuzev što ovde osnovu čini regulisanje pobude motora za jednosmernu struju čija je struja indukta konstantna i uzima se iz nezavisnog izvora. Da bi se ova-blok šema bolje shvatila, dataje na sl. 13—25 tipična šema servopojačavača sa sl. 13-24. Ova šema sadrži elemente iz prva tri pravougaonika od ukupno četiri sa sl. 13-24. Demodulator signala greške mora biti fazno osetljiv (tj. polaritet izlazne veličine mora zavisiti od toga da li osovina kojom se upravlja prednjači ili zaostaje u odnosu na ulaznu) pošto se znak greške prenosi putem trenutnog polariteta naizmeničnog napona greške u odnosu na referentni napon noseće učestanosti. Referentni naponi koji se nalaze u kolu demodu-



Sl. 13-24. Blok šema regulatora položaja kod kojeg se primenjuje regulisanje pobude krajnjeg motora za jednosmernu struju

latora na sl. 13-25 dobivaju se iz istih izvora kao napon za pobuđivanje selsina. Prikazana je dvostrana demodulacija a ne jednostrana pošto se filtriranje lakše postiže a vremensko zaostajanje, povezano sa nagomilavanjem energije u filtru, manje je. Kolo za kompenzaciju prikazano na obema stranama simetričnog pojačala jednosmernog napona ima opšti izgled prikazan posebno na sl. 13-26 i poznato je pod nazivom *kolo za fazno prednjačenje.* Uključenjem takvog kola za fazno prednjačenje

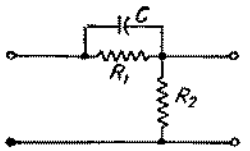
u kaskadu sa regulatorom postiže se u znatnoj meri kompenzacija induktivnih zaostajanja, koja prate nagomilavanja energije u servomotoru i regulatoru, a naročito u pobudi motora u ovom slučaju. Ili, posmatrano sa drugog stanovišta, na kolo



Sl. 13-25. Primer šeme demodulatora i pojačavača za regulator položaja sa sl. 13-24

je priključen napon srazmeran grešci a iz njega se dobija sa poznatom približnošću napon srazmeran grešci i njegovom prvom izvodu. Konačan rezultat je u tome što je vremenska konstanta celine znatno smanjena. Kolo za fazno prednjačenje samo je jedno od niza takvih kola upotrebljavanih za kaskadnu kompenzaciju ili stabilizaciju; kaskade i dopunske povratne veze predstavljaju dva važna metoda za stabilizaciju i kompenzaciju zaostajanja.[8]

Može se pronaći mnogo drugih primera daljinskog upravljanja položajem, i to ne samo električnih već i hidrauličnih, pneumatičnih i mehaničkih.



Sl. 13-26. Uprošćena šema kola za kompenzaciju upotrebljenog u šemi na sl. 13-25

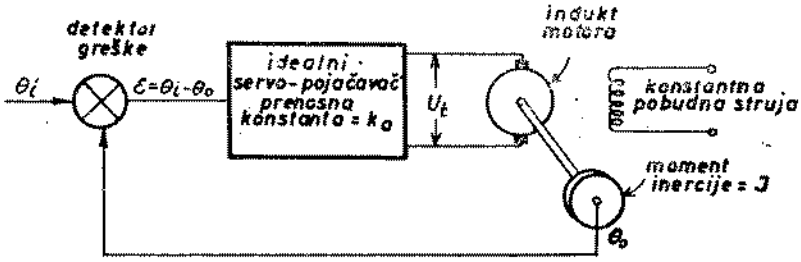
d. Automatsko regulisanje motora za naizmeničnu struju. Većina tipova motora za naizmeničnu struju ima takve unutrašnje karakteristike da im je brzina u principu konstantna, čime su ograničene mogućnosti regulisanja njihovog rada. Ali usled pogodnosti i ekonomičnosti napajanja iz mreže naizmenične struje, ove mogućnosti mogu kat kad u celini imati izvesna preimućstva. Neke od njih spominjemo u sledećim redovima.

Dvofazni asinhroni motor čije su karakteristike proučene u gl. 10 predstavlja očigledno ozbiljnog kandidata za upotrebu u servomehanizmima male snage. Servomehanizam sa naizmeničnom strujom koji sadrži takav motor bio je već predstavljen na sl. 11-35 i o njemu je ukratko bilo govora u od. 11-4.

U slučaju automatskog regulisanja brzine u pogonima sa velikim snagama, motori za naizmeničnu struju mogu da budu veoma privlačni sa stanovišta ekonomičnosti. Mnogi od ovih regulisanih pogona oslanjaju se na metode regulisanja

[8] Videti A. C. Hall, Application of Circuit Theory to the Design of Servomechanisms, *J. Franklin Inst.*, vol. 242, str. 279-307, oktobar 1946, kao i A. L. Whiteley, Theory of Servo Systems, with Particular Reference to Stabilization, *J. IEE*, vol. 93, deo II, str. 353-367, avgust 1946.

brzine asinhronih motora sa prstenovima, koji su opisani u gl. 9; ovi metodi spadaju u malobrojne mogućnosti podešavanja brzine iz izvora konstantne učestanosti. Opšta osnova automatskog regulisanja ovakvih pogona može se videti iz već izloženih primera za motore za jednosmernu struju. Jedan drugi metod regulisanja



Sl. 13-27. Uprošćeni sistem sa zatvorenim kolom za regulisanje motora za jednosmernu struju sa čisto inercijalnim opterećenjem

brzine vredan pažnje jeste mogućnost uključenja spojnice sa podešljivom brzinom (spojnica sa vihornim strujama ili hidraulična spojnica, na primer) na vratilo motora sa konstantnom brzinom. Pošto su ti zahtevi u pogledu snage za regulisanje srazmerno mali, ove se spojnice mogu lako prilagoditi regulisanju sa zatvorenim kolom.

13-7. Odziv sistema sa zatvorenim kolom u prelaznom stanju.[9] Analiza prelaznih stanja svakoga sistema sa zatvorenim kolom pomenutog u prethodnom odeljku obuhvata postavljanje i rešavanje odgovarajućih elektrodinamičkih linearnih diferencijalnih jednačina na isti opšti način kao u nešto prostijim primerima 13-1 i 13-2. Da bismo prikazali postupak, razmatraćemo uprošćeni sistem sa zatvorenim kolom dat na sl. 13-27. Ovde je cilj da se ugaoni položaj θ_o vratila motora za jednosmernu struju natera da sleduje ugaonom položaju θ_i neke udaljene osovine. Kao u primeru 13-1, motor je direktno spregnut sa čisto inercijalnim opterećenjem, a ukupni momenat inercije rotora i opterećenja je J. Neka motor ima otpor induktnog kola r_a i neka su mu induktivnost indukta i reakcija indukta zanemarljivo mali. Uticaj gubitaka usled obrtanja motora treba zanemariti. Kad su uglovi θ_o i θ_i izraženi u mehaničkim radijanima, konstanta k predstavlja odnos između obrtnog momenta M i struje indukta i_a, s jedne strane, i odnos kontra e. m. s. e_a i ugaone brzine $d\theta_o/dt$ s druge. Servo-pojačavač kojim se indukt motora snabdeva energijom smatra se idealnim (tj. ne sadrži nikakve veće elemente sa nagomilavanjem energije, kao što su induktivni kalemovi ili kondenzatori, niti ima ikakvog rasturanja energije) i ono se stoga može potpuno okarakterisati prenosnom konstatnom k_a koja izražava odnos između izlaznog napona u_t i ulazne greške $\mathcal{E}$. Detektor greške je idealizovan na sličan način. Svaka konstanta pretvaranja koja je u vezi sa detektorom greške za pretvaranje ugaone razlike (izražene u mehaničkim radijanima) u napon, smatra se da je deo konstante k_a tako da se greška $\theta_i - \theta_o$ na izlazu detektora greške, odnosno na ulazu pojačala može smatrati kao napon.

a. Diferencijalne jednačine. Jednačine koje se naročito odnose na motor i opterećenje očigledno su iste kao u primeru 13-1, tj.

---

[9] Za opsežnu raspravu metoda analize prelaznih stanja, videti: G. S. Brown and D. P. Campbell, „Principles of Servomechanisms", John Wiley & Sons, Inc., Njujork, 1948, kao i G. S. Brown and A. C. Hall, Dynamic Behavior and Design of Servomechanisms, *Trans. ASME*, juli 1946, str. 503-522.

$$M = ki_a = J\frac{d^2\theta_o}{dt^2} \tag{13-75}$$

$$e_a = k\omega_o = k\frac{d\theta_o}{dt} = u_t - r_a i_a \tag{13-76}$$

Pojavljuje se jedna nova jednačina koja izražava postojanje povratne veze i servopojačavača:

$$u_t = k_a \mathcal{E} = k_a(\theta_i - \theta_o) \tag{13-77}$$

Algebarskom kombinacijom ovih izraza dolazi se do jednačine za θ_o:

$$J\frac{d^2\theta_o}{dt^2} + \frac{k^2}{r_a}\frac{d\theta_o}{dt} + \frac{kk_a}{r_a}\theta_o = \frac{kk_a}{r_a}\theta_i \tag{13-78}$$

Dovođenjem na bezdimenzioni oblik, kao što je bilo urađeno i sa jedn. 13-32, gornja jednačina postaje:

$$\frac{d^2\theta_o}{dt} + 2\zeta\omega_n\frac{d\theta_o}{dt} + \omega_n^2\theta_o = \omega_n^2\theta_i \tag{13-79}$$

gde je

$$\omega_n = \sqrt{\frac{kk_a}{Jr_a}} = \sqrt{\frac{k_a}{k}\frac{1}{\tau}} \tag{13-80}$$

i

$$\zeta = \frac{k^2/r_a}{2\sqrt{J(kk_a/r_a)}} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{k}{k_a}\frac{k^2}{Jr_a}} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{k}{k_a}\frac{1}{\tau}} \tag{13-81}$$

U jedn. 13-80 i 13-81, τ je vremenska konstanta motora koja je, kao u primeru 13-1, data izrazom

$$\tau = \frac{Jr_a}{k^2} \tag{13-82}$$

Jedn. 13-79 može se rešiti po istom opštem šablonu iznetom u od. 13-2 za jedn. 13-32 i tako se dobiva rezultat u bezdimenzionom obliku. U svetlosti prethodnih iskustava, očigledno je iz jedn. 13-80 i 13-81 da kako prirodna učestanost tako i odnos prigušenja postaju manji kad vremenska konstanta τ motora postaje veća. Isto je tako očigledno da sa povećanjem pojačanja, odnosno prenosne konstante k_a raste prirodna učestanost ali se smanjuje odnos prigušenja; suviše veliko pojačanje dovodi, dakle, do nepoželjnih uzastopnih prebačaja i podbačaja ugaonog položaja u odnosu na tačnu vrednost.

Pored izračunavanja odziva izlazne veličine θ_o prema određenom poremećaju, može još da bude zanimljiv da se izrazi odziv greške $\mathcal{E}$. Može se ustanoviti da diferencijalna jednačina za grešku, koja odgovara jednačini 13-79, glasi:

$$\frac{d^2\mathcal{E}}{dt^2} + 2\zeta\omega_n\frac{d\mathcal{E}}{dt} + \omega_n^2\mathcal{E} = \frac{d^2\theta_i}{dt^2} + 2\zeta\omega_n\frac{d\theta_i}{dt} \tag{13-83}$$

koja se takođe može rešiti u bezdimenzionom obliku.

b. Rešenje u slučaju konstatnog pomeraja. Odziv sistema sa zatvorenim kolom na iznenadni konstantni ugaoni poremećaj θ_i na ulazu — na tzv. koračnu funkciju, drugim rečima — predstavlja važan podatak o sposobnosti sistema da prenosi iznenadne i slučajne promene na svom ulazu. Smatra se da je sistem u početku

bio u stanju mirovanja, tj. da su za $t = 0$ kako θ_o tako i $d\theta_o/dt$ ravni nuli. Pod tim uslovima, rešenje jedn. 13-79 ima isti oblik kao rešenje jedn. 13-32. Deo rešenja koji važi za ustaljeno stanje je

$$\theta_o = \theta_i \tag{13-84}$$

a potpuno rešenje za bezdimenzioni odnos θ_o/θ_i isto je kao rešenje za odnos x/x_∞ dato jednačinama 13-39 do 13-42. Tako se za oscilatorni slučaj ($\zeta < 1$), što odgovara jedn. (13-39) dobiva

$$\frac{\theta_o}{\theta_i} = 1 - \frac{1}{\sqrt{1-\zeta^2}}\,\varepsilon^{-\zeta\omega_n t}\sin\left(\sqrt{1-\zeta^2}\,\omega_n t + \phi\right) \tag{13-85}$$

gde je

$$\phi = \operatorname{arc\,tg}\frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\zeta} \tag{13-86}$$

Krive na sl. 13-8 predstavljaju, dakle, θ_o/θ_i kao funkciju od $\omega_n t$ za niz vrednosti ζ.

Greška $\mathcal{E}$ u ustaljenom stanju je očigledno nula. Odziv greške ili vremenska promena greške može se lako dobiti iz rešenja za θ_o/θ_i uzimajući u obzir da je

$$\frac{\mathcal{E}}{\theta_i} = 1 - \frac{\theta_o}{\theta_i} \tag{13-87}$$

Na taj način, krive na sl. 13-8 se mogu upotrebiti kao krive za $\mathcal{E}/\theta_i$ u funkciji od $\omega_n t$ menjajući brojeve na skali ordinatne ose tako da oni postanu 1 manje napisani broj.

c. Rešenje u slučaju konstantne brzine. Druga vrsta poremećaja važna u analizi sastoji se iz koračne funkcije u obliku nagle konstantne brzine ω_i na ulazu. Opet se smatra da je u početku sistem u stanju mirovanja. U ovom slučaju je najvažnije rešenje za grešku $\mathcal{E}$. U tu svrhu jedn. 13-83 može se napisati u obliku

$$\frac{d^2\mathcal{E}}{dt^2} + 2\zeta\omega_n\frac{d\mathcal{E}}{dt} + \omega_n^2\mathcal{E} = \frac{d\omega_i}{dt} + 2\zeta\omega_n\omega_i \tag{13-88}$$

Treba primetiti da $\mathcal{E}$ ovde još uvek predstavlja grešku u uglu, tj. $(\theta_i - \theta_o)$, a ne grešku u brzini.

Deo rešenja jedn. 13-88 za ustaljeno stanje je

$$\mathcal{E}_\infty = \frac{2\zeta\omega_i}{\omega_n} \tag{13-89}$$

Kad motor radi sa stalnom brzinom, mora postojati konstantna greška u ustaljenom stanju $\mathcal{E}_\infty$ da bi se kontra e. m. s. e_a motora mogla kompenzovati jednakim naponom u_t na izlaznim krajevima pojačavača. Stvarna situacija može se videti zamenjujući ζ i ω_n u jedn. 13-89 njihovim vrednostima iz jedn. 13-80 i 13-81, kojim se postupkom dobiva

$$\mathcal{E}_\infty = \frac{k}{k_a}\,\omega_i \tag{13-90}$$

ili

$$k_a\,\mathcal{E}_\infty = u_t = k\,\omega_i = e_a \tag{13-91}$$

Potpuno rešenje za grešku u bezdimenzionom obliku $\mathcal{E}/\mathcal{E}_\infty$ u funkciji od $\omega_n t$ može se dobiti metodima izloženim u od. 13-2. Posmatranjem jedn. 13-80, 13-81 i 13-90 dolazi se do zaključka da se sa povećanjem konstante k_a povećava prirodna učestanost ω_n a smanjuje greška u ustaljenom stanju, a jedno i drugo je po-

voljno; pošto međutim istovremeno dolazi do smanjenja odnosa prigušenja ζ, preterano veliko povećanje osetljivosti dovodi do nedopustivih prebačaja i do tendencija ka oscilovanju.

Primer 13-7. U sistemu na sl. 13-27 primenjen je mali motor za jednosmernu struju i inercijalno opterećenje iz primera 13-1 ($r_a = 34\ \Omega$, $J = 5{,}85 \times 10^{-5}$ jedinica MKS, $k = 0{,}328$ i $\tau = 0{,}0185$s) sa zadatkom regulisanja ugaonog položaja vratila opterećenja. Treba se držati pretpostavke o idealizovanom detektoru greške i servo-pojačavaču.

a) Kad je sistem podešen na kritično prigušenje, odrediti vrednosti prenosne konstante k_a, neprigušene prirodne učestanosti, efektivnog trajanja prelazne pojave posle naglog pomeraja osovine na ulazu, kao i grešku u ustaljenom stanju za konstantnu brzinu od 20 °/s kao ulaznu veličinu.

b) Pretpostaviti potom da sistem treba podesiti tako da greška u ustaljenom stanju kad je konstantna brzina od 20°/s ulazna veličina, ne prelazi 0,5°. Odrediti odgovarajuće vrednosti prenosne konstante k_a, neprigušenu prirodnu učestanost, odnos prigušenja i efektivno trajanje prelazne pojave posle naglog pomeraja osovine na ulazu.

c) Pored ovoga motora, u sistemu se nalaze: selsinski sistem za prenošenje podataka sa osetljivošću od 0,5 V/° (efektivna vrednost napona prema uglu pomeraja), fazno osetljivi demodulator sa osetljivošću od 0,8 V/V (izlazni napon prema efektivnoj vrednosti ulaznog napona) i pojačavač snage za napajanje indukta. Za uslove date pod *b*, odrediti potrebnu naponsku osetljivost pojačanja snage — tj. odnos napona na krajevima indukta prema izlaznom naponu demodulatora.

Rešenje. a) Iz jedn. 13-81 je

$$1 = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{0{,}328}{k_a} \cdot \frac{1}{0{,}0185}}$$

ili

$$k_a = 4{,}43$$

Iz jedn. 13-80 je

$$\omega_n = \sqrt{\frac{4{,}43}{0{,}328} \cdot \frac{1}{0{,}0185}} = 27{,}0 \text{ rad/s}$$

i

$$f_n = \frac{27{,}0}{2\pi} = 4{,}3 \text{ Hz}$$

Iz jedn. 13-8 se vidi da prelazna pojava pada na vrednost manju od 2 odsto kad $\omega_n t$ postane 7,0. Efektivno trajanje prelazne pojave je, dakle, 7,0/27,0 ili 0,26 s. Greška u ustaljenom stanju, prema jedn. 13-90, je:

$$\mathcal{E}_\infty = \frac{0{,}328}{4{,}43} \times 20 = 1{,}5°$$

b) Da bi se greška održala na vrednosti 0,5° iz jedn. 13-90 je:

$$0{,}5 = \frac{0{,}328}{k_a} \times 20$$

ili

$$k_a = 13{,}1$$

Tada je

$$\omega_n = \sqrt{\frac{13{,}1}{0{,}328} \cdot \frac{1}{0{,}0185}} = 46{,}5 \text{ rad/s}$$

$$f_n = \frac{46{,}5}{2\pi} = 7{,}4 \text{ Hz}$$

i

$$\zeta = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{0{,}328}{13{,}1} \cdot \frac{1}{0{,}0185}} = 0{,}58$$

Iz sl. 13-8 vidi se ponovo da prelazna pojava efektivno nestaje kad $\omega_n t$ postane 7,0. Efektivno trajanje prelazne pojave je, dakle, 7,0/46,5 ili 0,15 s. Radne karakteristike ovoga sistema su očigledno bolje u svakom pogledu nego pod *a*.

c) Smatra se da selsini, demodulator i pojačavač snage nemaju međusobnog dejstva, tj. da prisustvo jednoga ne utiče na radne karakteristike drugoga. Za elemente u takvoj kaskadi *bez*

povratnog dejstva, ukupna prenosna konstanta je proizvod pojedinačnih prenosnih konstanti. Naponska osetljivost k_{pa} pojačanja snage data je tako sa:

$$13{,}1 = \left(0{,}5\,\frac{180}{\pi}\right) \times 0{,}8k_{pa}$$

ili

$$k_{pa} = 0{,}57\ \mathrm{V/V}$$

U slučajevima komplikovanijih sistema sa zatvorenim kolom, koji sadrže veći broj nezavisnih elemenata za akumulisanje energije, javljaju se diferencijalne jednačine višeg reda i potrebne su mnogo teže analize. Osnovni principi, međutim, isti su kao ovi koji su ovde prikazani. Mogućnost za dovođenje rešenja jednačina trećeg reda u bezdimenzioni oblik već je pomenuta u od. 13-2b; što je red jednačine viši, sve je teže izolovati uticaj neke konstante sistema. Ukoliko su regulacioni sistemi i diferencijalne jednačine komplikovaniji, utoliko veća sistematizacija metoda za rešavanje ovih jednačina dobiva sve veću vrednost.[10]

13-8. Frekventne karakteristike sistema sa zatvorenim kolom:[11] Kao što je pomenuto u od. 13-4, dinamička analiza linearnih sistema pomoću frekventnih karakteristika predstavlja važnu dopunu analize prelaznog stanja sistema. Proučavanje amplitude i faze izlazne veličine sistema kad je poremećaj sinusna funkcija vremena promenljive učestanosti u stvari je isto što i primena teorije električnih kola na analizu ovih sistema. U ovom odeljku je dat kratak uvod u ovakvo proučavanje sistema sa zatvorenim kolom.

a. Sistemi drugog reda. Međusobni odnos između frekventne karakteristike sistema i analize prelaznog stanja vidi se najneposrednije u sistemima čije se funkcionisanje može opisati diferencijalnom jednačinom drugog reda. Da bismo otkrili ovaj međusobni odnos, izvršićemo analizu prostog sistema sa sl. 13-27 metodom frekventnih karakteristika; ponašanje tog sistema u prelaznom stanju istraženo je u prethodnom odeljku. Akciona funkcija u ovoj analizi jeste sinusoidna vremenska promena ulazne veličine θ_i; odziv koji treba odrediti jeste amplituda i faza izlazne veličine θ_o u ustaljenom stanju u širokom opsegu učestanosti.

Osnovna diferencijalna jednačina, 13-79 je:

$$\frac{d^2\theta_o}{dt^2} + 2\zeta\omega_n\frac{d\theta_o}{dt} + \omega_n^2\theta_o = \omega_n^2\theta_i \tag{13-92}$$

gde su neprigušena prirodna učestanost ω_n i odnos prigušenja ζ dati jednačinom 13-80, odnosno 13-81. Kao u od. 13-4, jednačina 13-92 može se prevesti u vektorsku jednačinu zamenjujući simbol d/dt simbolom $(j\omega)$ i simbol d^2/dt^2 simbolom $(j\omega)^2$, i zamenjujući zavisnu i nezavisnu promenljivu amplitudama odgovarajućih vektora. Tako dobivamo

$$(j\omega)^2\,\Theta_o + 2\,\zeta\,\omega_n(j\omega)\,\Theta_o + \omega_n^2\,\Theta_o = \omega_n^2\Theta_i \tag{13-93}$$

Oznaka Θ označava amplitudu ili maksimalnu vrednost promenljive θ.

Iz jedn. 13-93 dobiva se za vektorski odnos izlazne prema ulaznoj veličini:

$$\frac{\Theta_o}{\Theta_i} = \frac{1}{\left(1 - \dfrac{\omega^2}{\omega_n^2}\right) + j\,2\,\zeta\dfrac{\omega}{\omega_n}} \tag{13-94}$$

---

[10] Videti M. F. Gardner i J. L. Barnes, „Transients in Linear Systems", vol. I, John Wiley and Sons, Inc., Njujork, 1942—o obradi prelaznih pojava pomoću Laplasove transformacije.

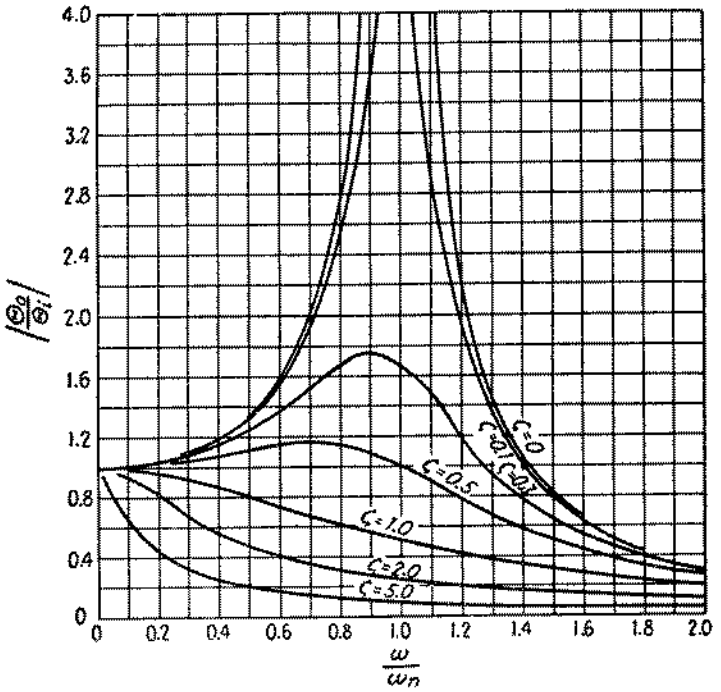
[11] O opširnoj analizi servomehanizama putem metoda frekventnih karakteristika, videti G. S. Brown i D. P. Campbel, „Principles of Servomechanisms", John Wiley & Sons, Inc., Njujork, 1948 i A. C. Hall, Application of Circuit Theory to the Design of Servomechanisms, *J. Franklin Inst,* vol. 242, str. 279-307, okt. 1946.

Odnos amplituda izlazne i ulazne veličine, prema tome, je:

$$\left|\frac{\Theta_o}{\Theta_i}\right| = \frac{1}{\sqrt{\left(1-\frac{\omega^2}{\omega_n^2}\right)^2+\left(2\zeta\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2}} \tag{13-95}$$

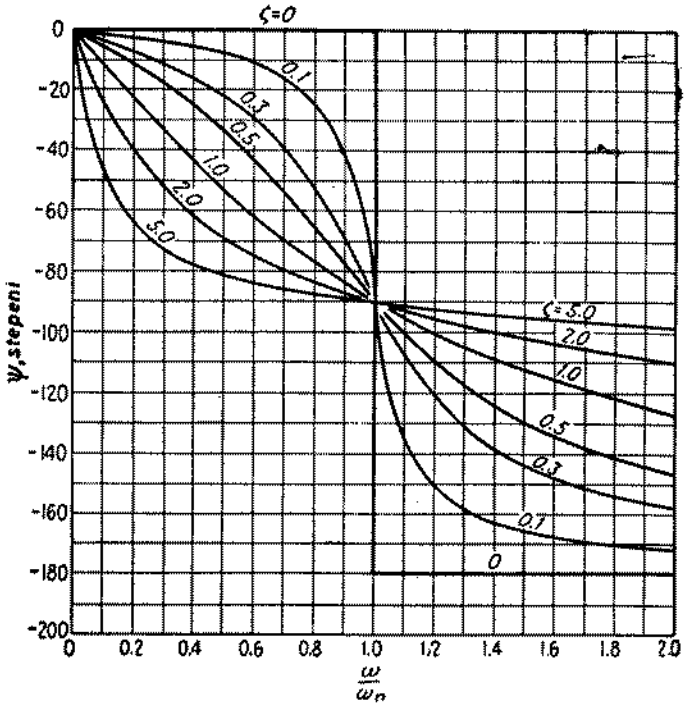
a fazni ugao meren od vektora Θ_i ka vektoru Θ_o:

$$\Psi = \operatorname{arc\,tg}\frac{2\zeta(\omega/\omega_n)}{1-(\omega^2/\omega_n^2)} \tag{13-96}$$



Sl. 13-28. Bezdimenzione krive amplitude izlazne veličine kao funkcije učestanosti ulaznog upravljačkog signala za sistem drugog reda dat na sl. 13-27

Na slici 13-28 nacrtane su krive odnosa amplituda izlazne i ulazne veličine, a na sl. 13-29 krive faznog ugla, sve kao funkcije bezdimenzione primenljive ω/ω_n za niz vrednosti ζ. Kao u mnogim drugim analizama u kojima su obuhvaćene frekventne karakteristike, idealna karakteristika odnosa amplituda bila bi savršeno ravna a idealna karakteristika faznog pomeraja bila bi nula za sve učestanosti. Upoređenje sl. 13-28 i 13-8 pokazuje jasno kakav je međusobni odnos između frekventne karakteristike i odziva sistema drugog reda u prelaznom stanju. Visoki maksimumi na krivoj amplitude očigledno odgovaraju nepoželjnim prebačajima i podbačajima odziva sistema u prelaznom stanju. S druge strane, brzo opadanje krive amplitude kad učestanost raste odgovara tromom odzivu u prelaznom stanju. Iz opšteg izgleda obe slike i iz veličina datih na apscisnoj osi očigledno je da relativno visoke prirodne učestanosti odgovaraju relativno kratkom efektivnom trajanju prelazne pojave posle poremećaja.



Sl. 13-29. Bezdimenzione krive faznog ugla kao funkcije učestanosti ulaznog signala za sistem drugog reda dat na sl. 13-27. Negativne vrednosti ugla znače zaostajanje izlazne veličine u odnosu na ulaznu

Primer 13-8. *a)* Za sistem sa zatvorenim kolom, opisan diferencijalnom jednačinom drugog reda, odrediti veličinu maksimuma na karakteristici amplituda kao i učestanost pri kojoj se on pojavljuje. Obe veličine izraziti kao funkcije odnosa prigušenja ζ.

b) Izračunati brojne vrednosti ovih veličina za sistem iz primera 13-7*b*.

Rešenje. a) Rešenje se sastoji u diferenciranju jedn. 13-95 po promenljivoj ω/ω_n i izjednačavanju izvoda sa nulom. Tako se nalazi da karakteristika amplitude ima matematički maksimum na učestanosti nula i na

$$\frac{\omega}{\omega_n} = \sqrt{1 - 2\zeta^2} \tag{13-97}$$

Zamenom izraza 13-97 u jedn. 13-95 dobiva se za veličinu maksimuma

$$\left|\frac{\Theta_o}{\Theta_i}\right|_{max} = \frac{1}{2\zeta\sqrt{1-\zeta^2}} \tag{13-98}$$

Iz jedn. 13-97 i 13-98 treba zapaziti da za $\zeta \geqslant 0{,}707$ na krivoj amplituda nema drugog maksimuma osim onog za $\omega = 0$

b) Iz primera 13-7*b* je $\zeta = 0{,}58$. Maksimum krive iznosi tada

$$\left|\frac{\Theta_o}{\Theta_i}\right|_{max} = \frac{1}{2 \times 0{,}58\sqrt{1-0{,}58^2}} = 1{,}06$$

a javlja se kad je

$$\frac{\omega}{\omega_n} = \sqrt{1 - 2 \times 0{,}58^2} = 0{,}57$$

ili, pošto je $\omega_n = 46{,}5$ rad/s,

$$\omega = 46{,}5 \times 0{,}57 = 26{,}5$$

a učestanost je

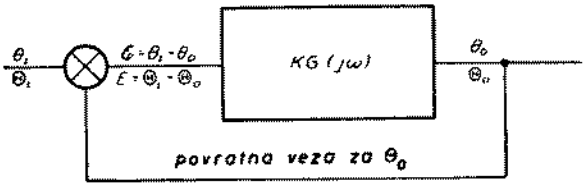
$$f = \frac{26{,}5}{2\pi} = 4{,}2 \text{ Hz}$$

b. Sistemi višeg reda. Tumačenje frekventnih karakteristika kompleksnijih sistema sa zatvorenim kolom zasniva se u znatnoj meri na međusobnom odnosu između frekventne karakteristike i odziva u prelaznom stanju sistema drugog reda, a i na opštem iskustvu sa kojim čovek sa praksom u ovim proučavanjima posmatra te karakteristike. Navedimo autora jednog članka o servomehanizmima:[12]

Opšte uputstvo za projektovanje servomehanizama zasnovano na frekventnoj karakteristici sistema može se sažeto izreći na sledeći način. Sistem će se u primeni pokazati povoljnim, ako su maksimumi karakteristike amplituda ograničeni na vrednosti otprilike jedan i jedna trećina do jedan i po, i ako se najvažniji maksimum (obično prvi) javlja pri učestanosti najmanje tri puta većoj od recipročne vrednosti intervala u kojem se dopuštaju prelazne pojave.

Na primer, ako se od nekog sistema zahteva da se nagloj promeni ulazne veličine odazove takvom brzinom da greška ne sme da bude veća od nekoliko procenata od njene početne vrednosti kad prođe interval od jednog sekunda, onda najniža prirodna učestanost sistema treba da bude najmanje tri herca. Tada konstruktor sa puno poverenja može smatrati da će mu sistem ispuniti očekivanja.

Vrednosti maksimuma karakteristike amplituda od $1^1/_3$ do $1\frac{1}{2}$ koje su pomenute u gornjem citatu odgovaraju za sistem drugog reda, odnosu prigušenja od 0,41 do 0,36. Ovakvo opšte pravilo, naravno, ne predstavlja nipošto jedinu osnovu za projektovanje, ali ono daje jednu orijentaciju i predstavlja važno sredstvo za proveru predložene konstrukcije. Šta više, crtanjem frekventnih karakteristika može se doći do određenih podataka o tome šta treba uraditi u nekom predloženom sistemu u smislu konstruktivnih izmena i dodavanja kompenzacionih kola u cilju postizanja željenih radnih karakteristika. Ali razmatranje ovih projektantskih postupaka i finesa izlazi iz okvira naših izlaganja; u daljim redovima ovog odeljka nećemo ići dalje od pokušaja da sistematizujemo postupak dobijanja frekventnih karakteristika za malo složenije sisteme.



Sl. 13-30. Šematsko predstavljanje sistema sa zatvorenim kolom

Svaki sistem sa zatvorenim kolom, kao što su sistemi na sl. 13-15 do 13-27, može se na prost način predstaviti šematski kao na sl. 13-30, u kojoj jedan jedini pravougaonik („blok") sadrži sve izuzev idealizovane povratne veze kojom se kolo zatvara. Kad je sistem linearan, radne karakteristike tog jednog bloka mogu se izraziti *prenosnom funkcijom* $KG(j\omega)$ koja je definisana kao vektorski odnos izlazne veličine Θ_o i ulazne veličine E bloka, tj.:

$$KG(j\omega) = \frac{\Theta_o}{E} \tag{13-99}$$

Oznaka E je uzeta za amplitudu vektora kojim se greška $\mathcal{E}$ predstavlja kad je njena promena u vremenu sinusoidna. Na levoj strani jedn. 13-99 oznake u zagradi $(j\omega)$

[12] A. C. Hall, Application of Circuit The ory to the Design of Servomechanisms, *J. Franklin Inst.*, vol. 242, str. 279-307, oktobar 1946.

ne znače da treba vršiti množenje, već da je prenosna funkcija u stvari funkcija kružne učestanosti ω; deo ove funkcije označen sa K jeste *statička osetljivost* ili deo nezavisan od ω; deo $G(j\omega)$ zavisi od ω. Prenosna funkcija je prosto vektorski odnos posledice prema uzroku i ima dosta sličnosti sa mnogim prenosnim parametrima iz teorije električnih kola. Kad se jednom nađe $KG(j\omega)$, mogu se i drugi podesni odnosi dobiti. Tako, kad je vektorski izraz za grešku

$$E = \Theta_i - \Theta_o \tag{13-100}$$

mogu se dobiti sledeći vektorski odnosi:

$$\frac{\Theta_o}{\Theta_i} = \frac{KG(j\omega)}{1 + KG(j\omega)} \tag{13-101}$$

i

$$\frac{E}{\Theta_i} = \frac{1}{1 + KG(j\omega)} \tag{13-102}$$

Zatim se lako mogu ispitati odlike radnih karakteristika sistema.

Primer 13-9. Odrediti prenosnu funkciju $KG(j\omega)$ sistema prikazanog na sl. 13-27 i opisanog u uvodnom pasusu od. 13-7. Prenosnu funkciju dovesti u svedeni oblik, tako da se dobije $KG(j\omega/\omega_n)$ i pokazati da se iz toga rezultata može dobiti i vektorski odnos Θ_o/Θ_i dat jednačinom 13-94.

Rešenje. Jedn. 13-75 do 13-77, napisane na početku od. 13-7*a* i koje izražavaju radne karakteristike motora i servo-pojačavača mogu se napisati u vektorskom obliku i rešiti po Θ_o/E, čime se dobiva:

$$KG(j\omega) = \frac{\Theta_o}{E} = \frac{k_a/k}{j\omega(1 + j\tau\omega)} \tag{13-103}$$

gde je, isto kao u jedn. 13-82,

$$\tau = \frac{Jr_a}{k^2} \tag{13-104}$$

Iz jedn. 13-103 vidi se da je statička osetljivost K

$$K = \frac{k_a}{k} \tag{13-105}$$

i da je deo prenosne funkcije zavisan od učestanosti

$$G(j\omega) = \frac{1}{j\omega(1 + j\tau\omega)} \tag{13-106}$$

Razvijajući imenilac jedn. 13-103 i množeći kako brojilac tako i imenilac sa k/k_a dobiva se:

$$KG(j\omega) = \frac{1}{(k/k_a)\tau\omega^2 + j(k/k_a)\omega} \tag{13-107}$$

Izvršivši zamenu promenljive datu jednačinama 13-80 i 13-81, ovaj izraz postaje

$$KG\left(j\frac{\omega}{\omega_n}\right) = \frac{1}{-(\omega^2/\omega_n^2) + j2\zeta(\omega/\omega_n)} \tag{13-108}$$

što predstavlja svedeni oblik prenosne funkcije.

Zamenom izraza 13-108 u jedn. 13-101, posle izvesnih algebarskih uprošćenja, dobiva se:

$$\frac{\Theta_o}{\Theta_i} = \frac{1}{1 - (\omega^2/\omega_n^2) + j2\zeta(\omega/\omega_n)} \tag{13-109}$$

a to je jedn. 13-94.

c. Podržavane oscilacije. Kao u svima sistemima koji sadrže povratne veze sa izlaza na ulaz, kod ma kog praktičnog regulacionog sistema sa zatvorenim kolom postoji uvek mogućnost samopobuđivanja — tj. u sistemu može doći do podrža-

vanih oscilacija čak i kad nema nikakve ulazne veličine θ_i. U ispitivanju ove mogućnosti postupa se u principu na isti način kao u proučavanju cevnih oscilatora ili u ispitivanju mogućnosti oscilovanja u cevnim pojačavačima. Ovde ćemo dati kratak kvalitativni opis.

U sistemu na sl. 13-30 dovoljan broj elemenata za nagomilavanje energije, sa propratnim vremenskim zaostajanjima i faznim pomerajima između izlazne i ulazne veličine, čine da izlazna veličina Θ_o dostiže fazni ugao od 180° u odnosu na grešku E već pri izvesnoj konačno visokoj učestanosti. Drugim rečima, za tu učestanost prenosna funkcija $KG(j\omega)$ postaje negativan realan broj. Ako je taj broj 1, može doći do samopobuđivanja; tj. čak i kad je $\theta_i = 0$, povratnom vezom izlazne veličine a kroz zatvoreno kolo napaja se ulaz i sistem bez prestanka osciluje sa učestanošću koja odgovara faznom pomeraju od 180°. Ako je taj broj veći od 1, oscilacije se mogu javiti sa amplitudom koja raste sve dok je ne ograniče nelinearnosti u sistemu, što kao proces liči na uspostavljanje napona otočnog generatora opisano u od. 5-6. Sistem neće početi da spontano osciluje ako je amplituda prenosne funkcije manja od 1 za učestanost pri kojoj dolazi do faznog pomeraja od 180°.

Treba naglasiti da ovi uslovi daju kriterijum za apsolutnu stabilnost. Normalni sistem sa zatvorenim kolom u tim granicama radi dobro.

13-9. Električna kola analogna elektromehaničkim sistemima. Dominantna misao u nekim delovima prethodnih odeljaka, u kojima je bilo reči o linearnim sistemima u kojima ima elektromehaničkog sprezanja, jeste ta da se dinamika ovih sistema može temeljno ispitati metodima teorije električnih linearnih kola. Tvrditi ovo, naravno, isto je što i tvrditi da je proučavanje kako problema električnih kola tako i problema dinamike istovetno sa proučavanjem linearnih diferencijalnih jednačina sa konstantnim koeficijentima. Ovu sličnost možemo još više podvući ako ukratko prodiskutujemo neka električna kola koja su analogna napravama za elektromehaničko pretvaranje energije, odnosno za elektromehaničko sprezanje. Time se istovremeno dobiva jedan metod za eksperimentalno podražavanje („simuliranje") radnih karakteristika ovih naprava.

Analogna električna kola moraju biti matematički ekvivalenti prototipnih sistema. Ona se zbog toga osnivaju na identičnosti svih članova odgovarajućih diferencijalnih jednačina.

Primer 13-10. Na sl. 13-27 šematski je prikazan elektromehanički spregnut sistem sa zatvorenim kolom, u kome je sprežni elemenat motor za jednosmernu struju sa konstantnom pobudom. Kao što je opisano u primeru 13-1, otpor u kolu indukta ovog motora je r_a, ukupni momenat inercije i opterećenja J, obrtni momenat po jedinici struje i po jedinici ugaone brzine k, a induktivnost indukta, reakcija indukta i gubici usled obrtanja su zanemarljivi.

a) Naći dva električna kola matematički ekvivalentna ovom motoru i njegovom inercijalnom opterećenju u pogledu dinamičkih radnih karakteristika.

b) Uporediti i proučiti ova dva električna kola.

c) Uzeti da ovo analogno električno kolo čini deo *diferencijalnog analizatora* (koji se drukčije zove *analogna računska mašina*, ili još *simulator)* za proučavanje opštih radnih karakteristik sistema sa zatvorenim kolom putem oscilografskog posmatranja ekvivalentnih kola. Proučiti slobodu izbora brojnih vrednosti pojedinih konstanti električnog kola tako da se analogno kolo može lako ostvariti i prosto fizički osposobiti za funkcionisanje.

d) Pokazati mogućna električna kola analogna čitavom sistemu sa sl. 13-27.

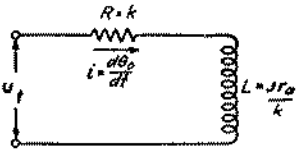
Rešenje. a) Jednačine kojima je određeno ponašanje motora i opterećenja jesu jedn. 13-1, 13-3, 13-4 i 13-5. Iz ovih jednačina mogu se dobiti izrazi za izlazni ugao θ_o i za struju indukta i_a, oba u funkciji od napona na krajevima indukta u_t, koji se ovde ima smatrati kao promenljiva; dakle,

$$\frac{Jr_a}{k}\frac{d^2\theta_o}{dt^2} + k\frac{d\theta_o}{dt} = u_t \tag{13-110}$$

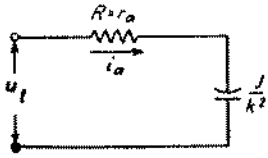
i

$$r_a i_a + \frac{k^2}{J}\int i_a dt = u_t \tag{13-111}$$

Jednačina 13-110 ista je kao i jednačina koja bi važila za struju i napon u električnom kolu sa otporom R i induktivnošću L vezanim na red (sl. 13-31), ako se uzme da je struja analogna ugaonoj brzini; ovo električno kolo je, dakle, analogno posmatranom sistemu. Na sličan način, jedn. 13-111 ista je kao i jednačina koja bi važila za struju i napon u električnom kolu sa otporom R i kondenzatorom C vezanim na red (sl. 13-32), čija je struja direktno jednaka struji indukta motora; ovo kolo predstavlja, dakle, takođe jedan. analog.



Sl. 13-31. Analogno električno kolo za motor za jednosmernu struju koji je opterećen čistom inercijom



Sl. 13-32. Ekvivalentno električno kolo motora za jednosmernu struju koji je opterećen čistom inercijom

b) Električno kolo sa sl. 13-31 je matematički analog u kome su brzina i struja analogne veličine a i obrtni momenat i napon takođe. Još određenije rečeno, izlazna ugaona brzina srazmerna je struji u električnom kolu, dok je obrtni momenat na vratilu srazmeran naponu na krajevima induktivnosti. Struja u ovom kolu očigledno nije u prostom odnosu sa strujom koja stvarno postoji u motoru. Ovo kolo se ne može zato vezati za izlazne krajeve fizičkog pojačavača očekujući da će ono tačno predstavljati potrošnju motora u odnosu na pojačavač; drugim rečima, ono je *analogno kolo* a nikako *ekvivalentno kolo* u tome smislu da na svojim krajevima održava tačne fizičke vrednosti struje i napona. Međutim, ovo kolo kao matematički analog može da čini važan deo računske mašine kad su pojačavač i ostali propratni uređaj predstavljeni odgovarajućim analozima. Kao što je rečeno u tač. *c* niže, sačinioci srazmernosti ili konstante skale tj. odnosi brzina—struja i obrtni momenat—napon mogu se promeniti da bi se fizička reprodukcija kola mogla sprovesti što podesnije.

Električno kolo sa sl. 13-32 je slično prethodnom matematički analog, ali je isto tako i *ekvivalentno kolo* po tome što je održana identičnost fizičkog napona i fizičke struje na krajevima motora. Ovo kolo možemo stoga vezati za izlaz pojačavača sa uverenjem da će u potpunosti predstavljati dejstvo motora u radu pojačavača. Ovde su brzina i napon analogne veličine, a i obrtni momenat i struja su takođe analogne veličine. Tačnije rečeno, izlazna ugaona brzina srazmerna je naponu na krajevima kondenzatora, a obrtni momenat na vratilu srazmeran je struji u kolu. Kao što će se videti u tač. *c*, sačinioci srazmernosti ili konstante skale tj. odnosi brzina—napon i obrtni momenat—struja ne smeju se menjati u cilju pogodne fizičke reprodukcije, jer bi se inače izgubile osobine ekvivalentnog kola a samo kolo bi se imalo smatrati prostim matematičkim analogom.

c) Pri oscilografskom posmatranju prelaznih pojava u kolu kao što je ono na sl. 13-31, prelazno stanje se obično ostvaruje repetetivno pomoću sinhronog prekidača i takva pojava se na zastoru oscilografa posmatra, odnosno fotografiše. Trajanje prelazne pojave mora zato da bude toliko da zauzima samo deo periode repetitivnog napona i zato mora postojati mogućnost za promenu vremenske skale.

Za kolo na sl. 13-31 diferencijalna jednačina 13-110 može se napisati u obliku

$$\frac{1}{a^2}\frac{Jr_a}{k}\frac{d^2\theta_o}{d\lambda^2}+\frac{1}{a}k\frac{d\theta_o}{d\lambda}=u_t \tag{13-112}$$

a nova vremenska promenljiva λ je:

$$\lambda=\frac{t}{a} \tag{13-113}$$

Prema tome kad se induktivnost menja množeći je sa $1/a^2$ i kad se otpor menja množeći ga sa $1/a$, dobiva se nova vremenska skala promenjena za sačinilac $1/a$ u odnosu na prvobitnu.

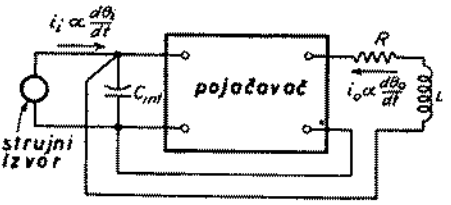
Može se javiti potreba za još jednom promenom skale u cilju da se fizički elementi kola mogu lako ostvariti i da se naponi i struje mogu lako meriti. Induktivnosti i otpori mogu se lako dovesti na vrednost b puta veću množeći obe strane jedn. 13-112 ovim faktorom, što daje

$$\frac{b}{a^2}\frac{Jr_a}{k}\frac{d^2\theta_o}{d\lambda^2}+\frac{b}{a}k\frac{d\theta_o}{d\lambda}=bu_t \tag{13-114}$$

S druge strane, ako je nepovoljno da se faktor b povezuje sa naponom u_t, jedn. 13-114 može se napisati u obliku:

$$\frac{b}{a^2}\frac{Jr_a}{k}\frac{d^2(\theta_o/b)}{d\lambda^2}+\frac{b}{a}k\frac{d(\theta_o/b)}{d\lambda}=u_t \quad (13\text{-}115)$$

Kao treću mogućnost pomenimo da se faktor b može povezati delom sa θ_o a delom sa u_t.



Sl. 13-33. Analog kola sa sl. 13-27

Kao ilustracija mogu poslužiti brojne vrednosti date u primeru 13-1 ($k=0{,}328$, $r_a=34$, $J=5{,}85\times10^5$). Odgovarajući otpor i induktivnost na sl. 13-31 jesu $R=0{,}328\ \Omega$ i $L=6{,}05$ mH. Pretpostavimo međutim da je trajanje prelazne pojave u ovom motoru procenjeno na 1,0 s kao i da sinhroni prekidač radi sa učestanošću od 10 Hz. Da bi se vremenska skala prilagodila, može se za a izabrati vrednost 100, čime se R i L menjaju na 3,28 m Ω odnosno 0,606 μH. Upotreba faktora $b=10^6$ promenila bi R_i L na mnogo zgodnije vrednosti od 3280 Ω odnosno 0,606 H.

U slučaju sl. 13-32 ne može se izvršiti nijedna od ove dve promene skale ako se žele da sačuvaju osobine ekvivalentnog kola; za brojne vrednosti iz primera 13-1, R mora imati vrednost 34 Ω a C vrednost 544 μF. Ako osobine ekvivalentnog kola ne treba da se sačuvaju, a kolo se smatra prostim matematičkim analogom, stepeni slobode isti su kao u slučaju sl. 13-31.

d) Analog za celinu sistema, zasnovan na električnom kolu sa sl, 13—31, prikazan je na sl. 13-33. Izvor na levoj strani slike je strujni izvor a ne uobičajeniji naponski izvor. Kondenzator C_{int} služi za intergisanje; struja u njemu je (i_i-i_o) i ona je stoga srazmerna sa $d(\theta_i-\theta_o)/dt$. Napon na njegovim krajevima srazmeran je sa $(\theta_i-\theta_o)$, tj. sa greškom u položaju. Njegov kapacitet mora biti dovoljno veliki da bi mu uticaj na struje i_i i i_o ulaznog i izlaznog kola bio zanemarljiv[13].

Ekvivalentno kolo sa sl. 13-32 pripada tipu kola uobičajenom za sve naprave za elektromagnetno pretvaranje energije kod kojih su odnosi između obrtnog momenta (ili sile) i struje, s jedne strane, i ugaone (ili linearne) brzine i indukovanog napona s druge strane linearni. Ova kola se mogu upotrebiti za proučavanje čitavog niza elektromagnetnih naprava, među kojima D'Arsonvalovog, balističkog i vibracionog galvanometra, oscilografa sa petljom, dinamičkog zvučnika i dinamičkog mikrofona.[14])

13-10. Rezime. Po svojoj prirodi problemi dinamike su problemi sistema a ne problemi jedne jedine mašine. Opterećenja mašina su nešto više nego nejasni uređaji koji apsorbuju propisanu ili proračunatu količinu snage: njihove dinamičke karakteristike moraju biti opisane sa istim stepenom brižljivosti kao i dinamičke karakteristike same mašine. U mnogim problemima i izvori električne energije moraju biti opisani na sličan način. Među komponente sistema spadaju tako ne samo mašine, već i elektronski pojačavači, upravljene usmeračе, statička električna kola i kombinacije čisto mehaničkih elemenata, pri čemu sve komponente igraju podjednako važne uloge u ostvarivanju jednog opšteg zadatka. Osnova mnogih analiza leži u pretpostavci da se radne karakteristike komponenata sistema mogu izraziti linearnim odnosima među promenljivima. Dati su ipak primeri koji treba da ilustruju tipične postupke kojih se treba držati da bi se uzeo u obzir uticaj

---

[13]) Razmatranja o analogijama servomehanizama ovoga tipa i o rezultatima dobivenim iz njih nalaze se u člancima: G. D. Mc Cann, S. W. Herwald i H. S. Kirschbaum, Electrical Analogy Methods Applied to Servomechanism Problems, *Trans. AIEE*, vol. 65, str. 91-96, februar 1946; S. W. Herwald i G. D. Mc Cann, Dimensionless Analysis of Servomechanisms by Electrical Analogy, *Trans. AIEE*, vol. 65, str. 636 — 639, oktobar 1946.

[14]) Dalja opšta razmatranja o elektromehaničkim ekvivalentnostima mogu se naći u sledećim radovima: F. A. Firestone, The Mobility Method of Computing the Vibration of Linear Mechanical and Eletrical Systems, *J. Applied Phys.* vol., 9, str. 373—387, 1938; M. F. Gardner i J. L. Barnes, „Transient in Linear Systems", John Wiley and Sons, Inc., Njujork, str. 50-85, 1942.

važnih nelinearnosti. Linearne analize su najvažnije za naše svrhe i sledeća razmatranja odnose se samo na njih, izuzev ako nelinearnosti nisu eksplicitno pomenute.

Dinamičke analize kako prostih tako složenijih sistema svode se u principu na proučavanje linearnih diferencijalnih jednačina sa konstantnim koeficijentima. Ukoliko su u pitanju elektromotori kao komponente sistema, odgovarajuće jednačine su napisane izražavajući činjenicu da obrtni momenat koji nastaje usled elektromagnetnog pretvaranja energije mora biti jednak obrtnom momentu isporučenom mehaničkom sistemu, pri čemu se gubici usled obrtanja zanemaruju ili približno uzimaju u obzir kao deo gubitaka usled trenja opterećenja. Ostale jednačine izražavaju dinamičke radne karakteristike drugih komponenata sistema i ograničenja nametnuta njihovim međusobnim povezivanjima. Jednačina u kojoj se željena promenljiva javlja kao funkcija vremena dobiva se kombinovanjem ovih jednačina i ona je linearna diferencijalna jednačina čiji red zavisi od broja nezavisnih elemenata sa nagomilavanjem energije u sistemu. Željena promenljiva na koju je usredsređena glavna pažnja obično opisuje ponašanje vratila na izlazu; specifična diferencijalna jednačina zavisi onda od toga da li je zavisna promenljiva ugaoni položaj, ugaona brzina ili ugaono ubrzanje osovine.

Glavna tema koja se provlači kroz čitavu glavu, a to je da se u proučavanju dinamike sistema primenjuju rezonovanja i metode identične onima u analizi električnih kola, posledica je činjenice da se oba problema svode na proučavanje istih diferencijalnih jednačina. U skladu s tim, ispitivanja jednačina iz dinamike mašina zasnovana su na metodu analize prelaznog stanja i na metodu frekventnih karakteristika. Analiza prelaznog stanja ima to preimućstvo da se može neposrednije i opipljivije tumačiti: kriva koja u funkciji vremena prikazuje, na primer, niz snažnih prebačaja i podbačaja u odnosu na željeni položaj, može ostaviti malo sumnje o vrednosti sistema u dinamičkom pogledu. Analize prelaznog stanja imaju nedostatak u tome što uvek zahtevaju mnogo teškog računanja izuzev u prostijim sistemima, kao i u tome što je teško naći korekcione mere kad odziv u prelaznom stanju ne zadovoljava. Oba ova nedostatka se mogu znatno ublažiti, ali i ne sasvim odstraniti izražavajući jednačine i rešenja u bezdimenzionom obliku.

Fizičko tumačenje frekventnih karakteristika nije tako neposredno očigledno i opipljivo kao u slučaju analize prelaznog stanja, a iskustvo dobiveno iz teorijskih i praktičnih upoređenja veoma je korisno. Za sisteme opisane jednačinama drugog reda mogu se uspostaviti izvesne korelacije između odziva u prelaznom stanju i frekventne karakteristike, što je prikazano upoređenjem slika 13-8 i 13-28. Za složenije sisteme, međutim, ova korelacija nije ni neposredna ni jednostavna. Ona se u osnovi sastoji u tome da je moguće naći odziv linearnog sistema u prelaznom stanju kad je akciona funkcija analitička čim mu je poznat ustaljeni odziv za sve učestanosti tj. njegova frekventna karakteristika. Za naše svrhe, tumačenje i primena postupka frekventnih karakteristika za sisteme višeg reda moraju se empirički iskonstruisati podražavanjem korelacija za sisteme drugoga reda. Ovo je ukratko izloženo u citatu iz od. 13-8 koji proizvoljno postavlja granicu maksimuma odnosa izlaz-ulaz na oko $1^1/_3$ do $1\frac{1}{2}$ i ukazuje da učestanost pri kojoj se taj maksimum javlja treba da bude bar tri puta veća od recipročne vrednosti intervala dozvoljenog za prelazne pojave. Ovakve empiričke smernice, kombinovane sa iskustvom, osposobljavaju nas konačno da iz frekventne karakteristike elektromehaničkog sistema sa zatvorenim kolom izvučemo zaključke u duhu tumačenja sličnih karakteristika za električnu spregu, filtar, pojačavač, mikrofon ili zvučnik.

U stvari, izvestan stepen empirizma ili potrebe za inženjerskim rasuđivanjem nameće se slično u primeni analiza prelaznih pojava, jer se mora pretpostaviti postojanje jednog ili nekoliko sasvim određenih poremećaja. Primenljivost ovih analiza zavisi u izvesnoj meri od vernosti sa kojom pretpostavljeni poremećaji

podražavaju stvarne radne uslove. Štaviše, kad se posmatra čitav niz raznih poremećaja, može se desiti da neka konstrukcija koja je optimalna za jedan poremećaj ne bude optimalna i za drugi i stoga je neophodno kako rasuđivanje tako i iskustvo da se dođe do jednog opšteg optimuma.

Određivanje frekventnih karakteristika izvesnog sistema vrši se na organizovan način kombinujući prenosne funkcije pojedinih komponenata sistema u cilju dobijanja prenosne funkcije za celinu. Ove prenosne funkcije su vektorski odnosi između izlazne i ulazne veličine izraženi kao funkcije kružne učestanosti ulazne veličine koja se menja po sinusnom zakonu. One izražavaju slabljenje (ili pojačanje) i fazni pomeraj koji nastaju kad se prođe od ulaza do izlaza posmatrane komponente. One liče na prenosne konstante i parametre iz teorije linearnih električnih kola. Ova sličnost, koja pri proučavanju automatskih regulatora, servomehanizama i pojačavača sa povratnom spregom postaje očigledna, od velike je pomoći pri proučavanju sve ove tri vrste aparata.

Pojmovi prenosne funkcije i frekventne karakteristike primenjeni na komponente sistema kao što su statička kompenzaciona kola i elektronski pojačavači izgledaju potpuno normalni otprve i ne izazivaju nikakvu ili samo malu zabunu pri fizičkom tumačenju. Ali kada se primene na komponente kao što su motori i generatori za jednosmernu struju, onda ovi pojmovi, sa naizmeničnim ulaznim i izlaznim veličinama koje sadrže, mogu spočetka dovesti do izvesne zabune. Znamo, na primer, da od normalnog praktičnog motora za jednosmernu struju sa konstantnom jednosmernom pobudom ne možemo očekivati da radi uspešno kad mu se na krajeve indukta priključi naizmenični napon učestanosti 60 Hz. Ali, s druge strane, znamo da brzina ovakvog motora verno sleduje sporim promenama priključenoga napona, uključujući i njegovu promenu smera, promenama recimo reda jednog dela herca, da navedemo jedan siguran krajnji slučaj. Zadatak kako prenosne funkcije tako frekventne karakteristike i jeste u tome da pruži kvantitativno merilo sposobnosti motora da sleduje promenama kad njihove brzine rastu počevši od vrlo malih vrednosti. U skladu sa prethodnim konstatacijama, očekujemo da odnos amplituda izlazne i ulazne veličine sistema u kome se ovaj motor nalazi bude za niske učestanosti blizak jedinici, a za 60 Hz praktički nula. Posmatranjem prenosnih funkcija i frekventnih karakteristika vidi se ne samo da je ovaj motor nepogodan kao mašina za pretvaranje energije, ako su važne takve brzine promene koje odgovaraju učestanosti od 60 Hz, već nam i omogućuje da nacrtamo približnu liniju granične učestanosti iznad koje sistem nije pogodan. Primenom pojma prenosne funkcije mašina zaista postaje element električnog kola u širem smislu objašnjenom u od. 4-13. Ideja da se neki nedostaci mašine ublaže pomoću kaskadnih kompenzacionih sprega, koje se sastoje od statičkih električnih kola, postaje prirodnija i može se lakše primeniti kad se kako mašina, sa njenim električnim i mehaničkim elementima, tako i kompenzacione sprege svrstaju u istu kategoriju.

Kao što je već bilo unapred rečeno u od. 4-13, predstavljanje mašine kao elementa kola u elektromehaničkom pogledu zasnovano je na relativno očevidnoj jednostavnosti odgovarajuće teorije mašina. Ovu jednostavnost nameće činjenica da se mnogi sistemi sastoje od komponenata kombinovanih na komplikovan način, što nalaže da se svaka komponenta predstavi što je moguće jednostavnije ali sa dovoljnom tačnošću. Zanemarivanje efekata kao što su zasićenje i reakcija indukta odražava se, naravno, na tačnosti rezultata. Sa gledišta stabilnosti, odnosno odsustva oscilovanja, zanemarenje zasićenja je obično samo jedna sigurnija približnost, jer sistem onda ima veću osetljivost, a povećana osetljivost je često praćena povećanim oscilovanjem. Uopšte uzev, za red veličine greške koja nastaje usvojenim pretpostavkama i približnostima može se očekivati da iznosi oko 10 odsto, čak i

kad su konstante sistema pažljivo izmerene ili izračunate, što je samo po sebi težak zadatak. Konačno podešavanje radi preciznog postizanja postavljenih uslova mora se vršiti eksperimentalno, kad je sistem već sagraden.

Naravno neizbežno se javljaju i problemi u kojima se nelinearnosti ne mogu zanemariti. Rešavanje grafičkim integrisanjem predstavlja jedan od uobičajenih metoda nelinearne analize; druga mogućnost je upotreba računskih mašina. Ove analize su očigledno veoma komplikovane, izuzev za proste sisteme, ali mnogi problemi su u ekonomskom i tehničkom pogledu toliko važni da se ove komplikovanosti moraju podneti i problemi podrobno proučavati. Elektromehaničke oscilacije do kojih može doći u elektro-energetskim sistemima pružaju nam jedan primer za to.

Uprkos činjenici da je ovde, zahvaljujući usvojenim pretpostavkama i približnostima, u većini analiza primenjena samo relativno prosta teorija mašina, sa poverenjem i autoritativno ne može se produžiti rad bez podrobnijeg teorijskog poznavanja stečenog opširnim proučavanjem rada mašina. Podrobnije znanje i iskustvo omogućavaju nam da odmerimo i procenimo rezultate, kako bismo bili sigurni da nismo učinili nikakav veći propust i da ocenimo granice u kojima rezultati imaju smisla. Sem toga, potpune teorijske pojedinosti važne su za optimalno projektovanje mašine sa dinamičkog gledišta. S obzirom da mašina često predstavlja u dinamičkom smislu najslabiju tačku sistema, potreba za usavršavanjem pojedinosti dvostruko je važna.

Postojanje električnih kola ekvivalentnih elektromehaničkim elementima sistema koji su opisani linearnim diferencijalnim jednačinama sa konstantnim koeficijentima ističe široku primenljivost postupaka analize električnih kola. Naše proučavanje električnih mašina, započeto razmatranjem pojava zajedničkih svim napravama za elektromehaničko pretvaranje energije, završava se u skladu s tim naglašavanjem iste opšte široke sličnosti.

ZADACI

13-1. U ovom zadatku se radi o puštanju u rad motora za jednosmernu struju sa otočnom pobudom, što je proučavano u primeru 13-1.

a) Na red sa induktom treba vezati spolja otpor za puštanje u rad i isključivati ga deo po deo postupno sve dok motor ne dostigne radnu brzinu. Proučiti šta sve utiče (1) na energiju rasturenu u kolu indukta za vreme puštanja u rad i (2) na vreme potrebno da se praktički dostigne konačna brzina.

b) Proučiti uticaj uključenja aditivnog rednog pobudnog namotaja (1) na energiju rasturenu u kolu indukta za vreme puštanja u rad i (2) na vreme potrebno da se praktički dostigne konačna brzina.

13-2. Indukti motora i generatora jednosmerne struje vezani su električki neposredno u cilju dobijanja Vard-Leonardovog sistema. Generator se pokreće pogonskim motorom konstantne brzine a pobuda elektromotora se održava konstantnom. Ovaj motor je opterećen čisto inercijalnim opterećenjem. Treba primeniti linearizovanu analizu na rad motora i generatora.

Nominalna snaga motora je 3 KS a ostale njegove karakteristike su sledeće:

Otpor indukta 0,75 Ω
Gk^2 (zajedno sa opterećenjem) 40 funti-stopa^2 (tj. 1,68 kp m^2)
Obrtni momenat po jedinici struje 1,25 Nm/A
Induktivnost indukta je zanemarljiva.

Veličina generatora je takva da je pogodan za napajanje motora od 3 KS, a karakteristike su mu sledeće:

Otpor indukta 0,25 Ω
Otpor pobudnog namotaja 200 Ω
Induktivnost pobudnog namotaja 10 H
Napon indukovan u induktu po jedinici pobudne struje 1500 V/A
Induktivnost indukta je zanemarljiva.

Reakciju indukta i sve gubitke usled obrtanja treba zanemariti.

U trenutku kad je generator nepobuđen a indukt motora nepokretan, na pobudni namotaj generatora priključen je naglo konstantan napon od 36,6 V.

a) Napisati brojnu jednačinu za brzinu obrtanja motora u funkciji vremena.

b) Nacrtati krivu brzine u funkciji vremena.

c) Odrediti vreme potrebno da brzina dostigne vrednost 98 odsto od njene konačne vrednosti.

13-3. Valjaonički motor za jednosmernu struju koji se upotrebljava za pogon pomoćnih uređaja u valjaonicama čelika ima karakteristike u ustaljenom stanju date u tablici 13-1. Kriva brzine nacrtana je za napon na krajevima od 230 V. Ukupni otpor indukta, namotaja redne pobude i namotaja pomoćnih polova u zagrejanom stanju iznosi 0,033 Ω. Pretpostaviti da je pad napona na dirkama 1 V po dirki pri svim opterećenjima. Za indukt motora je $Gk^2 = 335$ funti-stopa² (tj. 14,1 kp m²), a za magnetnu kočnicu koja se s motorom upotrebljava je $Gk^2 = 106$ funti-stopa² (tj. 4,46 kp m²).

TABLICA 13-1

Struja indukta A	Brzina ob/min	Obrtni momenat	
		funta-stopa	Nm
100	640	300	407
200	560	600	814
300	480	900	1220
400	460	1300	1760
500	430	1700	2310
600	410	2100	2850
700	390	2500	3390

Ovaj motor sa kočnicom treba upotrebiti za pogon jedne zupčaste poluge. Da bi se sprečilo abanje zupčanika kad zupčasta poluga dođe u krajnji položaj motor radi sa otporom vezanim stalno na red sa induktom, koji ograničava struju pri nepomičnom induktu na dvostruku vrednost nominalne struje. Kontaktori za puštanje u rad ne upotrebljavaju se. Obrtni momenat usled trenja zupčaste poluge i zupčanika iznosi 250 funti-stopa (tj. 340 Nm) kod motora. Za ovaj se momenat može smatrati da je konstantan pri svim brzinama. Ekvivalentno Gk^2 poluge i zupčanika svedeno na vratilo motora iznosi 200 funti-stopa² (tj. 8,42 kp m²).

a) Nacrtati brzinu motora u funkciji i struje indukta počev od stanja mirovanja pa do brzine određene opterećenjem od trenja.

b) Nacrtati brzinu motora u funkciji vremena za motor koji polazi iz stanja mirovanja i ubrzava se do brzine određene opterećenjem od trenja.

c) Nacrtati put zupčaste poluge u funkciji vremena počev od stanja mirovanja do brzine odredene opterećenjem od trenja, uzimajući da se poluga pokreće za 6 in (tj. 15,24 cm) kad se motor obrne za pun obrt.

13-4. Na sl. 13-34 prikazani su generator i motor za jednosmernu struju, gde se pobuda generatora napaja iz pojačavača u dvotaktnoj sprezi klase A. On sačinjava deo šeme upotrebljene za automatsko regulisanje brzine motora. Motor radi sa čisto inercijalnim opterećenjem. Treba upotrebiti linearizovanu analizu rada motora i generatora. Reakciju indukta i sve gubitke usled obrtanja treba zanemariti.

Nominalna snaga motora je 3 KS, a ostale karakteristike su mu:

Otpor indukta	0,75 Ω
Gk^2 (zajedno sa opterećenjem)	40 funti-stopa² (tj. 1,68 kp m²)
Obrtni momenat po jedinici struje indukta	1,25 Nm/A

Induktivnost indukta je zanemarljiva.

Veličina generatora je takva da je pogodan za napajanje ovog motora od 3 KS, a karakteristike su mu sledeće:

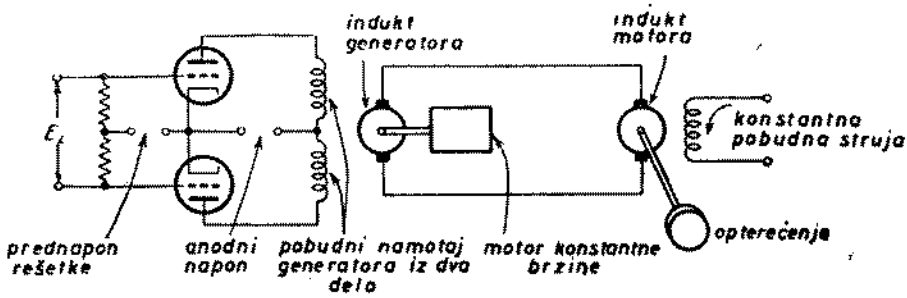
Otpor indukta	0,25 Ω
Otpor pobudnog namotaja	200 (po jednom delu)
Induktivnost pobudnog namotaja	10 H (po jednom delu)
Koeficijent sprege između delova pobudnog namotaja	1,0
Indukovani napon po jedinici razlike struja dva dela pobudnog namotaja	1500 V/A

Induktivnost indukta je zanemarljiva.

Obe cevi su istovetne a sačinilac pojačanja im je $\mu = 10$, i anodni otpor $r_p = 800$ Ω.

U trenutku kad je rezultantna pobuda generatora jednaka nuli a motor nepomičan, na ulaz pojačavača priključi se konstantan napon $E_i = 15{,}3$ V.

a) Napisati brojnu jednačinu za brzinu obrtanja motora u funkciji vremena.
b) Nacrtati krivu brzine u funkciji vremena.
c) Odrediti vreme potrebno da brzina dostigne 98 odsto od njene konačne vrednosti.



Sl. 13-34. Vard-Leonardova grupa u kojoj se pobuda generatora napaja iz pojačavača sa elektronskim cevima, zad. 13-4

13-5. Motor za jednosmernu struju pokreće čisto inercijalno opterećenje. Indukt i pobuda mu se napajaju iz izvora konstantnog jednosmernog napona. U početku motor radi u uslovima ustaljenog stanja. Sve gubitke usled obrtanja, kao i reakciju indukta treba zanemariti. Pretpostaviti da je fluks direktno srazmeran pobudnoj struji, kao i da je induktivnost indukta zanemarljiva.

Pobudni otpornik naglo biva kratko spojen. Izvesti diferencijalnu jednačinu za brzinu motora posle ovog poremećaja, upotrebljavajući uobičajene oznake za razne veličine. Ispisati sve početne uslove. Ne traži se da se ova jednačina reši.

13-6. U modernim kontinualnim valjaonicama valjci između kojih prolazi poluga tokom procesa valjanja raspoređeni su jedan za drugim, pri čemu se većina valjaka pokreće posebnim motorima. Obično se upotrebljavaju motori za jednosmernu struju napajani iz jednog ili više generatora. Prelazne promene brzine motora posle naglog opterećivanja kad poluga naiđe iz jednih na druge valjke može ozbiljno da ugrozi kvalitet proizvoda. Posebno je od najvećeg značaja trenutni pad brzine koji nastaje pri maksimumu prelazne oscilacije.

Posmatrajmo samo jedan motor M napajan iz generatora G; oba imaju nezavisnu i konstantnu pobudu. Unutrašnji napon E generatora može se smatrati konstantnim, a reakcija indukta obe mašine zanemarljivo malom. Kad se motor obrće bez spoljnjeg opterećenja, a sistem je u ustaljenom stanju, među valjke ulazi poluga u trenutku $t = 0$, usled čega obrtni momenat opterećenja naglo poraste od nula do vrednosti M. Date su sledeće brojne vrednosti:

Unutrašnji napon generatora G	E	= 387 V
Ukupna induktivnost indukta motora i generatora	L	= 0,00768 H
Ukupni otpor indukta motora i generatora	R	= 0,0353 Ω
Momenat inercije indukta motora i priključenih valjaka svedenih na brzinu motora	J	= 42,2 kg m²
Elektromehanička konstanta motora	k	= 4,23 Nm/A
Struja indukta u praznom hodu	i_0	= 35 A
Naglo priključeni obrtni momenat	M	= 2040 Nm

Odrediti sledeće veličine:
a) Neprigušenu kružnu učestanost prelaznih oscilacija brzine.
b) Odnos prigušenja sistema
c) Vremensku konstantu sistema (u s)
d) Početnu brzinu (u ob/min)
e) Početno ubrzanje (u ob/min po s)
f) Konačno smanjenje brzine (u ob/min)
g) Trenutni pad brzine (u ob/min)

13-7. Višefazni asinhroni motor ima zanemarljive gubitke usled obrtanja, a opterećenje mu je čisto inercijalno. Ukupni momenat inercije rotora i opterećenja je J.

a). Naći izraz za gubitak energije u rotoru tokom puštanja u rad. Rezultat izraziti u funkciji od J i sinhrone ugaone brzine ω_s.

b) Naći izraz za gubitak energije u rotoru kad mu se promeni smer menjanjem redosleda faza napona (postupkom ukrštanja faza). Rezultat izraziti u funkciji od J i od ω_s.

c) Ustanoviti i proučiti stepen zavisnosti rezultata pod *a* i pod *b* od šeme za ograničenje struje koja se može primeniti za vreme puštanja u rad i promene smera.

d) Četvoropolni trofazni asinhroni motor, 5 KS, 60 Hz sa kaveznim rotorom, ima pri punom opterećenju stepen korisnosti od 85,0 odsto. Ukupno Gk^2 rotora i opterećenja je 1,5 funti-stopa² (tj. 0,063 kp m²). Za ukupne gubitke motora pri promeni smera obrtanja može se uzeti da su 2,25 puta veći od gubitaka u rotoru. Pogoršanje ventilacije usled manje prosečne brzine za vreme menjanja smera treba zanemariti.

Upotrebljavajući rezultat iz tač. *b* izračunati koliko se puta u minutu može motoru promeniti smer obrtanja a da se ne pređe njegov dozvoljeni porast temperature.

e) Diskutovati o dobrim i rđavim stranama rezultata pod *d*.

13-8. U sledećoj tablici date su tačke na krivoj obrtni momenat—brzina trofaznog asinhronog motora sa kaveznim rotorom kad su mu priključeni uravnoteženi nominalni naponi:

Obrtni momenat, relativna vrednost	0	1,00	2,00	3,00	3,50	3,25	3,00
Brzina, relativna vrednost	1,00	0,97	0,93	0,80	0,47	0,20	0

Bazna brzina je sinhrona brzina, a bazni obrtni momenat je nominalni obrtni momenat. Motor je spregnut sa mašinom alatkom koja zahteva nominalni momenat bez obzira na brzinu. Momenat inercije motora i opterećenja zajedno je toliki da je potrebno vreme od 1,2 s da oni postignu nominalnu brzinu kad je obrtni momenat ubrzanja jednak nominalnom.

Pretpostavimo da motor radi na svom opterećenju pod normalnim ustaljenim uslovima. Usled kratkog spoja u susedstvu, napon na krajevima motora naglo spadne na 50 odsto od nominalne vrednosti. Na toj sniženoj vrednosti on ostaje 0,6 s, a potom se vraća na normalnu vrednost kad kratki spoj bude otklonjen. Zaštita motora od podnapona ne stupa u dejstvo. Hoće li se motor zaustaviti? Ako neće, koja mu je najmanja brzina? Zanemariti sva dejstva sporednog značaja.

13-9. Šestopolni trofazni asinhroni motor sa prstenovima, 230 V, 60 Hz, ima rasipnu reaktansu statora i rotora zajedno od 0,50 Ω po fazi, svedeno na stator, momenat inercije rotora i opterećenja zajedno od 1,0 kg m², zanemarljive gubitke (izuzev gubitke u bakru rotora) i zanemarljivu struju magnećenja. Vezan je za uravnoteženi trofazni izvor od 230 V, a radi na čisto inercijalnom opterećenju. Puštanje u rad vrši se direktnim uključenjem napona mreže, a otpor u kolu rotora treba podešavati tako da motor i njegovo opterećenje dostignu, počev od stanja mirovanja, polovinu sinhrone brzine za najkraće moguće vreme.

Odrediti vrednost rotorskog otpora svedenog na stator i minimalno vreme potrebno da se postigne polovina sinhrone brzine.

13-10. Donji citat uzet je iz američkih standarda za obrtne električne mašine „ASA Standards C50 — 1943, Rotating Electrical Machinery", izdatih od strane društva „American Standard Association" 1943. godine u Njujorku. U njemu se daje izraz za prirodnu učestanost sinhronog motora vezanog direktno na krutu mrežu.

Dokazati da je ovaj izraz ispravan.

„Izraz za neprigušenu prirodnu učestanost oscilacija nekog sistema beskonačne snage (tj. krute mreže) glasi:

$$f_n = \frac{35200}{n}\sqrt{\frac{p_r \times f}{Gk^2}}$$

gde su: f_n = prirodna učestanost ciklusa u minutu
n = brzina obrtanja u ob/min
p_r = sinhronizaciona snaga, definisana pod (*d*)
f = učestanost kola u Hz
G = težina svih obrtnih delova u funtama
k = poluprečnik inercije."

„(*d*) Sinhronizacioni koeficijent p_r određen je količnikom snage na vratilu i odgovarajućeg ugaonog pomeraja rotora u električnim radijanima. On se izražava u kW/rad. Kad nije drukčije naznačeno, sve date vrednosti važe za nominalne vrednosti napona, snage, sačinioca snage i učestanosti."

13-11. Za sinhronizaciju alternatora sa elektroenergetskim sistemom idealni uslovi su kad je napon alternatora jednak naponu na sabirnicama sistema po veličini, po učestanosti i po fazi. Kad se uslovi razlikuju od ovih, dolazi do elektromehaničkih oscilacija rotora praćenih nepoželjno velikim udarima struje i snage. Sve dok oscilacije nisu suviše velike, mogu se ispitati pomoću linearizovane analize.

Uzeti da 26-polni alternator, od 2500 kW, cos φ = 0,80, 25 Hz, pokretan motorom sa tečnim gorivom, treba sinhronizovati sa sistemom učestanosti 25 Hz dovoljno velikim da se može smatrati kao kruta mreža. Za alternator, pogonski motor i zamajac zajedno je Gk^2 = 750 000 funti-stopa² (tj. 31600 kp m²). Koeficijent prigušne snage p_d iznosi 3600 vata po električnom stepenu i sekundi, a koeficijent sinhronizacione snage p_s iznosi $1{,}21 \times 10^5$ vata po električnom stepenu. Kako za p_d tako za p_s može se uzeti da ostaju konstantni. U svim slučajevima koji se niže izlažu, napon na

krajevima podešava se na ispravnu veličinu. Regulator brzine pogonskog motora dovoljno je neosetljiv tako da ne stupa u dejstvo za vreme sinhronisanja.

a) Uzeti da je brzina alternatora u početku podešena na ispravnu vrednost, ali da se sinhronizovanje vrši u trenutku kad napon alternatora prednjači za 20 električnih stepeni ispred napona mreže. Naći izraz za elektromehaničke oscilacije koje tada nastaju. Takođe naći najveću vrednost momenta koji deluje na rotor za vreme sinhronisanja. Gubitke zanemariti, a ovaj momenat izraziti u procentima od momenta koji odgovara nominalnim vrednostima zabeleženim na tablici motora.

b) Ponoviti račun pod *a)* ali kad se alternator sinhronizuje u trenutku kad mu je ugao ispravan ali mu je brzina u početku veća nego što treba za vrednost koja odgovara učestanosti od 1,0 Hz.

c) Ponoviti račun pod *a)* ali kad je u trenutku sinhronizacije stanje takvo da napon alternatora prednjači za 20 električnih stepeni ispred napona mreže i da je brzina veća nego što treba za vrednost koja odgovara učestanosti od 1,0 Hz.

13-12. *a).* Višefazni sinhroni motor radi spočetka neopterećen, pa mu se vratilo naglo mehanički opereti nominalnim momentom. Nacrtati krivu trenutnih vrednosti brzine u funkciji vremena neposredno posle ovoga.

b) Ponoviti tač. *a* kad se sinhroni motor zameni višefaznim asinhronim motorom.

c) Ako se dve dobivene krive za *a* i *b* razlikuju ma u kom pogledu, dati glavne razloge za te razlike.

13-13. Sinhroni motor koji pod nominalnim uslovima rada uzima iz mreže prividnu snagu od 10000 kVA povezan je sa krutom mrežom pomoću kratkog voda čija je impedansa čisto reaktivna. Nominalne veličine motora su: 60 Hz, 600 ob/min, a zajedno sa opterećenjem ima $Gk^2 = 500\,000$ funti-stopa^2 (tj. 21 000 kp m^2). Kriva snaga—ugao pod uslovima prelaznog stanja data mu je izrazom 2,00 sin δ, gde je amplituda data kao relativna vrednost sa bazom 10 000 kVA.

a) Kad se motor u početku obrće neopterećen, pa mu se vratilo naglo opereti sa 10 000 kW, pita se da li će on ostati u sinhronizmu.

b) Kolikim opterećenjem sme motor da se opereti naglo a da ne ispadne iz sinhronizma?

c) Uzeti da ovakvo naglo opterećenje traje svega 0,2 s, a da posle toga prođe relativno dugo vremena pre nego što se motor ponovo opereti. Odrediti maksimalnu vrednost takvog opterećenja koje ne dovodi do ispadanja iz sinhronizma. U ovom postupku primeniti kao pomoćno sredstvo kriterijum jednakih površina. Za svrhe izračunavanja ugla δ za 0,2 s zanemariti prigušenje i upotrebiti linearizovanu analizu u kojoj se kriva snaga—ugao aproksimira pravom linijom kroz koordinatni početak i tačku za 60°.

d) Radi upoređenja sa ovom približnom, linearizovanom analizom za odredivanje ugla δ za 0,2 s iz tač. *c*, proučiti članak I. H. Summers i J. B. Mc Clure, Progress in the Study of System Stability, *Trans. AIEE*, vol. 49 str. 132, 1930 god. Upotrebiti proračunate krive njihanja date u tom članku. Dobijene rezultate uporediti sa rezultatima iz tač. *c*.

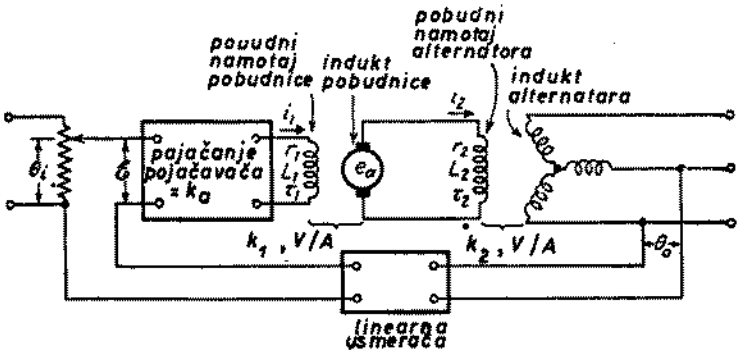
13-14. Ovaj problem se odnosi na uprošćeni regulacioni sistem sa zatvorenim kolom koji je predstavljen na sl. 13-27 a opisan u od. 13-7.

a) Poznato je da je odziv u prelaznom stanju sistema za nagli ulazni ugaoni pomeraj θ_i dat izrazom oblika

$$\theta_o = \theta_i(1 + A\varepsilon^{-60t} - B\varepsilon^{-10t})$$

gde su A i B brojne konstante.

Naći odnos prigušenja ζ, neprigušenu prirodnu kružnu učestanost ω_n, neprigušenu prirodnu učestanost f_n i vremensku konstantu τ motora i njegovog inercijalnog opterećenja.



Sl. 13-35. Kolo regulisanja napona alternatora, zad. 13-15 i 13-25

b) Uzeti da je odnos prigušenja sistema smanjen na vrednost $\zeta = 0{,}5$ menjajući samo pojačanje k_a pojačavača. Napisati brojnu jednačinu koja opisuje odziv u prelaznom stanju ovako preinačenog sistema za nagli ulazni ugaoni pomeraj θ_i.

c) Upotrebljavajući krive sa sl. 13-8, naći vreme t (u s) potrebno da sistemi pod *a* i pod *b* dostignu 95 odsto od njihovog novog ugaonog položaja posle naglog ugaonog pomeraja na njihovim ulazima.

d) Uzeti da sistem mora još istovremeno da prati konstantnu brzinu $\omega_i = 20^0/\text{s}$ na ulazu. Odrediti odgovarajuću grešku u uglu za ustaljeno stanje pod uslovima *a* i *b*.

13-15. Predložena šema za regulisanje napona alternatora od 500 kVA prikazana je uprošćeno na sl. 13-35. Pored alternatora u sistemu se nalazi pobudnica čiji se pobudni namotaj napaja iz pojačavača sa elektronskim cevima. Ulazna veličina pojačavača je razlika između podešene vrednosti napona θ_i i stvarne vrednosti napona alternatora θ_o. Otpor i induktivnost pobudnog kola pobudnice (uključujući izlaznu impedansu pojačavača) jeste r_1, odnosno L_1. Indukovani napon pobudnice po jedinici njene pobudne struje je k_1 (V/A). Otpor i induktivnost pobudnog kola alternatora (uključujući indukt pobudnice) jeste r_2, odnosno L_2. Indukovani napon alternatora po jedinici njegove pobudne struje je k_2 (V/A). Radi uprošćenja može se usvojiti da linearna usmerača, koja treba naizmenični napon θ_o da pretvori u jednosmerni radi upoređenja sa θ_i, daje na svom izlazu 1,0 V kad joj je ulazni napon isto tako 1,0 V. (Još se može drukčije smatrati da je θ_0 izlazni napon usmerače, a za svaku prenosnu konstantu usmerače može se uzeti da sačinjava deo konstante k_2).

Da bismo ispitali stabilnost ovog sistema, uzećemo da se alternator i pobudnica obrću nominalnom brzinom, ali da spočetka nisu pobuđeni i da je $\theta_i = 0$.

a) Pokazati da je odziv sistema na naglo priključenu vrednost θ_i izražen diferencijalnom jednačinom

$$\tau_1\tau_2\frac{d^2\theta_o}{dt^2}+(\tau_1+\tau_2)\frac{d\theta_o}{dt}+(1+K)\theta_o = K\theta_i$$

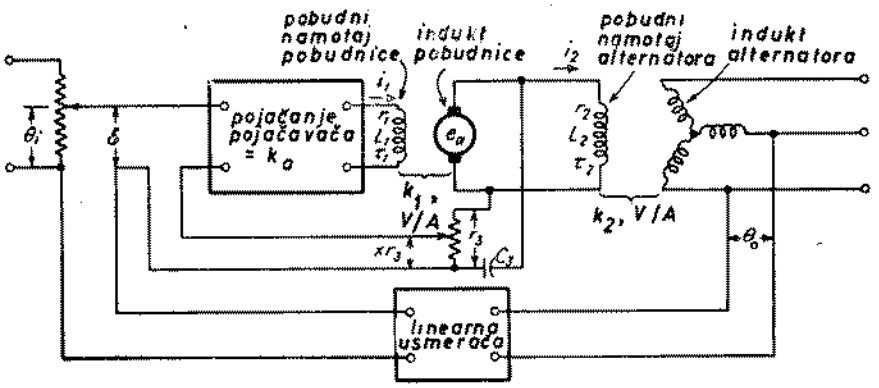
Izraziti vremenske konstante τ_1 i τ_2 i statičku osetljivost u funkciji konstanti sistema.

b) Za izvestan posebni alternator i njegov pobudni sistem je $\tau_1 = 0{,}4$ s i $\tau_2 = 1{,}0$ s. Sistem treba da vrši održavanje napona u granicama $\pm$ 0,5 odsto; tj. greška za θ_o ne treba da pređe 0,5 odsto od podešene vrednosti θ_i. Odrediti konstantu prigušenja ζ, neprigušenu prirodnu kružnu učestanost ω_n i nacrtati krivu odziva θ_o/θ_i u funkciji vremena.

c) Pokazati da li rad sistema zadovoljava ili ne.

Isti ovaj problem obrađuje se metodom frekventne karakteristike u zad. 13-25; poboljšanje stabilnosti ovoga sistema predmet je zadataka 13-16 i 13-26.

13-16. Pošto je ustanovljeno da je u sistemu za regulisanje napona sa sl. 13-35, zad. 13-15, prigušenje nedovoljno, treba ubaciti povratnu vezu da bi se rad sistema poboljšao. Kao što se vidi na sl. 13-36, na krajeve pobudnice vezano je kolo sa otporom r_3 i kondenzatorom C_3, a deo x na-



Sl. 13-36. Kolo regulisanja napona alternatora sa dodatom stabilizacionom spregom, zadaci 13-16 i 13-26

pona na krajevima otpora r_3 vraća se na ulaz pojačavača, sabirajući se sa greškom δ. Za svrhe analize sme se uzeti da napon kola sa r_3 i C_3 iznosi e_a, tj. u ovom pogledu otpor i induktivnost indukta pobudnice smeju se zanemariti. Inače je sistem isti kao u zadatku 13-15.

a) Objasniti fizički zašto se od ovog dodatog kola može očekivati da poboljša dinamične karakteristike sistema. Da li ono ima uticaja na karakteristike ustaljenog stanja?

b) U svrhu analizovanja dinamičkog odziva sistema na naglo priključenu vrednost θ_i kad su početni uslovi određeni stanjem mirovanja (generator i pobudnica se, naravno, obrću nominalnom brzinom), napisati diferencijalne jednačine sistema u operatorskom obliku — zamenjujući simbol d/dt sa p, a simbol $\int dt$ sa $1/p$. Potom postupajući sa dobivenim jednačinama kao da su algebarske, pokazati da je odziv na naglo priključenu vrednost θ_i izražen jednačinom

$$\theta_o = \frac{K\theta_i}{(1+\tau_1 p)(1+\tau_2 p) + \dfrac{(1+\tau_2 p)\,p}{1+\tau_3 p} K \dfrac{r_2}{k_2} x \tau_3 + K}$$

Izraziti vremenske konstante τ_1, τ_2 i τ_3 i statičku osetljivost K u funkciji konstanti sistema.

c) Za specijalan slučaj $\tau_3 = \tau_2$ i kad su početni uslovi dati stanjem mirovanja, dozvoljeno je da se izostave članovi $(1 + \tau_2 p)$ i $(1 + \tau_3 p)$ u srednjem članu imenioca jednačine date u tač. *b*. Jednakost konstanti τ_3 i τ_2 ne znači da je to uslov optimalnog rada; ona nam samo dopušta da ocenimo uticaj dodate veze a da ne analizujemo ništa više od jedne jednačine drugog reda. Pokazati da ta jednačina postaje

$$\tau_1 \tau_2 \frac{d^2\theta_o}{dt^2} + \left(\tau_1 + \tau_2 + K\frac{r_2}{k_2}\tau_2 x\right)\frac{d\theta_o}{dt} + (1+K)\theta_o = K\theta_i$$

Uporediti ovu jednačinu sa jednačinom iz tač. a zad. 13-15.

d) Kao u zad. 13-15, uzeti $\tau_1 = 0{,}4$ s i $\tau_2 = \tau_3 = 1{,}0$ s i smatrati da se sistem treba da reguliše u granicama od $\pm$ 0,5 odsto. Pored toga, uzeti $k_2/r_2 = 20$ i $x = 0{,}75$. Odrediti konstantu prigušenja, neprigušenu prirodnu kružnu učestanost ω_n i nacrtati krivu odziva θ_o/θ_i u funkciji vremena. Uporediti ove rezultate sa onima iz tač. *b* zad. 13-15.

Isto ovo proučavanje ali pomoću frekventne karakteristike vrši se u zad. 13-26.

13-17. U sistemu generator—motor za jednosmernu struju, opisanom u zad. 13-2, pobudni namotaj generatora treba napajati sinusoidnim naponom čija je amplituda 75,0 V a učestanost 1,0 Hz. Izračunati maksimalnu vrednost sinusoidne brzine motora (u ob/min).

13-18. U sistemu sa sl. 13-14, zad. 13-4, treba na ulaz pojačavača priključiti sinusoidni napon amplitude 10 V i učestanosti 1,0 Hz. Izračunati maksimalnu vrednost sinusoidne brzine motora (u ob/min).

13-19. Motor za jednosmernu struju radi sa čisto inercijalnim opterećenjem; indukt mu se napaja iz izvora konstantnog jednosmernog napona. Gubitke usled obrtanja, reakciju indukta i induktivnost indukta treba zanemariti. Fluks u vazdušnom procepu direktno je srazmeran pobudnoj struji.

Izvesti izraz za amplitudu vektora brzine koja se menja po sinusnom zakonu kad se pobudni napon menja sinusoidno. Za sve veličine koje ulaze u ovaj izraz upotrebiti uobičajene oznake.

13-20. Uzeti da prenosna funkcija servomehanizma prikazanog blok-šemom na sl. 13-30 ima ovaj prost oblik:

$$KG(j\omega) = \frac{K}{j\omega(1 + j\omega\tau)}$$

Neprigušena prirodna učestanost je 10 Hz, a odnos prigušenja je 0,70.

a) Napisati prenosnu funkciju u brojnom obliku a da se jedino ω pojavi kao opšta oznaka.

b) Odrediti grešku u uglu u ustaljenom stanju koja se javlja kad je ulazna veličina konstantna brzina od 20 °/s.

13-21. U uprošćenom sistemu sa zatvorenim kolom na sl. 13-27 treba upotrebiti motor za jednosmernu struju od 3 KS, koji ima sledeće karakteristike

Gk^2 (zajedno sa opterećenjem) = 40 funti-stopa² (tj. 1,68 kp m²)

$$r_a = 0{,}75\ \Omega$$

$$k_a = 1{,}25\ \text{Nm/A}$$

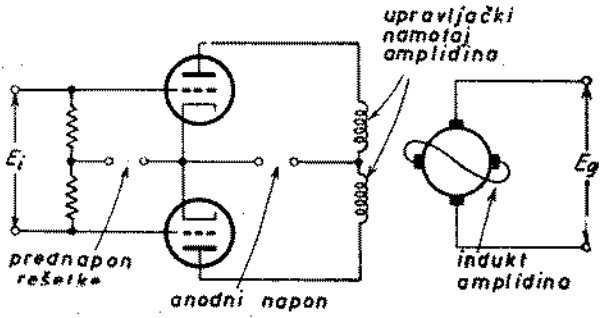
Traži se da sistem prati konstantnu ugaonu brzinu ω_i na ulazu od 120 ob/min sa greškom u ustaljenom stanju manjom od četvrt obrta.

a) Naći faktor prigušenja ζ i neprigušenu ugaonu učestanost ω_n koji odgovaraju ovim uslovima. Oslanjajući se na krive sa sl. 13-8, pokažite da li mislite da će odziv ovog sistema u prelaznom stanju biti zadovoljavajući bez dodavanja ikakvog stabilizacionog kola.

b) Sad treba posmatrati odziv sistema na sinusne promene ulazne veličine θ_i. Posebno, odnos amplituda Θ_o/Θ_i u ustaljenom stanju ne treba da ima maksimalnu vrednost veću od $1\,^1/_3$.

Vrednosti za r_a, k i dozvoljenu grešku u uglu u ustaljenom stanju kad je ulazna ugaona brzina konstantna ostaju kao pod *a*. Naći najveću dozvoljenu vrednost za Gk^2 motora i opterećenja zajedno.

c) Upotrebljavajući krive sa sl. 13-8, proceniti koje je vreme potrebno da sistem iz tač. *b* dođe u oblast od $\pm$ 5 odsto od krajnje vrednosti ugla posle naglog ugaonog pomeraja na ulazu.



Sl. 13-37. Amplidin generator sa pobudom napajanom iz pojačavača sa elektronskim cevima

13-22. Sl. 13-37 prikazuje deo sistema za automatsko regulisanje koje se sastoji od pojačavača u dvotaktnoj sprezi klase A kojim se napaja upravljački namotaj amplidina. Cevi su istovetne, a faktor pojačanja im je μ, dok anodni otpor iznosi r_p. Svaki deo podeljenog upravljačkog namotaja ima otpor r_f i samoinduktivnost L_f. Koeficijent sprege između ova dva dela može se smatrati jednakim jedinici.

Radi jednostavnosti sa amplidinom treba postupiti na sledećoj osnovi: unutrašnji indukovani napon poprečne ose indukta tj. ose kratkospojenih dirki, po jedinici razlike struja dva dela upravljačkog namotaja, iznosi k_f (V/A). Otpor i induktivnost indukta poprečne ose iznose r_q odnosno L_q. Indukovani napon E_g u namotaju uzdužne ose indukta po jedinici struje kratko spojenih dirki iznosi k_q (V/A). Otpor i induktivnost u uzdužnoj osi ne treba ovde da budu obuhvaćeni pošto se oni mogu logično obuhvatiti ostalim konstantama u spoljnjem kolu amplidina. Kompenzacioni namotaj amplidina (koji nije prikazan) čini da međusobni uticaj kola indukta uzdužne ose i upravljačkog namotaja bude zanemarljiv. Za naše sadašnje svrhe uticaj ostale pomoćne opreme amplidina ne treba uzeti u obzir.

Pokazati da se prenosna funkcija $KG\,(j\omega) = E_g/E_i$ može izraziti u obliku

$$\frac{K}{(1 + j\omega\tau_f)(1 + j\omega\tau_q)}$$

gde je K statička osetljivost, τ_f vremenska konstanta pojačavača i upravljačkog namotaja zajedno i τ_q vremenska konstanta kola poprečne ose indukta. Izraziti K, τ_f i τ_q u funkciji konstanti pojačavača i amplidina.

13-23. Sistem sa zatvorenim kolom istog opšteg oblika kao onaj na sl. 13-23, ali bez kompenzacione sprege, sastoji se od motora i generatora jednosmerne struje u Vard-Leonardovoj vezi, pri čemu je ugaoni položaj vratila motora vraćen na ulaz putem selsinskog sistema za prenošenje podataka. Rezultantni napon greške dovodi se u fazno osetljivi demodulator i dalje u pojačavač snage radi pobuđivanja generatora.

Motor i opterećenje isti su kao u primeru 13-1 ($J = 5{,}85 \times 10^{-5}$ jedinica MKS, $k = 0{,}328$, otpor indukta 34 Ω). Generatoru je otpor indukta 26 Ω, otpor pobude 1 150 Ω, induktivnost pobude 16 H, a indukovana e. m. s. po jedinici pobudne struje 1,5 V/mA. Izlazni napon pojačavača snage može se predstaviti unutrašnjim naponom E sa kojim je na red vezan čist otpor od 1700 Ω. Konstante detektora greške, demodulatora i pojačavača takve su da ovaj unutrašnji napon po jedinici greške u uglu iznosi k_1 (V/rad) bez faznog pomeraja. Gubitke usled obrtanja, reakciju indukta i induktivnost indukta kako motora tako i generatora ne treba uzimati u obzir.

a) Odrediti prenosnu funkciju $KG(j\omega)$.

b) Odrediti vektorski odnos Θ_o/Θ_i izlazne i ulazne veličine.

c) Za $k_1 = 20$ nacrtati odnos amplituda Θ_o/Θ_i u funkciji učestanosti.

13-24. Uzeti da je u sistemu iz zad. 13-23 povećana konstanta k_1 time što je napred okrenuto dugme za podešavanje pojačanja. Za koje vrednosti k_1 sistem osciluje? Kolika je odgovara juća učestanost?

13-25. Šemu prikazanu na sl. 13-35 i opisanu u zad. 13-15 za automatsko održavanje napona alternatora treba analizovati metodom frekventnih karakteristika.

a) Naći izraz u opštem obliku za prenosnu funkciju sistema $KG(j\omega)$ u funkciji konstanti sistema definisanih u zad. 13-15.

b) Upotrebljavajući brojne vrednosti date u tač. b zad. 13-15, naći brojni izraz za vektorski odnos Θ_o/Θ_i izlazne i ulazne veličine u funkciji učestanosti. Nacrtati krivu amplitude ovog odnosa u funkciji učestanosti i izračunati maksimalnu amplitudu.

c) Uporediti zaključke ovog proučavanja sa zaključcima analize prelaznog stanja iz zad. 13-15.

Poboljšanje frekventne karakteristike ovog sistema je predmet zad. 13-26.

13-26. Pošto se smatra da frekventna karakteristika sistema za regulisanje napona iz zad. 13-26, sl. 13-35, ne zadovoljava, treba ubaciti povratnu spregu da bi se rad sistema poboljšao. Ovako izmenjeni sistem prikazan je na sl. 13-36, a opisan je u zad. 13-16.

a) Naći izraz u opštem obliku za prenosnu funkciju sistema $KG(j\omega)$ u funkciji konstanti sistema definisanih u zad. 13-15 i 13-16.

b) Izraz dobiven pod *a* svesti na pogodniji oblik za specijalan slučaj kad je $\tau_3 = \tau_2$.

c) Upotrebljavajući brojne vrednosti date u tač. *d* zad. 13-16, naći brojni izraz za vektorski odnos Θ_o/Θ_i izlazne i ulazne veličine u funkciji učestanosti. Nacrtati krivu amplitude ovog odnosa u funkciji učestanosti i izračunati maksimalnu amplitudu.

d) Uporediti zaključke ovog proučavanja sa zaključcima analize prelaznog režima iz zadatka 13-16.

DODATAK A

OSNOVNA TEORIJA TRANSFORMATORA

Transformator je jedan od glavnih razloga rasprostranjene primene energetskih sistema naizmenične struje, jer on omogućuje da se električna energija proizvede na naponu najekonomičnijem za generatore, da se energija prenese na naponu najekonomičnijem za tu svrhu i, najzad, da se ona koristi na naponu koji je najekonomičniji i najpodesniji za pojedinačne potrošače. Transformator se takođe mnogo upotrebljava za elektronska i regulaciona kola male snage i slabe struje, za izvršenje funkcija kao što je prilagođavanje impedansi opterećenja impedansi izvora u cilju maksimalnog prenosa snage, izolovanje jednog kola od drugog ili izdvajanje jednosmerne struje uz održavanje kontinuiteta naizmenične struje dva kola.

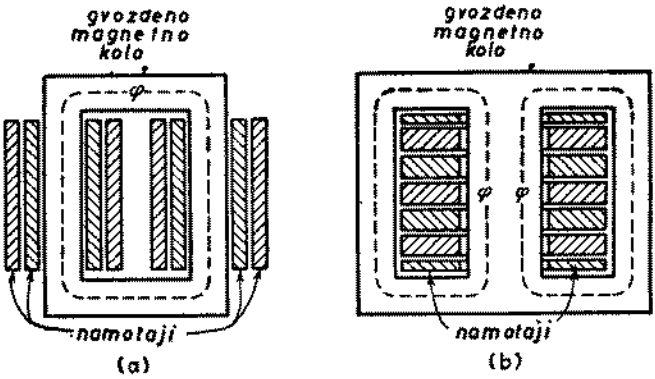
Osim toga, transformator je jedna od jednostavnijih naprava sa dva ili više električnih kola spregnutih zajedničkim magnetnim kolom, te se u njegovoj analizi koriste mnoga načela, metodi i postupci od bitne važnosti u proučavanju složenijih električnih mašina. Pojmovi o radu transformatora imaju, dakle, još i tu odliku da služe kao uvod u proučavanje rotacionih mašina za naizmeničnu struju. Cilj narednog izlaganja je da se prikaže osnovna teorija transformatora, uz naročito naglašavanje njenih sličnosti sa teorijom mašina za naizmeničnu struju.

A-1. Konstrukcija transformatora. Transformator se u suštini sastoji od dva ili više namotaja međusobno spregnutih zajedničkim magnetnim poljem. Kad se jedan od ovih namotaja, *primarni*, veže za izvor naizmeničnog napona, proizvodi se naizmenični fluks čija amplituda zavisi od primarnog napona i broja navojaka. Zajedničkim fluksom se obuhvata i drugi namotaj, *sekundarni*, u kome se indukuje napon čija veličina zavisi od broja sekundarnih navojaka. Pravilnim izborom brojeva navojaka primarnog i sekundarnog namotaja može se postići svaki željeni *prenosni odnos transformatora*.

Očigledno je da je za rad transformatora jedino potrebno da postoji zajednički naizmenični fluks koji obuhvata oba namotaja, što predstavlja jednostavnu primenu pojma uzajamnog indukovanja. Takvo dejstvo bi se moglo postići i primenom vazdušnog jezgra, ali je ono mnogo efikasnije sa jezgrom od gvožđa ili drugog feromagnetnog materijala, jer se onda najveći deo fluksa upućuje na određenu putanju koja obuhvata oba namotaja i čija magnetna propustljivost je mnogo veća od magnetne propustljivosti vazduha. Takav transformator se obično naziva *transformator s gvozdenim jezgrom*. Većina transformatora je ovog tipa, dok redak izuzetak predstavljaju transformatori s vazdušnim jezgrom, koji se upotrebljavaju za visoke učestanosti veće od zvučnih. Sledeće izlaganje se skoro potpuno odnosi na transformatore s gvozdenim jezgrom.

Da bi se smanjili gubici prouzrokovani vihornim strujama u magnetnom kolu, ono se obično gradi od tankih limova. Dva uobičajena konstruktivna tipa pri-

kazana su na sl. A-1. *Transformator sa jezgrom* ili *jezgrasti tip* (sl. A-1*a*) ima pravougaono magnetno kolo sa namotajima na oba jezgra, a *oklopljeni transformator* (sl. A-1*b*) ima namotaje samo na srednjem jezgru. Za transformatore koji rade sa učestanostima do nekoliko stotina Hz upotrebljava se obično lim debljine 0,014 in (tj. oko 0,35 mm) od silicijumnog čelika. Silicijumni čelik ima poželjne osobine:



Sl. A-1. (*a*) Transformator s jezgrom i (*b*) oklopljeni transformator

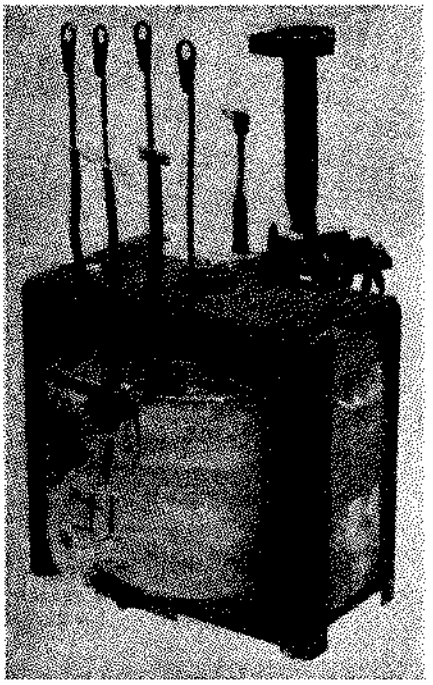
niske cene, mali su mu gubici u jezgru i velika mu je magnetna propustljivost pri velikoj indukciji (65 do 90 kilolinija/in^2, tj. 1,0 do 1,4 T). Jezgra malih transformatora koji služe za telekomunikaciona kola visoke učestanosti i male snage izrađuju se katkad od presovanih sprašenih feromagnetnih legura velike permeabilnosti i male histereze.

Najveći deo fluksa se zatvara kroz jezgro i obuhvata oba namotaja. Mada fluks rasipanja, koji obuhvata jedan namotaj ne obuhvatajući drugi, predstavlja mali deo ukupnog fluksa, on utiče znatno na ponašanje transformatora. Rasipanje se smanjuje kad se namotaji podele u sekcije složene što bliže jedna uz drugu. U transformatorima s jezgrom svaki namotaj se sastoji od po dve sekcije, po jedna na svakom jezgru, tako da su primarni i sekundarni namotaji koncentrični. U oklopljenim transformatorima namotaji se mogu rasporediti koncentrično na razne načine, ili se namotaji mogu sastojati od naizmenično složenih tankih kotura primarnog i sekundarnog namotaja.

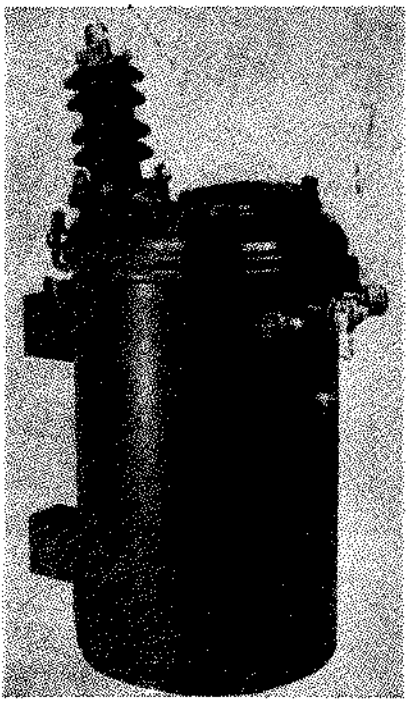
Slika A-2 pokazuje unutrašnju konstrukciju *razvodnog transformatora* koji se upotrebljava u razvodnim mrežama i daje pogodne napone na mestu potrošnje. Spoljni izgled ovog transformatora vidi se na sl. A-3. Transformator na sl. A-2 ima jezgro načinjeno od dve neprekidne trake hladno valjanog silicijumnog čelika, namotane oko gotovih namotaja duhovito smišljenim postupkom fabrikacije, pritegnute i tačkasto navarene. Ovim načinom izrade svode se na najmanju meru vazdušni procepi a bolje se iskorišćuju magnetne osobine hladno valjanog čelika kad je fluks u pravcu valjanja.

Slika A-4 pokazuje spoljni izgled *transformatora velike snage* koji se postavljaju na početku ili na kraju dalekovoda visokog napona.

Transformatori kao što su oni na sl. A-2 do A-4 imaju obično namotaje i jezgra *potopljene u ulje* radi hlađenja i izolacije. Hlađenje može biti *prirodno*, pomoću *vode* ili pomoću *vazdušne struje* već prema sredstvu koje se koristi za hla-



Sl. A-2. Sklop jezgra i namotaja razvodnog transformatora od 5 kVA primenjenog u seoskoj mreži napona 7200 V. Transformator ima dva sekundarna namotaja od po 120 V koji se mogu vezati paralelno ili redno (sa uzemljenim provodnikom vezanim za neutralnu tačku) i davati 120/240 V za domaćinstva i manje motore *(General Electric Company)*

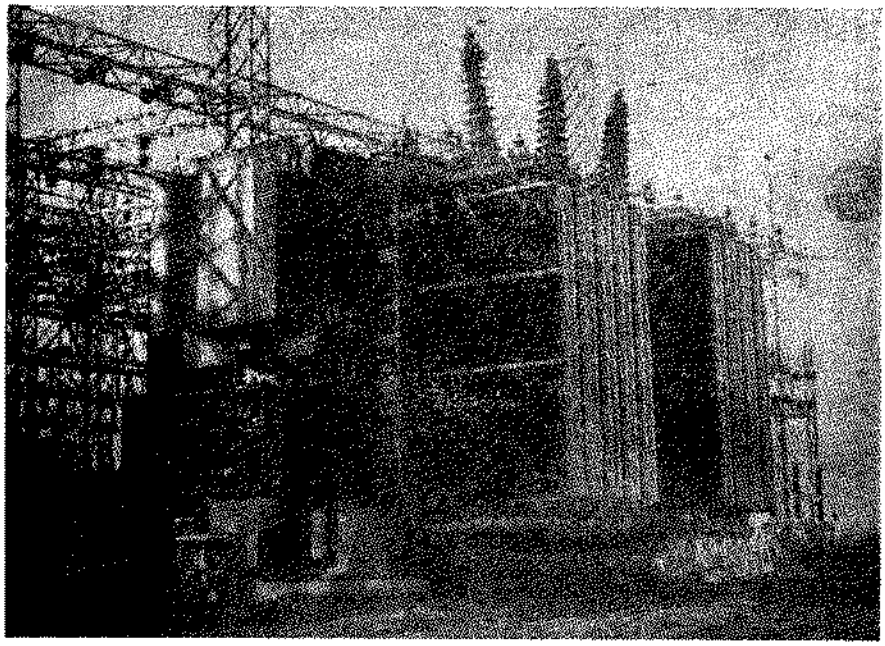


Sl. A-3. Spoljni izgled transformatora za seosku mrežu sa sl. A-2. Dovoljan je samo jedan izolator visokog napona jer su jedna strana primarnog voda od 7200 V i jedan kraj primarnog namotaja uzemljeni *(General Electric Company)*

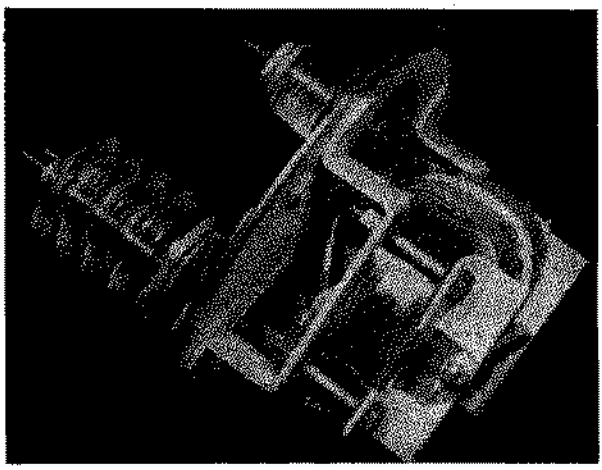
đenje ulja. Mali transformatori kao na sl. A-3, imaju sudove čija je površina dovoljna da se ulje hladi zračenjem i prirodnom konvekcijom. Teškoće oko hlađenja električnih aparata uopšte uzev, rastu sa njihovim dimenzijama, jer gubici rastu približno sa kubom dimenzija, dok površina raste samo s kvadratom dimenzija. Za hladenje velikih aparata moraju se stoga predviđeti naročita sredstva, kao što pokazuje sl. A-4. Kod transformatora smeštenih u zatvorenim prostorijama kad se opasnost od požara mora da svede na najmanju meru, ulje se može zameniti nezapaljivim tečnim izolatorima (poznatim pod raznim komercijalnim nazivima kao što je *piranol* ili *inertin*) ili je u sudu transformatora *vazduh*.

Impulsni transformator, tipa koji se upotrebljava u radarskim kolima i sličnim primenama, pokazuje sl. A-5. U tipičnim radarskim primenama, impulsni transformator menja napon niza impulsa koji traju otprilike po 1 μs što daje oko 1000 takvih impulsa u sekundi. Po konstrukciji je sličan običnim transformatorima. Glavna razlika je u tome što su limovi za jezgro tanji i broj navojaka manji.

A-2. Rad u praznom hodu. Posmatrajmo rad transformatora sa sl. A-6 kad mu je sekundarno kolo otvoreno i na krajeve primarnog namotaja priključen



Sl. A-4. Spoljni izgled velikog trofaznog uljnog transformatora sa izolatorima za 115 kV. Na obe strane glavnog suda su hladnjaci kroz koje optiče ulje. Ventilatori ugrađeni na hladnjacima poboljšavaju hlađenje. Nominalna snaga je 50 000 kVA pri hlađenju prirodnom konvekcijom ili 66667 kVA pri prinudnom hlađenju pomoću ventilatora *(Westinghouse Electric Corporation)*



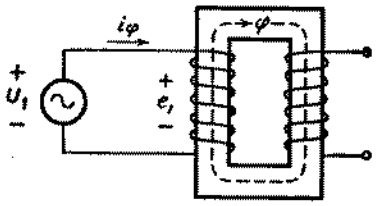
Sl. A-5. Impulsni transformator izvađen iz kućice. Nominalni naponi mu su 22 : 5,5 kV a najveća nominalna snaga 600 kW. Može da daje 4000 impulsa u sekundi pri najmanjem trajanju 0,25 μs ili 400 pulzacija u sekundi najvećeg trajanja 2,5 μs *(General Electric Company)*

naizmenični napon u_1. Izvesna mala ustaljena struja i_φ, nazvana *struja praznog hoda* ili *pobudna struja*, postoji u primarnom kolu i uspostavlja naizmenični fluks u magnetnom kolu. Ovaj fluks indukuje e. m. s. u primarnom namotaju i to

$$e_1 = \frac{d\lambda_1}{dt} = N_1 \frac{d\varphi}{dt} \tag{A-1}$$

gde je λ_1 fluks kroz primarni namotaj, φ fluks (za koji se ovde pretpostavlja da je sav u jezgru), a N_1 broj navojaka primarnog namotaja. Napon e_1 je u voltima kad je φ u veberima. Lencov zakon kazuje da je to kontra e. m. s. čiji je polaritet u odnosu na u_1 pokazan znacima + i — na sl. A-6. Ova kontra e. m. s. zajedno s padom napona u otporu primarnog kola r_1 mora biti ravna priključenom naponu u_1, te je

$$u_1 = r_1 i_\varphi + e_1 \qquad \text{(A-2)}$$



Sl. A-6. Transformator s otvorenim sekundarnim kolom

U većini energetskih transformatora pad napona usled otpora pri praznom hodu veoma je mali, tako da je indukovana e. m. s. e_1 skoro jednaka priključenom naponu u_1. Osim toga, oblici talasa napona i fluksa su vrlo približno sinusoidni. Analiza se, dakle, može znatno uprostiti. Tako, ako je trenutni fluks

$$\varphi = \Phi_{\max} \sin \omega t \qquad \text{(A-3)}$$

indukovani napon je

$$e_1 = N_1 \frac{d\varphi}{dt} = \omega N_1 \Phi_{\max} \cos \omega t \qquad \text{(A-4)}$$

gde je $\Phi_{\max}$ maksimalna vrednost fluksa, a $\omega = 2\pi f$, gde je f učestanost [Hz]. Za pozitivne smerove pokazane na sl. A-6, indukovana e. m. s. prednjači fluksu za 90°. Efektivna vrednost indukovane e. m. s. je

$$E_1 = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} f N_1 \Phi_{\max} = 4{,}44 f N_1 \Phi_{\max} \qquad \text{(A-5)}$$

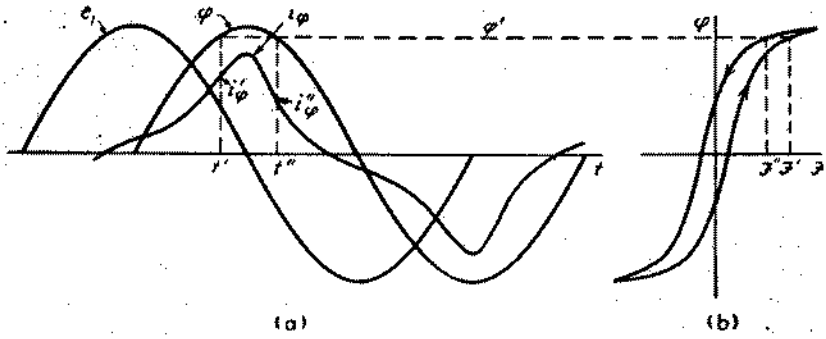
Kad je pad napona u otporu zanemarljiv, kontra e. m. s. je jednaka priključenom naponu. Kad se pod tim uslovima na namotaj priključi sinusoidni napon, u jezgru se mora uspostaviti sinusoidni fluks čija maksimalna vrednost $\Phi_{\max}$ zadovoljava uslov da e. m. s. E_1 u jedn. A-5 bude ravna efektivnoj vrednosti napona U_1 priključenog napona, tj.

$$\Phi_{\max} = \frac{U_1}{4{,}44 f N_1} \qquad \text{(A-6)}$$

Fluks zavisi jedino od priključenog napona, njegove učestanosti i broja navojaka u namotaju. Ovaj važan izraz vredi ne samo za transformatore već za sve naprave koje rade sa priključenim sinusoidnim naizmeničnim naponom dogod je pad napona u otporu zanemarljiv. Magnetne osobine jezgra određuju pobudnu struju. Ona se mora sama podesiti tako da proizvede m. m. s. potrebnu da se stvori fluks koji zahteva jedn. A-6.

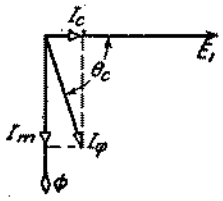
Zbog nelinearnosti magnetnih osobina gvožđa, oblik talasa struje praznog hoda razlikuje se od oblika talasa fluksa. Kriva struje praznog hoda kao funkcije vremena može se dobiti grafičkim putem iz karakteristike magnećenja za materijal jezgra na način pokazan na sl. A-7. Sinusne talase za napon e_1 i fluks φ, u skladu sa jedn. A-3 do A-6, pokazuje sl. A-7*a*. Odgovarajuća petlja fluks—m. m. s. pokazana je na sl. A-7*b*. Vrednosti m. m. s. koje odgovaraju raznim vrednostima fluksa mogu se naći pomoću te histerezne petlje. Na primer, u trenutku t' trenutni fluks je φ' i fluks raste; odgovarajuća vrednost m. m. s. je $\mathfrak{F}'$ pročitana na onom delu histerezne petlje gde fluks raste. Odgovarajuća vrednost i'_φ struje praznog hoda data je za trenutak t' na sl. A-7*a*. U trenutku t'' fluks opet ima trenutnu vred-

nost φ', ali ona sad opada, a odgovarajuće vrednosti m. m. s. i struje su $\mathfrak{F}''$ odnosno i''_φ. Na taj način se može nacrtati cela kriva struje praznog hoda i_φ kao što pokazuje sl. A-7*a*.



Sl. A-7. Pojave pri praznom hodu. *(a)* Oblici talasa napona, fluksa i struje praznog hoda. *(b)* Odgovarajuća petlja fluks—m. m. s.

Ako bi se struja praznog hoda analizovala metodom Furijeovih redova, našlo bi se da sadrži osnovnu harmoničnu komponentu i niz neparnih viših harmonika. Osnovna harmonična komponenta može se sa svoje strane rastaviti u dve komponente, jednu u fazi sa kontra e. m. s. i drugu koja zaostaje za kontra e. m. s. za 90°. Prva pomenuta komponenta odgovara snazi gubitaka zbog histereze i vihornih struja u jezgru. Zato se ta komponenta struje praznog hoda naziva *struja gubitaka u gvožđu*. Kad se ova komponenta oduzme od ukupne struje praznog hoda, dobiva se ostatak koji se zove *struja magnećenja*. Ona se sastoji od osnovne harmoničke komponente koja zaostaje za kontra e. m. s. za 90° i svih viših neparnih harmonika. Najvažniji je treći harmonik. Za tipične energetske transformatore treći harmonik iznosi obično 40 odsto od struje praznog hoda.



Sl. A-8. Vektorski dijagram praznog hoda

Izuzev u problemima koji se neposredno odnose na uticaj harmonika, nepravilnosti oblika talasa struje praznog hoda obično se ne moraju uzimati u obzir, zato što je struja praznog hoda sama po sebi mala. Na primer, struja praznog hoda tipičnog energetskog transformatora iznosi oko 5 odsto od struje punog opterećenja. Stoga je uticaj harmonika obično zanemarljivo mali kad se uzme u obzir veličina sinusoidne struje usled ostalih linearnih elemenata u kolu. Struja praznog hoda može se, dakle, predstaviti svojim *ekvivalentnim sinusnim talasom* koji ima istu efektivnu vrednost i učestanost i proizvodi istu srednju vrednost snage kao stvarni talas. Takvo prikazivanje neophodno za konstruisanje vektorskog dijagrama. Na sl. A-8, vektor E_1 predstavlja indukovanu e. m. s. a vektor ϕ fluks. Vektor I_φ predstavlja ekvivalentnu sinusoidnu struju praznog hoda. Ona zaostaje za indukovanom e. m. s. E_1 za fazni ugao θ_c, tako da je

$$P_c = E_1 I_\varphi \cos \theta_c \tag{A-7}$$

gde je P_c gubitak u gvožđu. Komponenta I_c, u fazi sa E_1, predstavlja struju gubitaka u gvožđu. Komponenta I_m, u fazi sa fluksom, predstavlja ekvivalentan sinusni talas iste efektivne vrednosti sa strujom magnećenja.

Treba primetiti da struja magnećenja niukoliko ne doprinosi aktivnoj snazi, zato što je njena osnovna harmonična komponenta pod pravim uglom s indukovanim naponom. Primljena prividna snaga koja odgovara struji magnećenja potpuno

je reaktivna. Može se prema tome očekivati da svaka elektromagnetna naprava, koja pobudu za svoje magnetno kolo prima u potpunosti ili delimično iz kakvog sistema naizmenične struje, radi sa induktivnim sačiniocem snage. Induktivna reaktivna snaga izuzeta iz sistema služi za svrhe uspostavljanja radnog fluksa, dok aktivna snaga ide na gubitke i izvršava potrebni rad.

Sl. A-9 pokazuje tipične karakteristike gubitaka u gvožđu i pobudne reaktivne snage za kvalitetni silicijumni čelik koji se prvenstveno upotrebljava za energetske i razvodne transformatore. Gornja kriva predstavlja primljenu reaktivnu snagu u VA po funti čelika koja odgovara efektivnoj struji praznog hoda za sinusoidni fluks od 60 Hz. Za skoro ceo opseg na sl. A-9 može se sa približnošću od nekoliko procenata uzeti da je pobudna reaktivna snaga pri konstantnoj indukciji srazmerna učestanosti u opsegu od 25 do 60 Hz.

Krive gubitaka u gvožđu date su za uobičajeni opseg industrijskih učestanosti. Gubicima u gvožđu obuhvaćeni su histerezni gubici i gubici usled vihornih struja. Histerezni gubici su srazmerni površini omeđenoj histereznom petljom i broju petlja opisanih u sekundi. Približni histerezni gubici po jedinici težine jezgra mogu se izračunati po empiričkom obrascu

$$p_h = k_h f B_{max}^n \tag{A-8}$$

gde je k_h karakteristična konstanta materijala, B_{max} najveća magnetna indukcija, a n *Štajnmecov eksponent* koji se kreće od oko 1,5 do 2,0, a često se uzima da iznosi 1,6. Pri učestanostima energetskih sistema gubici usled vihornih struja po jedinici težine iznose približno

$$p_v = k_v f^2 B_{max}^2 \tag{A-9}$$

ako se fluks menja sinusoidno, pri čemu je k_v karakteristična konstanta za materijal jezgra i debljinu limova. Gubici usled vihornih struja mogu se izraziti i pomoću efektivnog napona E indukovanog u pobudnom namotaju od N navojaka obrascem

$$P_v = K_v \left(\frac{E}{N}\right)^2 \tag{A-10}$$

nezavisno od oblika talasa u učestanosti. Konstante k_v i K_v menjaju se približno kao kvadrat debljine limova. Vihorne struje imaju i jedino magnetno dejstvo koje teži da indukciju u sredini paketa limova učine manjom nego na površini. Ovo „dejstvo štita" je malo za dobro izvedena jezgra od limova i za učestanosti energetskih sistema, ali može da ima veliku važnost pri većim učestanostima.

Primer A-1. Stvarna površina poprečnog preseka čeličnog jezgra transformatora s jezgrom od 500 kVA je 80 in², a srednja dužina putanje fluksa kroz jezgro je 130 in. Magnetne karakteristike materijala jezgra date su na sl. A-9. Najveća magnetna indukcija u jezgru pri nominalnom naponu i nominalnoj učestanosti ne treba da prelazi 80 kilolinija/in² (tj. 1,24 T).

a) Naći broj navojaka primarnog namotaja za efektivnu vrednost sinusoidnog primarnog napona od 12 000 V pri 60 Hz;

b) Izračunati odgovarajuće gubitke u gvožđu, pobudnu reaktivnu snagu;

c) Izračunati struju praznog hoda i njene komponente, tj. struju gubitaka u gvožđu i struju magnećenja;

d) Kad se učestanost smanji na 50 Hz a priključeni napon ostane 12 000 V, naći odgovarajuće vrednosti gubitaka u gvožđu i pobudne reaktivne snage.

Rešenje a) Fluks kroz jezgro ϕ_{max} ne sme da pređe 80 × 80 = 6400 kilolinija ili 0,064 Wb. Prema jedn. A-6, broj navojaka primarnog namotaja ne sme da bude manji od

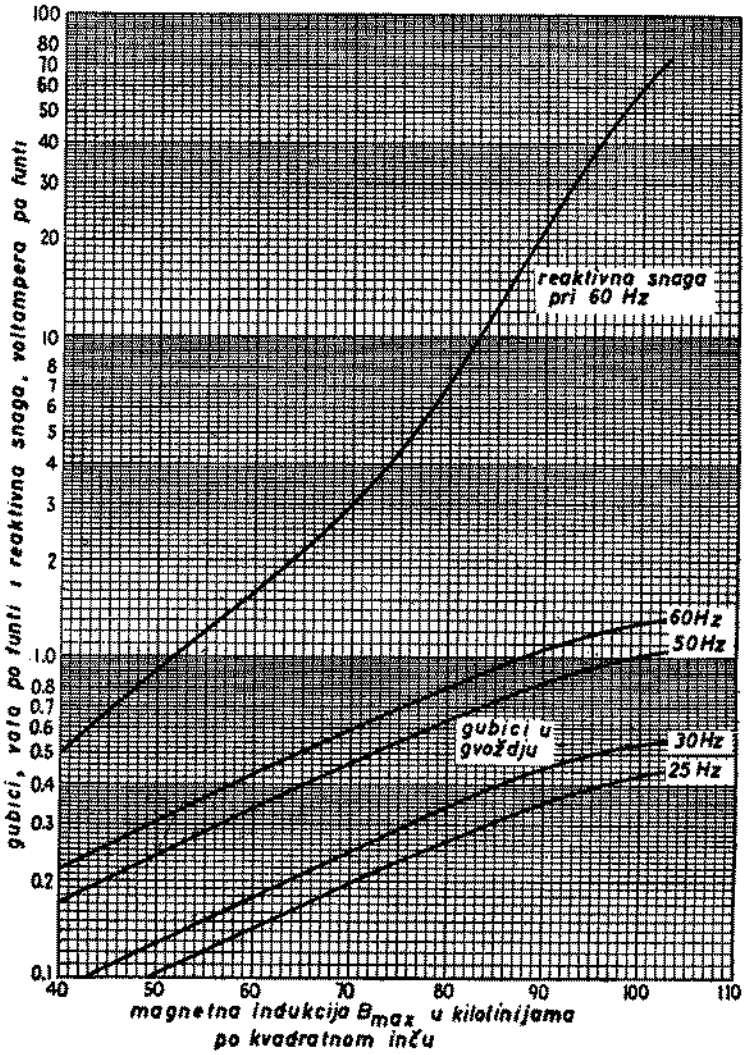
$$N_1 = \frac{U_1}{4{,}44\, f\, \phi_{max}} = \frac{12\,000}{4{,}44 \times 60 \times 0{,}064} = 705$$

b) Prema sl. A-9 su, za 80 kilolinija/in² i 60 Hz,
Gubici u gvožđu = 0,80 W/funta
Pobudna reaktivna snaga = 7,1 VA/funta

Zapremina jezgra je 80 × 1300 = 10400 in³, a prema podacima iz sl. A-9 za specifičnu težinu, težina jezgra je 10400 × 0,272 = 2830 funti. Prema tome:

Gubici u gvožđu: $P_c = 2830 \times 0{,}80 = 2260$ W

$EI_\varphi = 2830 \times 7{,}1 = 20100$ VA



Sl. A-9. Karakteristike gubitaka u gvožđu i pobudne reaktivne snage za jezgra od silicijumskog čelika USS 52, od limova debljine 0,014 in. Specifična težina = 0,272 funte po in³. *(United States Steel Company)*

$$\text{Sačinilac snage } \cos\varphi_c = \frac{P_c}{EI_\varphi} = 0{,}113$$

$$\sin\varphi_c = 0{,}994$$

c) Efektivna vrednost struje praznog hoda

$$I_\varphi = \frac{20\,100}{12\,000} = 1{,}68 \text{ A}$$

Struja gubitaka u gvožđu $I_c = I_\varphi \cos\varphi_c = 0{,}190$ A

Efektivna vrednost struje magnećenja $I_m = I_\varphi \sin\varphi_c = 1{,}67$ A

d) Ako priključeni napon ostane konstantan a učestanost se smanji na 50 Hz, fluks se mora povećati saglasno jedn. A-6. Magnetna indukcija za 50 Hz i 12000 V je, dakle,

$$B_{max} = 80 \times \frac{60}{50} = 96 \text{ kilolinija/in}^2 \text{ (tj. 1,49 T)}$$

Na sl. A-9 odgovarajući gubitak u gvožđu pri 60 Hz iznosi 0,95 W/funta. Pobudna reaktivna snaga uzeta sa krive pri 60 Hz je 41 VA/funta. Pod pretpostavkom da je primljena reaktivna snaga pobude pri konstantnoj indukciji srazmerna učestanosti, pobuda pri Hz je $50 \frac{5}{6} \times 41 = 34{,}2$ VA/funta

Množeći s težinom jezgra dobiva se, za 50 Hz i 12000 V,

$$P_c = 2830 \times 0{,}95 = 2690 \text{ W}$$

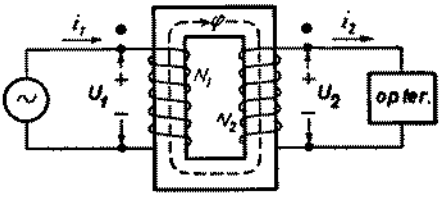
$$EI_\varphi = 2830 \times 34{,}2 = 96\,700 \text{ VA}$$

Zapaža se brz porast pobude kao posledica povećanja fluksa potrebnog pri istom naponu i manjoj učestanosti. Najviše zbog ovakvog uticaja na pobudu ne treba dozvoliti da zbir odstupanja priključenog napona i učestanosti od njihovih nominalnih vrednosti za mašine za naizmeničnu struju pređe 10 odsto.

A-3. Dejstvo struje sekundara. Idealni transformator. Kao prvu približnost kvantitativnoj teoriji, posmatrajmo transformator sa N_1 navojaka primarnog i N_2 sekundarnog namotaja, prikazan šemom na sl. A-10. Uzmimo da su osobine tog transformatora idealizovane u tome smislu da su otpori namotaja zanemarljivi, da ceo fluks ostaje u jezgru i obuhvata oba namotaja, da su gubici u gvožđu neznatni i da je magnetna propustljivost jezgra tako visoka da je za uspostavljanje fluksa dovoljna sasvim mala pobudna struja. Transformatori izvedeni u praksi mnogo se približuju ovim osobinama ali ih nikad stvarno ne postižu. Zamišljeni transformator takvih osobina naziva se često *idealni transformator.*

Kad se na krajeve primarnog namotaja priključi napon u_1 promenljiv u zavisnosti od vremena, u jezgru se mora uspostaviti takav fluks da kontra e. m. s. bude jednaka priključenom naponu ako je otpor namotaja zanemarljiv. Znači da je

$$u_1 = e_1 = N_1 \frac{d\varphi}{dt} \qquad \text{(A-11)}$$



Sl. A-10. Idealni transformator i opterećenje

Prolazeći kroz jezgro fluks obuhvata i sekundarni namotaj indukujući u njemu e. m. s. e_2 i njoj jednak napon na krajevima u_2, date izrazom

$$u_2 = e_2 = N_2 \frac{d\varphi}{dt} \qquad \text{(A-12)}$$

Iz odnosa jedn. A-11 i A-12 dobiva se

$$\frac{u_1}{u_2} = \frac{N_1}{N_2} \qquad \text{(A-13)}$$

Prema tome idealni transformator menja napone upravno srazmerno brojevima navojaka svojih namotaja.

Uzmimo sad da se u sekundarno kolo uključi izvesno opterećenje. U tom kolu pojavljuje se onda izvesna struja i_2 i m. m. s. $N_2 i_2$. Kad primarni namotaj ne bi dejstvovao nasuprot ovoj m. m. s., fluks u jezgru bi se sasvim promenio i jednakost priključenog napona i kontra e. m. s. primarnog namotaja bila bi poremećena. Prema tome, mora se pojaviti kompenzaciona primarna m. m. s. i struja i_1 takvi da bude:

$$N_1 i_1 = N_2 i_2 \qquad \text{(A-14)}$$

Tim putem se u primarnom namotaju oseća prisustvo struje u sekundarnom namotaju. Treba primetiti da su za pozitivne smerove pokazane na sl. A-10 m. m. sile struja i_1 i i_2 u opoziciji i da se prema tome kompenzuju. Rezultantna m. m. s. u jezgru ravna je, dakle, nuli, u skladu s pretpostavkom da je pobudna struja idealnog transformatora ravna nuli. Iz jedn. A-14 je

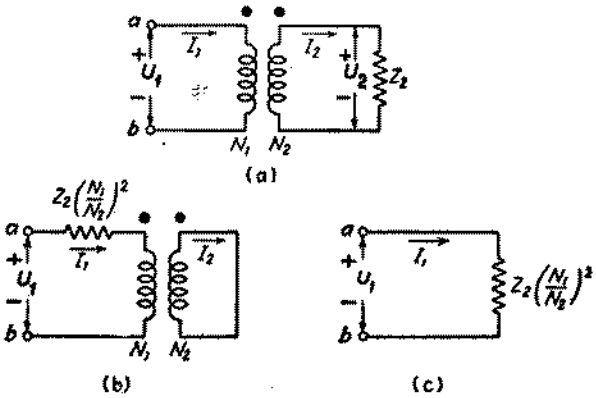
$$\frac{i_1}{i_2} = \frac{N_2}{N_1} \tag{A-15}$$

Znači da idealni transformator menja struje obrnuto srazmerno brojevima navojaka svojih namotaja. Treba isto tako imati u vidu da je na osnovu jedn. A-13 i A-15:

$$u_1 i_1 = u_2 i_2 \tag{A-16}$$

tj. da je trenutna primljena snaga ravna trenutnoj odatoj snazi, što je nužan uslov zato što su svi uzroci gubitaka aktivne i reaktivne snage u transformatoru bili zanemareni.

Radi daljeg proučavanja razmotrimo slučaj sinusoidnog priključenog napona i opterećenja impedansom. Ovde se mogu primeniti vektorski simboli. Kolo je pokazano u uprošćenom obliku na sl. A-11*a*, gde tačkama označeni krajevi



Sl. A-11. Tri kola koja su istovetna u odnosu na krajeve *a* i *b* kad je transformator idealan

transformatora odgovaraju slično označenim krajevima na sl. A-10. Tačke označavaju krajeve odgovarajućeg polariteta, tj. kad se prate primarni i sekundarni namotaji na sl. A-10 počev od njihovih krajeva označenih tačkom, videće se da su oba namotaja namotana oko jezgra u istom smeru u odnosu na fluks. Prema tome, upoređujući napone oba namotaja, napon počev od kraja obeleženog tačkom do kraja bez tačke ima isti trenutni polaritet i za primar i za sekundar. Drugim rečima, naponi U_1 i U_2 na sl. A-11*a* su u fazi. I struje I_1 i I_2 su u fazi. Činjenica da se njihove m. m. s. moraju uravnotežavati objašnjava se time što struje u namotajima imaju suprotne smerove.

U vektorskom obliku jedn. A-13 i A-15 mogu se napisati

$$U_1 = \frac{N_1}{N_2} U_2 \quad \text{i} \quad U_2 = \frac{N_2}{N_1} U_1 \tag{A-17}$$

$$I_1 = \frac{N_2}{N_1} I_2 \quad \text{i} \quad I_2 = \frac{N_1}{N_2} I_1 \tag{A-18}$$

Odavde je

$$\frac{U_1}{I_1} = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 \frac{U_2}{I_2} = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 \cdot Z_2 \tag{A-19}$$

gde je Z_2 kompleksna impedansa opterećenja. Prema tome, impedansa Z_2 u sekundarnom kolu može se u pogledu svog dejstva zameniti ekvivalentnom impedansom Z_1 u primarnom kolu pod uslovom da je

$$Z_1 = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 \cdot Z_2 \tag{A-20}$$

To znači da se tri kola na sl. A-11, posmatrana sa krajeva *ab*, ne razlikuju ako im se samo funkcionisanje posmatra. Prenošenje impedanse s jedne strane transformatora na drugu na ovaj način naziva se *svođenjem impedanse* na drugu stranu. Na slican način mogu se naponi i struje *svoditi* na jednu ili drugu stranu primenom jedn. A-17 i A-18 da bi se izračunao ekvivalentni napon ili ekvivalentna struja na toj strani.

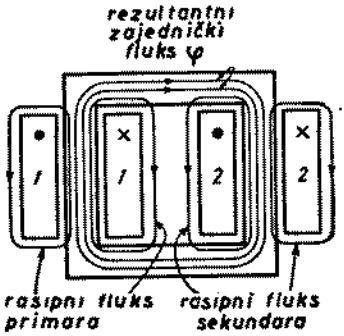
Ukratko, *u idealnom transformatoru naponi se menjaju upravno srazmerno odnosu broja navojaka, struje obrnuto srazmerno tom odnosu, a impedanse upravno srazmerno kvadratu tog odnosa; aktivna i reaktivna snaga ostaju nepromenjene.*

A-4. Reaktanse i ekvivalentna kola transformatora. U većini analiza rada transformatora moraju se u većoj ili manjoj meri uzeti u obzir odstupanja stvarnog transformatora od idealnih osobina pretpostavljenih u od. A-3. U potpunijoj teoriji mora da se povede računa o uticaju otpora namotaja, magnetnog rasipanja i pobudne struje. Ponekad je važan i uticaj kapaciteta namotaja, naime u problemima koji se odnose na ponašanje transformatora pri učestanostima većim od zvučnih ili pri brzim promenama prelaznih uslova kao što su promene u impulsnim transformatorima radarskih kola i u transformatorima energetskih sistema izazvane prenaponima prouzrokovanim gromom ili pogonskim udarima usled raznih uključenja ili isključenja. Međutim, analiza ovih problema visoke učestanosti prelazi okvire ove knjige i zato će kapacitet namotaja u sledećim razmatranjima biti zanemaren.

Postoje dva analitička metoda po kojima se mogu uzeti u obzir odstupanja od idealnog i to: 1) primena ekvivalentnih kola, zasnovana na fizičkom tumačenju i 2) matematički put, zasnovan na klasičnoj teoriji magnetno spregnutih kola. Oba metoda se svakodnevno primenjuju i oba se često sreću u teoriji rotacionih mašina. Ovde je usvojen metod ekvivalentnih kola zato što pruža odličan primer misaonog procesa po kome se fizički pojmovi prevode u kvantitativnu teoriju.

a. Rasipne reaktanse i ekvivalentno kolo. Ukupni fluks kojim je obuhvaćen primarni namotaj može se podeliti u dve komponente: prva je rezultantni zajednički fluks, zatvoren uglavnom u gvozdenom jezgru a proizveden zajedničkim dejstvom primarne i sekundarne struje, a druga komponenta je primarni rasipni fluks kojim je obuhvaćen samo primar. Ove komponente su prikazane svaka posebno na elementarnom transformatoru na sl. A-12, gde su primarni i sekundarni namotaj uprošćenja radi pokazani na posebnim jezgrima. U stvarnom transformatoru sa slojevito postavljenim namotajima detalji spektra fluksa su složeniji, ali bitne odlike ostaju iste. S obzirom da putanje rasipanja prolaze većim delom kroz vazduh, rasipni fluks i njime indukovani napon menjaju se linearno s primarnom strujom I_1. Dejstvo na primarno kolo je isto kao dejstvo fluksa bilo gde u kolu primara transformatora i može se predstaviti u vidu *rasipne induktivnosti* (ravne rasipnom fluksu kroz primarni namotaj po jedinici struje primara) ili u vidu *rasipne reaktanse* x_{l1}

(ravne $2\pi f$ puta rasipna induktivnost). Osim toga, postoji i pad napona u efektivnom otporu r_1 primara.



Sl. A-12. Komponentni fluksovi u transformatoru

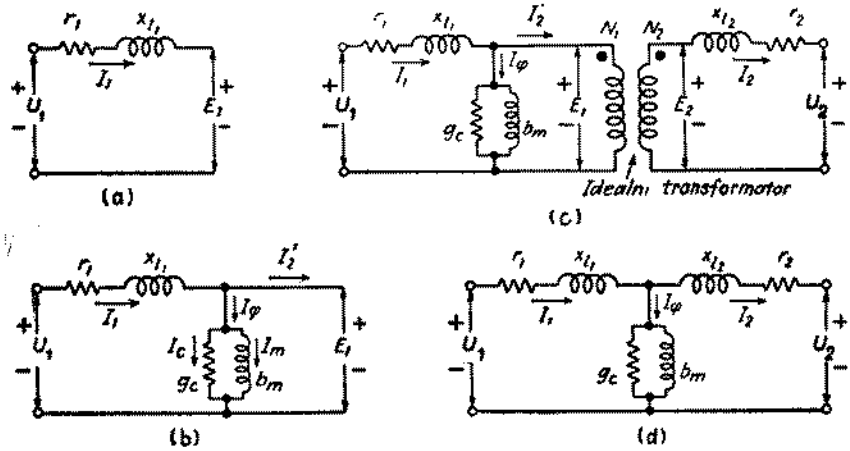
Priključenom naponu U_1 se, dakle, suprotstavljaju vektorski tri napona: pad napona u otporu primara $I_1 r_1$, pad napona usled rasipnog fluksa primara $I_1 x_{l1}$ i kontra e. m. s. E_1 koju u primaru indukuje rezultantni zajednički fluks. Svi ovi naponi su na odgovarajući način uključeni u ekvivalentno kolo na sl. A-13*a*.

Rezultantni zajednički fluks obuhvata oba namotaja, primarni i sekundarni, a stvoren je njihovim zajedničkim m. m. silama. Pri proučavanju ovih m. m. s. korisno je imati u vidu da struja primara mora zadovoljiti dva zahteva magnetnog kola: ona mora, prvo, ne samo da se suprotstavi dejstvu razmagnećenja sekundarne struje već i, drugo, da proizvede dovoljnu m. m. s. koja će stvoriti rezultantni magnentni fluks. U skladu s tom fizičkom slikom zgodno je da se primarna struja razloži na dve komponente, komponentu opterećenja i pobudnu komponentu. *Komponenta opterećenja* I_2' definiše se kao komponenta struje u primaru koja treba tačno da se suprotstavi m. m. s. sekundarne struje I_2. Tako je, za struje u opoziciji,

$$I_2' = \frac{N_2}{N_1} I_2 \tag{A-21}$$

Ova struja je ravna sekundarnoj struji svedenoj na primar kao u idealnom transformatoru. *Pobudna komponenta* i_φ se definiše kao dopunska primarna struja potrebna da se proizvede rezultantni zajednički fluks. Ta struja nije sinusoidna i njena priroda je opisana u od. A-2.

Pobudna struja može se zameniti ekvivalentnom sinusoidnom strujom I_φ na način izložen u od. A-2 i razložiti na komponentu I_c koja pokriva gubitke u gvožđu i u fazi je sa kontra e. m. s. E_1 i na komponentu magnećenja I_m koja zaostaje za 90° iza E_1. U ekvivalentnom kolu (sl. A-13*b*) ekvivalentna sinusoidna pobudna struja obračunata je pomoću paralelne grane vezane za krajeve E_1, koja se sastoji od neinduktivnog otpora čija provodnost je g_c, vezanog otočno s induktivnošću bez gubitaka, čija je susceptansa b_m. Drugi način je da se na krajeve E_1 veže na red



Sl. A-13. Stepeni razvoja ekvivalentnog kola za transformatore

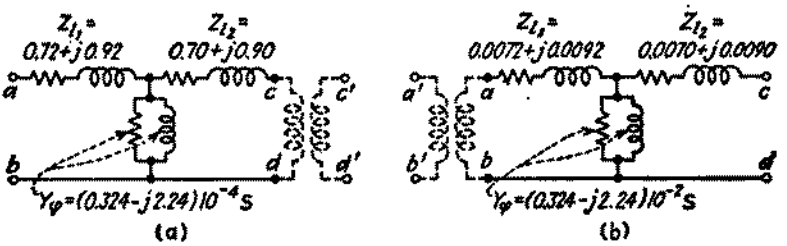
kombinacija otpora i reaktanse. U slučaju paralelne kombinacije (sl. A-13*b*), snaga $E_1^2\, g_c$ predstavlja gubitke u gvožđu koji potiču od rezultantnog zajedničkog fluksa. Kad se pretpostavi da je g_c konstantno, time se pretpostavlja da se gubici u gvožđu menjaju kao E_1^2 ili (za sinusne talase) kao $\Phi_{max}^2\, f^2$, gde je Φ_{max} maksimalna vrednost rezultantnog zajedničkog fluksa. Susceptansa magnećenja b_m menja se sa zasićenjem gvožđa. Kad se pretpostavi da je induktivnost koja odgovara vrednosti b_m konstantna, time se pretpostavlja da je struja magnećenja nezavisna od učestanosti i upravno srazmerna rezultantnom zajedničkom fluksu. Kako g_c tako i b_m su obično određeni za nominalni napon i nominalnu učestanost; tada se pretpostavlja da ostaju konstantni pri malim odstupanjima od nominalnih vrednosti koja nastaju pri normalnom radu.

Rezultantni zajednički fluks φ indukuje u sekundaru e. m. s. E_2, a s obzirom da taj fluks obuhvata oba namotaja, odnos indukovanih napona je

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{N_1}{N_2} \tag{A-22}$$

baš kao u idealnom transformatoru. Ova transformacija napona i transformacija struja prema jedn. A-21 mogu se obračunati uvođenjem idealnog transformatora u ekvivalentno kolo, kao na sl. A-13*c*. Ali e. m. s. E_2 nije napon na krajevima sekundara zbog otpora u sekundaru i zato što sekundarna struja I_2 stvara *sekundarni fluks rasipanja* (vidi sl. A-12). Napon na krajevima sekundara U_2 razlikuje se od indukovanog napona E_2 za padove napona u sekundarnom otporu r_2 i u *sekundarnoj rasipnoj reaktansi* x_{l2} u delu ekvivalentnog kola (sl. A-13*c*) desno od E_2.

Stvarni transformator je, dakle, ekvivalentan idealnom transformatoru kome su dodate spoljne impedanse. Svođenjem svih veličina na primar ili sekundar, idealni transformator na sl. A-13*c* može se premestiti na desnu, odnosno levu



Sl. A-14. Ekvivalentna kola za transformator primera A-2

stranu ekvivalentnog kola. Tako se postupa skoro uvek i ekvivalentno kolo se obično crta kao na sl. A-13*d* ne prikazujući idealni transformator, a svi naponi, struje i impedanse svode se na istu stranu. Da bi se izbeglo komplikovano označavanje za svedene vrednosti na sl. A-13*d* uzete su iste oznake kao za stvarne vrednosti na sl. A-13*c*. U nastavku ćemo skoro uvek raditi sa svedenim vrednostima. Treba samo da se vodi računa o strani transformatora na koju su svedene sve vrednosti. Šema na sl. A-13*d* često se naziva T-šemom transformatora.

Primer A-2. Razvodni transformator 50 kVA, 2400/240 V, 60 Hz, ima u namotaju visokog napona rasipnu impedansu $0{,}72 + j\,0{,}92\ \Omega$, odnosno $0{,}0070 + j\,0{,}0090\ \Omega$ u namotaju niskog napona. Pri nominalnom naponu i nominalnoj učestanosti, admitansa Y_φ otočne grane kojom se uzima u račun pobudna struja je $(0{,}324 - j\,2{,}24) \times 10^{-4}$ S, gledano sa strane niskog napona.

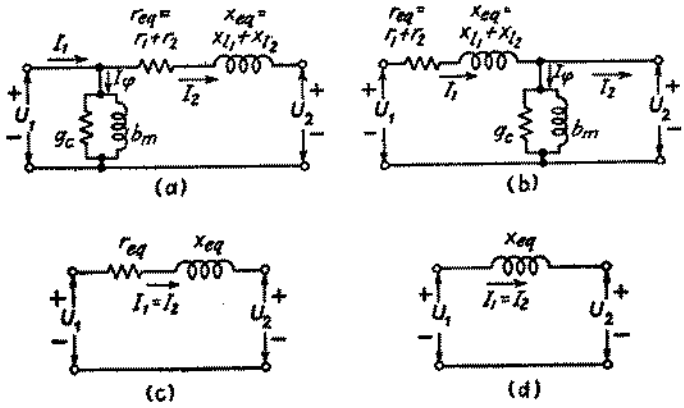
Nacrtati ekvivalentno kolo *a)* svedeno na stranu visokog napona i *b)* svedeno na stranu niskog napona, i naznačiti brojne vrednosti impedansa.

Rešenje. Ekvivalentna kola su prikazana na sl. A-14*a*, odnosno *b*, gde indeks 1 znači stranu visokog napona a 2 stranu niskog napona. Naponi dati na tablici energetskog transforma-

tora zasnivaju se na odnosu brojeva navojaka i u njima je zanemaren pad napona usled rasipne impedanse pri opterećenju. S obzirom da je odnos transformacije 10 prema 1, impedanse se svode množenjem ili deljenjem sa 100. Vrednost impedanse svedene na stranu visokog napona veća je od njene vrednosti svedene na stranu niskog napona. Budući da je admitansa recipročna vrednost impedanse, ona se svodi s jedne strane na drugu pomoću recipročne vrednosti sačinioca svođenja za impedansu. Vrednost admitanse svedene na stranu visokog napona manja je od njene vrednosti svedene na stranu niskog napona.

Idealni transformator može biti posebno ucrtan, kao što pokazuje tačkasta linija na sl. A-14 ili izostavljen iz dijagrama i zapamćen, u kome slučaju su krajevi predstavljenim slovima bez apostrofa.

b. Uprošćena ekvivalentna kola. U proračunima transformatora često se upotrebljavaju razna uprošćena ekvivalentna kola. Radi upoređenja ova kola su prikazana na sl. A-15. Sve veličine u ovim kolima svedene su bilo na primar bilo na sekundar, a idealni transformator nije prikazan.



Sl. A-15. Uprošćena ekvivalentna kola

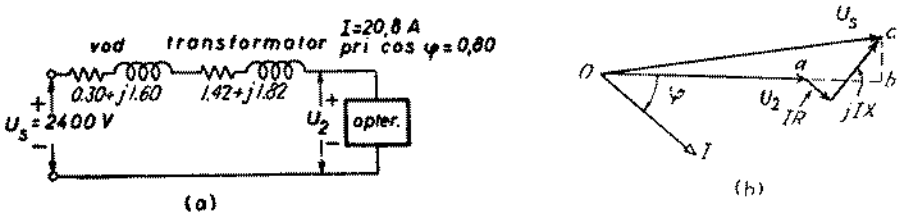
Računske radnje mogu se često znatno skratiti time što se otočna grana koja predstavlja pobudnu struju premesti iz sredine T-kola na krajeve bilo primara bilo sekundara, kao na sl. A-15 *a* i *b*. To su tzv. Γ-kola (gama-kola). Grana vezana na red je zbir otpora i rasipnih reaktansi svedenih na istu stranu. Ova impedansa se ponekad naziva *ekvivalentna impedansa*, a njene komponente *ekvivalentni otpor* r_{eq} i *ekvivalentna reaktansa* x_{eq}, kao što pokazuju sl. A-15*a* i *b*. Izvesna greška se čini time što se zanemaruje pad napona izazvan pobudnom strujom u rasipnoj impedansi primara ili sekundara ali je ova greška beznačajna u većini problema u kojima se javljaju transformatori energetskih sistema.

Dalja uprošćavanja se postižu potpunim zanemarivanjem pobudne struje, kao na sl. A-15*c*, gde je transformator predstavljen kao ekvivalentna redna impedansa. Kad je u pitanju veliki transformator (od nekoliko stotina kVA i više), ekvivalentni otpor r_{eq} je mali u poređenju s ekvivalentnom reaktansom x_{eq} i može se često zanemariti, što daje sl. A-15*d*. Kola na sl. A-15*c* i *d* su dovoljno tačna za većinu običnih problema iz oblasti energetskih sistema. Najzad, u slučajevima u kojima su struje i naponi skoro potpuno određeni kolima izvan transformatora ili u kojima se ne traži velika tačnost, celokupna impedansa transformatora može biti zanemarena i transformator se može smatrati idealnim kao u od. A-3.

Kola na sl. A-15 imaju još jedno preimućstvo u tome što se ukupan ekvivalentni otpor r_{eq} i ekvivalentna reaktansa x_{eq} mogu naći vrlo prostim ogledom kao što je pokazano u od. A-5, dok merenje vrednosti komponentnih rasipnih reaktansi x_{l1} i x_{l2} predstavlja težak eksperimentalni posao.

Primer A-3. Transformator 50 kVA, 2400/240 V, čije su konstante date u primeru A-2, služi za sniženje napona na kraju jednoga voda čija impedansa je 0,30 + j 1,60 Ω. Napon U_s na otpremnom kraju voda je 2400 V.

Naći napon na krajevima sekundara transformatora kad opterećenje vezano na sekundar uzima iz transformatora nominalnu struju, a sačinilac snage opterećenja iznosi 0,80 ind. Zanemariti pad napona koji je u transformatoru i vodu izazvan pobudnom strujom.



Sl. A-16. Ekvivalentno kolo i vektorski dijagram za primer A-3

Rešenje. Kolo sa svim veličinama svedenim na stranu visokog napona (primar) transformatora pokazuje sl. A-16*a*, gde je transformator prikazan njegovom ekvivalentnom impedansom, kao na sl. A-15*c*. Prema sl. A-14*a*, vrednost ekvivalentne impedanse je Z_{eq} = 1,42 + j 1,82 Ω, a zajednička impedansa voda i transformatora vezanih na red je Z = 1,72 + j 3,42 Ω. Prema nominalnoj snazi transformatora, struja opterećenja svedena na stranu visokog napona je

I = 50 000/2400 = 20,8 A

Vektorski dijagram sveden na stranu visokog napona pokazuje sl. A-16*b*, prema kojoj je

$$Ob = \sqrt{U_s^2 - (bc)^2} \tag{A-23}$$

i

$$U_2 = Ob - ab \tag{A-24}$$

Treba primetiti da je

$$bc = IX \cos\varphi - IR \sin\varphi \tag{A-25}$$

$$ab = IR \cos\varphi + IX \sin\varphi \tag{A-26}$$

gde su R i X zajednički otpor, odnosno reaktansa. Tako je

$$bc = 20{,}8 \times 3{,}42 \times 0{,}80 - 20{,}8 \times 1{,}72 \times 0{,}60 = 35{,}5 \text{ V}$$

$$ab = 20{,}8 \times 1{,}72 \times 0{,}80 - 20{,}8 \times 3{,}42 \times 0{,}60 = 71{,}4 \text{ V}$$

Zamenom brojnih vrednosti u jedn. A-23 dobiva se da je Ob skoro ravno U_s, odnosno 2400 V. Zamenjujući zatim brojne vrednosti u jedn. A-24 dobiva se U_2 = 2 329 V svedeno na stranu visokog napona. Stvarni napon na krajevima sekundara je 2329/10 ili

$$U_2 = 233 \text{ V}.$$

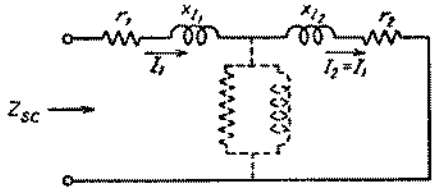
A-5. Ogledi kratkog spoja i praznog hoda. Dva veoma prosta ogleda služe za određivanje konstanti za ekvivalentna kola prema sl. A-15 i gubitaka snage u transformatoru. Ovi ogledi se sastoje u merenju napona, struje i snage primljene na primaru, najpre sa kratko spojenim sekundarom, a zatim sa sekundarom u praznom hodu.

Pri kratko spojenom sekundaru dovoljno je da se na primar priključi napon od samo 2 do 12 odsto nominalnog napona da bi se dobila struja punog opterećenja. Za ovaj ogled obično se strana visokog napona uzima kao primar. Kad je U_{sc} priključeni napon, I_{sc} primarna struja, P_{sc} dovedena snaga, onda impedansa kratkog spoja Z_{sc}, njena otporna komponenta R_{sc} i reaktantna komponenta X_{sc}, svedene na primar iznose:

$$Z_{sc} = \frac{U_{sc}}{I_{sc}} \tag{A-27}$$

$$R_{sc} = \frac{P_{sc}}{I_{sc}^2} \tag{A-28}$$

$$X_{sc} = \sqrt{Z_{sc}^2 - R_{sc}^2} \tag{A-29}$$



Sl. A-17. Ekvivalentno kolo s kratko spojenim sekundarom

Ekvivalentno kolo sa kratko spojenim krajevima sekundara prikazano je na sl. A-17. Napon indukovan u sekundaru rezultantnim fluksom jezgra ravan je padu napona usled rasipne impedanse sekundara, a ovaj napon pri nominalnoj struji iznosi oko 1 do 6 odsto od nominalnog napona. Pri odgovarajuće maloj vrednosti fluksa u jezgru, pobudna struja i gubici u gvoždu su sasvim zanemarljivi. Odgovarajuća admitansa, pokazana tačkastim linijama na sl. A-17, može se onda zanemariti a primarna i sekundarna struja su veoma približno jednake kad se svedu na istu stranu. Primljena snaga je približno jednaka ukupnim gubicima u bakru primarnog i sekundarnog namotaja, a priključeni napon je ravan padu napona u zajedničkoj rasipnoj impedansi Z_{sc} primara i sekundara. Ekvivalentni otpor i reaktansa, svedeni na primar, približno su jednaki otporu kratkog spoja prema jedn. A-28 odnosno reaktansi prema jedn. A-29. Ekvivalentna impedansa može se, naravno, svoditi s jedne strane na drugu na uobičajeni način. U redim prilikama kad se mora pribeći ekvivalentnom T-kolu prema sl. A-13*d*, približne vrednosti pojedinačnih primarnih i sekundarnih otpora i rasipnih reaktansi mogu se dobiti uzimajući da je $r_1 = r_2 = 0{,}5\, r_{eq}$ i $x_1 = x_2 = 0{,}5\, x_{eq}$, kad su sve impedanse svedene na istu stranu.

Kad je sekundarno kolo otvoreno a na primar je priključen nominalni napon, dobivena struja praznog hoda ili pobudna struja iznosi samo 2 do 6 odsto od struje punog opterećenja. Ako transformator treba da se upotrebljava za napon različit od nominalnog, ogled treba da se izvede na tom drugom naponu. Za ovaj ogled obično je zgodnije uzeti stranu niskog napona kao primar. Pad napona u rasipnoj impedansi primara, izazvan malom strujom praznog hoda, sasvim je zanemarljiv, a priključeni napon primara U_1 je skoro ravan e. m. s. E_1 indukovanoj rezultantnim fluksom u jezgru. Gubici u bakru primara usled struje praznog hoda isto se tako mogu potpuno zanemariti, tako da je primljena snaga skoro sasvim jednaka gubicima u gvoždu P_c. Tako je pobudna admitansa $Y_\varphi = g_c - j\, b_m$ na sl. A-13*d* skoro jednaka admitansi otvorenog kola $Y_{oc} = g_{oc} - jb_{oc}$, određenoj pomoću priključenog napona U_1, pobudne struje I_φ i dovedene snage P_1 izmerenih u primaru pri otvorenom sekundaru; prema tome, pobudna admitansa i njene komponente su približno

$$Y_\varphi = Y_{oc} = \frac{I_\varphi}{U_1} \tag{A-30}$$

$$g_c = g_{oc} = \frac{P_1}{U_1^2} \tag{A-31}$$

$$b_m = b_{oc} = \sqrt{Y_{oc}^2 - g_{oc}^2} \tag{A-32}$$

Tako dobivene vrednosti svedene su, naravno, na stranu koja je pri ovom ogledu upotrebljena kao primar. Kad se primenjuju približna ekvivalentna kola prema sl. A-15*c* i *d*, ogled praznog hoda služi samo za odredivanje gubitaka u gvoždu pri izračunavanju stepena korisnosti ili za proveravanje struje praznog hoda. Ponekad se napon na krajevima otvorenog sekundara meri kao kontrola odnosa broja navojaka.

Primer A-4. Sa instrumentima postavljenim na strani visokog napona i sa stranom niskog napona kratko spojenom, vrednosti dobivene pri ogledu kratkog spoja transformatora od 50 kVA, 2400/240 V iz primera A-2 iznose 48 V, 20,8 A i 617 W. Naći ekvivalentan otpor i ekvivalentnu reaktansu, svedene na stranu visokog napona.

Rešenje. Oznaka H dopisuje se da bi se naznačilo da su ove konstante svedene na stranu visokog napona:

$$Z_{eqH} = \frac{48}{20{,}8} = 2{,}31\ \Omega$$

$$r_{eqH} = \frac{617}{20{,}8^2} = 1{,}42\ \Omega$$

$$x_{eqH} = \sqrt{2{,}31^2 - 1{,}42^2} = 1{,}82\ \Omega$$

A-6. Stepen korisnosti i relativna promena napona. Stepen korisnosti transformatora, kao i svakog aparata u vezi sa snagom i energijom, je odnos odate snage prema primljenoj, dakle,

$$\text{Stepen korisnosti} = \frac{\text{odata snaga}}{\text{primljena snaga}} = \frac{\text{primljena snaga} - \text{gubici}}{\text{primljena snaga}} \tag{A-33}$$

$$= 1 - \frac{\text{gubici}}{\text{primljena snaga}} \tag{A-34}$$

Oblik izražen gubicima je naročito koristan za električne mašine, jer se stepen korisnosti obično može zgodnije, ekonomičnije i tačnije odrediti merenjem gubitaka nego merenjem primljene i odate snage. S obzirom da je stepen korisnosti visok (obično 97 odsto i više pri normalnim opterećenjima za transformatore nominalne snage od 10 kVA i veće) greške od nekoliko procenata u rezultatima gubitaka utiču veoma malo na stepen korisnosti.

Kao osnovu za upoređivanje odgovarajućih transformatora, ASA[1] je standardizovala postupke ogleda i metode proračunavanja sa malim približnostima. Principi na kojima su zasnovani ovi standardni metodi isti su kao principi za rotacione mašine izloženi u od. 4-11. Shodno standardima ASA uzima se da su gubici u gvoždu pod opterećenjem pri nominalnom naponu i nominalnoj učestanosti ravni gubicima u praznom hodu merenim u ogledu praznog hoda pri nominalnom naponu i nominalnoj učestanosti sa sinusoidnim priključenim naponom. Zatim se pretpostavlja da su gubici u gvoždu konstantni sve dok su radni napon i učestanost konstantni. Gubici usled struje opterećenja, nazvani *gubici usled opterećenja*, ravni su gubicima u bakru namotaja plus dopunski gubici usled fluksova rasipanja. Budući da se dopunski gubici menjaju približno sa kvadratom struje opterećenja, ukupni gubici usled opterećenja menjaju se kao I_2^2 baš kao da se radi o pravim gubicima u bakru. U stvari, gubici usled opterećenja često se smatraju kao gubici u bakru. Prema tome, gubici usled opterećenja, ili gubici u bakru, iznose $I_2^2 r_{eq}$, gde je r_{eq} ekvivalentni otpor koji se može odrediti ogledom u kratkom spoju. Shodno standardima ASA ekvivalentni otpor treba korigovati na pretpostavljenu radnu temperaturu od 75°C, ali tu finesu ćemo ovde izostaviti.

Opterećenje transformatora retko ostaje konstantno na nominalnoj vrednosti. Pri izboru transformatora za datu primenu često je ekonomično da se vrednost nominalne snage izabere tako da transformator bude povremeno i preopterećen u kraćim periodima vremena. [Standardi ASA (napomena 1) sadrže preporuke

[1] ASA Standards, Transformers, Regulators, and Reactors, *Bull.* C57, American Standards Association, Njujork 1948.

o dozvoljenom preopterećenju.] Prosečno dnevno ili godišnje opterećenje, međutim, obično je znatno manje od nominalne snage transformatora. Maksimalan stepen korisnosti trebalo bi prema tome da se javlja na opterećenju malo manjem od nominalnog već prema krivoj opterećenja u primeni kojoj je transformator namenjen. Za bilo koju napravu čiji se gubici sastoje od jedne konstantne komponente i druge koja se menja s kvadratom opterećenja, može se lako dokazati da najveći stepen korisnosti nastaje pri opterećenju pri kome su promenljivi i konstantni gubici jednaki. Ekonomsko uporedenje transformatora trebalo bi da se zasniva na stepenu korisnosti za svako opterećenje na koje se u radnom ciklusu nailazi, a ne samo na stepenu korisnosti pri punom opterećenju. Kad transformator radi neprekidno, gubici u gvožđu postoje 24 časa dnevno, ali se gubici u bakru javljaju samo kad transformator odaje korisnu snagu. Prema tome, u odredivanju radnih troškova transformatora gubici u gvožđu mnogo su važniji nego gubici u bakru pri punom opterećenju. Savremeni razvodni transformatori konstruisani su tako da im gubici u gvožđu iznose samo oko jedne trećine gubitaka u bakru pri punom opterećenju.

Proučavanje troškova može se izvesti na taj način što se izračunaju troškovi izazvani gubicima u toku celog radnog ciklusa, uzimajući u obzir stalne izdatke i ostale radne troškove transformatora. Kad su svi činioci osim stepena korisnosti transformatora isti, upoređenje između odgovarajućih transformatora može se sprovesti veoma prosto pomoću stepena korisnosti ciklusa. *Stepen korisnosti ciklusa* je odnos ukupne odate i primljene energije transformatora, računajući obe energije za vremenski period jednog potpunog radnog ciklusa. Kad taj period iznosi 24 časa, onda je to *stepen korisnosti dnevnog ciklusa.*

Relativna promena napona, pokazatelj kvaliteta koji se katkad upotrebljava za energetske i razvodne transformatore, jeste promena napona na krajevima sekundara pri prelazu iz praznog hoda na puno opterećenje, obično izražena u procentima od vrednosti za puno opterećenje, a ova se uzima kao nominalni sekundarni napon, tj.

$$\text{promena napona u procentima} = \frac{E_{oc2} - U_2}{U_2} \times 100 \qquad \text{(A-35)}$$

gde je U_2 napon na krajevima sekundara pri punom opterećenju a E_{oc2} sekundarni napon u praznom hodu, sa naponom na krajevima primara održan na konstantnoj vrednosti kad je opterećenje otklonjeno. Promena napona može se vrlo prosto izračunati iz ekvivalentnog kola, pri čemu se obično upotrebljava kolo prema sl. A-15*c*. Ovaj pokazatelj zavisi od sačinioca snage opterećenja i može postati negativan ako je taj sačinilac snage dovoljno kapacitivan.

Treba primetiti da se promena napona odnosi samo na transformator, dok do menjanja napona u stvarnom pogonu dolazi i usled padova napona u prenosnim i razvodnim vodovima. Da bi se izbegla mogućnost pojave preterano niskih ili visokih napona na strani koja prima opterećenje, energetski transformatori imaju većinom naročite izvode na namotajima visokog ili niskog napona (ili na oba namotaja) pomoću kojih se prenosni odnos može unekoliko podešavati prema potrebama pojedinih postrojenja.

Primer A-5. Pri ogledu praznog hoda transformatora od 50 kVA, 2400/240 V priključenjem na strani niskog napona, na instrumentima postavljenim na toj strani pročitane su vrednosti 240 V, 5,41 A i 186 W. Prema rezultatima iz primera A-4 izračunati stepen korisnosti i promenu napona pri punom opterećenju sa sačiniocem snage 0,80 ind.

Rešenje. Struja na strani visokog napona pri punom opterećenju je

$$I_H = \frac{50\,000}{2\,400} = 20{,}8 \text{ A}$$

Gubici u bakru $= I^2_H r_{eqH} = 20{,}8^2 \times 1{,}42$	=	617 W
Gubici u gvoždu	=	186
Ukupni gubici pri punom opterećenju	=	803
Odata snaga $= 50\,000 \times 0{,}80$	=	40 000
Primljena snaga	=	40 803

$$\frac{\text{Gubici}}{\text{Primljena snaga}} = \frac{803}{40\,803} = 0{,}0197$$

Prema jedn. A-34 je

$$\text{Stepen korisnosti} = 1 - 0{,}0197 = 0{,}980$$

Za izračunavanje relativne promene napona upotrebiće se ekvivalentno kolo prema sl. A-15c, svodeći sve vrednosti na stranu visokog napona, kao što označuje indeks H. Pretpostavlja se da je primarni napon podešen tako da napon na krajevima sekundara pri punom opterećenju ima svoju nominalnu vrednost, ili $U_{2H} = 2400$ V svedeno na stranu visokog napona. Potrebna vrednost primarnog napona U_{1H} može se izračunati iz ekvivalentnog kola (sl. A-15c). Na sl. A-18 prikazan je odgovarajući vektorski dijagram na kome je za referentni vektor uzet U_{2H}, pa je (u kompleksnim brojevima)

$$U_{1H} = U_{2H} + I_H(r_{eqH} + j\,x_{eqH}) \tag{A-36}$$

$$= 2400 + 20{,}8\,(0{,}80 - j\,0{,}60)\,(1{,}42 + j\,1{,}82)$$

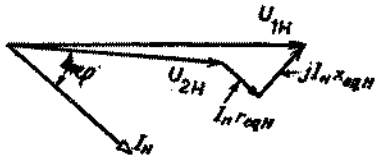
$$= 2446 + j\,13$$

Intenzitet napona U_{1H} je 2446 V. Ako bi se ovaj napon održavao konstantnim i opterećenje odstranilo, sekundarni napon u otvorenom kolu popeo bi se na 2446 V svedenih na stranu visokog napona.

Prema jedn. A-35,

$$\text{Relativna promena napona} = \frac{2446 - 2400}{2400} \times 100 = 1{,}92\,\%$$

A-7. Problem transformatora za promenljivu učestanost. Mali transformatori s gvozdenim jezgrom koji rade sa zvučnim učestanostima upotrebljavaju se često kao sredstva za sprezanje u elektronskim kolima za telekomunikacije, merenja ili regulisanje. Njihove glavne funkcije sastoje se u tome da bilo podignu napon, čime doprinose ukupnom naponskom pojačanju u pojačavačima, bilo da deluju kao elementi za transformovanje impedanse stvarajući približno optimalni odnos između prividne impedanse opterećenja i impedanse izvora. Oni mogu služiti i za druge pomoćne svrhe, kao što je da se za jednosmernu struju stvori putanja kroz primarno kolo, a da se ona istovremeno održava van sekundarnog kola.



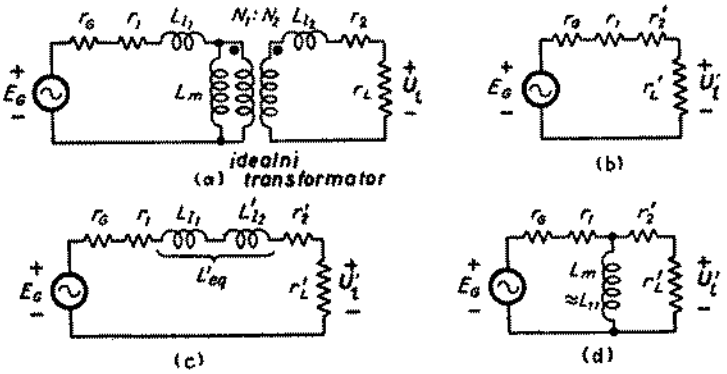
Sl. A-18. Vektorski dijagram za puno opterećenje sa sačiniocem snage 0,80 ind., primer A-5

U primeni transformatora za prilagođavanje impedansi neposredno se koristi sposobnost transformovanja impedanse pokazana u jedn. A-20. Oscilatori i pojačavači sa elektronskim cevima, na primer, imaju optimalne radne karakteristike kad rade sa impedansama opterećenja određenog reda veličine, a transformatorska sprega može se upotrebiti da se prividna impedansa stvarnog opterećenja dovede na tu optimalnu vrednost. Tako upotrebljeni transformator naziva se *izlazni transformator*.

Kad se učestanost menja u širokim granicama, kao, na primer, u pojačavaču sa zvučnim učestanostima za reprodukciju muzike, važno je da izlazni napon bude što je mogućno više trenutno srazmeran dovedenom naponu. Idealno to znači da bi trebalo da se naponi pojačavaju podjednako i da fazni pomeraji budu ravni nuli za sve učestanosti u zvučnom opsegu. *Karakteristika amplituda—učestanost* (često skraćeno nazvana *frekventna karakteristika*) je kriva koja predstavlja odnos

između napona opterećenja na strani sekundara i napona unutrašnjeg izvora na strani primara, u zavisnosti od učestanosti, pri čemu je najbolje da karakteristika bude ravna. *Fazna karakteristika* je kriva faznog ugla između napona opterećenja i napona izvora u zavisnosti od učestanosti; poželjno je da fazni ugao bude što manji. Ove karakteristike zavise ne samo od transformatora već i od konstanti celokupnog kola primara i sekundara.

Kao primer ovih karakteristika, a i kao odličan primer tehničke analize u kojoj se koriste približnosti zasnovane na fizičkim rasuđivanjima, uzmimo pojačavač za zvučnu učestanost spregnut sa zvučnikom preko izlaznog transformatora.



Sl. A-19. Ekvivalentna kola izlaznog transformatora. *a)* Potpuno ekvivalentno kolo. *b)* Približno ekvivalentno kolo za srednji opseg učestanosti ljudskog sluha. *c)* Ekvivalentno kolo za visoku učestanost. *d)* Ekvivalentno kolo za nisku učestanost

Pojačavač se može smatrati ekvivalentom izvora napona E_G vezanog na red s unutrašnjim otporom r_G, a zvučnik približno kao opterećenje u vidu otpora r_l, kao što pokazuje sl. A-19*a*, gde je transformator predstavljen ekvivalentnim kolom kao na sl. A-13*c*, sa gubicima u gvoždu zanemarenim. U slučaju visokih zvučnih učestanosti moraju se uzeti u obzir parazitni kapaciteti namotaja, naročito kad je impedansa izvora veća od nekoliko hiljada oma. Ali je iskustvo pokazalo da su dejstva kapaciteta mala kad je izvor pojačavač sa triodama.

Analiza pravilno konstruisanog kola deli se prema tri opsega učestanosti.

1. Pri srednjim učestanostima (oko 500 Hz) ni jedna od induktivnosti nije važna i ekvivalentno kolo se svodi na niz otpora kao što pokazuje sl. A-19*b*, na kojoj su sve vrednosti svedene na primar, kao što pokazuju oznake prim. Analiza ovog kola pokazuje da je odnos napona opterećenja U_l prema naponu izvora E_G

$$\frac{U_l}{E_G} = \frac{N_2}{N_1}\frac{r'_l}{R'_{se}} \tag{A-37}$$

gde je

$$R'_{se} = r_G + r_1 + r'_2 + r'_l \tag{A-38}$$

U ovom srednjem opsegu (koji obično obuhvata nekoliko oktava) odnos napona je skoro konstantan, tj. karakteristika amplitude je ravna, a fazni pomeraj je ravan nuli.

2. Kad je pak učestanost veća, rasipne reaktanse transformatora postaju sve važnije. Sl. A-19*c* predstavlja ekvivalentno kolo za visoku zvučnu učestanost. Analiza ovog kola pokazuje da je pri visokim učestanostima

$$\frac{U_l}{E_G} = \frac{N_2}{N_1}\cdot\frac{r'_l}{R'_{se}}\cdot\frac{1}{\sqrt{1+(\omega L'_{eq}/R'_{se})^2}} \tag{A-39}$$

gde je L'_{eq} ekvivalentna rasipna induktivnost. Relativni odnos napona, u odnosu na vrednost za srednji opseg, je

$$\text{Relativni odnos napona} = \frac{1}{\sqrt{1+(\omega L'_{eq}/R'_{se})^2}} \tag{A-40}$$

Fazni ugao za koji napon opterećenja zaostaje za naponom izvora je

$$\theta = \operatorname{arc\,tg} \frac{\omega L'_{eq}}{R'_{se}} \tag{A-41}$$

Krive relativnog odnosa napona i faznog ugla kao funkcija odnosa reaktanse prema otporu $\omega L'_{eq}/R'_{se}$ prikazane su na desnoj strani sl. A-20.

3. Pri niskim učestanostima, rasipne reaktanse su zanemarljive, ali uticaj paralelne grane magnećenja postaje utoliko važniji ukoliko je njena reaktansa manja. Induktivnost grane magnećenja skoro je jednaka samoinduktivnosti L_{11} primara. Ekvivalentno kolo za niske učestanosti pokazuje sl. A-19*d* prema kojoj je

$$\frac{U_l}{E_G} = \frac{N_2}{N_1}\frac{r'_l}{R'_{se}}\frac{1}{\sqrt{1+(R'_{par}/\omega L_{11})^2}} \tag{A-42}$$

gde je

$$R'_{par} = \frac{(r_G+r_1)(r'_2+r'_l)}{r_G+r_1+r'_2+r'_l} \tag{A-43}$$

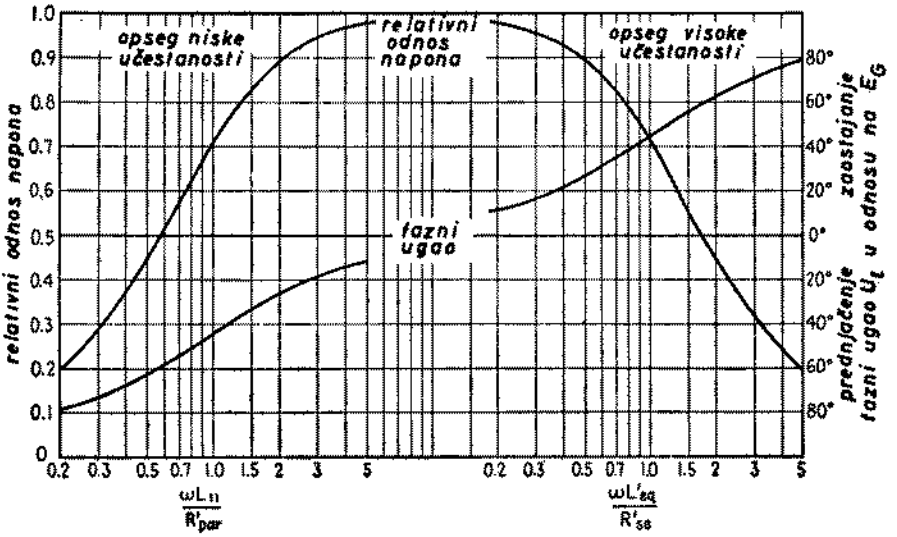
Relativni odnos napona, u odnosu na vrednost za srednji opseg, je

$$\text{Relativni odnos napona} = \frac{1}{\sqrt{1+(R_{par}/\omega L_{11})^2}} \tag{A-44}$$

a fazni ugao za koji napon opterećenja prednjači naponu izvora je

$$\theta = \operatorname{arc\,tg} \frac{R'_{par}}{\omega L_{11}} \tag{A-45}$$

Krive relativnog odnosa napona i faznog ugla kao funkcija odnosa reaktanse prema otporu $\omega L_{11}/R'_{par}$ prikazane su na levoj strani sl. A-20.



Sl. A-20. Bezdimenzione („normalizovane") frekventne karakteristike izlaznih transformatora

Tačke u kojima relativni odnos napona iznosi 0,707 nazivaju se *tačke polovine snage*. Prema jedn. A-40, gornja tačka polovine snage nastaje pri učestanosti f_h pri kojoj je ekvivalentna rasipna reaktansa $\omega_h L'_{eq}$ ravna otporu vezanom na red R'_{se} ili

$$f_h = \frac{R'_{se}}{2\pi L'_{eq}} \tag{A-46}$$

a prema jedn. A-44, donja tačka polovine snage nastaje pri učestanosti f_l pri kojoj je sopstvena reaktansa ωL_{11} ravna paralelnom otporu R'_{par}, ili

$$f_l = \frac{R'_{par}}{2\pi L_{11}} \tag{A-47}$$

Širina opsega može se predstaviti pomoću odnosa

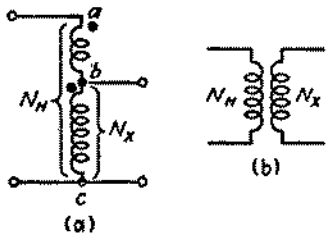
$$\frac{f_h}{f_l} = \frac{R'_{se}}{R'_{par}} \frac{L_{11}}{L'_{eq}} \tag{A-48}$$

Za veliku širinu opsega potreban je velik odnos samoinduktivnosti prema rasipnoj induktivnosti ili koeficijent sprezanja što bliži jedinici.

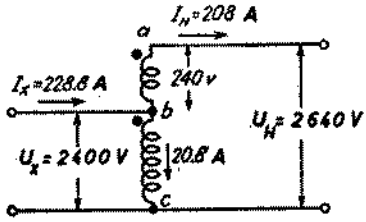
A-8. Autotransformatori. Merni transformatori. Posmatrano sa krajeva namotaja, u principu isto transformaciono dejstvo za napone, struje i impedanse može se pomoću veza na sl. A-21*a* postići kao u normalnom transformatoru s dva zasebna namotaja na sl. A-21*b*. Na sl. A-21*a* namotaj *bc* je zajednički za primarno i sekundarno kolo. Ovaj tip transformatora naziva se *autotransformator*. To nije ništa drugo već normalni transformator vezan na naročiti način. Jedina konstruktivna razlika je u tome što se namotaj *ab* mora snabdeti pojačanom izolacijom. Za rad autotransformatora važe isti oni osnovni principi koje smo razmatrali kod transformatora sa dva posebna namotaja. Autotransformatori imaju manje rasipne reaktanse, manje gubitke, manju struju praznog hoda i jevtiniji su od transformatora s dva namotaja kad se odnos napona ne razlikuje suviše od 1 prema 1. Nedostatak im je neposredna galvanska veza između strana visokog i niskog napona.

Primer A-6. Transformator 2400/240 V, 50 kVA, iz primera A-4 i A-5, vezan je kao autotransformator prema sl. A-22, gde je *ab* namotaj za 240 V a *bc* namotaj za 2400 V. (Pretpostavlja se da namotaj za 240 V ima dovoljnu izolaciju da može da izdrži napon od 2640 V prema zemlji.)

a) Izračunati nominalne napone, i to U_H na strani visokog napona i U_x na strani niskog napona, kad se ovaj transformator veže kao autotransformator.



Sl. A-21*b*. Autotransformator (*a*) upoređen sa transformatorom sa dva odvojena namotaja (*b*)



Sl. A-22. Autotransformator iz primera A-6

b) Izračunati nominalnu prividnu snagu autotransformatora u kVA.

c) Podaci o gubicima dati su u primerima A-4 i A-5. Izračunati stepen korisnosti pri punom opterećenju autotransformatora sa sačiniocem snage 0,80.

Rešenje. a) S obzirom da je namotaj *bc* za 2400 V vezan za kolo niskog napona, U_x= 2400 V.

Kad je $U_{bc} = 2400$ V, u namotaju *ab* se indukuje napon $U_{ab} = 240$ V u fazi sa U_{bc} (zanemarujući padove napona usled rasipne impedanse). Napon na strani visokog napona, prema tome, je:

$$U_H = U_{ab} + U_{bc} = 2640 \text{ V}$$

b) Iz nominalne snage 50 kVA normalnog transformatora s dva namotaja dobiva se nominalna struja namotaja za 240 V i to 50 000/240 = 208 A. S obzirom da je namotaj za 240 V vezan na red s kolom visokog napona, nominalna struja ovog namotaja je isto što i nominalna struja I_H na strani visokog napona autotransformatora. Nominalna snaga u kVA za autotransformator je, dakle,

$$\frac{U_H I_H}{1000} = \frac{2640 \times 208}{1000} = 550 \text{ kVA}$$

Nominalna snaga može se izračunati i na strani niskog napona na način kojim se ističu osobine transformovanja struje. Kad struja u namotaju za 240 V ima svoju nominalnu vrednost od 208 A, struja u namotaju za 2400 V mora da proizvede jednaku i suprotnu m. m. s. (zanemarujući pobudnu struju), prema tome, mora da iznosi 20,8 A u smeru strelice na sl. A-22. Struja I_x na strani niskog napona autotransformatora, prema tome, je

$$I_x = 208 + 20{,}8 = 228{,}8 \text{ A}$$

a nominalna snaga u kVA je

$$\frac{U_X I_X}{1000} = \frac{2400 \times 228{,}8}{1000} = 550 \text{ kVA}$$

Treba primetiti da ovaj transformator, čija snaga je 50 kVA kad radi kao normalni transformator s dva namotaja, može da daje 550 kVA kao autotransformator. Veća nominalna snaga autotransformatora posledica je činjenice da se svih 550 kVA ne moraju transformovati elektromagnetnom indukcijom. U stvari jedino što transformator treba da čini jeste da struju od 208 A podigne za nivo potencijala od 240 V što odgovara nominalnoj snazi od 50 kVA.

c) Kad je transformator vezan kao autotransformator sa strujama i naponima kao na sl. A-22, gubici su isti kao u primeru A-5, naime 803 W. Ali odata snaga autotransformatora, sa sačiniocem snage 0,80 je 0,80 × 550 000 = 440 000 W. Stepen korisnosti je, dakle,

$$1 - \frac{803}{440\,803} = 0{,}9982$$

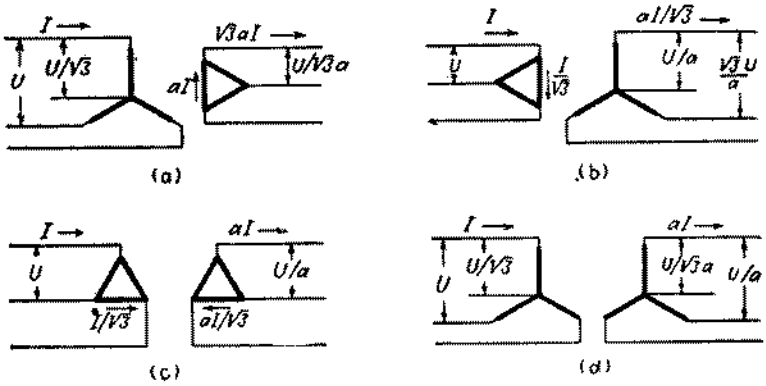
Stepen korisnosti je tako visok zato što gubici iznose samo onoliko koliko odgovara transformovanju snage od samo 50 kVA.

Među specijalne transformatore spadaju i *merni transformatori* za uključivanje instrumenata, brojila i zaštitnih releja u kola sa visokim naponima i velikim strujama. Merenje napona u kolu od 4600 V, na primer, vrši se uključivanjem *naponskog transformatora* sa prenosnim odnosima od 4600/120 V, koristeći standardni instrument za 150 V u sekundaru. Slično se merenje struje vrši time što se *strujni transformator* odgovarajućeg prenosnog odnosa veže primarom na red sa kolom, a u sekundar mu se veže ampermetar od 5 A. Sekundar strujnog transformatora ne sme nikad biti otvoren dok u primaru ima struje. U otvorenom sekundarnom kolu mogao bi se indukovati opasno visok napon. Merni transformatori izoluju merno ili relejno kolo i omogućuju širu standardizaciju brojila, instrumenata i releja. Ti transformatori moraju biti konstruisani za tačne prenosne odnose napona ili struje i za minimalni fazni pomeraj između primarnih i sekundarnih napona odnosno struja.

A-9. Transformatori u višefaznim kolima. U ovom odeljku razmatraju se tri vrste primene transformatora u višefaznim sistemima. Naročita pažnja je posvećena trofaznim sistemima zbog njihove pretežne važnosti.

a. Trofazne sprege. Tri jednofazna transformatora mogu se spregnuti na bilo koji od četiri načina pokazana na sl. A-23. Na sva četiri dela ove slike namotaji na levoj strani su primarni a oni na desnoj sekundarni, a svaki primarni namotaj jednog transformatora je nacrtan paralelno sa svojim odgovarajućim sekundarnim

namotajem. Prikazani su takođe naponi i struje koji se dobivaju priključenjem na primar uravnoteženih linijskih napona U i linijskih struja I kad odnos N_1/N_2



Sl. A-23. Uobičajene sprege trofaznih transformatora. Namotaji transformatora predstavljeni su debljim linijama

broja primarnih navojaka prema broju sekundarnih iznosi a i kad se pretpostavi da su transformatori idealni. Treba primetiti da je za određene linijske napone i ukupnu prividnu snagu, nominalna prividna snaga svakog transformatora ravna trećini nominalne snage trofazne grupe, bez obzira na primenjenu spregu, ali da nominalni naponi i struje pojedinačnih transformatora zavise od načina sprezanja.

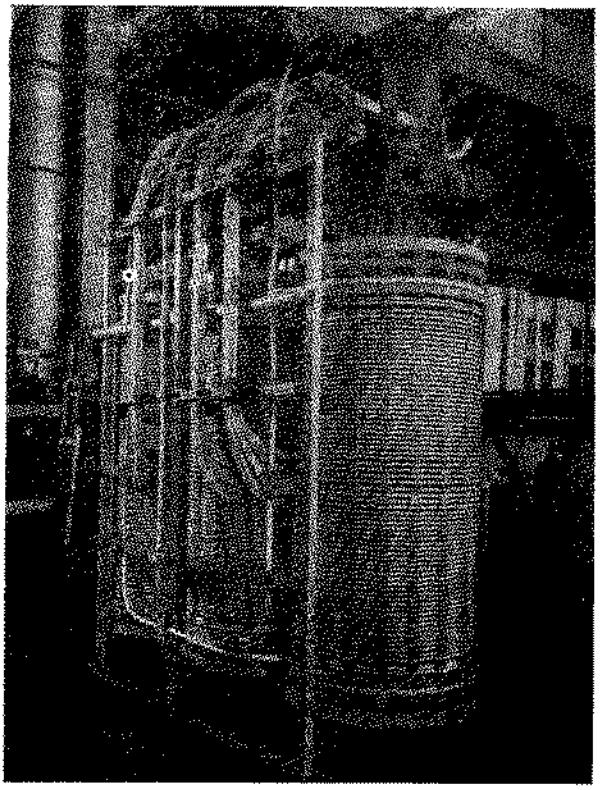
Sprega Y—Δ se obično upotrebljava za snižavanje napona sa visokog na srednji ili niski. Jedan od razloga leži u tome što se time na strani visokog napona dobiva jedna neutralna tačka za uzemljenje, postupak za koji se može dokazati da je poželjan u većini slučajeva. Obratno, sprega Δ—Y se obično upotrebljava za povišavanje napona. Sprega Δ—Δ ima to preimućstvo da se jedan transformator može ukloniti radi opravke ili pregleda, dok ostala dva i dalje funkcionišu kao trofazna garnitura, ali sa snagom smanjenom za 58 odsto od prvobitne; to se naziva sprega *otvoreni trougao* ili *sprega V*. Sprega Y—Y se retko upotrebljava zbog teškoća u vezi sa pobudnom strujom od kojih su neke opisane u delu *b* ovog odeljka.

Umesto tri jednofazna transformatora, trofazna garnitura može sadržati samo jedan transformator sa svih šest namotaja na zajedničkom jezgru, smeštenih u zajedničkom sudu. Unutrašnju konstrukciju tipičnog velikog trofaznog transformatora pokazuje sl. A-24. Preimućstva trofaznih transformatora su niža cena, manja težina, manja površina osnove i malo veći stepen korisnosti. Nedostaci su im veća cena pomoćnih uredaja, a i povećani troškovi i nezgode pri opravkama.

Proračunavanje kola koja sadrže trofazne transformatore pri uravnoteženim uslovima može se izvesti obrađujući samo jedan transformator ili jednu fazu i uzimajući na znanje da su uslovi isti za ostala dva transformatora izuzev faznih pomeraja u vezi s trofaznim sistemom. Mahom je zgodno da se proračun izvodi po fazi u zvezdastoj sprezi, s obzirom da se impedanse transformatora tada mogu dodati neposredno na red impedansama prenosnog voda. Impedanse prenosnih vodova mogu se svesti s jedne strane transformatora na drugu primenom kvadrata idealnog prenosnog odnosa transformatora. Kad se radi o transformatorima sprege Y—Δ ili Δ—Y, sve veličine se mogu svesti na stranu sprege Y. Obradujući transformatore sprege Δ—Δ na red sa prenosnim vodovima, podesno je da se impedanse transformatora spregnute u trougao zamene ekvivalentnim impedansama spregnutim u zvezdu. Dobro je poznato da je uravnoteženo kolo sprege Δ čija

je impedansa po fazi Z_Δ ekvivalentno uravnoteženom kolu sprege Y čija je impedansa po fazi Z_Y kad je

$$Z_Y = {}^1/_3\, Z_\Delta \tag{A-49}$$



Sl. A-24. Jezgro i namotaji trofaznog transformatora sa jezgrima, nominalne snage 7500 kVA sa prirodnim hlađenjem a 10 000 kVA hlađen prinudnom promajom, 66 kV/12,5 kV, sprege ΔY. Izvodi na namotajima omogućuju promenu prenosnog odnosa pod opterećenjem u opsegu ± 10 odsto. (*Allis-Chalmers Manufacturing Company*)

Primer A-7. Tri jednofazna transformatora, 50 kVA, 2400/240 V, istovetni sa transformatorom iz primera A-4, vezana su spegama Y—Δ u trofaznu grupu transfomatora od 150 kVA za sniženje napona na završnom kraju voda čija je impedansa $0{,}15 + j\,1{,}00\ \Omega$ po fazi. Linijski napon na početnom kraju voda je 4160 V. Na sekundarnoj strani transformatori napajaju trofazno uravnoteženo opterećenje kroz vod čija je impedansa $0{,}0005 + j\,0{,}0020\ \Omega$ po fazi.

Naći koliki je linijski napon kod opterećenja ako ono uzima nominalnu struju iz transformatora sa induktivnim sačiniocem snage od 0,80.

Rešenje. Može se računati po fazi svodeći sve na stranu visokog napona sprege Y. Napon na početnom kraju voda ekvivalentan je naponu izvora U_s koji je po fazi

$$U_s = \frac{4\,160}{\sqrt{3}} = 2400\ \text{V}$$

Prema nominalnoj snazi transformatora, nominalna struja na strani visokog napona je 20,8 A po fazi Y. Impedansa voda niskog napona svedena na stranu visokog napona pomoću kvadrata idealnog odnosa linijskih napona je

$$\left(\frac{4\,160}{240}\right)^2 \cdot (0{,}0005 + j\,0{,}0020) = 0{,}15 + j\,0{,}60\ \Omega$$

a zajednička redna impedansa vodova visokog i niskog napona, svedena na stranu visokog napona, je po fazi

$$Z_{\text{vod}} = 0{,}30 + j\,1{,}60\ \Omega$$

Prema primeru A-4, ekvivalentna impedansa grupe transformatora svedena na stranu visokog napona spregnutu u zvezdu je po fazi

$$Z_{eqH} = 1{,}42 + j\,1{,}82\ \Omega$$

Ekvivalentno kolo za jednu fazu svedeno na primarnu stranu sprege Y je tada potpuno istovetno sa sl. A-16a, a rešenje po fazi je potpuno isto kao za primer A-3, te napon opterećenja sveden na stranu visokog napona iznosi 2 329 V prema neutralnoj tački. Stvarni linijski napon opterećenja je

$$U_l = 233\ \text{V},$$

Ovaj napon je linijski jer su sekundarni namotaji spregnuti u trougao.

Primer A-8. Tri transformatora iz primera A-7 sprege Δ—Δ napajaju se sa trofaznih sabirnica (linijskog) napona od 2400 V kroz vod čija je impedansa $0{,}20 + j\,0{,}80\,\Omega$ po fazi. Ekvivalentna impedansa pojedinih transformatora svedena na njihovu stranu visokog napona je $Z_{eqH} = 1{,}42 + j\,1{,}82\ \Omega$. Sekundari odaju snagu opterećenju kroz vod čija impedansa je $0{,}0010 + j\,0{,}0020\ \Omega$ po fazi.

Izračunati struje kratkog spoja ustaljenog stanja u provodnicima voda primara i sekundara i u primarnim sekundarnim namotajima transformatora koje bi nastale pri trofaznom kratkom spoju na krajevima opterećenja.

Rešenje. Računaće se po fazi na bazi ekvivalentne zvezde svodeći sve na stranu visokog napona. Napon izvora prema neutralnoj tački je

$$U_s = \frac{2400}{\sqrt{3}} = 1385\ \text{V}$$

Impedansa voda visokog napona po fazi Y je $Z_H = 0{,}20 + j\,0{,}80\ \Omega$. Impedansa voda niskog napona Z_X po fazi Y svedena na stranu visokog napona pomoću kvadrata idealnog odnosa linijskog napona je

$$Z_X = \left(\frac{2400}{240}\right)^2 \cdot (0{,}0010 + j\,0{,}0020) = 0{,}10 + j\,0{,}20\ \Omega$$

Prema jedn. A-49 i podacima transformatora iz primera A-7, ekvivalentna vrednost impedanse transformatora za spregu Y je po fazi

$$Z_{eqY} = {}^1/_3(1{,}42 + j\,1{,}82) = 0{,}473 + j\,0{,}607\ \Omega$$

Ukupna redna impedansa po fazi Y je

$$Z = 0{,}773 + j\,1{,}607,\ \text{ili}\ 1{,}78\ \Omega$$

Struja kratkog spoja u provodnicima voda visokog napona je

$$\frac{U_s}{Z} = \frac{1385}{1{,}78} = 778\ \text{A}$$

Struja u provodnicima voda niskog napona je

$$\frac{2400}{240} \times 778 = 7780\ \text{A}$$

Struja u primarnim namotajima visokog napona sprege Δ je

$$\frac{778}{\sqrt{3}} = 449\ \text{A}$$

a struja u sekundarima niskog napona sperege Δ je

$$\frac{2400}{240} \times 449 = 4490\ \text{A}$$

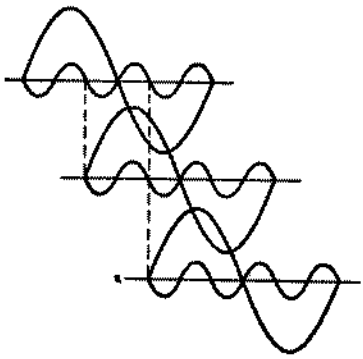
b. Pojave usled treće harmoničke komponente u trofaznim kolima. Kao što je pokazano u od. A-2, pobudna struja koja stvara fluks sinusnog talasa mora da ima prilično veliku treću harmoničku komponentu zbog nelinearne magnetne karakteristike jezgra. Ova treća harmonička komponenta može znatno da utiče na rad trofaznih transformatora i transformatorskih grupa.

Slika A-25 pokazuje tri istovetna talasa pomerena fazno za po jednu trećinu periode, od kojih se svaki sastoji od po jednog prvog i jednog trećeg harmonika. Ovi talasi mogu predstavljati struje ili napone nekog uravnoteženog trofaznog sistema. Treba primetiti da su treći harmonici u fazi, dok su prvi harmonici fazno pomereni za 120°. U ovoj poslednjoj činjenici je osnov za sve osobenosti ponašanja trećih harmonika.

Pretpostavimo da talasi predstavljaju tri linijske struje i_a, i_b i i_c uravnoteženog sistema sprege Y, čije su neutralne tačke međusobno povezane kao na sl. A-26*a*. Struja i_n koja se kroz neutralni provodnik vraća izvoru je

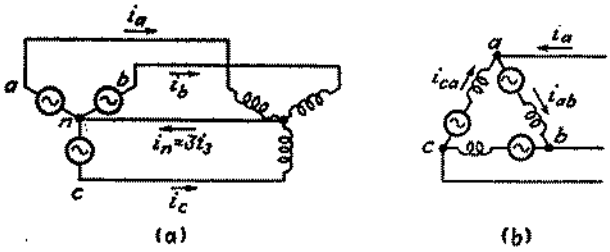
$$i_n = i_a + i_b + i_c \tag{A-50}$$

Trenutni zbir prvih harmonika tri linijske struje je ravan nuli, jer su to tri jednaka sinusna talasa koji su fazno pomereni za po 120°. Prema tome, pri uravnoteženim uslovima nema u neutralnom vodu osnovne harmoničke komponente struje. Ali su treći harmonici u fazi. Njihov trenutni zbir je stoga ravan trostrukoj trenutnoj vrednosti i_3 ma koje od njih. Neutralni vod predstavlja putanju za povratak tri treća harmonika struje. Kad se neutralni vod isključi, $i_n = 0$ i treći harmonici struja ne mogu tada postojati.



Sl. A-25. Uravnoteženi trofazni talasi sa trećim harmonicima

Razmotrimo sad napone nekog sistema sprege Y kao na sl. A-26*a*. Uzmimo da tri talasa na sl. A-25 predstavljaju trenutne fazne napone prema neutralnoj tački u_{an}, u_{bn} odnosno u_{cn}, gde naponi znače padove potencijala u smeru



Sl. A-26. Uravnotežena trofazna kola sprege Y i Δ sa prikazom pojava usled trećeg harmonika

naznačenom prvim i drugim indeksom. Trenutni linijski napon u_{ab} je

$$u_{ab} = u_{an} - u_{bn} \tag{A-51}$$

Treći harmonici faznih napona potiru se i stoga u linijskim naponima nema trećih harmonika, iako takvi harmonici mogu biti prisutni u faznim naponima.

Razmotrimo sada kolo na sl. A-26*b* koje bi moglo prikazivati namotaje u sprezi Δ nekog generatora ili grupe transformatora. Uzmimo da su tri talasa na sl. A-25 e. m. s. e_{ab}, e_{bc} i e_{ca} indukovane u trima fazama. Treći harmonici E_3 su u fazi i stoga proizvode rezultantnu e. m. s. $3E_3$ koja deluje oko trougla. E. m. s. $3E_3$ stvara treću harmoničku komponentu struje I_3 koja cirkuliše u trouglu. Treći harmonik e. m. s. troši se na pad napona usled impedanse u svakoj od faza a treći harmonik napona izmedu linijskih krajeva je ravan nuli. Samo prvi harmonici indukovanih e. m. s. javljaju se između linijskih krajeva.

Pretpostavimo sada da su tri talasa na sl. A-25 struje i_{ab}, i_{bc} i i_{ca} u namotajima spregnutim u trougao na sl. A-26*b*. Linijska struja i_a je

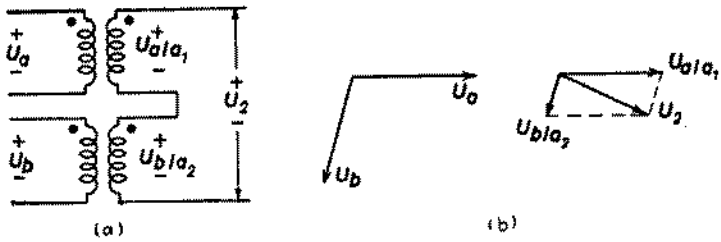
$$i_a = i_{ab} - i_{ca} \tag{A-52}$$

Treći harmonici na desnoj strani jedn. A-52 potiru se, i stoga u linijskim strujama nema trećih harmonika, iako treći harmonici struje proizvedene trećim harmonicima e. m. s. koje se indukuju u trouglu mogu cirkulisati kroz trougao.

Budući da pobudna struja transformatora za sinusni talas fluksa mora sadržati treći harmonik, mogu se u pogledu trofaznih sprezanja jednofaznih transformatora izvući sledeći zaključci.

1. Kad su bilo primarni bilo sekundarni namotaji (ili oba) spregnuti u trougao, kroz njih teku treći harmonici pobudne struje a naponi su sinusoidni.

2. U sprezi Y—Y sa izolovanim neutralnim tačkama, treći harmonici struja se potiru, zbog čega se fluks ne može da menja sinusoidno. Fazni naponi prema neutralnoj tački sadrže tada treće harmonike koji mogu biti dovoljno jaki da izazivaju smetnje. To je jedan od razloga zbog kojih se sprega Y—Y retko upotrebljava. Kad se ta sprega želi primeniti, obično je preporučljivo da se neutralna tačka primara veže sa neutralnom tačkom izvora ili da se transformatori opreme tercijarnim namotajima spregnutim u trougao.



Sl. A-27 Osnovni principi transformovanja faza u višefaznim kolima

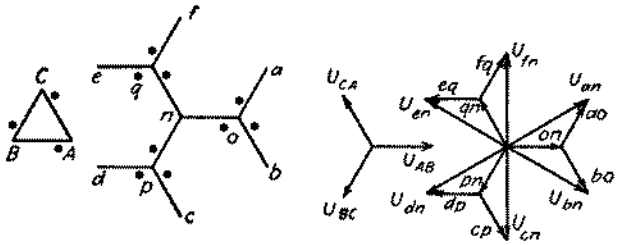
c. Transformovanje faza. Višefazni sistem sa bilo kojim željenim brojem faza može se dobiti iz drugog višefaznog sistema pomoću grupe transformatora. Opšte načelo je prilično jednostavno. Slika A-27*a* prikazuje dva transformatora na čije su primare priključeni naponi U_a i U_b dobiveni iz dve posebne faze nekog višefaznog sistema i vektorski predstavljeni na sl. A-27*b*. Prenosni odnos N_1/N_2 ovih transformatora neka su a_1 odnosno a_2. Pretpostavljajući da su transformatori idealni, njihovi sekundarni naponi su U_a/a_1 odnosno U_b/a_2. Kad su sekundari vezani na red sa relativnim polaritetima naznačenim tačkama na sl. A-27*a*, rezultantni napon U_2, izražen vektorski, je

$$U_2 = \frac{U_a}{a_1} + \frac{U_b}{a_2} \tag{A-53}$$

Treba primetiti da se pravilnim izborom prenosnih odnosa a_1 i a_2 može podesiti da vektor U_2 leži negde u uglu koji zaklapaju dva vektora sekundarnih napona. Ukrštanjem krajeva jednog ili oba sekundara transformatorâ može se podesiti da U_2 leži pod bilo kojim željenim uglom u svih 360°. Znači da se može dobiti sekundarni napon sa bilo kojim faznim uglom u odnosu na primarne napone. Problem se jedino sastoji u geometriji vektorskog dijagrama.

Pretpostavimo sada da svaki transformator ima po nekoliko nezavisnih sekundara. Pogodnim vezivanjem tih sekundara može se dobiti više sekundarnih napona bilo koje željene veličine i medusobnih faznih odnosa. Treba samo početi

od dva primarna napona koji nisu u fazi. Primenom ovog načela može se iz svakog višefaznog sistema izvesti uravnoteženi višefazni sistem napona sa bilo kojim željenim brojem faza.



Sl. A-28. *a)* Sprega transformatora za pretvaranje trofaznih napona u šestofazne. *b)* Vektorski dijagram napona

Kao primer pokazana je na sl. A-28*a* sprega za pretvaranje trofaznih napona u sprezi Δ u šestofazne napone u *dvostrukoj cik-cak sprezi* koja se katkad upotrebljava za šestofazno napajanje usmerača. Svaki transformator ima po jedan primar i tri nezavisna sekundara, a ovi imaju isti broj navojaka. Paralelno nacrtani primarni i sekundarni namotaji pripadaju istom transformatoru; na primer, sekundarni namotaji *on*, *pd* i *qe* odgovaraju primarnom namotaju *AB*. Vektorski dijagram napona je pokazan na sl. A-28*b*, iz koga se može videti da su dobiveni šestofazni naponi uravnoteženi u odnosu na neutralnu tačku.

A-10. Sistem relativnih jedinica. U prethodnim razmatranjima i primerima trebalo je uložiti vrlo mnogo pažnje da bi se sve veličine svele na istu stranu transformatora. Kad se radi o složenim energetskim sistemima, koji sadrže veliki broj transformatora različitih prenosnih odnosa, potrebna pažnja je toliko velika da može da smeta i da postane izvor velikih grešaka. Izvesna olakšica postiže se sistemom u kome su sve veličine izražene kao decimalni razlomci pogodno izabranih baznih vrednosti, u tzv. *relativnim jedinicama*. Sva potrebna računanja se tada izvode u tim relativnim jedinicama umesto uobičajenih volti, ampera, oma itd.

Veličine kao što su napon U, struja I, snaga P, reaktivna snaga Q, prividna snaga S, otpor R, reaktansa X, impedansa Z, provodnost G, susceptansa B i admitansa Y mogu se prevesti u relativnu vrednost i obratno, na sledeći način:

$$\text{Veličina u relativnim jedinicama} = \frac{\text{stvarna veličina}}{\text{veličina uzeta za bazu}} \tag{A-54}$$

gde stvarna veličina znači vrednost u V, A, Ω itd. Za bazu se mogu izabrati donekle proizvoljne vrednosti, ali se izvesni odnosi između njih moraju imati u vidu da bi normalni zakoni elektriciteta važili i u sistemu relativnih jedinica. Prema tome, treba uzeti

$$P_{\text{baza}},\ Q_{\text{baza}},\ S_{\text{baza}} = U_{\text{baza}} \cdot I_{\text{baza}} \tag{A-55}$$

$$R_{\text{baza}},\ X_{\text{baza}},\ Z_{\text{baza}} = \frac{U_{\text{baza}}}{I_{\text{baza}}} \tag{A-56}$$

$$G_{\text{baza}},\ B_{\text{baza}},\ Y_{\text{baza}} = \frac{I_{\text{baza}}}{U_{\text{baza}}} \tag{A-57}$$

U praksi se najpre izaberu vrednosti za S_{baza} i U_{baza}, a time se uspostavljaju i vrednosti za I_{baza} i sve ostale veličine iz jedn. A-55 do A-57.

Vrednost za S_{baza} mora biti ista za ceo sistem na koji se odnosi. Kad je u pitanju transformator, vrednosti za U_{baze} različite su za svaku njegovu stranu i moraju biti u istom odnosu kao brojevi navojaka transformatora. Obično se za bazu uzimaju nominalni naponi odnosnih strana. Postupak svođenja veličina na jednu stranu transformatora obezbeđen je tada automatski na taj način što se primenom jedn. A-54 do A-57 nalaze i predstavljaju relativne vrednosti. Postupak se sastoji u tome da se sve veličine prevedu u relativne vrednosti, da se ove upotrebe u svima uobičajenim radnjama pri analizovanju kola i da se krajnji rezultati preračunaju ponovo na svoj uobičajeni oblik.

Ako se radi samo o električnoj napravi kao što je, na primer, transformator, obično se sopstvena nominalna snaga naprave uzima kao osnova za prividnu snagu. Izražene u relativnim jedinicama, sa nominalnom snagom uzetom za bazu, karakteristike energetskih i razvodnih transformatora ne razlikuju se mnogo iako su im snage dosta različite. Na primer, struja praznog hoda se obično kreće između 0,02 i 0,06 u relativnim jedinicama, ekvivalentni otpor obično između 0,005 i 0,02 u relativnim jedinicama (pri čemu se manje vrednosti odnose na velike transformatore), a ekvivalentna reaktansa je obično u granicama između 0,015 i 0,10 u relativnim jedinicama (gde veće vrednosti odgovaraju velikim transformatorima visokog napona). Slično tome, konstante sinhronih i asinhronih mašina, izražene u relativnim jedinicama, kreću se u relativno uskim granicama. Ako se pak radi o više naprava, mora se obično proizvoljno izabrati za snagu izvesna baza da bi se ista baza upotrebila za ceo sistem. Vrednosti u relativnim jedinicama mogu se preračunavati sa jedne baze snage na drugu pri istoj bazi za napon pomoću izraza:

$$(P, Q, S, G, B, Y)_{\text{rel., baza 2}} = (P, Q, S, G, B, Y)_{\text{rel., baza 1}} \cdot \frac{S_{\text{baza 1}}}{S_{\text{baza 2}}} \qquad \text{(A-58)}$$

$$(R, X, Z)_{\text{rel., baza 2}} = (R, X, Z)_{\text{rel., baza 1}} \frac{S_{\text{baza 2}}}{S_{\text{baza 1}}} \qquad \text{(A-59)}$$

Primer A-9. Struja praznog hoda merena na strani niskog napona transformatora od 50 kVA, 2400/240 V iz primera A-4 i A-5 iznosi 5,41 A. Ekvivalentna impedansa svedena na stranu visokog napona je $1{,}42 + j\,1{,}82\ \Omega$. Nominalnu snagu i nominalni napon transformatora uzeti za bazu.

a) Izraziti struju praznog hoda u relativnim jedinicama na strani niskog napona, a zatim na strani visokog napona;

b) Izraziti ekvivalentnu impedansu u relativnim jedinicama za stranu visokog napona, a zatim za stranu niskog napona.

Rešenje. Bazne vrednosti napona i struja iznose

$$U_{\text{baza } H} = 2400 \text{ V} \qquad U_{\text{baza } X} = 240 \text{ V}$$

$$I_{\text{baza } H} = 20{,}8 \text{ A} \qquad I_{\text{baza } X} = 208 \text{ A}$$

gde indeksi znače: H stranu visokog napona a X stranu niskog napona.

Prema jedn. A-56 je

$$Z_{\text{baza } H} = \frac{2400}{20{,}8} = 115{,}2\ \Omega$$

$$Z_{\text{baza } X} = \frac{240}{208} = 1{,}152\ \Omega$$

a) Prema jedn. A-54 je

$$I_{\varphi X} = \frac{5{,}41}{208} = 0{,}0260 \text{ u relativnim jedinicama}$$

Struja praznog hoda svedena na stranu visokog napona je 0,541 A. Njena vrednost u relativnim jedinicama je:

$$I_{\varphi H} = \frac{0{,}541}{20{,}8} = 0{,}0260 \text{ u relativnim jedinicama.}$$

Vrednosti struje u relativnim jedinicama svedene na bilo koju stranu, iste su: Odnosi između brojeva navojaka potrebni da se struje u amperima svedu s jedne strane transformatora na drugu (kao u jedn. A-18) uzimaju se u obzir u sistemu relativnih jedinica samim baznim vrednostima za struje jedne i druge strane, kad je bazna snaga ista za obe strane a bazni naponi su u odnosu brojeva navojaka.

b) Iz jedn. A-54 i vrednosti za $Z_{\text{baza}\,H}$ je

$$Z_{eq\,H} = \frac{1{,}42 + j\,1{,}82}{1{,}152} = 0{,}0123 + j\,0{,}0158 \text{ u relativnim jedinicama}$$

Ekvivalentna impedansa svedena na stranu niskog napona je $0{,}0142 + j\,0{,}0182\ \Omega$. Njena vrednost u relativnim jedinicama je

$$Z_{eq\,X} = \frac{0{,}0142 + j\,0{,}0182}{1{,}152} = 0{,}0123 + j\,0{,}0158 \text{ u relativnim jedinicama}$$

Vrednosti u relativnim jedinicama iste su jer je o sačiniteljima svođenja vođeno računa pri izboru baznih vrednosti.

U primenama na trofazne sisteme, bazne vrednosti sistema relativnih jedinica biraju se tako da među njima budu na snazi odnosi za uravnoteženi trofazni sistem, i to:

$$(P_{\text{baza}}\ \ Q_{\text{baza}}.\ \ S_{\text{baza}})_{\text{trofazno}} = \sqrt{3}\, S_{\text{baza, po fazi}} \tag{A-60}$$

$$U_{\text{baza (linijski)}} = \sqrt{3} \cdot U_{\text{baza (fazni)}} \tag{A-61}$$

$$I_{\text{baza (po fazi }\Delta)} = \frac{1}{\sqrt{3}}\, I_{\text{baza (po fazi Y)}} \tag{A-62}$$

Kad su u pitanju trofazni sistemi, obično se najpre izaberu baze za trofaznu priviđnu snagu i linijski napon. Zatim se pomoću jedn. A-60, A-61 i A-62 odrede baze za fazne napone i struje. Bazne vrednosti po fazi mogu se dobiti i pomoću jedn. A-55, A-56 i A-57. Na primer, bazna vrednost za impedanse sprege Y dobiva se pomoću jedn. A-56 uzimajući U_{baza} kao bazni fazni napon, a I_{baza} kao baznu struju po fazi Y; bazna vrednost za impedanse sprege Δ dobiva se takođe pomoću jedn. A-56, ali uzimajući U_{baza} kao bazni linijski napon, a I_{baza} kao baznu struju po fazi Δ. Deljenje jedn. A-61 jednačinom A-62 pokazuje da je

$$Z_{\text{baza (po fazi }\Delta)} = 3\, Z_{\text{baza (po fazi Y)}} \tag{A-63}$$

Sačinioci $\sqrt{3}$ i 3 između vrednosti za sprege Δ i Y u V, A i Ω svakog uravnoteženog sistema automatski su već uzeti u obzir u samim baznim vrednostima. Takvi trofazni problemi se mogu rešiti u relativnim jedinicama kao da su jednofazni problemi, ne vodeći računa o pojedinostima transformatorskih veza izuzev što se vrednosti u V, Ω i A moraju najpre prevesti u sistem relativnih jedinica, a zatim vratiti na prvobitni oblik.

Primer A-10. Rešiti primer A-8 u relativnim jedinicama uzimajući kao bazu nominalnu snagu grupe transformatora.

Rešenje. Bazne vrednosti na trofaznoj bazi od 150 kVA pokazane su u tablici A-1.

TABLICA A-1
BAZNE VREDNOSTI ZA PRIMER A-10

	U_{baza} V	I_{baza} A	Z_{baza} Ω
Transformatori, po fazi Δ, H (visoki napon)	2400	20,8	115,2
Transformatori, po fazi Δ, X (niski napon)	240	208	1,152
Vod, po fazi Y, H (visoki napon)	385	36,0	38,4
Vod, po fazi Y, X (niski napon)	138,5	360	0,384

Preračunavanjem impedansa datih u primeru A-8 u relativne jedinice dobiva se

$$Z_{\text{vod}H} = \frac{0{,}20 + j0{,}80}{38{,}4} = 0{,}0052 + j\,0{,}0208 \text{ u relativnim jedinicama.}$$

$$Z_{\text{vod}X} = \frac{0{,}0010 + j0{,}0020}{0{,}384} = 0{,}0026 + j\,0{,}0052 \text{ u relativnim jedinicama,}$$

a za transformatore

$$Z_{eq} = \frac{1{,}42 + j1{,}82}{115{,}2} = 0{,}0123 + j\,0{,}0158 \text{ u relativnim jedinicama}$$

Ukupna impedansa je zbir $Z = 0{,}0201 + j\,0{,}0418$ u relativnim jedinicama
Veličina Z u relativnim jedinicama je 0,0468. Napon izvora je 1,00 u relativnim jedinicama. Struja kratkog spoja je

$$I = \frac{1{,}00}{0{,}0468} = 21{,}4 \text{ u relativnim jedinicama.}$$

Vrednosti u amperima struja kratkog spoja u raznim delovima sistema su 21,4 puta veće od njihove bazne vrednosti: na primer, struja u vodu niskog napona je $21{,}4 \times 360 = 7700$ A.

Treba primetiti da se za impedanse transformatora sprege Δ dobiva ista vrednost u relativnim jedinicama kad se njihova vrednost preračuna na ekvivalentnu vrednost u Ω za spregu Y jedn. (A-49) pa se zatim ta omska vrednost preračuna u relativne jedinice pomoću bazne impedanse po fazi Y; tako je

$$Z_{eq} = \frac{1{,}42 + j1{,}82}{3 \times 38{,}4} = 0{,}0123 + j\,0{,}0158 \text{ u relativnim jedinicama}$$

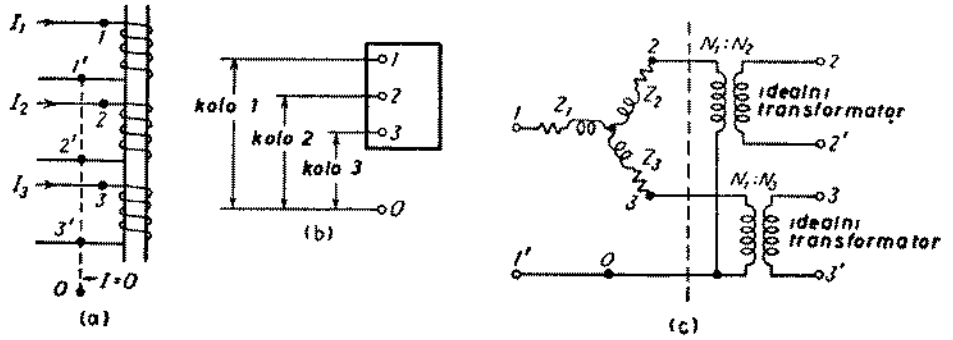
Izraženi u relativnim jedinicama, sa pogodnom brzinom za svaku komponentu, odnosi između veličina sprege Δ i sprege Y uzimaju se u obzir samim baznim vrednostima i sistem se može obrađivati kao ekvivalentan sistemu spregeY.

A-11. Transformatori s više namotaja. Transformatori s tri ili više namotaja često se upotrebljavaju za medusobno povezivanje tri ili više kola koja mogu da imaju različite napone. Transformatori s više namotaja su za takve svrhe jevtiniji i imaju bolji stepen korisnosti nego ekvivalentan broj transformatora sa dva namotaja. Transformator s jednim primarom i dva sekundara obično se upotrebljava za napajanje elektronskih kola. Jedan sekundar daje snagu na naponu od nekoliko volti za zagrevanje katoda elektronskih cevi, a drugi daje snagu na naponu od nekoliko stotina volti za anodna kola. Razvodni transformatori koji služe za napajanje energijom domaćinstava imaju obično dva sekundara od po 120 V vezana na red. Kola za osvetljenje priključena su na jedan ili drugi namotaj od 120 V, dok se električni štednjaci, grejači vode za domaćinstva i druga slična opterećenja napajaju snagom na naponu od 240 V iz sekundara vezanih na red. Veliki sistemi za raspodelu energije mogu se napajati preko trofazne grupe transformatora s više namotaja iz dva ili više sistema za prenos energije na različitim naponima. Grupe trofaznih transformatora kojima su povezana dva sistema za prenos energije na raznim naponima imaju obično još jedan tzv. *tercijarni* namotaj za napajanje snagom podstanice ili za napajanje neke lokalne razvodne mreže. Kondenzatori ili sinhroni kompenzatori mogu biti povezani s tercijarnim namotajima u svrhu popravljanja sačinioca snage ili kompenzovanja pada napona. Ponekad se tercijarni namotaji sprege Δ stavljaju na trofazne grupe transformatora da bi se dobilo kolo za treće harmonike pobudne struje.

Neki problemi koji se javljaju u primeni transformatora s više namotaja odnose se na uticaj rasipnih impedansa na promenu napona, na struje kratkog spoja i na raspodelu otperećenja izmedu kola. Ovi problemi mogu se rešavati po postupku ekvivalentnih kola, na sličan način kao što je učinjeno sa transformatorima sa dva kola. Ali ekvivalentna kola su složenija, jer se u njima moraju uzeti u obzir rasipne impedanse koje odgovaraju svakom pojedinom paru namotaja. Na primer, padovi napona usled rasipne impedanse u transformatorima sa tri kola mogu se predstaviti pomoću tri impedanse, ali ih je za transformator sa četiri kola potrebno šest. U ovim ekvivalentnim kolima sve veličine su svedene na zajedničku bazu,

bilo koristeći pogodne prenosne odnose kao sačinioce svođenja, bilo izražavajući sve veličine u relativnim jedinicama. Pobudna struja se obično zanemaruje.

U sledećem razmatranju ćemo se ograničiti na transformatore s tri kola.[2] Transformator s tri kola prikazan je šematski na sl. A-29*a*, na kojoj je 1—1′ primarni namotaj. Sekundarne i tercijarne veličine su svedene na primar, a namotaji 2—2′ i 3—3′ prikazuju ekvivalent sekundara i tercijara na bazi odnosa brojeva navojaka 1:1:1. Krajevi 1′, 2′ i 3′ su istog polariteta. Ti se krajevi, prema tome, mogu smatrati spojenim sa zajedničkim krajem 0, kao što pokazuje isprekidana linija. Tada se tri spoljna kola mogu smatrati spregnutim između krajeva 1, odnosno 2, odnosno 3 i, zajedničkog kraja 0. Ako se pobudna struja zanemari, vektorski zbir struja I_1, I_2 i I_3 ravan je nuli. Struja u provodniku koji vezuje krajeve 1′, 2′ i 3′ sa krajem 0, prema tome, takođe je ravna nuli, te se taj provodnik može izostaviti ne remeteći time struje. Znači da je transformator ekvivalentan dispoziciji na sl. A-29*b*, na kojoj je pravougaonik mreža sa tri kraja i sadrži impedanse kojima se uzimaju u račun padovi napona usled rasipnih impedansi. U pogledu uticaja na spoljna kola takva mreža s tri kraja ekvivalentna je trima impedansama spregnutim bilo u spregu Δ bilo u spregu Y. Sprega Y je obično podesnija. Transformator je, prema tome, ekvivalentan kolu nacrtanom levo od isprekidane linije na str. A-29*c*,



Sl. A-29. (*a*) Elementarni transformator s tri namotaja. (*b*) i (*c*) Stupnji u razvijanju njegovog ekvivalentnog kola

u kome impedanse Z_1, Z_2 i Z_3 preuzimaju ulogu rasipnih impedansi u pogledu dejstva na tri para namotaja. Po želji se sačinioci svođenja svih veličina, recimo na primar, mogu jasno navesti u vidu idealnih transformatora kao na sl. A-29*c*, desno od isprekidane linije. Krajevi 2—2′ i 3—3′ desno od ovih idealnih transformatora su tada ekvivalentni stvarnim sekundarnim i tercijarnim krajevima. Kad su upotrebljeni idealni transformatori uključeni, ekvivalentnom kolu nije potreban provodnik za vezu između tri kola. Mahom se idealni transformatori mogu ipak izostaviti i spoljna kola smatrati vezanim između zajedničke tačke 0 i krajeva 1, odnosno 2 i 3, levo od isprekidane linije. Tada samo ne treba zaboraviti da su sve veličine svedene na zajedničku bazu.

Ovo ekvivalentno kolo predstavlja impedantne pojave koje se javljaju u slučaju tri namotaja na zajedničkom jezgru. Ono se podjednako dobro primenjuje na spoljašnje ponašanje autotransformatora i transformatora sa zasebnim namotajima, iako su unutrašnje pojave različite. Primenjuje se isto tako na jednofaznoj osnovi

[2] Za razmatranje i opštu teoriju transformatora sa više kola vidi, na primer, L. F. Blume, editor, „Transformer Engineering", 2. izd., gl. V, John Wiley and Sons, Inc., Njujork 1951; EE Staff, MIT, „Magnetic Circuits and Transformers", John Wiley and Sons, Inc., gl. XXVII, Njujork 1943.

za višefazne sprege, izuzev složenijih sprega kod kojih postoje ukrštanja između pojedinih faza (kao, na primer, dvostruka cik-cak sekundarna kola na sl. A-28*a*).

Impedanse na sl. A-29*c* mogu se lako odrediti na osnovu rezultata tri prosta ogleda kratkog spoja. Ako je Z_{12} impedansa kratkog spoja kola 1 i 2 sa otvorenim kolom 3, iz ekvivalentnog kola (sl. A-29*c*) vidi se da je

$$Z_{12} = Z_1 + Z_2 \tag{A-64}$$

Na sličan način je

$$Z_{13} = Z_1 + Z_3 \tag{A-65}$$

$$Z_{23} = Z_2 + Z_3 \tag{A-66}$$

gde je Z_{13} impedansa kratkog spoja kola 1 i 3 sa otvorenim kolom 2, a Z_{23} impedansa kratkog spoja kola 2 i 3 sa otvorenim kolom 1. Ove impedanse kratkog spoja su vrednosti svedene na zajedničku bazu. Rešavanje jednačina A-64, A-65 i A-66 daje zatim

$$Z_1 = \tfrac{1}{2}(Z_{12} + Z_{13} - Z_{23}) \tag{A-67}$$

$$Z_2 = \tfrac{1}{2}(Z_{23} + Z_{12} - Z_{13}) \tag{A-68}$$

$$Z_3 = \tfrac{1}{2}(Z_{13} + Z_{23} - Z_{12}) \tag{A-69}$$

Primer A-11. Rezultati tri ogleda kratkog spoja jednofaznog transformatora od 7960/2400/600 V, 60 Hz, su sledeći:

Ogled	Pobuđeni namotaj	Kratko spojeni namotaj	Priključeni napon volti	Struja u pobuđenom namotaju, ampera
1	1	2	252	62,7
2	1	3	770	62,7
3	2	3	217	208

Otpori se mogu zanemariti. Nominalna snaga primarnog namotaja za 7960 V je 1000 kVA, sekundarnog od 2400 V je 500 kVA, a tercijarnog od 600 V je 500 kVA.

a) Izračunati vrednosti u relativnim jedinicama za impedanse ekvivalentnog kola ovog transformatora uzimajući za baze nominalni napon i snagu od 1000 kVA.

b) Tri ovakva transformatora upotrebljavaju se kao trofazna grupa od 3000 kVA, sprege Y—Δ—Δ za napajanje pomoćnih kola na naponu od 2400 V i 600 V neke elektrane. Primari u sprezi Y priključeni su na glavne sabirnice od 13800 V. Izračunati vrednosti u relativnim jedinicama za struje kratkog spoja u ustaljenom stanju i za napon na krajevima sekundarnog namotaja u slučaju trofaznog kratkog spoja na krajevima tercijarnog namotaja dok je na krajevima primara održan linijski napon od 13800 V. Kao baze uzeti nominalni napon i trofaznu snagu od 3000 kVA.

Rešenje, a) Najpre ćemo preračunati podatke za kratak spoj u relativne jedinice za 1000 kVA po fazi. Za primar je

$$U_{\text{baza}} = 7960 \text{ V}$$

$$I_{\text{baza}} = \frac{1000}{7{,}96} = 125{,}4 \text{ A}$$

Za sekundar,

$$U_{\text{baza}} = 2400 \text{ V}$$

$$I_{\text{baza}} = \frac{1000}{2{,}4} = 416 \text{ A}$$

Preračunavanjem oglednih podataka u relativne jedinice dobiva se

Ogled	Namotaji	U	I
1	1 i 2	0,0316	0,500
2	1 i 3	0,0967	0,500
3	2 i 3	0,0905	0,500

Prema ogledu 1, impedansa kratkog spoja Z_{12} je

$$Z_{12} = \frac{0{,}0316}{0{,}500} = 0{,}0632 \text{ u relativnim jedinicama}$$

Na sličan način, prema ogledima 2 i 3,

$$Z_{13} = \frac{0{,}0967}{0{,}500} = 0{,}1934 \text{ u relativnim jedinicama}$$

$$Z_{23} = \frac{0{,}0905}{0{,}500} = 0{,}1910 \text{ u relativnim jedinicama}$$

Prema jedn. A-67, A-68 i A-69, konstante ekvivalentnih kola su

$Z_1 = j\,X_1 = j\,0{,}0378$ u relativnim jedinicama

$Z_2 = j\,X_2 = j\,0{,}0254$ u relativnim jedinicama

$Z_3 = j\,X_3 = j\,0{,}1556$ u relativnim jedinicama

b) Baza za linijski napon primara u sprezi Y je $\sqrt{3} \times 7960 \times 13800$ V ili napon sabirnica je 1,00 u relativnim jedinicama. Iz ekvivalentnog kola s kratkim spojem na tercijarnim namotajima:

$$I_{sc} = \frac{U_1}{Z_1+Z_3} = \frac{U_1}{Z_{13}} = \frac{1{,}00}{0{,}1934} = 5{,}18 \text{ u relativnim jedinicama.}$$

(Treba primetiti, međutim, da ova struja iznosi u relativnim jedinicama 10,36 od nominalne vrednosti za tercijarni namotaj.) Ako se padovi napona prouzrokovani strujom opterećenja sekundara zanemare u poređenju sa padovima napona usled struje kratkog spoja, sekundarni napon je ravan naponu u tački spajanja tri impedanse Z_1, Z_2 i Z_3 na sl. A-29*c*, odakle je $U_2 = I_{sc}\,Z_3 = 5{,}18 \times \times 0{,}1556 = 0{,}805$ u relativnim jedinicama.

A-12. Rezime. Premda u statičkom transformatoru ne dolazi do elektromehaničkog pretvaranja energije, teorija njegovog rada ima mnogo sličnih pojedinosti s osnovnom teorijom električkih zbivanja u rotacionim mašinama za naizmeničnu struju. I transformatori i rotacione mašine sastoje se od dva ili više namotaja u jednom zajedničkom magnetnom kolu. Sa gledišta ovih namotaja, odigravaju se u suštini istovetne elektromagnetne pojave. Za čitaoca koji još nije proučavao teoriju rotacionih mašina, ovo razmatranje treba da posluži ne samo kao kratak pregled teorije transformatora već i kao uvod u neke od sličnih problema sa kojima će se docnije susresti u teoriji rotacionih mašina. Za čitaoca koji je već dobro upoznat sa osnovnom teorijom rotacionih mašina za naizmeničnu struju, ovo razmatranje treba da potkrepi konstatacije do kojih se došlo na mnogim mestima ove knjige u pogledu osnovne istovetnosti elektromagnentnih pojava u raznim elektromagnetnim napravama.

I u transformatorima i u rotacionim mašinama zajedničkim dejstvom struja u namotajima stvara se magnetno polje. U transformatora s gvozdenim jezgrom skoro ceo taj fluks je zatvoren u jezgru i obuhvata sve namotaje. Ovaj rezultantni uzajamni fluks indukuje u namotajima napone srazmerne broju njihovih navojaka i daje naponu osobinu promenljivosti. U rotacionim mašinama fluks najvećim delom prolazi kroz vazdušni procep i, kao fluks u jezgru transformatora, obuhvata sve namotaje i statora i rotora. Naponi indukovani u namotajima ovim rezultantnim uzajamnim fluksom u vazdušnom procepu slični su onima koje rezultantni fluks jezgra indukuje u transformatoru. Razlika je u tome što u rotacionim mašinama dolazi do elektromehaničkog pretvaranja energije i do mehaničkog kretanja. Obrtni

momenat koji se javlja pri tom procesu pretvaranja energije, stvara se uzajamnim dejstvom fluksa u vazdušnom procepu i magnetnog polja rotorskih struja.

Osim korisnih uzajamnih fluksova postoje i u transformatorima i u rotacionim mašinama fluksovi rasipanja koji obuhvataju jedan namotaj ne obuhvatajući drugi. Iako je podrobna slika fluksova rasipanja u rotacionim mašinama složenija nego u transformatorima (vidi od. 4-9), njihova dejstva su u suštini ista. U oba slučaja rasipni fluksovi indukuju napone u namotajima za naizmeničnu struju koji se obračunavaju kao padovi napona usled rasipne reaktanse. U oba slučaja su putanje rasipnog fluksa većinom u vazduhu, a rasipni fluksovi skoro sasvim linearno srazmerni strujama koje ih prouzrokuju. Stoga se uzima da su rasipne reaktanse konstantne, nezavisne od stepena zasićenja glavnog magnetnog kola.

U namotajima transformatora indukuju se naponi, shodno Faradejevom zakonu, dejstvom vremenski promenljivog fluksa jezgra. Kad je ta promenljivost sinusoidna, zavisnost između efektivne vrednosti indukovanog napona i maksimalne vrednosti fluksa data je jednačinom A-5. U višefaznim mašinama za naizmeničnu struju, kako sinhronim tako i asinhronim, rezultantni fluks u vazdušnom procepu sastoji se od talasa konstantne amplitude, sinusoidno raspodeljenog po obimu po kome se i obrće konstantnom brzinom. Koncentrisani dijametralni namotaj (kao na sl. 3-11*a*, na primer) bio bi time izložen sinusoidnim vremenskim promenama fluksa kroz kolo, prouzrokovanim relativnim kretanjem polja i namotaja, te bi se u njemu indukovao napon prema jedn. 3-36, koja je potpuno istog oblika kao jednačina A-5 za transformator. Činjenica da su namotaji rotacione mašine raspodeljeni na izvestan broj žlebova menja jednačinu za napon utoliko što se radi korekture uvode pojasni i tetivni sačinilac, kao u jedn. 4-14. Ali sa gledišta namotaja, pojave indukovanog napona u transformatorima i u rotacionim mašinama su u suštini iste, iako su različite unutrašnje pojave koje su uzrok vremenskim promenama ukupnog fluksa kroz kolo. U rotacionim mašinama vremenske promene fluksa kroz kolo nastaju relativnim kretanjem magnetnog polja i namotaja, a indukovani namotaj se katkad naziva *napon usled obrtanja*. Naponi usled obrtanja združeni sa mehaničkim kretanjem su neophodne pojave pri elektromehaničkom pretvaranju energije. U statičkom transformatoru, međutim, vremenska promena ukupnog fluksa kroz kolo nastaje usled rašćenja i opadanja nepomičnog magnetnog polja, bez pojave mehaničkog kretanja i bez elektromehaničkog pretvaranja energije.

Rezultantni fluks transformatorskog jezgra indukuje u primaru kontra e. m. silu koja zajedno s padovima napona usled otpora i usled rasipne reaktanse primara mora da se izjednači s priključenim naponom. S obzirom da su padovi napona usled otpora i usled rasipne reaktanse obično mali, kontra e. m. s. mora biti približno jednaka priključenom naponu i fluks jezgra mora se sam po sebi prilagoditi shodno tome, kao u jedn. A-6. Potpuno slične pojave moraju se odigravati i u namotajima indukta motora za naizmeničnu struju — rezultantni talas fluksa u vazdušnom procepu mora se sâm podesiti tako da indukuje kontra e. m. silu približno jednaku priključenom naponu. I u transformatorima i u rotacionim mašinama rezultantna m. m. s. svih struja mora se, prema tome, podesiti tako da stvara rezultantni fluks potreban za to izravnanje napona. Ovaj osnovni pojam je naglašen na mnogo mesta u ovoj knjizi. U svakoj elektromagnetskoj napravi za naizmeničnu struju u kojoj su padovi napona usled otpora i usled rasipne reaktanse mali, rezultantni fluks je skoro potpuno određen priključenim naponom i njegovom učestanošću, a struje se moraju shodno prilagoditi da bi proizvele m. m. s. potrebnu za stvaranje fluksa.

U transformatoru je sekundarna struja određena naponom indukovanim u sekundaru, rasipnom impedansom sekundara i električnim opterećenjem. U asinhronom motoru, sekundarnu (rotorsku) struju određuju napon indukovan u njegovom sekundaru, rasipna impedansa sekundara i mehaničko opterećenje na

vratilu. U principu iste pojave zbivaju se u primarnom namotaju transformatora i u statorskim namotajima asinhronih i sinhronih motora. U sve tri pomenute naprave, primarna struja ili struja statora, mora se podesiti tako da zajednička m. m. s. svih struja stvara fluks potreban s obzirom na priključeni napon. U slučaju transformatora i asinhronih motora zgodno je da se primarna struja pri proučavanju ovog izjednačenja m. m. sila razloži u dve komponente: komponentu opterećenja čija se m. m. s. izravnava sa m. m. s. sekundarne struje i pobudnu komponentu koja uspostavlja fluks i podmiruje snagu koja odgovara gubicima u gvoždu. Pobudna struja zaostaje za priključenim naponom skoro za 90°. Kad se pobuđuju samo namotaji za naizmeničnu struju, za stvaranje fluksa potrebno je dovesti induktivnu reaktivnu snagu, kao što je izloženo u od. A-2. U sinhronim mašinama, međutim, pobudni namotaji se napajaju jednosmernom strujom i daju pobudu koja se može regulisati. Dovod reaktivne snage statorskom namotaju podešava se onda sam po sebi tako da pobuda indukta zajedno sa pobudom namotaja za jednosmernu struju induktora stvara u vazdušnom procepu fluks koji odgovara priključenom naponu. Kad su, dakle, u pitanju elektromagnetne pojave, nema osnovne razlike u ponašanju između transformatora i asinhronih i sinhronih mašina.

Analiza mnogih električnih uređaja postaje znatno lakša kad se oni predstave ekvivalentnim električnim kolima sačinjenim od parametara R, L i C i izvorâ napona povezanih tako da električno ponašanje kola bude u suštini jednako radu uređaja koji ono predstavlja. Takvo prikazivanje neposredno omogućuje da se dobro poznati metodi teorije kola primene za rešavanje problema o kome se radi. Sam oblik ekvivalentnog kola vodi često rešenju. Tako je transformator s dva kola ekvivalentan prostom T-kolu na sl. A-13*d* ili Γ-kolima na sl. A-15*a* i *b*, ako se pobudna struja smatra ekvivalentnim sinusnim talasom i ako je uticaj kapaciteta namotaja zanemarljiv. Ovaj način rada sa ekvivalentnim kolima primenjuje se isto tako kao pomoćno sredstvo pri analizi rotacionih mašina. Na primer, sinhrona mašina koja radi pod uslovima ustaljenog stanja može se prikazati e. m. silom srazmernom njenoj pobudnoj struji na red s induktivnom impedansom. U pogledu električnih pojava u kolima primara, višefazni asinhroni motor je ekvivalentan transformatoru sa otporničkim opterećenjem priključenim na krajeve sekundara. Postupak sa ekvivalentnim kolima predstavlja tako još jedan primer sličnosti u procesima analiza transformatora i rotacionih mašina.

Za ovu osnovnu sličnost može se navesti još primera. Izuzev gubitaka usled trenja i ventilacije, gubici u transformatorima i u rotacionim mašinama su u suštini isti. Ogledi za određivanje gubitaka i konstanti ekvivalentnog kola su u principu isti: ogled praznog hoda daje podatke o potrebnoj pobudi i gubicima u gvožđu (i gubicima usled trenja i ventilacije za rotacione mašine), dok ogled kratkog spoja, zajedno s merenjima otpora prema jednosmernoj struji daje podatke o rasipnim reaktansama i gubicima u bakru. Obrađivanje uticaja zasićenja je još jedan primer: kako za transformatore tako za rotacione mašine za naizmeničnu struju pretpostavlja se da zasićenje ne utiče na rasipne reaktanse i da je zasićenje glavnog magnetnog kola određeno rezultantnim fluksom odnosno fluksom u vazdušnom procepu.

ZADACI

A-1. Pravougaoni talas napona osnovne učestanosti 60 Hz, jednakih pozitivnih i negativnih polutalasa amplitude E (V) priključen je na namotaj bez otpora od 1000 navojaka oko zatvorenog gvozdenog jezgra poprečnog preseka 10^{-3} m^2.

a) Nacrtati krive napona i fluksa kao funkcije vremena.

b) Naći najveću dozvoljenu vrednost za E ako najveća indukcija ne treba da pređe 1,00 T.

c) Za sinusoidni efektivni napon od 100 V, 60 Hz, gubici usled vihornih struja u jezgru su 1,00 W/kg. Naći gubitke usled vihornih struja za pravougaoni talas napona amplitude 200 V.

A-2. Transformator od 5 kVA ima primarni namotaj od 210 navojaka, 550 V, 60 Hz. Stvarna površina poprečnog preseka gvozdenog jezgra je 11,7 in² (tj. 75,1 cm²). Magnetne karakteristike za materijal jezgra date su na sl. A-9. Težina jezgra je 100 funti (tj. 45,36 kp). Za rad pri nominalnom naponu i nominalnoj učestanosti, izračunati:

a) maksimalni fluks jezgra, u Wb;
b) maksimalnu indukciju, u T;
c) gubitak u gvožđu, u W;
d) reaktivnu snagu pobude;
e) struju praznog hoda, u A, i njene komponente, struju gubitaka u gvožđu i struju magnećenja.

A-3. Transformator od 500 kVA, 60 Hz, sa primarnim namotajem za 11 000 V, uzima iz mreže 3,35 A i 2960 W u praznom hodu pri nominalnom naponu i nominalnoj učestanosti. Drugi transformator ima jezgro čije su sve linearne dimenzije za $\sqrt{2}$ puta veće od odgovarajućih dimenzija prvog transformatora. Materijal jezgra i debljina lima su isti za oba transformatora.

Ako primarni namotaji oba transformatora imaju isti broj navojaka, koliku struju i snagu će drugi transformator uzimati u praznom hodu kad se na primar priključi 22 000 V, 60 Hz?

A-4. Transformator koji radi sa naponom od 6 600 V pri 60 Hz ima indukciju 70 kilo-·inija/in² (tj. 1,085 T) i gubitke u gvožđu 2500 W. Pretpostavimo da se sve linearne dimenzije ransformatora udvostruče, brojevi navojaka primarnog i sekundarnog namotaja prepolove i da novi ransformator radi sa naponom od 13 200 V pri 60 Hz. za oba transformatora je uzeta ista vrsta gvožđa i ista debljina lima.

Kolike će biti vrednosti indukcije i gubitaka u gvožđu novog transformatora?

A-5. Efektivni napon od 200 V priključen na primarni napon nekog malog transformatora daje u jezgru fluks

$$\varphi = 900 \cos \omega t \text{ kilolinija} = 9 \cdot 10^{-3} \cos \omega t \text{ Wb}$$

i struju praznog hoda

$$i_\varphi = \sqrt{2}(1{,}00 \sin \omega t + 0{,}50 \sin 3\omega t + 5{,}00 \cos \omega t + 2{,}00 \cos 3\omega t)$$

Naći:

a) gubitke u gvožđu P_c;
b) primljenu reaktivnu snagu;
c) efektivnu vrednost struje praznog hoda.

A-6. Otpori i rasipne reaktanse razvodnog transformatora od 10 kVA, 60 Hz, 2400/240 V su:

$$r_1 = 4{,}20\ \Omega \qquad \text{i} \qquad r_2 = 0{,}0420\ \Omega$$

$$x_{l1} = 5{,}50\ \Omega \qquad \text{i} \qquad x_{l2} = 0{,}550\ \Omega$$

gde indeks 1 označava namotaj za 2400 V, a indeks 2 namotaj za 240 V. Svaka vrednost je svedena na pripadajuću joj stranu transformatora.

a) Naći ekvivalentnu impedansu svedenu na stranu visokog napona i svedenu na stranu niskog napona.

b) Pretpostaviti da transformator odaje svoju nominalnu prividnu snagu pri sačiniocu snage od 0,80 ind. opterećenju na strani niskog napona, sa naponom 240 V na krajevima opterećenja. Naći napon na krajevima visokog napona.

c) Ponoviti tač. *b)* sa sačiniocem snage od 0,80 cap.

d) Uzimajući da je gubitak u gvožđu 70 W, naći stepen korisnosti za uslove kao u tač. *b)*.

e) Da li će se stepen korisnosti promeniti pod uslovima tač. *c)*?

f) Pretpostavimo da opterećenje iz tač. *b)* bude slučajno kratko spojeno. Naći struju ustaljenog stanja u vodu visokog napona, uzimajući da napon priključen na transformator ostane isti kao u tač. *b)*.

g) Pobudna struja transformatora je 2,9 odsto od struje punog opterećenja. Ako se transformator podvrgne ogledu praznog hoda pri nominalnom naponu i ogledu kratkog spoja pri nominalnoj struji, koje vrednosti će pri tim ogledima pokazati vatmetar, voltmetar i ampermetar? Navesti vrednosti sa instrumenata i priključeni napon 1) za stranu visokog napona i 2) za stranu niskog napona.

A-7. Transformator prenosnog odnosa 1 : 1 ima rasipnu reaktansu primara $x_{l1} = 1{,}00\ \Omega$, rasipnu reaktansu sekundara $x_{l2} = 1{,}00\ \Omega$ i susceptansu magnećenja $b_m = 0{,}010$ S. Zanemaruje se uticaj otpora i gubitaka u gvožđu.

a) Namotaji su vezani na red tako da im se m. m. s. sabiraju, a na njihovo zajedničko kolo priključen je napon od 100 V. Naći struju i napon na krajevima svakog od dva namotaja.

b) Ponoviti *a)* pod pretpostavkom da je jedan od namotaja vezan obratno.

A-8. Kad transformator od 50 kVA, 2300/230 V, 60 Hz, radi u praznom hodu pod nominalnim naponom, primljena snaga je 200 W a sačinilac snage 0,15. Kad radi s nominalnim opterećenjem, pad napona usled ukupnog otpora je 1,2 a usled rasipne reaktanse 1,8 odsto od nominalnog napona.

Odrediti primljenu snagu i sačinilac snage kad transformator odaje 30 kW sa sačiniocem snage 0,80 ind. i 230 V prema opterećenju na strani niskog napona.

A-9. Kad radi pri nominalnoj učestanosti i sa nominalnim naponom na sekundaru (240 V), sa otvorenim kolom primarnog namotaja, razvodni transformator od 10 kVA, 60 Hz, 2400/240 V prima 63,3 W i 0,533 A. Kad radi s nominalnom učestanošću i nominalnom primarnom strujom sa kratko spojenim sekundarnim namotajem, on prima 142 W pri naponu od 57,7 V.

a) Izračunati relativnu promenu napona ovog transformatora pri uključenju induktivnog opterećenja od 8 kW s nominalnim sekundarnim naponom i sačiniocem snage 0,8.

b) Izračunati stepen korisnosti transformatora pri opterećenju iz tač. *a)*. Zanemariti promene gubitaka pri opterećenju izazvane zagrevanjem.

A-10. Ispitivanjem razvodnog transformatora od 20 kVA, 60 Hz, 2400/240 V dobiveni su sledeći podaci:

	Napon, V	Struja, A	Snaga, W
S otvorenim kolom namotaja visokog napona	240	1,066	126,6
S kratko spojenim krajevima niskog napona	57,5	8,34	284

a) Izračunati stepen korisnosti pri struji punog opterećenja i nominalnom naponu na krajevima sa sačiniocem snage 0,8.

b) Pretpostavimo da se sačinilac snage opterećenja menja dok se struja opterećenja i napon na krajevima sekundara održavaju konstantnim. Pomoću vektorskog dijagrama odrediti sačinilac snage opterećenja pri kome će pri uključivanju opterećenja nastupiti najveća relativna promena napona. Kolika je ta relativna promena napona?

A-11. *a)* Pokazati da se maksimalan stepen korisnosti transformatora koji radi s konstantnim odatim naponom i sačiniocem snage pojavljuje pri onom opterećenju pri kome su gubici u bakru ravni gubicima u gvožđu. Pri tom voditi računa da gubici u gvožđu ostaju konstantni, dok se gubici u bakru menjaju s kvadratom prividne snage.

b) Za transformator iz zadatka A-10 odrediti odatu prividnu snagu pri maksimalnom stepenu korisnosti.

A-12. Naći sačinilac snage opterećenja pri kom stepen korisnosti transformatora iz zad. A-10 za opterećenje nominalnom prividnom snagom iznosi 0,960.

A-13. Jednofazno opterećenje se napaja iz voda od 33 000 V čija impedansa je $105 + j\,360\ \Omega$ preko transformatora 33 000/2400 V čija ekvivalentna impedansa svedena na stranu niskog napona iznosi $0{,}26 + j\,1{,}08\ \Omega$. Opterećenje je 180 kW pri sačiniocu snage 0,85 cap. i 2250 V.

a) Izračunati napon na otpremnom kraju voda.

b) Izračunati napon na krajevima primara transformatora.

c) Izračunati aktivnu i reaktivnu snagu primljenu na otpremnom kraju voda.

A-14. Dnevne promene opterećenja jednog razvodnog voda su približno sledeće:

	Aktivna snaga, kW	Reaktivna snaga kVA
Od 8,00 do 13,00 č.	65	45
Od 13,00 do 18,00 č.	80	50
Od 18,00 do 24,00 č.	30	30
Od 0,00 do 8,00 č.	Bez opterećenja	

Vod se napaja iz transformatora od 100 kVA čiji gubici u gvožđu u praznom hodu iznose 370 W a gubici u bakru pri punom opterećenju 1200 W.

Odrediti prosečni dnevni stepen korisnosti transformatora.

A-15. Izvor koji se može predstaviti konstantnim naponom efektivne vrednosti od 5 V, vezanim na red s unutrašnjim otporom od 2000 Ω, priključen je na opterećenje otpora 50 Ω preko idealnog transformatora. Nacrtati u milivatima krivu snage odate opterećenju kao funkciju prenosnog odnosa transformatora za opseg od 0,1 do 10,0.

A-16. Izlazni transformator zvučne učestanosti ima odnos brojeva navojaka primara prema sekundaru 31,6. Induktivnost primara izmerena pri otvorenom sekundaru je 19,6 H, a sa kratko spojenim sekundarom 0,207 H. Otpori namotaja su zanemarljivi.

Taj transformator služi da se opterećenje otporima od 8 Ω veže s izvorom koji se može predstaviti unutrašnjom e. m. silom promenljive učestanosti vezanom na red s unutrašnjom impedansom otpora 5000 Ω. Izračunati sledeće pojedinosti koje se odnose na frekventnu karakteristiku tog kola.

a) Višu učestanost polovine snage
b) Nižu učestanost polovine snage
c) Geometrijsku srednju vrednost ovih učestanosti
d) Odnos napona opterećenja prema naponu izvora pri učestanosti *c)*.

A-17. Pomoću izlaznog transformatora zvučne učestanosti, čiji je prenosni odnos 17,32, treba izvor unutrašnjeg otpora 3000 Ω prilagoditi opterećenju od 10 Ω. Viša i niža učestanost polovine snage treba da budu 50 odnosno 10 000 Hz. Gubici u gvožđu i otporu namotaja se zanemaruju. Ustanoviti vrednosti za:

a) samoinduktivnost primara;
b) ekvivalentnu rasipnu induktivnost svedenu na primar.

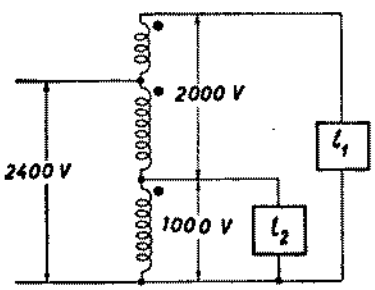
A-18. Kolike će biti učestanosti za polovinu snage u kolu iz zad. A-17 ako se transformator zameni drugim koji se od prvog razlikuje jedino u tome što su mu i primar i sekundar namotani sa žicom upola manjeg poprečnog preseka i imaju dvaput veći broj navojaka? Zanemariti otpore namotaja transformatora.

A-19. Transformator s dva namotaja, 5 kVA, 480/120 V, treba da služi kao autotransformator za napajanje kola od 480 V iz izvora od 600 V. Kad je ispitan kao dvonamotajni transformator pod nominalnim opterećenjem i sa sačiniocem snage od 0,80 ind., stepen korisnosti bio je 0,965.

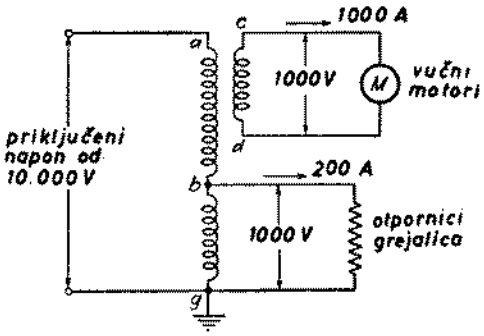
a) Dati šemu veza za autotransformatorsku primenu.
b) Odrediti nominalnu prividnu snagu za autotransformatorsku primenu.
c) Naći stepen korisnosti za autotransformator pri punom opterećenju sa sačiniocem snage 0,80 ind.

A-20. Slika A-30 prikazuje tronamotajni autotransformator koji napaja dva opterećenja, I_1 i I_2. Padovi napona i pobudna struja mogu se zanemariti. Naći struje u tri namotaja *ab*, *bc* i *cd* za sledeće uslove opterećenja:

a) $I_1 = 360$ kVA, $I_2 = 0$
b) $I_1 = 0$, $I_2 = 120$ kVA
c) $I_1 = 360$ kVA, $I_2 = 120$ kVA sa istim sačiniocem snage.



Sl. A-30. Autotransformator s tri namotaja



Sl. A-31. Transformator za zadatak A-21

A-21. Slika A-31 predstavlja transformator za motorna kola sa više motora za električnu prigradsku železnicu. Pokazati da će se namotaj *bg* zagrevati više kad su vučni motori isključeni nego kad rade. Odrediti nominalne struje za namotaje *ab*, *bg* i *cd*.

A-22. Krajevi visokog napona trofazne grupe od tri jednofazna transformatora priključeni su na trožični trofazni sistem linijskog napona od 13800 V. Krajevi niskog napona vezani su za trožičnu trofaznu podstanicu nominalnog opterećenja od 1500 kVA, linijskog napona od 2300 V.

Propisati nominalne vrednosti za napon, struju i reaktivnu snagu svakog jednofaznog transformatora (za namotaj visokog i niskog napona) za sledeće sprege:

a) namotaji visokog napona Y, niskog napona Δ

b) namotaji visokog napona Δ, niskog napona Y

c) namotaji visokog napona Y, niskog napona Y

d) namotaji visokog napona Δ, niskog napona Δ

A-23. Na jednopolnoj šemi uravnoteženog trofaznog sistema na sl. A-32, *A* predstavlja opterećenje od 200 kVA od asinhronih motora koji rade sa sačiniocem snage od 0,707; *B* je opterećenje od 200 kW od sijalica sa sačiniocem snage 1,00.

a) Izračunati prividnu snagu opterećenja svakog transformatora svake grupe;

b) Izračunati linijske struje u vodu napona od 600 V levo od opterećenja *A*.

A-24. Slika A-33 prikazuje grupu transformatora 2400/240 V, sprege Δ—Δ. Sekundari *ab*, *bc* i *ca* imaju u sredini izvode *p*, *q* odnosno *r*. Padovi napona usled rasipne impedanse se zanemaruju, a pretpostavlja se da je na primaru nominalni napon. Uzimajući sekundarni napon U_{ab} kao referentni vektor, nacrtati vektorski dijagram sa naponima *ab*, *bc*, *ca*, *pq*, *gr*, *rp*, *ap*, *bp*, *cp*. Naći veličine ovih napona.

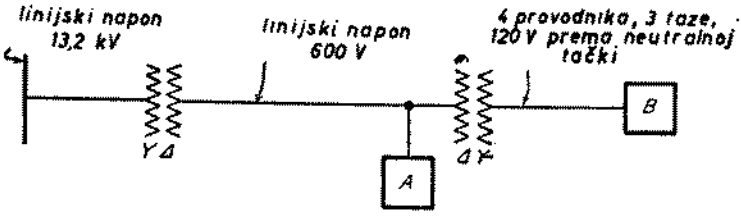
A-25. Grupa od tri istovetna transformatora od 100 kVA, 2400/120 V, 60 Hz, napaja se kroz vod čija impedansa po fazi iznosi $0{,}80 + j\,0{,}30\ \Omega$. Napon na otpremnom kraju voda održava se na visini konstantnog linijskog napona od 2400 V. Ogled kratkog spoja jednog od jednofaznih transformatora, sa kratko spojenim krajevima niskog napona, dao je sledeće rezultate:

$$U_H = 52{,}0\ \text{V} \qquad f = 60\ \text{Hz}$$

$$I_H = 41{,}6\ \text{A} \qquad P = 950\ \text{W}$$

a) Odrediti linijski napon sekundara kad grupa transformatora odaje nominalnu struju uravnoteženom trofaznom opterećenju sa sačiniocem snage 1,00.

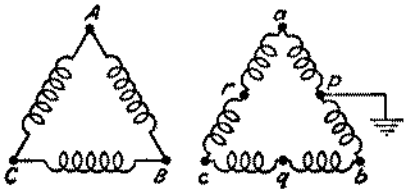
b) Izračunati struje u primarnim i sekundarnim namotajima transformatora i u provodnicima voda kad se na krajevima sekundara uspostavi trajan trofazan kratak spoj.



Sl. A-32. Jednopolna šema trofaznog razvodnog sistema, zad. A-23

A-26. U sistemu na sl. A-32 (zad. A-23), grupa transformatora koji napajaju opterećenje osvetljenjem *B* sastoji se od tri jednofazna transformatora po 75 kVA, 600/120 V, čija impedansa je $0{,}012 + j\,0{,}014$ u relativnim jedinicama, uzimajući kao bazu njihovu nominalnu snagu; na otpremnom kraju je trofazni transformator od 450 kVA čija je impedansa $0{,}008 + j\,0{,}021$ uzimajući kao bazu njegovu nominalnu snagu; vod za 600 V ima impedansu $0{,}032 + j\,0{,}016\ \Omega$ po fazi.

a) Za opterećenja navedena u zad. A-23 izračunati napon na sabirnicama na otpremnom kraju kad je fazni napon 115 V a opterećenje osvetljenjem *B*.



Sl. A-33. Grupa transformatora za zad. A-24.

b) Izračunati napon i opterećenje osvetljenjem kad se asinhroni motor *A* isključi, a napon na otpremnom kraju održava na vrednosti koja je nađena u tač. *a)*. Pretpostavlja se da se pri malim promenama napona opterećenje osvetljenjem *B* ponaša kao konstantan otpor.

A-27. Pretpostavlja se da svi namotaji kako primarni, koji su spregnuti u Δ, tako i sekundarni, koji su u dvostrukoj cik-cak sprezi (sl. A-28), imaju isti broj navojaka. Padovi napona usled pobudne struje i rasipne impedanse zanemaruju se.

a) Naći šestofazni napon prema neutralnoj tački za trofazni priključeni napon od 100 V.

b) Naći linijske struje primara za sinusoidne šestofazne linijske struje od 100 A.

A-28. Trofazna grupa koja se sastoji od tri jednofazna tronamotajna transformatora služi za snižavanje napona trofaznog prenosnog voda od 110 kV. Podaci za jedan od ovih transformatora su sledeći:

Nominalne vrednosti:

Primar 1 : 10 000 kVA, 63 500 V

Sekundar 2 : 5 000 kVA, 11 000 V

Tercijar 3 : 5 000 kVA, 7 580 V

Reaktanse kratkog spoja, uzimajući za bazu 5 000 kVA:

$X_{12} = 0{,}071$ u relativnim jedinicama

$X_{23} = 0{,}054$ u relativnim jedinicama

$X_{13} = 0{,}092$ u relativnim jedinicama

Otpori se mogu zanemariti.

Transformatori imaju spregu Y—Δ—Y. Sekundari, spregnuti u trougao, odaju svoju nominalnu struju uravnoteženom opterećenju sa sačiniocem snage od 0,80. Tercijari odaju svoju nominalnu struju uravnoteženom opterećenju sa sačiniocem snage od 1,00.

a) Izračunati linijski napon primara potreban da se na krajevima sekundara održi nominalni napon.

b) Pri uslovima iz tač. *a)* izračunati linijski napon na krajevima tercijara.

c) Ako se primarni napon održava konstantnim kao u tač. *a)*, do koje će se vrednosti tercijarni napon popeti kad se sekundarno opterećenje isključi? Smatrati da se tercijarno opterećenje ponaša kao konstantan otpor.

TABLICA KONSTANTI I SAČINILACA ZA PRERAČUNAVANJE U RACIONALIZOVANE JEDINICE MKS

Konstante

Permeabilnost slobodnog prostora $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ H/m
Permitivnost (kapacitivnost) slobodnog prostora, $\varepsilon_0 = 8{,}854 \times 10^{-12}$ F/m
Ubrzanje zemljine teže, $g = 9{,}807$ m/s^2

Sačinioci za preračunavanje

Dužina:	1 m	=	3,281 stopa
		=	39,37 in
Masa:	1 kg	=	0,0685 slug
		=	2,205 funti (mase)
Sila:	1 N	=	0,225 funti
		=	7,23 paundala
Obrtni momenat:	1 Nm	=	0,738 funti-stopa
Energija:	1 J (Ws)	=	0,738 stopa-funti
Momenat inercije:	1 kgm^2	=	0,738 slug-stopa^2
		=	23,7 funti-stopa^2
Magnetni fluks:	1 T (Wb/m^2)	=	10 000 gaus
		=	64,5 kilolinija/in^2
Magnetomotorna sila:	1 An/m	=	0,0254 An/in